

GRAPES-3DVar 高阶递归滤波方案 及其初步试验^{* 1}

何光鑫¹ 李刚¹ 张华²

HE Guangxin¹ LI Gang¹ ZHANG Hua²

1. 南京信息工程大学数理学院, 南京, 210044

2. 国家气象中心, 北京, 100081

1. *College of Math & Physics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*

2. *National Meteorological Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*

2009-04-17 收稿, 2011-09-05 改回.

He Guangxin, Li Gang, Zhang Hua. 2011. The scheme of high-order recursive filter for the GRAPES-3DVar with its initial experiments. *Acta Meteorologica Sinica*, 69(6):1001-1008

Abstract The background error covariance (\mathbf{B}) and the calculation of the inverse of \mathbf{B} are one of the core problems in the 3D variational assimilation. The recursive filter with the isotropic Gaussian covariance is applied to the horizontal transformation of the background error covariance in the GRAPES-3DVar system. In the original scheme, the one-order recursive filter does not converge fast enough, i. e. it should be utilized 10 times in order to make the objective function convergence. Using the method of Purser and Wu (2003a), this paper develops a high-order recursive filter suitable for the GRAPES-3DVar system. The results from the ideal experiments show that the objective function can ensure a quick convergence by using the fourth-order recursive filter only once. The resulting output field adheres better to the Gaussian distribution than the one developed by a continuous four times application of the simple first-order filter. Also, in order to make the power spectrum of Gaussian type function adhere closer to the spectrum attenuation of the actual atmospheric, a linear combination of three sequential four-order recursive filters with different intrinsic scales is carried out. The preliminary experimental results indicate that the new four-order recursive filter can show some mesoscale information clearly with the original largescale information retained.

Key words Variational assimilation, Isotropy, Intrinsic scale, High-order recursive filters

摘要 背景误差协方差矩阵 \mathbf{B} 及其逆的求解是三维变分同化研究的核心问题之一。在 GRAPES 区域三维变分同化系统 (GRAPES-3DVar) 中背景误差协方差矩阵的水平变换部分, 假定各向同性并进行递归滤波运算。原有方案中采用一阶递归滤波器, 但收敛不够迅速, 每次循环同化时需滤波 10 次才能使目标函数收敛。根据 Purser 等 2003 年的研究思路, 研究发展了针对 GRAPES 区域三维变分同化系统的高阶递归滤波方案; 理想试验结果表明, 使用四阶递归滤波仅需运行一次就能使目标函数收敛, 滤波后的输出场呈现高斯型分布, 达到计算精度要求, 并且, 滤波效果明显好于二阶递归滤波运行 4 次的结果。另外, 为了使高斯型函数的功率谱接近大气实际的谱衰减, 对 3 种不同特征尺度的四阶递归滤波器进行线性组合。通过实验表明, 拟合后的多尺度四阶递归滤波在保持原有大尺度信息的基础上, 更清晰地显示出了一些中小尺度的信息。

关键词 变分同化, 各向同性, 特征尺度, 高阶递归滤波

中图法分类号 P435

* 资助课题: 公益性行业 (气象) 科研专项 (GYHY200806003)、国家高技术研究发展计划 863 项目 (2007AA12Z140)、国家重点基础研究发展计划 973 项目 (2009CB421502)、风云气象卫星遥感开发与应用示范项目 (0806FiDAF106)。

作者简介: 何光鑫, 从事资料同化方面研究。E-mail: mikehgx@live.cn

通讯作者: 张华, 主要从事资料同化方面研究。E-mail: zhangh@cma.gov.cn

1 引言

三维变分(3D-Var)和四维变分(4D-Var)方法是目前大多数天气预报业务单位采用的资料同化方法。在变分方法中,背景场误差协方差矩阵对分析场的质量影响很大。曹小群等(2008)研究表明,由三维变分同化系统生成的分析场中,只有少部分信息由观测资料贡献,大部分来源于背景场。这说明背景场对分析场的贡献比观测资料更大,尽可能正确地给出背景误差协方差矩阵 \mathbf{B} 及解决 \mathbf{B} 的求逆是非常重要的。由于 \mathbf{B} 是一个维数很高的矩阵,直接求逆并不现实。因此,已经有很多通过滤波方法来近似得到 \mathbf{B}^{-1} 的研究。在有关滤波方法的研究中,英国气象中心(Purser, et al, 1982)第一次在区域预报模式中引入递归滤波方法,用于区域尺度的二维分析。递归滤波是一种连续的近似方法,在一系列的连续迭代中通过修改背景场的信息来逐步降低“地域性的影响”。Purser 等(1988)、Hayden 等(1988, 1995)通过运用平滑算子模拟一种高效的数值和空间适应分析方案,每个空间的平滑算子都由简单的递归滤波数值算子合成。研究表明,当迭代次数接近于无穷大时,递归滤波器会渐近地趋近于高斯滤波器。曾忠一(2006)介绍了几种数字滤波器,包括 Shuman 滤波器、高斯滤波器和递归滤波器,并在高斯滤波器的基础上,简单讨论了一阶递归滤波器的数学原理和滤波系数的求解过程。Huang (1999)总结了几种针对简化背景场误差协方差计算的变分方法,包括 VAR(Lorenc, 1986; Courtier, 1997)、VAN(Lorenc, 1988; Derber, et al, 1989)、VAF(Purser, et al, 1988)、BLUE(Courtier, 1997)和 PSAS(Kalnay, 2003)方法。其中, BLUE 是假定目标函数的梯度为 0 所求得的分析变量的最优线性无偏估计,而 VAF 就是一种使用滤波器的变分方法。试验表明,如果以 BLUE 的值为“精确值”, VAF 在迭代 10—100 步时就能很好地接近 BLUE 的值。根据张华等(2004)的研究,在 GRAPES 三维变分同化系统中,对目标函数进行预调节,水平变换部分采用二维水平一阶递归滤波,可以大大减少内存消耗和计算量,递归滤波方法能够很好地描述背景误差协方差矩阵在水平方向上的特性。

Purser 等(2003a)研究表明, n 阶递归滤波运算 1 次与一阶递归滤波运算 n 次花费的代价相当,但是,前者的滤波效果却比后者更好。因此,对高阶递归滤波的研究是很有必要的。

本文在张华等(2004)工作的基础上,研究如何将高阶的递归滤波运用到区域模式 GRAPES-3DVar 的新版本中,并给出了相关试验的结果。

2 GRAPES-3DVar 方案

2.1 变分分析的表达式

三维变分同化等价于二次泛函极小化问题(Zhang, 2004),该泛函定义为

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} [(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + (\mathbf{H}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}_o)^T \mathbf{O}^{-1} (\mathbf{H}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}_o)] \quad (1)$$

其中, \mathbf{x} 是长度为 N 的分析变量向量, \mathbf{x}_b 是长度为 N 的大气背景向量, \mathbf{y}_o 是长度为 L 的新加入的观测向量, L 等于观测数目, \mathbf{B} 为 $N \times N$ 阶的背景误差协方差矩阵, \mathbf{O} 为 $L \times L$ 阶的观测误差协方差矩阵, \mathbf{H} 为观测算子,给出了大气状态物理量和观测物理量之间的联系。

根据 Courtier 等(1994)研究,在求解目标函数极小化的过程中,采用增量分析方法可以减少每一个迭代步的计算量。

将 $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ 在 \mathbf{x}_b 作泰勒展开,只截取前两项

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}(\mathbf{x}_b + \delta\mathbf{x}) \approx \mathbf{H}(\mathbf{x}_b) + \mathbf{H}'\delta\mathbf{x} \quad (2)$$

此处

$$\delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_b; \quad \mathbf{H}' = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3)$$

令

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}(\mathbf{x}_b) - \mathbf{y}_o. \quad (4)$$

J 可表示为

$$J = \frac{1}{2} \delta\mathbf{x}^T \mathbf{B}^{-1} \delta\mathbf{x} + \frac{1}{2} (\mathbf{H}'\delta\mathbf{x} + \mathbf{d})^T \mathbf{O}^{-1} (\mathbf{H}'\delta\mathbf{x} + \mathbf{d}) \quad (5)$$

其梯度为

$$\nabla_{\delta\mathbf{x}} = \mathbf{B}^{-1} \delta\mathbf{x} + \mathbf{H}'^T \mathbf{O}^{-1} (\mathbf{H}'\delta\mathbf{x} + \mathbf{d}) \quad (6)$$

2.2 预调节

在直接求解目标函数时,背景误差协方差逆矩阵 \mathbf{B}^{-1} 太大,达到 $10^7 \times 10^7$ 阶,超出了现有计算机的处理能力,而且 \mathbf{B}^{-1} 通常是病态的。数学上,矩阵

的条件数描述了数值问题的性状(病态状况),是相对误差的放大倍数,条件数越大,病态问题就越严重,极小化过程就越难收敛。所以,为了改善收敛性,应设法先降低 \mathbf{B}^{-1} 的条件数,通过变量变换对目标函数进行预调节(Lorenc, 1997),即定义 $\delta\mathbf{x} = \mathbf{U}\omega$,其中, ω 称为控制变量,是极小化迭代求解的对象,矩阵 \mathbf{U} 必须满足关系 $\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T$,这样,目标函数的背景项变为控制变量的完全内积形式,从而不再出现 \mathbf{B}^{-1} ,转成在观测目标函数中计算 $\mathbf{B}^{1/2}$,极小化问题得到了很大的改善。

从分析变量空间到模式变量空间的变换 \mathbf{U} 包括物理变换 \mathbf{U}_p 和空间变换 \mathbf{U}_s ,经过物理变换,分析变量成为互相独立的,背景误差协方差中只有相同变量间的自相关部分 \mathbf{B}_a 。而此时分析变量仍存在水平和垂直相关,必须进行空间变换,空间变换又包括垂直变换 \mathbf{U}_v 和水平变换 \mathbf{U}_h ,在垂直变换中主要采用经验正交函数(EOF)分解方法。经过垂直变换后,垂直模态之间相互正交,不存在相关。因此,可对各垂直模态二维场单独进行处理。在进行水平变换时,最简单的情况是假定背景场误差各项均匀同性,具有高斯分布型联合概率密度,即可用高斯分布表示背景场误差相关函数。经过一系列变换后

$$\mathbf{B}_a = \mathbf{V}\mathbf{\Delta}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}\mathbf{S}\mathbf{R}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{V}^{-1} \quad (7)$$

式中, \mathbf{V} 为正交垂直模, $\mathbf{\Delta}$ 为水平协方差矩阵, \mathbf{S} 为垂直模的方差向量, \mathbf{R} 为背景误差水平相关矩阵。大矩阵 \mathbf{R} 与某个向量的乘法可以用递归滤波逼近

$$\mathbf{R} = \underbrace{\mathbf{R}_F \mathbf{R}_F \cdots \mathbf{R}_F}_N \quad (8)$$

\mathbf{R}_F 为 1 次向前 1 次向后的递归滤波, $\sqrt{\mathbf{R}}$ 可以用 $N/2$ 次向前一次向后递归滤波来逼近

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{S} \underbrace{\mathbf{R}_F \mathbf{R}_F \cdots \mathbf{R}_F}_{N/2} \quad (9)$$

在这样一系列变换后不再出现 \mathbf{B} ,给计算带来了很大的方便。

在现有的 GRAPES-3DVar 区域版本中,采用的是一阶的递归滤波,运行时计算 10 次就能得到比较好的结果(张华等,2004)。

3 高阶递归滤波

为提高模式收敛精度和减少迭代步数,以及为

以后模式中研究各向异性情形做准备,进行了高阶递归滤波的研究。为了简化问题,本研究的自相关函数都是假设空间均匀和各项同性的,即只讨论高斯型的递归滤波器。

3.1 一维的准高斯递归滤波器

根据 Purser 等(2003a),考虑在网格距为 δx 网格上的差分算子

$$\mathbf{F}_{(n)} = 1 - \frac{a^2}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{a^4}{2!4} \frac{d^4}{dx^4} + \cdots + \frac{1}{n!} \left(-\frac{a^2}{2} \frac{d^2}{dx^2} \right)^n \quad (10)$$

令 $\sigma = a/\delta x$, a 为水平特征尺度,相应的谱响应为

$$\tilde{\mathbf{F}}_{(n)} = 1 + \sigma^2 \left(\frac{k^2 \delta x^2}{2} \right) + \frac{\sigma^4}{2!} \left(\frac{k^2 \delta x^2}{2} \right)^2 + \cdots + \frac{\sigma^{2n}}{n!} \left(\frac{k^2 \delta x^2}{2} \right)^n \quad (11)$$

易知

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{F}}_{(n)} = \exp\left(\frac{a^2 k^2}{2}\right) \quad (12)$$

定义关于 $\mathbf{H}/\delta x^2$ 的有限差分算子

$$\mathbf{H}(\phi)_i / \delta x^2 = -(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) / \delta x^2 \quad (13)$$

经过一系列迭代可得 $\tilde{\mathbf{F}}_{(n)}$ 关于 \mathbf{H} 的表达式

$$\mathbf{F}_{(n)}^* = 1 + b_{1,1} \frac{\sigma^2}{2} \mathbf{H} + \left[b_{1,2} \left(\frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{b_{2,2}}{2} \left(\frac{\sigma^2}{2} \right) \right] \mathbf{H}^2 + \cdots + \left[\sum_{j=1}^n \frac{b_{j,n}}{j!} \left(\frac{\sigma^2}{2} \right)^j \right] \mathbf{H}^n \quad (14)$$

其中, $b_{1,j} = \frac{2(j!)^2}{j^2(2j)!}$, $b_{i,j} = \sum_{k=0}^{j+1-i} b_{1,k} b_{i-1,j-k}$, k 为波数。

对于一个给定的输入场分布 \mathbf{P} ,相应的输出场为 \mathbf{S} ,就相当于式(12)中函数 $\exp(a^2 k^2 / 2)$ 的倒数谱变换

$$\mathbf{F}_{(n)}^* \mathbf{s} = \mathbf{p} \quad (15)$$

近似项 $(\mathbf{F}_{(n)}^*)^{-1}$,即为准高斯滤波器。对等式(15)进行 \mathbf{LU} 分解(Dahlquist, et al, 1974)

$$\mathbf{F}_{(n)}^* = \mathbf{A}\mathbf{B} \quad (16)$$

\mathbf{A} 为下三角带状矩阵, \mathbf{B} 为上三角带状矩阵,这样就相当于进行两步递归运算,并分别假定

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{p} \quad (17)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{s} = \mathbf{q} \quad (18)$$

即可得到相应的递归滤波表达式

$$q_i = \beta p_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j q_{i-j} \quad (19)$$

和

$$s_i = \beta q_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j s_{i+j} \quad (20)$$

其中, α_j 和 β 为滤波系数, $\beta = 1 - \sum_{j=1}^n \alpha_j$, $j = [1, n]$ 。

3.2 递归滤波器的系数

关于滤波系数的求取,可以分为三步:

(1) 先确定实系数多项式 $F_{(n)}^*$ 的复根 h_p 。

(2) 由关系式 $\zeta_p = [\omega_p + (\omega_p^2 - 1)^{(1/2)}]^{+1}$ 和 $\omega_p = 1 - h_p/2$ 求解出每个 ω_p 以及相应的较小的两个根 ζ_p , 利用 ζ_p 求出卷积多项式 $A = \prod_{p=1}^n \left(\frac{1 - \zeta_p D^{-1}}{1 - \zeta_p} \right)$ 和 $B = \prod_{p=1}^n \left(\frac{1 - \zeta_p D}{1 - \zeta_p} \right)$, 其中, D 为转移算子。

(3) 通过调用式(17)、(18)求解出所需的滤波系数 α_j 和 β (Purser, et al, 2003a)。

3.3 二维高斯递归滤波

定义 x 和 y 方向的笛卡尔坐标系, 并且令 k 和 l 为相关方向的波数。在二维空间里, 各向同性的高斯因式分解项可写为

$$\exp\left(-\frac{a^2 \rho^2}{2}\right) = \exp\left(-\frac{a^2 k^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{a^2 l^2}{2}\right) \quad (21)$$

式中, $\rho = (k^2 + l^2)^{1/2}$ 是所有波数的大小。利用 x 和 y 方向的一维高斯滤波器 $F_{(\infty)}^{(x)}$ 和 $F_{(\infty)}^{(y)}$, 即可写出二维的各向同性滤波器 G_a , 亦是高斯型。例如, 对于初始场 χ , 通过如下的卷积算子式可推导出输出场 ψ

$$\psi(x_1) = \iint G_a(x_1, x_2) \chi(x_2) dx_2 dy_2 = G_a \times \chi \quad (22)$$

而

$$G_a = F_{(\infty)}^{(x)} \times F_{(\infty)}^{(y)} \quad (23)$$

4 水平递归滤波理想试验

为检验用递归滤波处理背景场误差协方差矩阵计算时的效果, 进行了一维和二维的水平递归滤波理想试验。

4.1 一维递归滤波理想试验

初始场格点取 81 个格点, 令中间点第 41 个格点的值为 1, 其余点取 0。从高斯函数与一、二和四阶一维递归滤波运行 1 次的计算结果(图 1)可以明显看出, 阶数越高, 滤波效果越好, 四阶的结果最接

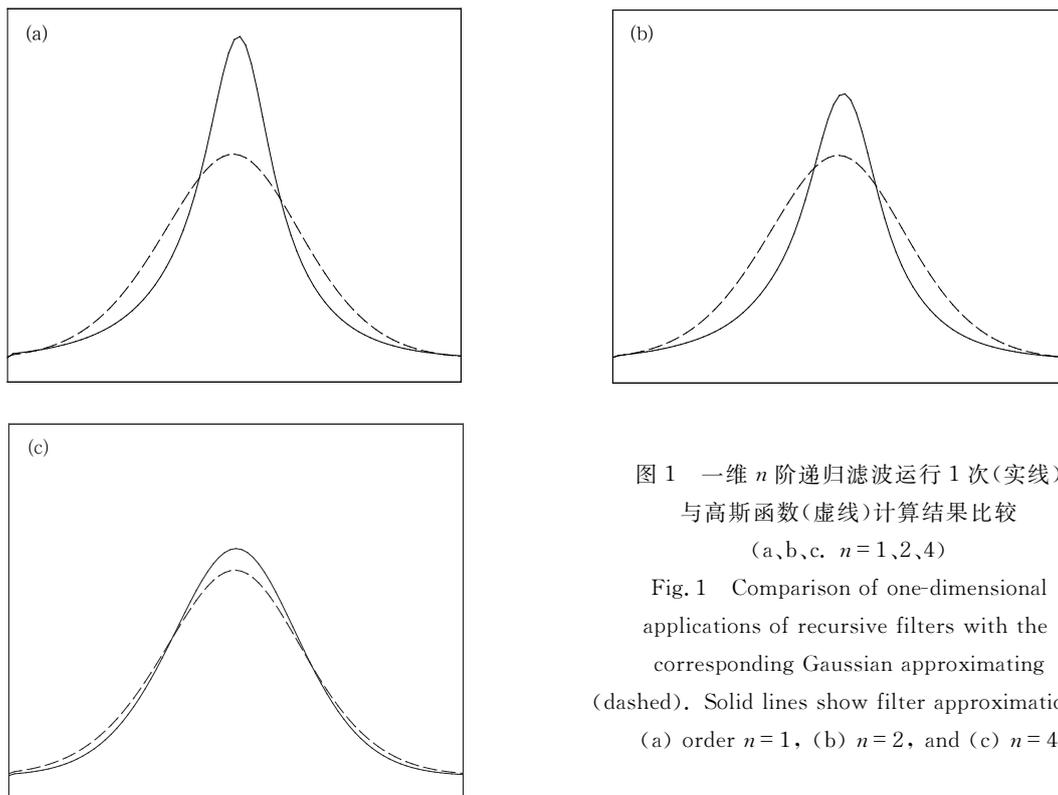


图 1 一维 n 阶递归滤波运行 1 次(实线)与高斯函数(虚线)计算结果比较 (a、b、c. $n=1, 2, 4$)
 Fig. 1 Comparison of one-dimensional applications of recursive filters with the corresponding Gaussian approximating (dashed). Solid lines show filter approximations. (a) order $n=1$, (b) $n=2$, and (c) $n=4$

近于高斯函数。

4.2 二维递归滤波理想试验

图 2 是二维递归滤波计算结果,在一个正方形网格点中,取初始场为 81×81 个格点,令中间点 (41,41) 的值为 1,其余点为 0。在 x 和 y 方向一阶递归滤波一次(图 2a)的结果既不平滑也不各向同性。

从二阶和四阶递归滤波一次(图 2b、2c)的结果可发现,超过二阶后各向同性的效果比较明显。四阶递归滤波已非常接近高斯型,效果很好。在资料同化时,在每个网格方向运用一次四阶的递归滤波是很合算的。二维一阶滤波 4 次后的结果(图 2d)并没有四阶递归滤波一次(图 2c)的效果好。

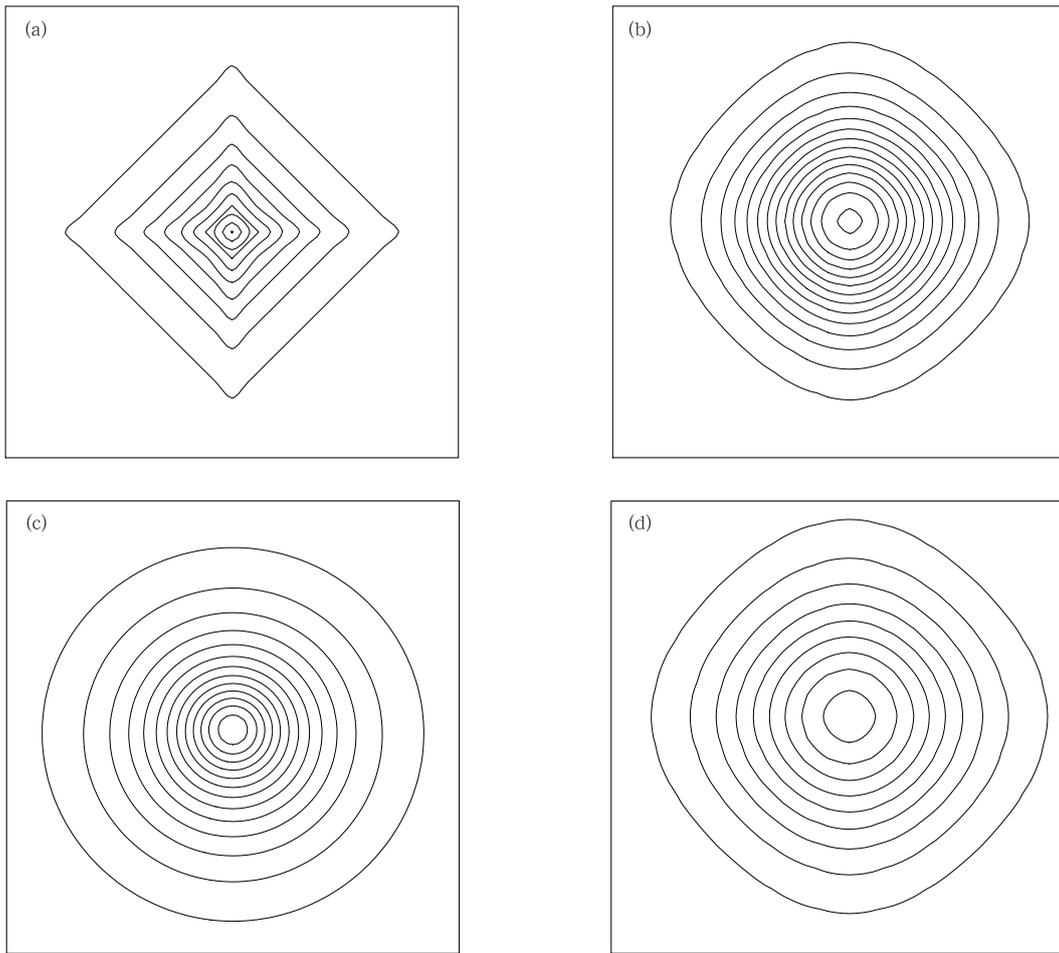


图 2 二维 n 阶递归滤波结果

(a、b、c. $n=1,2,4$ 阶滤波运行一次, d. $n=1$ 阶滤波连续运行 4 次)

Fig.2 Sequential application of recursive filters of order n in two dimensions; (a) $n=1$, (b) $n=2$, (c) $n=4$, and (d) four applications of filters with $n=1$ to make the result be comparable with the other single-pass filters

5 多种特征尺度递归滤波的叠加

采用高斯型函数对协相关建模将严重扭曲对最小尺度的分析同化能力。因为高斯型函数的功率谱比大气实际的谱衰减得更快(Skamarock, 2004),为了在物理空间对与背景场误差的相关部分采用递归滤波得到衰减慢的功率谱,需要对多个递归滤波器进行线性组合。

多元正态分布满足的最基本的性质之一是可加性,即如果每个独立变量都服从正态分布,那么其中的任意线性组合同样满足多元正态分布。本文不再讨论业已熟知的一元中值定理(盛骤, et al, 2001)。而对于多元中值定理,则可充分利用其可加性(Wilks, 2005)进行递归滤波运算,多个不同特征尺度滤波的线性组合同样也满足正态分布,而且比单个特征尺度的滤波更接近于实际大气。

目前的 GRAPES 区域三维变分同化系统中设计的滤波器,是将一阶的递归滤波作用在一个一维场,相当于一个协方差函数和一个向量的乘积。在确定滤波系数时,对于一维递归滤波是假定这个协方差为高斯型相关函数

$$b(x_i, x_j) = \epsilon_b^2 \exp(-(x_i - x_j)^2 / 2R^2) \quad (24)$$

其中, ϵ_b^2 是方差, R 是特征尺度。但这种只用一种特征尺度的递归滤波,在小尺度上没有足够的功率。为了改善这种情况,在 GRAPES-3DVar 区域新版本中采用的是四阶递归滤波,并将 3 种连续不同特征尺度的滤波器进行线性拟合,每一个滤波器的特征尺度都由最短波长,即模式的分辨率决定,模式分辨率越高,其特征尺度越短(龚建东,2007)。而且,这 3 个特征尺度彼此之间满足一定的线性关系,假定 3 种滤波器的特征尺度分别为 R_1 、 R_2 和 R_3 ,则

$$R_3 = 2R_2 = 4R_1 \quad (25)$$

最后拟合而成的滤波器特征尺度的平方等于这 3 个独立特征尺度的平方和

$$R^2 = R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 \quad (26)$$

在原有 GRAPES-3DVar 区域系统中,将一阶递归滤波的特征尺度设为 4 倍网格距,通过滤波方法可将观测点的信息平滑到距离其 4 倍格距的空间

内。在改进的 GRAPES-3DVar 区域版本中,3 个特征尺度分别取 0.75、1.5 和 3 倍网格距,则拟合而成的滤波器特征尺度也接近于 4 倍格距。这样拟合后的水平相关矩阵拓宽了波谱空间,特别是在较小尺度上具有较大的功率,符合大尾巴型水平相关的实际。

本次实验任选一个天气实例,同化时间为 2008 年 7 月 7 日,为了简化起见,只同化了中国及其邻近地区台站(图 3)常规观测资料。从 850 hPa 比湿的分析增量,即分析值和背景值的差(图 4)可以看出,

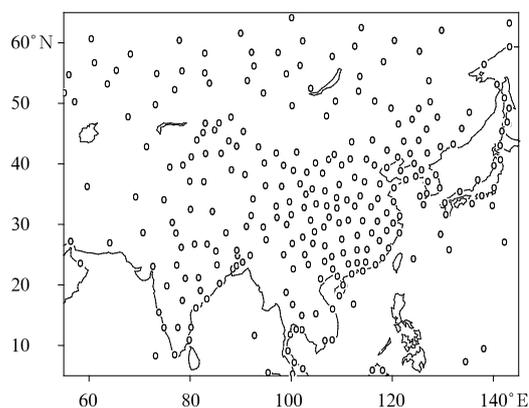


图 3 850 hPa 探空资料分布

Fig. 3 Data coverage for the soundings in 850 hPa

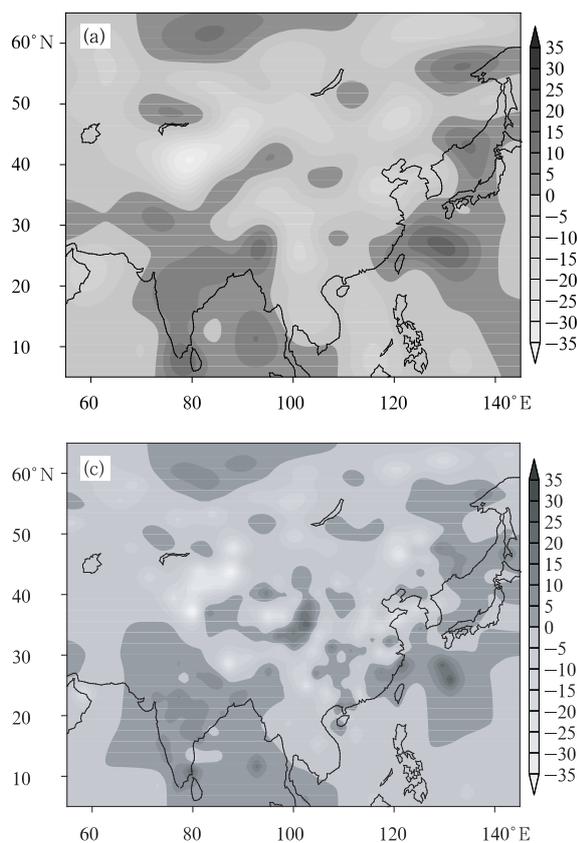


图 4 850 hPa 比湿的分析增量图(g/kg)

- (a) 1 种特征尺度一阶递归滤波 10 次,
- (b) 3 种尺度拟合后的四阶递归滤波 1 次,
- (c) 3 种尺度拟合后的一阶递归滤波 4 次)

Fig. 4 Analysis increments of the specific humidity in 850 hPa (unit: g/kg): (a) ten applications of filters of $n=1$ with one scale parameter, (b) one application of filters of $n=4$ with three scale parameters, and (c) four applications of filters of $n=1$ with three scale parameters

新版本采用的3种特征尺度拟合后的四阶递归滤波(图4b),尽管其特征尺度和只用1种特征尺度一阶递归滤波的原版本(图4a)是相等的,但运行1次的结果,比原版本运行10次的结果还能更多反映出一些中小尺度的信息。如图4a中在2个负中心(25°N,102°E)、(41°N,80°E)和2个正中心(26°N,93°E)、(27°N,130°E)附近的区域,主要显示的是大尺度的信息。而图4b在以上几个中心附近的区域不但原有大尺度的信息依然保留,而且,还呈现出更多的能反映中小尺度影响的正、负中心。图4c仍然采用一阶递归滤波,但由3种特征尺度的滤波器拟合而成,而且,拟合后的尺度大小和图4a、4b亦相同,其运行4次滤波后的效果,虽然比图4a有所改进,在原有大尺度的基础上也能突出一些中小尺度信息,但却没有图4b平滑,强度也偏弱。

6 结论与讨论

本文在三维变分同化方案 GRAPES-3DVar 区域新版本中运用高阶递归滤波方法,研究结果表明,在水平变换中进行1次四阶递归滤波运算就能达到计算精度的要求。本文介绍了如何构造近似于各向同性的协方差函数的一维递归滤波算子,并分析滤波系数和边界条件的求解过程,同时也给出了二维递归滤波的卷积公式。讨论了在实际应用中如何选择合适的高阶递归滤波器,分别研究一维和二维情形,并给出不同阶数所对应的滤波效果图。结果表明,对一维或二维而言,四阶的结果最接近于高斯型。而在二维中,虽然运行一阶滤波器4次花费的时间和代价与运用四阶一次的差不多,但效果显然没有四阶好。最后在 GRAPES-3DVar 区域新版本运用四阶递归滤波时,为了改善高斯型函数在小尺度上功率偏小这一缺点,采用3种不同特征尺度的递归滤波进行线性叠加,生成新的递归滤波器。通过分析水汽增量图可以看出,拟合后的四阶递归滤波在保持原有大尺度信息的基础上,更清晰地显示出了许多中小尺度的信息,反映了水汽场的中尺度特性,效果比较理想。

本文讨论的滤波变换都是假定在水平均匀和各向同性的基础上的,也即对于阶数确定的滤波器,它的特征尺度是固定不变的,只跟网格尺度有关。许多关于大尺度结构的研究表明(曾忠一,2006),在几百千米的范围内,自协方差函数在水平方向的确是

可以假设为空间均匀和各向同性的。可是在测站比较稀少的地区,对于空间均匀和各向同性假定的几百千米的距离,还是不够长的。还必须保证背景场方差也是均匀的,才能使得各向同性的假设成立,但是,实际情况并非这样,方差会随地点的变化而改变,如高度场的方差从低纬度地区到高纬度地区通常以规则方式增加。而且在两个单独的极地坐标系中运用各向同性的递归滤波器显然也是不合适的。所以,对于更一般的,适合空间非均匀和各向异性的递归滤波器的研究也是很有必要的。Purser 等(2003b)研究表明,各向异性的协方差算子可通过一定的数学方法,由各向同性的高阶协方差算子“叠加”而成。在滤波器仍然是各向同性的基础上,使得特征尺度可以随地形变化,而且对于不同的网格、不同的区域,都会有不同的处理方式,这也将是下一步研究的重点。

致谢:感谢龚建东研究员、朱国富研究员的宝贵意见。

参考文献

- 曹小群,黄思训,张卫民等. 2008 区域三维变分同化中背景误差协方差的模拟. 气象科学, 28(1): 8-14
- 龚建东. 2007. 资料同化中二维特征长度随模式分辨率变化的研究分析. 大气科学, 31(3): 459-467
- 盛骤,谢式千,潘承毅. 2001. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 147-152
- 曾忠一. 2006. 大气科学中的反问题(第一册). 台北: 编译馆, 306-307
- 张华,薛纪善,庄世宇等. 2004. GRAPES 三维变分同化系统的理想试验. 气象学报, 62(1): 31-41
- Courtier P, Thepaut J-N, Hollingsworth A. 1994. A strategy for operational implementation of 4D-Var using an incremental approach. Quart J Roy Meteor Soc, 120: 1367-1388
- Courtier P. 1997. Variational methods. J Meteor Soc Japan, 75: 211-218
- Dahlquist G, Bjorck A. 1974. Numerical Methods. Prentice Hall, 573pp
- Derber J, Rosatti A. 1989. A global oceanic data assimilation system. J Phys Oceanogr, 19: 1333-1347
- Hayden C M, Puser R J. 1988. Three-dimensional recursive filter objective analysis of meteorological fields // Preprint, Eighth Conf on Numerical Weather Prediction. Denver, CO, Amer Meteor Soc, 19-23
- Hayden C M, Puser R J. 1995. Recursive filter objective analysis of meteorological fields: Applications to NESDIS operational processing. J Appl Meteor, 34: 3-15
- Huang X-Y. 1999. Variational analysis using spatial filters. Danish Meteor Ins, 128: 2588-2916

- Kalnay E. 2003. Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability. Cambridge, Cambridge University Press, 144-145
- Lorenç A C. 1986. Analysis methods for numerical weather prediction. *Quart J Roy Meteor Soc*, 112: 1177-1194
- Lorenç A C. 1988. Optimal nonlinear objective analysis. *Quart J Roy Meteor Soc*, 118: 569-591
- Lorenç A C. 1997. Development of an operational variational assimilation scheme. *J Meteor Soc Japan*, 75(1B): 339-346
- Purser R J, McQuigg R. 1982. A successive correction analysis scheme using recursive numerical filters. *Met Office Tech Note 154*, British Meteorological Office, 17pp
- Purser R J, McQuigg R. 1988. A semi-implicit semi-Lagrangian finite difference scheme using high-order spatial differencing on a non-staggered grid. *Mon Wea Rev*, 116: 2067-2080
- Purser R J, Wu W S. 2003a. Numerical aspects of the application of recursive filters to variational statistical analysis Part a: Spatially homogeneous and isotropic Gaussian covariances. *Mon Wea Rev*, 131: 1524-1535
- Purser R J, Wu W. S. 2003b. Numerical aspects of the application of recursive filters to variational statistical analysis Part b: Spatially inhomogeneous and anisotropic General covariances. *Mon Wea Rev*, 131:1536-1548
- Skamarock W C. 2004. Evaluating mesoscale NWP models using kinetic energy spectra. *Mon Wea Rev*, 132: 3019-3032
- Wilks D S. 2005. *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. Second Edition. Academic Press, 449pp
- Zhang Hua. 2004. Application of direct assimilation of ATOVS microwave radiances to typhoon track prediction. *Adv Atmos Sci*, 21(2): 283-290