

# 基于 Copula 函数的中国南方干旱风险特征研究<sup>\*</sup>

刘晓云 王劲松 李耀辉 杨金虎 岳平 田庆明 杨庆华

LIU Xiaoyun WANG Jingsong LI Yaohui YANG Jinhua YUE Ping TIAN Qingming YANG Qinghua

中国气象局兰州干旱气象研究所/中国气象局干旱气候变化与减灾重点开放实验室/甘肃省干旱气候变化与减灾重点实验室,兰州,730020

Lanzhou Institute of Arid Meteorology, China Meteorological Administration/ Key Open Laboratory of Climatic Change and Disaster Reduction of China Meteorological Administration/ Key Laboratory of Arid Climatic Change and Reducing Disaster of Gansu Province, Lanzhou 730020, China

2014-12-08 收稿,2015-09-24 改回.

刘晓云,王劲松,李耀辉,杨金虎,岳平,田庆明,杨庆华. 2015. 基于 Copula 函数的中国南方干旱风险特征研究. 气象学报, 73(6):1080-1091

Liu Xiaoyun, Wang Jingsong, Li Yaohui, Yang Jinhua, Yue Ping, Tian Qingming, Yang Qinghua. 2015. Characteristics of drought risk in southern China based on the Copula function. *Acta Meteorologica Sinica*, 73(6):1080-1091

**Abstract** For accurate understanding and analysis of drought characteristics associated with drought hazard, based on the monthly precipitation data of 96 weather stations in southern China from 1961 to 2012, five candidate Copula models of Frank, Clayton, Galambos, Gumbel and Plackett Copula, were used for constructing the joint distribution function of drought characteristics, namely duration and severity. The drought duration follows the Weibull distribution and the drought severity follows the Lognormal distribution. It is found that for the study region, the Frank Copula is the best fitted Copula model compared to the others. Subsequently the conditional probability, conditional return period and spatial joint return period of droughts were also investigated, based on the derived Copula-based joint distribution. The results indicated that, the conditional drought severity distribution is decreased if the drought duration exceeds various thresholds, and so does the conditional drought duration distributions if the drought severity exceeds various thresholds. Both imply that the conditional drought severity distribution and the conditional drought duration distribution are decreased with the increasing drought duration and drought severity, respectively. The conditional return period of drought severity is directly proportional to the duration thresholds, the conditional return period of drought duration is directly proportional to the severity thresholds. Given that the drought duration is 6 months with a drought severity of 6, the primary "and" (viz., both drought duration and drought severity are larger than prescribed thresholds) average joint return period is 4.8 a, the primary "or" (viz., either drought duration or drought severity exceed given thresholds) average joint return period is 2.6 a, and the second "or" average joint return period is 3.5 a. Given that the drought duration is 9 months with a drought severity of 13.5, the primary "and" average joint return period is 12.6 a, the primary "or" average joint return period is 4.7 a, and the second "or" average joint return period is 7.7 a. A high risk can be detected in the Sichuan Basin, the northeastern Guizhou Province, northern Guangxi Province, western Guangdong Province and a larger part of Yunnan Province, and a relative lower drought risk is observed in the northwest of Sichuan Province, the junction of Sichuan with Yunnan and Guizhou Provinces, and the middle parts of Guangdong Province.

**Key words** Southern China, Drought, Copula function, Return period

**摘要** 为了准确认识和分析与旱灾致灾因子危险性相关的干旱特征变量,利用中国南方 96 个气象站 1961—2012 年逐月降

<sup>\*</sup> 资助课题:国家重点基础研究发展计划(2013CB430206)、甘肃省气象局第七批十人计划项目。

作者简介:刘晓云,主要从事气候与气候变化研究。E-mail:jqliuxy@126.com

水资料,基于 Clayton、Frank、Galambos、Gumbel 以及 Plackett Copula 函数,建立了服从威布尔分布的干旱历时、服从对数正态分布的干旱严重程度两个相关特征变量的联合分布模型,择优使用 Frank Copula 函数计算了中国南方干旱条件概率与条件重现期,比较分析了该区域干旱事件第 1、第 2 联合重现期的空间分布特征。研究表明,干旱严重程度(干旱历时)的条件概率分布随着干旱历时(干旱严重程度)阈值的增大而减小;干旱严重程度(干旱历时)的条件重现期与干旱历时(干旱严重程度)阈值成正比。当干旱历时阈值为 6 个月、干旱严重程度阈值为 6 时,中国南方整体存在较大的干旱风险,研究区整体第 1“且”(干旱历时和干旱严重程度均超过给定阈值)联合重现期平均为 4.8 a,第 1“或”(干旱历时和干旱严重程度有一个超过给定阈值)联合重现期平均为 2.6 a,第 2“或”联合重现期平均为 3.5 a。当干旱历时阈值为 9 个月、干旱严重程度阈值为 13.5 时,研究区整体第 1“且”联合重现期平均为 12.6 a,第 1“或”联合重现期平均为 4.7 a,第 2“或”联合重现期平均为 7.7 a。中国南方的干旱高风险的区域主要位于四川盆地、贵州东北部、广西北部、广东西部以及云南大部分地区;低风险的区域主要位于四川西北部,四川、云南、贵州三省交汇区以及广东中部地区。

**关键词** 中国南方,干旱, Copula 函数,重现期

**中图分类号** P467

## 1 引言

干旱作为一种几乎在全球各个气候区都会发生的极端自然现象(Mishra, et al, 2010),对水资源、农业生产和经济活动都会产生深远的影响,因此,引起了人们的高度重视(Li, et al, 2011; Ding, et al, 2011)。IPCC 第 5 次评估报告指出,1880—2012 年全球地表温度上升了  $0.85^{\circ}\text{C}$  ( $0.65\text{—}1.06^{\circ}\text{C}$ ) (IPCC, 2013)。伴随着全球地表温度的持续升高,全球许多地区的干旱风险会增大(Dai, 2012)。即使在中国气候相对湿润、人口密集、经济发达的南方地区,近年来干旱事件也频繁发生,造成了巨大的社会经济损失。如 2006 年四川省和重庆市遭遇了百年一遇特大伏旱,其中,四川省有 700 多万人出现临时饮水困难,农作物受旱面积  $206.7 \times 10^4 \text{ hm}^2$ , 成灾面积  $116.6 \times 10^4 \text{ hm}^2$ , 绝收面积  $31.1 \times 10^4 \text{ hm}^2$ , 直接经济损失 125.7 亿元;重庆市直接经济损失达 90.7 亿元。2009 年 9 月—2010 年 3 月中旬,位于中国西南的云南、贵州、广西、四川和重庆五省(市)遭遇了历史上罕见的特大干旱,因干旱导致 6900 多万人受灾、农作物受灾面积超过  $660 \times 10^4 \text{ hm}^2$ , 直接经济损失超过 400 亿元(兰州干旱气象研究所干旱监测预测研究室, 2009; 中国气象局, 2007, 2012)。值得关注的是,随着人口的增长,工业、农业以及能源规模不断扩大,用水需求急剧增大,进一步加剧了干旱的影响。为了有效地预防和缓解干旱带来的灾害,近几年,干旱风险管理已引起了政府和学者的重视(Mishra, et al, 2010; IPCC, 2014)。干旱风险分析是干旱风险管理的一个重要组成部分,准确认识和分析与旱灾致灾因子危险性相关的干旱的发生频率、严重程度和持续时间是干旱风险分析的一项基

础性工作。

事实上,干旱频率、干旱严重程度以及干旱持续时间等均属于干旱事件的特征变量,然而在以往的干旱事件研究中,为了使问题简化,通常假定这些随机变量是相互独立的,但 Córdova 等(1985)就证实了这种假定是不合理的。随后的研究中即使在多变量分布模型中考虑了随机变量的相关,但必须假定单变量边际分布函数属于同一类型,诸多限制因素使得这种模型在干旱事件分析应用中受到客观因素的制约。而 Copula 函数能够将服从任意边际分布的多个变量“连结”起来得到其联合分布函数,并可以很好地描述变量间的相关性结构,从而克服了上述多变量模型的不足(Zhang, et al, 2006)。鉴于 Copula 函数的这种灵活性,目前已经在水文过程频率分析中得到了广泛应用(Zhang, et al, 2006; Fu, et al, 2014)。Shiau(2006)首次将 Copula 函数应用于气象干旱事件频率分析中。此后, Copula 函数对于干旱事件的表征在以下几个方面取得了进展:一是干旱严重程度-干旱历时-干旱频率(SDF)三者的关系曲线的建立(Shiau, et al, 2009; Reddy, et al, 2014),如 Shiau 等(2009)建立了伊朗两个台站的干旱严重程度-干旱历时-干旱频率关系曲线,发现在给定干旱历时和干旱频率时,伊朗北部的湿润区 Anazali 比伊朗西南部半干旱区的 Abadan 具有更严重的干旱,并从湿润区降水量波动大对这一现象给予了解释。二是更加重视干旱特征变量的尾部相关,例如陆桂华等(2010)和 Mirabbasi 等(2012)在考虑干旱特征变量上尾相关的前提下,分别选取极值 Copula 中的 Galambos 和 Gumbel 函数建立了干旱特征二维变量的联合相关结构,快速捕捉到了上尾相关的变化。三是在利用 Copula 函数进行干旱事件频率

研究中,已经将干旱特征变量的维数由二维扩展到了三维甚至四维(Wong, et al, 2010; Chen, et al, 2011),但相应的计算和分析更复杂。除以上针对干旱事件本身的多变量统计模型外,还可以利用 Copula 函数建立气候要素和干旱事件的变量模型,认识二者的联系和相关结构(夏军等, 2012)。可见, Copula 函数在干旱事件分析方面具有很大的发展空间和应用前景。

值得一提的是,对于建立好的 Copula 函数而言,边际函数概率分布值的不同组合可能产生相同的累积概率,将累积概率作为一种指标,即相同的累积概率值可能造成相同的影响,而超过累积概率事件的重现期对风险分析具有重大意义,第 2 重现期的概念便应运而生(Salvadori, et al, 2004)。目前来看,第 2 重现期主要被应用于水利工程基础设施建设阈值的设定方面(Requena, et al, 2013; Salvadori, et al, 2011),而在气象干旱风险评估中应用较少(肖名忠等, 2012)。本研究以干旱历时和干旱严重程度为干旱特征变量,基于 Copula 函数建立中国南方干旱历时及严重程度的联合分布统计模型,分析干旱特征变量的条件概率、第 1 及第 2 重现期。通过对该区域干旱事件统计规律的分析,以期抗旱减灾及区域水资源规划管理提供科学依据。

## 2 研究区域及数据介绍

传统意义上将秦岭—淮河一线作为划分中国北方和南方地区的界线,而文中所指的中国南方区域

包括西南的云南、贵州、四川和重庆以及华南地区的广西、广东。所用数据为基于中国国家气象信息中心整编的 753 站逐日降水资料,筛选并整理出 1961—2012 年资料完整的中国南方 98 个站点的逐月降水资料。利用最新发布的 RHtest 软件包(RHtestV4)中的惩罚最大  $F$  检验(PMFT)均一性检验技术(Wang, et al, 2013; Wang, 2008a, 2008b)对这 98 个台站的月降水序列进行均一性检验,结果显示:在所检验的 98 个台站中仅有 2 个站(四川的盐源站和云南的景东站)的月降水序列存在非均一性,被剔除,对剩余的 96 个台站的月降水序列做进一步的分析,图 1 给出了 96 个站的分布,而相应的站点名称在表 4 中给出。此区域属于亚热带季风湿润气候区,52 a 年平均降水量(表略)空间差异大,其中,川西高原的道孚站降水量最小(602.3 mm),广西东兴的降水量最大(2729.2 mm)。

## 3 研究方法

### 3.1 标准化降水指数

由于不同时间、不同地区降水量变幅很大,难以直接用降水量对其进行不同时空尺度比较。McKee 等(1993)在评估美国科罗拉多州干旱状况时提出了标准化降水指数(Standardized Precipitation Index,  $I_{SP}$ )。因标准化降水指数所具有的概率属性,可以对不同地区的干旱状况进行比较;此外,标准化降水指数最主要的一个特点是可以用来监测不同时间尺度的干旱,一般研究的时间尺度可为 3、6、9 和 12 个

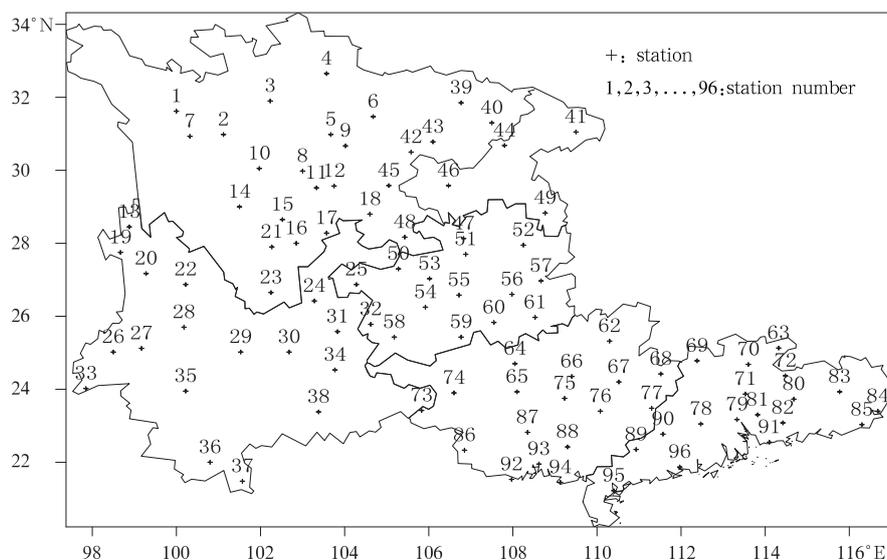


图 1 研究区域范围和气象站分布

Fig. 1 Study area map and meteorological stations in southern China

月。鉴于中国南方干湿季分明,大部分区域的雨季集中在5—10月,而干季集中在11月一次年4月,文中研究6个月时间尺度的 $I_{SP6}$ , $I_{SP6}$ 的计算可参见Abramowitz等(1965)和Edwards等(1997)给出的详细步骤。

### 3.2 游程理论

一般用干旱历时( $D$ )和干旱严重程度( $S$ )来表征一次干旱事件的特征。为了得到这两个特征变量,需要借助于游程理论(Yevjevich,1967)。游程理论的基本问题是截断水平的确定,文中参照Lloyd-Hughes等(2002)对干旱等级的划分(表1),取0作为截断水平,因为即使强度较弱的干旱事件,如果持续时间足够长,也会导致严重的干旱灾害发生(Shiau,2006);因此,将标准化降水指数连续小于

0的这一段定义为干旱历时(图2中的 $d_1$ 、 $d_2$ );连续两个干旱事件的间隔时间用 $l$ 表示(图2中的 $l_1$ )。将干旱历时累积标准化降水指数值的绝对值定义为干旱严重程度 $S$ (图2中的 $s_1$ 、 $s_2$ )

$$S = - \sum_{i=1}^D I_{SPi} \quad (1)$$

式中, $D$ 为干旱历时。

表1 干旱强度分类

Table1 The drought classification by  $I_{SP}$  values

$I_{SP}$	干旱强度
$-1.0 < I_{SP} < 0$	轻旱
$-1.5 < I_{SP} \leq -1.00$	中旱
$-2 < I_{SP} \leq -1.50$	重旱
$I_{SP} \leq -2$	特旱

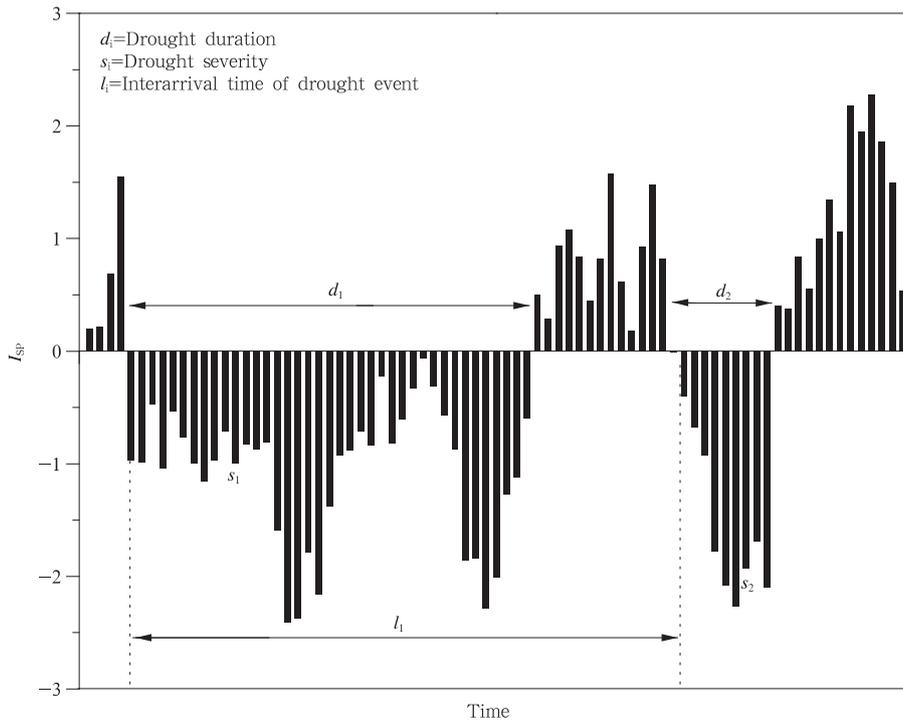


图2 干旱事件的游程

Fig. 2 Definition of the drought event using the run theory

### 3.3 肯德尔相关系数

肯德尔相关系数( $\tau$ )为用来测量两个随机变量相关程度的统计值

$$\tau = \frac{n}{2}^{-1} \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{sgn}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (2)$$

式中, $i, j = 1, 2, \dots, n$ ,  $\text{sgn}(\psi) = \begin{cases} 1 & \psi > 0 \\ 0 & \psi = 0 \\ -1 & \psi < 0 \end{cases}$

### 3.4 边际分布函数

以往在对干旱特征变量的研究中,一般直接采用指数分布来拟合干旱历时,用 $\gamma$ 分布来拟合干旱严重程度(Shiau,2006;Mirabbasi,et al,2012)。为了使结果更加可靠,文中选择了中外目前在干旱事件特征研究中应用比较广泛的 $\gamma$ 分布、对数正态分布、威布尔分布以及指数分布4种常用的分布函数来拟合干旱历时和干旱严重程度(Gangguli,et al,

2012; Abudu Rauf, et al, 2014)。上述 4 种分布函数的概率密度函数见表 2。各分布函数的参数估计采用极大似然估计, 并使用 Kolmogorov-Smirnov

(K-S)方法对各分布函数进行拟合优度检验, 以检验经验分布函数是否符合选定理论分布。

表 2 4 种概率密度函数的表达式及其对应的参数

Table 2 The mathematical expression for the probability density function and the corresponding parameters for the different probability distributions

边际分布	概率密度函数	参数
$\gamma$	$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} (x > 0)$ 式中: $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy$	$\alpha$ : 形状参数 ( $\alpha > 0$ ) $\beta$ : 尺度参数 ( $\beta > 0$ )
对数正态	$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} (x > 0)$	$\mu$ : $\ln X$ 的均值 ( $-\infty < \mu < \infty$ ) $\sigma$ : $\ln X$ 的标准差 ( $\sigma > 0$ )
威布尔	$f(x) = b\alpha^{-b} x^{b-1} e^{-(\frac{x}{\alpha})^{-b}} (x \geq 0)$	$\alpha$ : 形状参数 ( $\alpha > 0$ ) $\beta$ : 尺度参数 ( $\beta > 0$ )
指数	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} (x > 0)$	$\lambda$ : 比率参数 ( $\lambda > 0$ )

### 3.5 Copula 函数

Sklar 定理 (Sklar, 1959) 是 Copula 函数的理论基础, Copula 函数可以将多个随机变量的边际分布连接起来并得到其联合分布。对于二元情况而言, 由 Copula 函数定义的随机变量  $X$  和  $Y$  的联合分布函数为

$$F_{X,Y}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) = C(u, v) \quad (3)$$

式中,  $F_{X,Y}(x, y)$  为两随机变量  $X$  和  $Y$  的联合分布函数,  $F_X(x)$  和  $F_Y(y)$  分别为随机变量  $X$  和  $Y$  的边

际分布函数。文中选取了 Archimedean Copula 簇中的 Clayton、Frank Copula 函数, 极值簇中的 Galambos、Gumbel Copula 以及 Plackett Copula 函数。表 3 给出了上述 5 个 Copula 的密度函数及其参数的取值范围, 并采用分步估计法估计 Copula 函数的参数。分步估计法是由 Joe 等 (1996) 提出的, 它包括两个独立的步骤: 首先用极大似然估计出边际分布函数的参数, 然后估计 Copula 函数的参数。具体如下:

表 3 5 个 Copula 函数及其相应的属性

Table 3 A description of the five selected Copula functions and their associated properties

Copula 函数	Copula 分布函数 $C(u, v)$	参数范围	生成元 $\varphi(t)$
Clayton	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta \geq 0$	$\varphi(t) = t^{-\theta} - 1$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right]$	$\theta \neq 0$	$\varphi(t) = \ln \left[ \frac{e^{\theta t} - 1}{e^{\theta} - 1} \right]$
Galambos	$uv e^{[-(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta}]^{-1/\theta}}$	$\theta \geq 0$	-
Gumbel-Hougaard	$e^{-[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta}]^{1/\theta}}$	$\theta \geq 1$	$\varphi(t) = (-\ln t)^{\theta}$
Plackett	$\frac{1}{2} \frac{1}{\theta - 1} \{ 1 + (\theta - 1)(u + v) - [(1 + (\theta - 1)(u + v))^2 - 4\theta(\theta - 1)uv]^{1/2} \}$	$\theta \geq 0$	-

根据图 1 定义的干旱事件, 用  $D$  代表干旱历时, 它的边际分布函数表示为  $F_D(d; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$ , 边际密度函数为  $f_D(d; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$ ,  $r$  个待确定参数为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ 。同理, 用  $S$  代表干旱严重程度, 它的边际分布函数为  $F_S(s; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ , 边际密度函数为  $f_S(s; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ ,  $p$  个待确定参数  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ 。设选取的 Copula 分布函数为  $C(u, v; \theta)$ , Copula 密度函数为

$$c(u, v; \theta) = \frac{\partial^2 C(u, v; \theta)}{\partial u \partial v} \quad (4)$$

利用极大似然估计分别求出两个边际分布函数的参数估计  $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_r, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p$  并代入

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^n \ln c(F_D(d_i; \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_r), F_S(s_i; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p); \theta) \quad (5)$$

估计出 Copula 函数中未知参数  $\theta$  的估计  $\hat{\theta}$ 。文中根

据 Akaike 提出的 AIC(Akaike information criterion)法,检验各种 Copula 分布的拟合程度,其值越小,说明函数拟合程度越高。

$$AIC = -2\ln L + 2k \quad (6)$$

式中,  $k$  为独立可调参数的个数,其中,  $\ln L$  为

$$\begin{aligned} \ln L(d, s; \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_r; \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_p, \dots, \hat{\theta}) = & \\ \sum_{i=1}^n \ln c(F_D(d_i; \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_r), F_S(s_i; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p); \hat{\theta}) + & \\ \sum_{i=1}^n \ln f_D(d_i; \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_r) + & \\ \sum_{i=1}^n \ln f_S(s_i; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p) & \quad (7) \end{aligned}$$

### 3.6 条件概率

基于 Copula 函数的二元干旱分布函数一旦确定,就很容易得到干旱的条件概率分布。在实际应用中,则主要考虑两种情况:一种为给定干旱历时超过某一阈值  $d'$  时,估计干旱严重程度的概率分布(Shiau,2006)

$$\begin{aligned} P(S \leq s | D \geq d') & \\ = \frac{P(D \geq d', S \leq s)}{P(D \geq d')} & \\ = \frac{F_S(s) - F_{D,S}(d', s)}{1 - F_D(d')} & \\ = \frac{F_S(s) - C(F_D(d'), F_S(s))}{1 - F_D(d')} & \quad (8) \end{aligned}$$

另一种为给定干旱严重程度超过某一阈值  $s'$  时,估计干旱历时的概率分布(Shiau,2006)

$$\begin{aligned} P(D \leq d | S \geq s') & \\ = \frac{P(D \geq d, S \leq s')}{P(S \geq s')} = & \\ \frac{F_D(d) - F_{D,S}(d, s')}{1 - F_S(s')} = & \\ \frac{F_D(d) - C(F_D(d), F_S(s'))}{1 - F_S(s')} & \quad (9) \end{aligned}$$

### 3.7 频率分析

#### 3.7.1 条件重现期

重现期概念被广泛地应用在地球物理和环境科学中,便于用来识别危险的事件,对于理性的分析和决策是具有重要意义的。重现期表示对于一给定事件,每出现一次平均所需的时间间隔。当给定干旱历时不小于某一阈值  $d$  时,估计干旱严重程度的条件重现期的表达式为(Shiau,2006)

$$\begin{aligned} T_{S|D \geq d} & = \frac{T_D}{P(D \geq d, S \geq s)} \\ = \frac{\mu_T}{1 - F_D(d)} \times \frac{1}{1 - F_D(d) - F_S(s) + F_{DS}(d, s)} & \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_T}{[1 - F_D(d)][1 - F_D(d) - F_S(s) + F_{DS}(d, s)]} \quad (10)$$

类似地,当给定干旱严重程度不小于某一阈值  $s$  时,估计干旱历时的条件重现期的表达式为(Shiau,2006)

$$\begin{aligned} T_{D|S \geq s} & = \frac{T_S}{P(D \geq d, S \geq s)} \\ = \frac{\mu_T}{1 - F_S(s)} \times \frac{1}{1 - F_D(d) - F_S(s) + F_{DS}(d, s)} & \\ = \frac{\mu_T}{[1 - F_S(s)][1 - F_D(d) - F_S(s) + F_{DS}(d, s)]} & \quad (11) \end{aligned}$$

#### 3.7.2 联合重现期

根据建立好的 Copula 函数,8 种组合的联合重现期(Salvadori, et al,2004)被用来分析干旱事件频率。事实上,除了上述讨论的条件重现期外,“或”联合重现期和“且”联合重现期是人们最感兴趣的两种组合。“或”联合重现期,其中干旱事件的随机变量中有一个超过给定的阈值;“且”联合重现期,其中干旱事件的两个随机变量均必须超过给定的阈值。在实际的应用中,这两种组合下的干旱事件往往被认为是危险的。为了与下述的第 2 联合重现期区分,用  $T_{D,S}^{\vee}$  代表第 1“或”联合重现期,计算公式为(Salvadori, et al,2011)

$$\begin{aligned} T_{D,S}^{\vee} & = \frac{\mu_T}{P(D > d \vee S > s)} = \\ \frac{\mu_T}{1 - C(F_D(d), F_S(s))} & \quad (12) \end{aligned}$$

用  $T_{D,S}^{\wedge}$  代表第 1“且”联合重现期,计算公式为(Salvadori, et al, 2011)

$$\begin{aligned} T_{D,S}^{\wedge} & = \frac{\mu_T}{P(D > d \wedge S > s)} = \\ \frac{\mu_T}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))} & \quad (13) \end{aligned}$$

式中,  $\mu_T$  表示连续两个干旱事件的平均间隔时间,可以根据  $I_{SP6}$  获得。  $F_D(d)$  和  $F_S(s)$  分别是干旱历时和干旱严重程度的累积分布函数。

#### 3.7.3 第 2 重现期

对于建立好的 Copula 函数而言,边际函数概率分布值的不同组合可能产生相同的累积概率  $q$ ,即有  $C(u_x, v_x) = q$ ,也有可能存在  $C(u_y, v_y) = q$ 。假设累积概率  $q$  被作为一种指标,即累积概率为  $q$  时可能造成相同的影响,在干旱风险评估中,可能对随机事件  $(U, V)$  的  $C(u, v) > q$  这种超临界状况更感兴

趣。根据这种需求,第2重现期的概念就被提出来了,相应的 Salvadori 等(2010)将肯德尔分布函数( $K_C$ )用于定义第2重现期。 $K_C$ 的表达式为

$$K_C(q) = P(C(u, v) \leq q) \quad (14)$$

其主要特点是能将多元变量投影到一元变量上。Archimedean Copula 的  $K_C$  具有解析式为

$$K_C(q) = q - \frac{\varphi(q)}{\varphi'(q^+)} \quad (15)$$

式中,  $\varphi'(q^+)$  为生成元  $\varphi$  的右微分,  $\varphi$  在表3中已经给出。

对于第2“或”联合重现期( $\rho_q^V$ )表示为

$$\rho_q^V = \frac{\mu_T}{1 - K_C(q)} \quad (16)$$

## 4 结果分析

### 4.1 干旱历时与干旱严重程度的相关关系

通过计算中国南方96站干旱历时与干旱严重程度的肯德尔相关系数(表略)发现,中国南方96站干旱历时与干旱严重程度存在很强的相关,相关系数为0.71—0.86,其中,临沧的相关度最高,相关系数达到了0.86,重庆站的相关度最低,相关系数为0.71,图3给出了重庆站干旱历时与干旱严重程度的散点分布。鉴于中国南方干旱历时与干旱严重程度的这种高相关性,可以用 Copula 函数构造干旱变量的联合分布,文中将构建基于 Copula 函数的中国南方96站干旱特征变量联合分布模型。

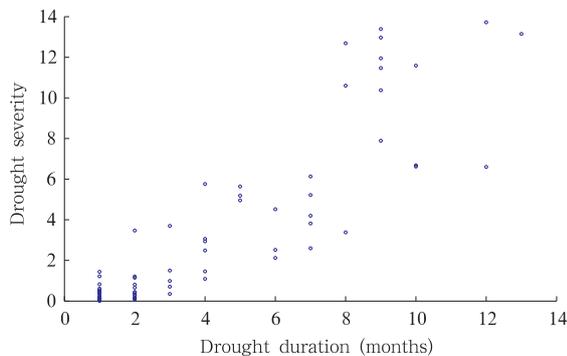


图3 重庆站干旱历时与干旱严重程度散点分布  
Fig. 3 Scatter plots of drought duration against drought severity for the Chongqing station

### 4.2 中国南方 Copula 函数模型

通过计算干旱历时的4种分布检验统计量,即经验累积分布与理论分布的最大差值(表略)。当两者的差距很小时,推断该样本取已知的理论分布函

数。中国南方96站中50个站点最小的检验统计量所对应的分布函数为威布尔分布,占站点总数的52.1%。因此,选用威布尔分布函数为干旱历时的分布函数。此外,假设干旱严重程度符合对数正态分布,在0.1显著性水平条件下,在96个站点中有95个站点接受原假设,因此可以认为,干旱严重程度的最适合的分布函数为对数正态分布。限于篇幅,不再一一赘述96个站点的K-S检验统计量,而仅以重庆站为例做说明。重庆站干旱事件的样本量为70,在0.1显著性水平下,K-S检验统计量的临界值为0.144,经验累积分布与对数正态理论分布的最大差值为0.10,小于临界值0.144,故0.1的显著性水平接受原假设。

由于不同的 Copula 函数代表不同相关结构,而 Copula 函数的选择将直接影响到分析和统计推断的结果(Embrechts, et al, 2003),因此,选择最优的 Copula 函数显得十分重要。表4显示,96个站点中有75个站点最小 AIC 值所对应的 Copula 函数为 Frank Copula 函数。因此,选取 Frank Copula 函数为最优的拟合函数。结合上述分析可知,用 Frank Copula 函数连接威布尔分布和对数正态分布两个边际分布函数,能够有效描述中国南方干旱历时与干旱严重程度的相关联合分布,为进一步得到干旱条件概率分布及干旱频率奠定了基础。

### 4.3 干旱事件条件概率分析

分别计算了给定干旱历时超过某一阈值  $d'$  时的干旱严重程度的概率分布及给定干旱严重程度超过某一阈值  $s'$  时的干旱历时的概率分布。结果表明,干旱严重程度(干旱历时)的条件概率分布随着干旱历时阈值  $d'$  (干旱严重程度阈值  $s'$ ) 的增大而减小。以图4a的重庆站为例,当给定干旱历时不少于6个月,干旱严重程度不大于9的概率为51%;给定干旱历时不少于9个月,干旱严重程度不大于9的概率为39%。以图4b重庆站为例,当给定干旱严重程度不大于6时,干旱历时不大于6个月的概率为20%;给定干旱严重程度不小于9时,干旱历时不大于6个月的概率为15%。

### 4.4 干旱事件频率分析

#### 4.4.1 干旱事件条件重现期分析

分别计算了给定干旱历时超过某一阈值  $d'$  时的干旱严重程度的重现期、给定干旱严重程度超过某一阈值  $s'$  时的干旱历时的重现期。结果表明,干

表 4 各站 5 个 Copula 函数的 AIC 值

Table 4 The values of the Akaike's Information Criteria (AIC) of the proposed Copulas for each of the stations

序号	站名	Clayton	Plackett	Frank	Gumbel	Galambos	序号	站名	Clayton	Plackett	Frank	Gumbel	Galambos
1	甘孜	553.96	508.43	506.01 *	522.41	524.11	49	酉阳	555.90	517.46	511.71	512.20	511.55 *
2	道孚	600.45	553.86	553.39	540.37	540.01 *	50	毕节	562.71	515.63	507.17 *	513.95	514.27
3	马尔康	540.13	508.19	501.56 *	506.32	506.16	51	遵义	532.81	494.66	488.65 *	497.88	498.43
4	松潘	555.32	504.12	500.74 *	508.93	509.61	52	思南	534.03	491.77	487.26 *	504.80	506.31
5	都江堰	591.29	554.83	551.25 *	554.19	554.60	53	黔西	583.46	535.74	529.71 *	542.28	542.83
6	绵阳	634.56	573.02	566.96 *	577.53	578.15	54	安顺	513.41	480.96	473.91 *	484.51	484.98
7	新龙	577.15	549.63	547.17	538.43	537.59 *	55	贵阳	534.69	498.27	492.60 *	496.57	496.40
8	雅安	606.44	563.28	556.91	555.95	555.45 *	56	凯里	532.01	494.68	491.99 *	495.32	496.29
9	成都	648.35	593.79	585.69 *	593.84	594.07	57	三穗	512.12	466.88	465.59	460.01	459.97 *
10	康定	563.33	527.31	520.72	517.14	516.37 *	58	兴仁	533.90	497.72	494.63	492.30 *	493.14
11	峨眉山	522.44	488.37	486.02	483.88	483.72 *	59	罗甸	568.74	517.89	516.09	515.41	515.18 *
12	乐山	581.76	539.88	534.78 *	535.18	534.91	60	独山	570.89	521.18	516.62 *	519.59	520.81
13	德钦	476.21	443.52	440.42 *	449.31	450.30	61	榕江	540.11	501.96	496.73 *	500.74	501.31
14	九龙	559.43	534.09	527.66 *	534.61	534.29	62	桂林	485.38	472.21	471.44 *	474.51	474.76
15	越西	566.58	522.07	516.93 *	530.81	531.83	63	南雄	474.46	448.85	443.18 *	456.27	456.52
16	昭觉	526.24	492.87	484.81 *	491.73	491.79	64	河池	555.99	521.35	518.45 *	522.50	522.28
17	雷波	537.84	498.78	494.17 *	506.94	507.41	65	都安	577.00	534.94	528.04 *	532.09	532.67
18	宜宾	520.22	479.36	472.24 *	484.35	484.37	66	柳州	555.81	519.40	513.08 *	520.96	521.01
19	贡山	480.80	441.65	433.88 *	445.77	446.10	67	蒙山	561.25	531.89	525.72 *	535.51	535.40
20	维西	537.74	498.57	492.24 *	499.13	498.95	68	贺县	522.16	479.06	474.12 *	485.22	485.40
21	西昌	528.18	491.71	488.98 *	493.32	493.63	69	连县	522.74	482.58	473.60 *	481.78	481.42
22	丽江	538.67	501.56	497.07 *	503.98	504.89	70	韶关	562.32	518.79	508.31 *	523.59	524.03
23	会理	529.11	482.57	475.60 *	480.68	480.57	71	佛冈	564.69	515.99	515.60 *	524.90	526.09
24	会泽	554.52	517.86	513.85	501.79	501.49 *	72	连平	559.12	513.80	509.62 *	511.23	511.06
25	威宁	537.70	497.17	497.05 *	499.44	500.88	73	那坡	536.34	499.96	494.57 *	500.59	500.36
26	腾冲	504.73	477.15	475.32 *	476.15	476.06	74	百色	601.59	556.84	557.76	552.12 *	552.60
27	保山	547.98	513.44	508.98	499.93	499.45 *	75	来宾	544.18	504.30	497.56 *	507.27	507.32
28	大理	482.36	450.24	445.65 *	451.99	452.23	76	桂平	569.78	527.68	521.73	520.87	520.46 *
29	楚雄	549.50	514.08	512.90 *	516.77	517.07	77	梧州	574.65	526.29	519.73 *	530.97	531.75
30	昆明	519.96	475.19	469.69 *	480.17	480.31	78	高要	467.21	438.07	429.64 *	444.14	444.29
31	沾益	545.35	508.83	503.80 *	518.07	518.92	79	广州	511.20	463.99	459.98 *	462.80	462.91
32	盘县	518.25	472.15	467.73 *	477.54	478.42	80	河源	530.35	495.40 *	495.91	499.63	500.23
33	瑞丽	510.84	478.23	476.91 *	477.20	477.57	81	增城	529.25	490.64	488.68	481.40	480.99 *
34	泸西	528.38	497.87	494.36 *	504.00	504.80	82	惠阳	510.67	470.02	464.15 *	481.30	481.89
35	临沧	500.67	467.03	462.54	462.57	461.94 *	83	五华	516.96	486.69	479.97	485.78	485.04 *
36	景洪	560.30	527.57	521.28 *	530.43	530.63	84	汕头	593.43	539.45	536.53 *	549.19	550.42
37	勐腊	565.57	516.29	515.37 *	515.95	515.86	85	惠来	531.55	502.05	504.02	498.41	498.26 *
38	蒙自	495.59	459.49	455.43 *	460.58	460.29	86	龙州	497.34	463.78	458.55 *	462.76	462.68
39	巴中	594.31	547.52	545.80 *	552.81	553.95	87	南宁	548.05	525.05	518.54 *	521.50	520.96
40	达县	558.53	515.32	510.07 *	514.18	514.80	88	灵山	551.83	504.43	497.34 *	517.05	517.94
41	奉节	582.13	537.85	534.39 *	543.52	544.44	89	信宜	511.05	480.66	476.05 *	478.98	479.11
42	遂宁	575.94	526.66	522.29 *	534.88	536.61	90	罗定	514.68	480.71	476.61 *	484.27	484.51
43	南充	543.99	509.63	505.77 *	513.41	514.30	91	深圳	540.04	494.71	495.62	491.04 *	491.31
44	梁平	606.63	559.71	551.32 *	557.87	558.15	92	东兴	556.57	524.83	522.21 *	533.51	534.72
45	内江	591.90	553.39	548.22	547.77	547.64 *	93	钦洲	572.96	538.55	533.10 *	538.52	538.77
46	重庆	593.19	553.21	549.49	545.56	545.22 *	94	北海	591.95	544.78	540.80	540.41 *	541.27
47	桐梓	624.67	578.14	571.05 *	573.19	573.50	95	湛江	581.20	533.30	529.17 *	534.60	536.02
48	叙永	553.93	525.73	524.32 *	530.05	530.50	96	阳江	525.02	484.62	475.81 *	483.48	483.10

注:带 \* 表示相应站点最小 AIC 值。

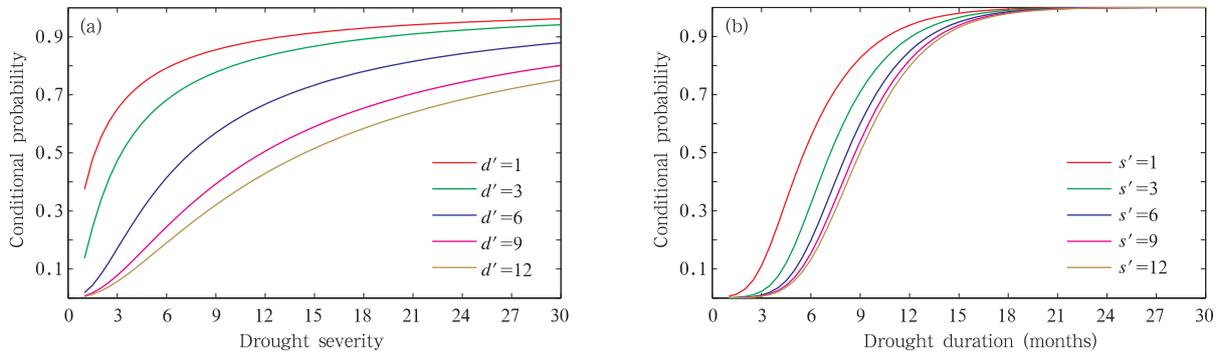


图4 重庆站干旱严重程度的概率分布(给定干旱历时  $D \geq d'$  条件下)(a);  
干旱历时的概率分布(给定干旱严重程度  $S \geq s'$  条件下)(b)

Fig. 4 Conditional distribution of the drought severity with the drought duration exceeding  $d'$  (a); and conditional distribution of the drought duration with the drought severity exceeding  $s'$  (b) for the Chongqing station

旱严重程度的条件重现期与干旱历时  $d'$  的值成正比;干旱历时的条件重现期与干旱严重程度的  $s'$  值成正比。以图 5a 重庆站为例,当干旱持续时间不少于 6 个月时,干旱严重程度不低于 9 的干旱事件重现期为 28.10 a;干旱持续时间不少于 9 个月时,干旱严

重程度不低于 9 的干旱事件重现期为 133.56 a。以图 5b 重庆站为例,当干旱严重程度不低于 6,而干旱持续时间不少于 6 个月的干旱事件的重现期为 28.32 a;当干旱严重程度不低于 9,而干旱持续时间不少于 6 个月的干旱事件的重现期为 55.25 a。

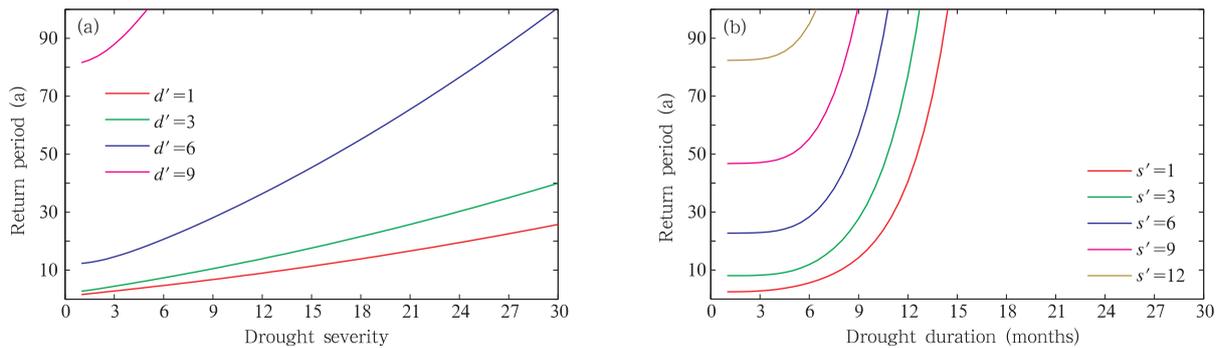


图5 重庆站干旱严重程度重现期(给定干旱历时  $D \geq d'$  条件下)(a),  
干旱历时重现期(给定干旱严重程度  $S \geq s'$  条件下)(b)

Fig. 5 Conditional return period of the drought severity with the duration exceeding  $d'$  (a), and conditional return period of the drought duration with the severity exceeding  $s'$  (b) for the Chongqing station

#### 4.4.2 干旱事件第 1 联合重现期及第 2 联合重现期空间分布特征

由上述定义的第 1 联合重现期及第 2 联合重现期计算中国南方 96 个站点联合重现期的值,对其进行克里金插值处理后,得到中国南方区域联合重现期的空间分布特征。文中主要考虑两种干旱情景:(1)干旱历时阈值为 6 个月、干旱严重程度阈值为 6 的第 1、第 2 联合重现期(图 6);(2)干旱历时阈值为 9 个月、干旱严重程度阈值为 13.5 的第 1、第 2 联合

重现期(图 7)。

图 6 为中国南方地区发生第 1 种干旱情景时的联合重现期分布特征。根据统计结果,中国南方整体上第 1“且”(干旱历时和干旱严重程度均超过给定的阈值)联合重现期平均为 4.8 a(图 6a),第 1“或”(干旱历时和干旱严重程度中有一个超过给定的阈值)联合重现期平均为 2.6 a(图 6b),第 2“或”联合重现期平均为 3.5 a(图 6c),表明中国南方干旱风险较大。对比图 6a 与 c 可以发现,第 1“且”与

第2“或”具有相似的联合重现期低值区(干旱高风险区),分别位于四川盆地、贵州东北部、广西北部、广东西部以及云南大部分地区;第1“且”与第2“或”具有相似的联合重现期高值区(干旱低风险区),其中,最为一致的是四川、云南、贵州三省交汇区并呈“∞”形分布的区域,而位于四川西北部的干旱低风

险区在第2“或”上较第1“且”的范围有所扩大。图6b与c具有类似的高、低风险中心,但第1“或”较第2“或”低风险区范围扩大,高风险区范围缩小。Vandenberghe等(2011)认为,第2“或”联合重现期相对于第1“或”联合重现期能更加真实的描述干旱危险事件。因此,以第2“或”联合重现期结果为准。

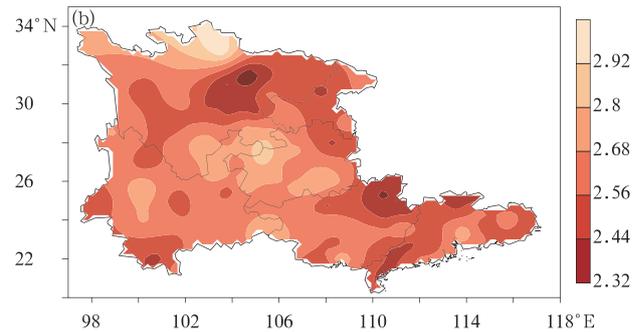
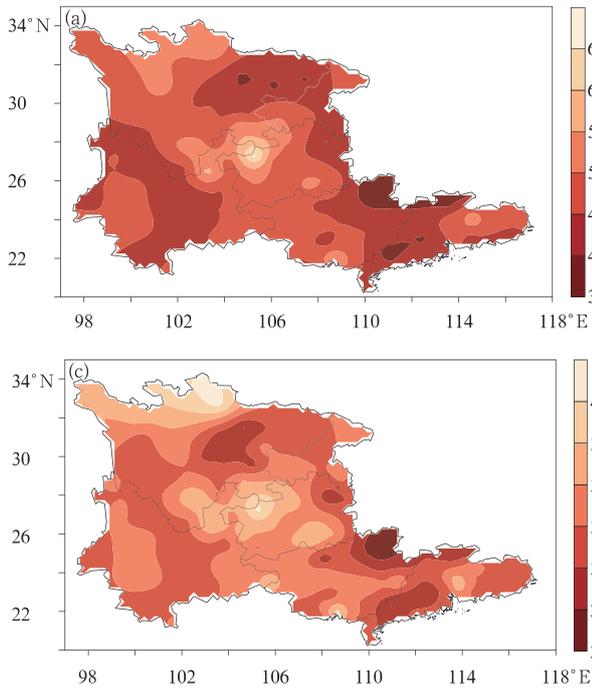


图6 中国南方干旱事件联合重现期

(单位:a; a, b 和 c 分别为  $(D>d \wedge S>s)$ 、 $(D>d \vee S>s)$  和第2联合重现期  $(D>d \vee S>s)$ ; 其中  $d=6, s=6$ )

Fig. 6 Spatial distribution of joint return periods in southern China (unit: a; a.  $(D>d \wedge S>s)$ , b.  $(D>d \vee S>s)$ , c. the secondary return periods  $(D>d \vee S>s)$ ; where  $d=6, s=6$ )

图7 中国南方干旱事件联合重现期

(单位:a; a, b 和 c 分别为  $(D>d \wedge S>s)$ 、 $(D>d \vee S>s)$  和第2联合重现期  $(D>d \vee S>s)$ ; 其中  $d=9, s=13.5$ )

Fig. 7 Spatial distribution of joint return periods in southern China (unit: a; a.  $(D>d \wedge S>s)$ , b.  $(D>d \vee S>s)$ , c. the secondary return periods  $(D>d \vee S>s)$ ; where  $d=9, s=13.5$ )

图7为中国南方地区发生第2种干旱情景时的联合重现期分布特征。根据统计结果,中国南方地区第1“且”联合重现期平均为12.6 a(图7a),第1“或”联合重现期平均为4.7 a(图7b),第2“或”联合重现期平均为7.7 a(图7c)。对比图7a与c可以发现,第1“且”联合重现期和第2“或”联合重现期的分布具有两个相似的高风险区,其中一个位于贵州东北部、广西北部及广东西部,另一个位于云南大部分区域;不同的是前者的第3个高风险区主要位于四川盆地东北部,而后的第3个高风险区则主要位于四川盆地西部。第1“且”联合重现期和第2“或”联合重现期的分布图上的低风险区主要位于四川西北部,四川、云南、贵州三省交汇区以及广东中部。依据Vandenbergh等(2011)的观点,第2“或”联合重现期相对于第1“或”联合重现期能更加真实的描述干旱危险事件。不再对第1“或”联合重现期进行赘述。

## 5 结论

全球变暖背景下,气候相对湿润的中国南方地区近年来干旱事件也频繁发生。利用中国南方96个气象站点1961—2012年逐月降水资料,计算了6个月时间尺度的标准化降水指数值( $I_{SP6}$ ),通过游程理论从 $I_{SP6}$ 中提取了干旱历时和干旱严重程度两个特征变量,计算了该地区干旱条件概率、条件重现期以及该区域干旱发生频率的空间特征,对比研究了该区域的干旱风险。主要结论如下:

(1)干旱历时和干旱严重程度选取 $\gamma$ 分布、对数正态分布、威布尔分布以及指数分布进行拟合,使用Kolmogorov-Smirnov(K-S)方法对各分布函数进行了拟合优度检验,表明中国南方干旱历时最优分布函数为威布尔分布,干旱严重程度最优分布为对数正态分布。

(2)利用Clayton、Frank、Galambos、Gumbel以及Plackett Copula 5个函数,建立了干旱历时和干旱严重程度的二元相关统计模型,依据Akaike information Criteria(AIC)准则对上述5个模型的拟合优度检验表明, Frank Copula 函数表示的中国南方干旱持续时间和干旱严重程度的相关结构最优。总体来看,中国南方干旱严重程度(干旱历时)的条件概率分布随着干旱历时(干旱严重程度)阈值的增大而减小。干旱严重程度(干旱历时)的条件重现期与干旱历时(干旱严重程度)的阈值成正比。

(3)在干旱历时阈值为6个月、干旱严重程度阈值为6的第1种干旱情景下,中国南方整体第1“且”(干旱历时和干旱严重程度均超过给定的阈值)联合重现期平均为4.8 a,第1“或”(干旱历时和干旱严重程度中有一个超过给定的阈值)联合重现期平均为2.6 a,第2“或”联合重现期平均为3.5 a。在干旱历时阈值为9个月、干旱严重程度阈值为13.5的第2种干旱情景下,中国南方地区第1“且”联合重现期平均为12.6 a,第1“或”联合重现期平均为4.7 a,第2“或”联合重现期平均为7.7 a。

(4)通过对比两种干旱情景下第1“且”,第1“或”及第2“或”联合重现期空间分布特征发现中国南方的干旱高风险的区域主要位于四川盆地、贵州东北部、广西北部、广东西部以及云南大部分地区;低风险的区域主要位于四川西北部,四川、云南、贵州三省交汇区以及广东中部地区。

## 参考文献

- 兰州干旱气象研究所干旱监测预测研究室. 2009. 2009年秋季全国干旱状况及其影响. 干旱气象, 27(4): 419-423. Department of Arid Meteorology Monitoring and Prediction, Institute of Arid Meteorology. 2009. The drought situation and its influence in autumn of 2009. J Arid Meteor, 27(4): 419-423 (in Chinese)
- 陆桂华, 闫桂霞, 吴志勇等. 2010. 基于Copula函数的区域干旱分析方法. 水科学进展, 21(2): 188-193. Lu G H, Yan G X, Wu Z Y, et al. 2010. Regional drought analysis approach based on Copula function. Adv Water Sci, 21(2): 188-193 (in Chinese)
- 夏军, 余敦先, 杜鸿. 2012. 气候变化影响下极端水文事件的多变量统计模型研究. 气候变化研究进展, 8(6): 394-402. Xia J, She D X, Du H. 2012. The multi-variable statistical models of extreme hydrological events under climate change. Adv Climate Change Res, 8(6): 394-402 (in Chinese)
- 肖名忠, 张强, 陈晓宏. 2012. 基于多变量概率分析的珠江流域干旱特征研究. 地理学报, 67(1): 83-92. Xiao M Z, Zhang Q, Chen X H. 2012. Spatial-temporal patterns of drought risk across the Pearl River Basin. Acta Geogr Sinica, 67(1): 83-92 (in Chinese)
- 中国气象局. 2007. 中国气象灾害年鉴(2007). 北京: 气象出版社, 16. The China Meteorological Administration. 2007. Yearbook of Meteorological Disasters in China(2007). Beijing: China Meteorological Press, 16 (in Chinese)
- 中国气象局. 2012. 中国气象灾害年鉴(2011). 北京: 气象出版社, 12-16. The China Meteorological Administration. 2012. Yearbook of Meteorological Disasters in China(2011). Beijing: China Meteorological Press, 12-16 (in Chinese)
- Abramowitz M, Stegun I A. 1965. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. New York: Dover Publications, Inc
- AbuduRauf U F, Zeepongsekul P. 2014. Copula based analysis of

- rainfall severity and duration: A case study. *Theor Appl Climatol*, 115(1-2): 153-166
- Chen L, Singh V P, Gao S L. 2011. Drought analysis based on copulas. *Symposium on Data-Driven Approaches to Droughts*. Drought Research Initiative Network
- Córdova J R, Rodríguez-Iturbe I. 1985. On the probabilistic structure of storm surface runoff. *Water Resour Res*, 21(5): 755-763
- Dai A G. 2012. Increasing drought under global warming in observations and models. *Nat Clim Change*, 3(1): 52-58, doi: 10.1038/nclimate1633
- Ding Y, Hayes M J, Widhalm M. 2011. Measuring economic impacts of drought: A review and discussion. *Disaster Prev Manage*, 20(4): 434-446, doi: 10.1108/09653561111161752
- Edwards D C, McKee T B. 1997. Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple timescales. Fort Collins: Colorado State University
- Embrechts P, Lindskog F, McNeil A. 2003. Modeling dependence with copulas and applications to risk management // Rachev S. *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance*. New York: Elsevier Science Publishers, 329-384
- Fu G T, Bulter D. 2014. Copula-based frequency analysis of overflow and flooding in urban drainage systems. *J Hydrol*, 510: 49-58
- Gangguli P, Reddy M J. 2012. Risk assessment of droughts in Gujarat using bivariate copulas. *Water Resour Manage*, 26(11): 3301-3327
- IPCC. 2013. *Climate Change 2013: The Physical Science Basis*. Working Group I to the AR5. Cambridge: Cambridge University Press
- IPCC. 2014. *Climate Change 2014: Impacts, Adaptation, and Vulnerability*. Working Group II to the AR5. Cambridge: Cambridge University Press
- Joe H, Xu J J. 1996. The estimation method of inference functions for margins for multivariate models. Technical Report 166, Department of Statistics. Canada: University of British Columbia
- Li X Y, Waddington S R, Dixon J, et al. 2011. The relative importance of drought and other water-related constraints for major food crops in South Asian farming systems. *Food Security*, 3(1): 19-33, doi: 10.1007/s12571-011-0111-x
- Lloyd-Hughes B, Saunders M A. 2002. A drought climatology for Europe. *Int J Climatol*, 22(13): 1571-1592
- McKee T B, Doesken N J, Kleist J. 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales // Preprints, 8th Conference on Applied Climatology. Anaheim, California, 179-184
- Mirabbasi R, Fakheri-Fard A, Dinpashoh Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the Copula method. *Theor Appl Climatol*, 108(1-2): 191-206
- Mishra A K, Singh V P. 2010. A review of drought concepts. *J Hydrol*, 391(1-2): 202-216
- Reddy M J, Singh V P. 2014. Multivariate modeling of droughts using copulas and meta-heuristic methods. *Stoch Environ Res Risk Assess*, 28(3): 475-489, doi: 10.1007/s00477-013-0766-2
- Requena A I, Mediero L, Garrote L. 2013. A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: Accounting for reservoir routing in risk estimation. *Hydrol Earth Syst Sci*, 17(8): 3023-3038
- Salvadori G, de Michele C. 2004. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resour Res*, 40(12): W12511, doi: 10.1029/2004WR003133
- Salvadori G, de Michele C. 2010. Multivariate multiparameter extreme value models and return periods: A copula approach. *Water Resour Res*, 46(10): W10501, doi: 10.1029/2009WR009040
- Salvadori G, De Michele C, Durante F. 2011. On the return period and design in a multivariate framework. *Hydrol Earth Syst Sci*, 15(11): 3293-3305, doi: 10.5194/hess-15-3293-2011
- Shiau J T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resour Manage*, 20(5): 795-815, doi: 10.1007/s11269-005-9008-9
- Shiau J T, Modarres R. 2009. Copula-based drought severity-duration-frequency analysis in Iran. *Meteor Appl*, 16(4): 481-489
- Sklar A. 1959. Fonctions de répartition à  $n$  dimensions et leurs marges. *Public Inst Stat Univ Paris*, 8: 229-231
- Vandenbergh S, Verhoest N E C, Onof C, et al. 2011. A comparative copula-based bivariate frequency analysis of observed and simulated storm events: A case study on Bartlett-Lewis modeled rainfall. *Water Resour Res*, 47(7): W07529
- Wang X L. 2008a. Accounting for autocorrelation in detecting mean-shifts in climate data series using the penalized maximal  $t$  or  $F$  test. *J Appl Meteor Climatol*, 47(9): 2423-2444
- Wang X L. 2008b. Penalized maximal  $F$  test for detecting undocumented mean-shifts without trend change. *J Atmos Oceanic Technol*, 25(3): 368-384, doi: 10.1175/2007/JTECHA982.1
- Wang X L, Feng Y. 2013. RH tests V4 User Manual Climate Research Division, Atmospheric Science and Technology Directorate, Science and Technology Branch, Environment Canada, 28pp. [Available online at <http://etccdi.pacificclimate.org/software.shtml>]
- Wong G, Lambert M F, Leonard M, et al. 2010. Drought analysis using trivariate copulas conditional on climatic states. *J Hydrol Eng*, 15(2): 129-141
- Yevjevich V. 1967. An objective approach to definitions and investigations of continent a hydrologic droughts. *Hydrology Paper No. 23*, Colorado State, USA: Colorado State University Fort Collins
- Zhang L, Singh V P. 2006. Bivariate flood frequency analysis using the copula method. *J Hydrol Eng*, 11(2): 150-164