

应用奇异向量方法的适应性观测实例研究^{*1}

路秀娟^{1,2} 钟 青¹ 陈 涛³ 吴晓京⁴

LU Xiujuan^{1,2} ZHONG Qing¹ CHEN Tao³ WU Xiaojing⁴

1. 中国科学院大气物理研究所云降水物理与强风暴试验室, 北京, 100029

2. 中国科学院研究生院, 北京, 100049

3. 国家气象中心, 北京, 100081

4. 国家卫星气象中心, 北京, 100081

1. *Laboratory of Cloud-precipitation Physics and Severe Storm, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

3. *National Meteorology Center, Beijing 100081, China*

4. *National Satellite Meteorological Center, Beijing 100081, China*

2009-01-31 收稿, 2009-04-22 改回.

Lu Xiujuan, Zhong Qing, Chen Tao, Wu Xiaojing. 2010. A case study of targeting observations using singular vectors. *Acta Meteorologica Sinica*, 68(6):967-976

Abstract In recent years, the targeting observations techniques are becoming more crucial for improving forecast skill in the numerical weather prediction. However, how to qualify the effect of applying adaptive observation on forecast errors deserves further discussion. Singular vectors method was used to analyze the sensitivity of forecast error in a blizzard storm event happening in 4 March 2007 which struck the northeastern China severely. Under constraining of energy norm defined by kinetic and potential energy, the singular vectors were calculated and their accuracy was verified, and the three-dimensional structure of singular vectors was studied in detail in this paper. The sensitivity area was defined using the first several singular vectors. The pseudo-inverse initial perturbation was used as an analysis error to test the sensitivity of forecast errors in the verification region to the observations in the different regions. The results showed that when sampling extra observations in small regions, it was possible to improve the level of forecast only by improving the analysis error in the sensitivity area. Adding observations in the non-sensitivity areas had little impact on the forecast improvement in the validation area, suggesting that taking targeting observations in the sensitivity area defined by singular vectors is able to use finite observations and resources more efficiently for reducing the forecast error, and thus enhancing the accuracy of forecast.

Key words Targeting observations, Singular vectors, Sensitivity area, Forecast error

摘 要 近年来,通过适应性观测技术来减小预报误差已成为国际上数值预报中的一项关键技术,然而实施适应性观测对减小预报误差的影响评估是一个需要深入讨论的问题。文中利用奇异向量方法以 2007 年 3 月 4 日东北地区暴风雪天气过程为研究对象,考察了预报误差对不同观测区域观测资料的敏感性,在确定能量范数的基础上,分析了奇异向量的水平分布特征和垂直分布特征,利用奇异向量的空间结构确定了敏感区域。通过伪逆初始扰动场作为分析误差,研究验证区域的预报误差对不同区域增加观测的敏感性,试验结果表明,在敏感区域内进行补充观测来改善分析误差,能够最有效地提高验证区域内的预报水平;而减小非敏感区域内的分析误差对减小预报误差的贡献相对较小。这些结果表明,利用奇异向量法定义敏感区进行适应性观测,

* 资助课题: 国家高技术研究发展计划(863 计划)(2009AA12Z144)、国家自然科学基金资助项目(41075078、40775067 和 2007LASW01)。

作者简介: 路秀娟,主要从事资料同化与数值预报研究。E-mail: luxjuan2004@sina.com

能够在有限的观测资源和计算资源的条件下,最大程度地减小验证区域的预报误差,从而达到提高验证区域预报准确率的目的。

关键词 适应性观测, 奇异向量, 敏感区域, 预报误差

中图法分类号 P456

1 引言

敏感性分析是可预报性研究的一个核心问题。过去的 10 年中,国外设计了一系列大型外场试验,针对一些重要的灾害性天气事件,用主观和客观的方法,在特定的区域进行补充观测,用于提高数值天气预报水平,这种技术称为适应性观测,或目标观测。适应性观测确定的观测区域为敏感区域,敏感区域内的分析误差对关注区域的预报影响最大。目前,THORpex (The Observing System Research and predictability experiment)计划把适应性观测作为提高 1—14 d 高影响天气预报的关键技术之一,是国际研究的焦点。确定敏感区域的方法有伴随方法和集合方法,比如基于伴随的梯度敏感法(Langland, et al, 1999)、奇异向量法(Palmer, et al, 1998; Buizza, et al, 1999)和准逆线性法(Pu, et al, 1997)等,它们都是建立在确定性预报的基础上的。基于集合思想的有集合传播法(Lorenz, et al, 1998);集合变换法(Bishop, et al, 1999),以及集合变换卡尔曼滤波法(Bishop, et al, 2001)等,这些方法都是基于概率性预报的基础上的。Brain 等(2007)还探讨了梯度敏感法和集合卡尔曼滤波方法在确定敏感区域上的异同。其中基于伴随的奇异向量方法是 THORpex 计划着重强调的用于确定适应性观测敏感区域的方法之一,1992 年起,欧洲中心中期预报(ECMWF)用奇异向量方法为业务集合预报系统提供初始扰动(Buizza, et al, 1995; Molteni, et al, 1996),ECMWF 在锋和大西洋风暴路径实验(FASTEX)期间,将奇异向量方法用于适应性观测中(Joly, et al, 1997),Buizza 等(1999)利用全球谱模式计算奇异向量,对发生在大西洋上的 5 次飓风个例进行敏感性分析。

中国每年因各种气象灾害造成的农作物受灾面积达 $5 \times 10^5 \text{ km}^2$,受台风、暴雨(雪)、干旱、沙尘暴、雷电、冰雹、霜冻和大雾等重大气象灾害影响的人口达 4 亿人次。而在有限资源条件下,需要优先考虑在最为关键的区域增加观测,来改善分析误差,这是

提高中短期天气预报准确率最有效的方法。然而在中国,对于适应性观测方面的研究才刚刚起步,穆穆等(2007)研究了预报结果对条件非线性最优扰动(CNOP)与第 1 奇异向量(FSV)类型的初始误差的敏感性。Zhong 等(2007)对梅雨锋天气过程进行了伴随敏感性分析,在预报的终止时刻,计算目标函数对初始时刻物理场的敏感性梯度,来考察不同区域具有敏感性梯度结构的初始扰动对预报误差的影响。但是如何确定适应性观测的敏感区这一关键问题,以及定量估计改善敏感区域内的分析误差对减小预报误差的影响程度,都是在实施适应性观测中亟待解决的科学问题。作为研究的起步,本文利用奇异向量方法对此核心问题进行一定的探讨。

2 方法介绍

大气状态向量的预报方程可以写为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(t_0)) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(t)$ 表示在预报时刻 t 的状态向量, $\mathbf{M}$ 为非线性传播算子。对于 t_0 时刻初始状态向量的扰动 $\mathbf{x}(t_0)$ 可以用公式:

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{L}\mathbf{x}'(t_0) \quad (2)$$

来描述 t 时刻的扰动 $\mathbf{x}'(t)$, 其中, $\mathbf{L}$ 为非线性传播算子 $\mathbf{M}$ 所对应的切线性传播算子。

为了度量状态向量及其扰动的发展,需要选取一个合适的范数,在离散情况下,这等同于选定一个正定矩阵 $\mathbf{E}$, 则在 t 时刻扰动的大小可以用目标函数度量(穆穆, 2007)

$$J(\mathbf{x}'(t_0)) = [\mathbf{P}\mathbf{L}(\mathbf{x}'(t_0))]^T \mathbf{E} [\mathbf{P}\mathbf{L}(\mathbf{x}'(t_0))] \quad (3)$$

其中 $\mathbf{P}$ 为局地投影算子, 上标 T 表示矩阵的转置。

在 $\mathbf{x}'(t_0)^T \mathbf{E} \mathbf{x}'(t_0) = 1$ 条件下, 求式(3)的极大值, 可以转化为求正定矩阵 $\mathbf{S} = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{P}^T \mathbf{E} \mathbf{P} \mathbf{L}$ 的第 1 特征向量问题。令 $\mathbf{x}'(t_0) = \mathbf{E}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}'$, 则

$$J(\mathbf{y}') = [\mathbf{P}\mathbf{L}(\mathbf{E}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}')]^T \mathbf{E} [\mathbf{P}\mathbf{L}(\mathbf{E}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}')] \quad (4)$$

此时 $\mathbf{y}'^T \mathbf{y}' = 1$, 则式(4)的极大值可以转化为求正定矩阵 $\mathbf{S}' = \mathbf{E}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{L}^T \mathbf{P}^T \mathbf{E} \mathbf{P} \mathbf{L} \mathbf{E}^{-\frac{1}{2}}$ 的第 1 特征值问题。正定矩阵 $\mathbf{S}'$ 的特征值为 λ_i^2 , 对应的特征向量 $\mathbf{v}'_i$ 为算

子 $PLE^{-\frac{1}{2}}$ 的奇异向量,则正定矩阵 S 的特征值和对应的特征向量分别为 λ_i^2 和 $v_i = E^{-\frac{1}{2}} v'_i$, S 的第 1 特征值对应的特征向量为算子 PL 的第 1 奇异向量,能够使得式(3)取得极大值。

Palmer 等(1998)定义度量范数时选取了不同的权重矩阵 E ,研究表明初始奇异向量对权重矩阵 E 的选择很敏感,本文采用应用较为广泛的总能量模作为度量范数,定义扰动总能量为

$$\langle x'(t); Ex'(t) \rangle = \int_{\sigma} \int_x \int_y \left\{ \left(\frac{u'^2 + v'^2}{2} \right) + 3.346 T'^2 \right\} dx dy d\sigma \quad (5)$$

其中, u' 、 v' 和 T' 代表 t 时刻的水平纬向风扰动、水平径向风扰动和温度扰动。

3 个例简介

2007 年 3 月 3—4 日东北地区出现了一次暴风雪天气过程,NCEP $1^\circ \times 1^\circ$ 的分析资料表明,4 日 00 时(世界时,下同)500 hPa 上的位势高度场上,高空槽分

为南北两支,环流的经向度较大,东北地区位于槽前,在高空槽前低层 850 hPa 风场有明显的气旋性环流,高空的正涡度平流输送有利于低层气旋的加深,配合冷空气活动,最终形成局地强暴风雪的锋面气旋系统。东北三省从 3 日开始出现强降雪天气,辽宁和吉林两省主要降水时段为 4 日 00—12 时,辽宁东南部 12 h 累积降水量达 88 mm,吉林省东部局地降水量达到 76 mm。针对此次典型天气过程进行适应性观测的敏感性分析,对于提高重大灾害性天气过程的预报准确率具有十分典型的意义。

4 试验设计

本文使用中尺度数值模式 MM5 及其伴随系统作为构建适应性观测系统理论实验的基础模式系统。基本的模式参数为:模式区域的水平格点数为 40×40 ,垂直方向 23 层,水平分辨率 90 km,中心经纬度为 $(37^\circ N, 115^\circ E)$,使用 $1^\circ \times 1^\circ$ 的 NCEP 分析资料作为背景场。

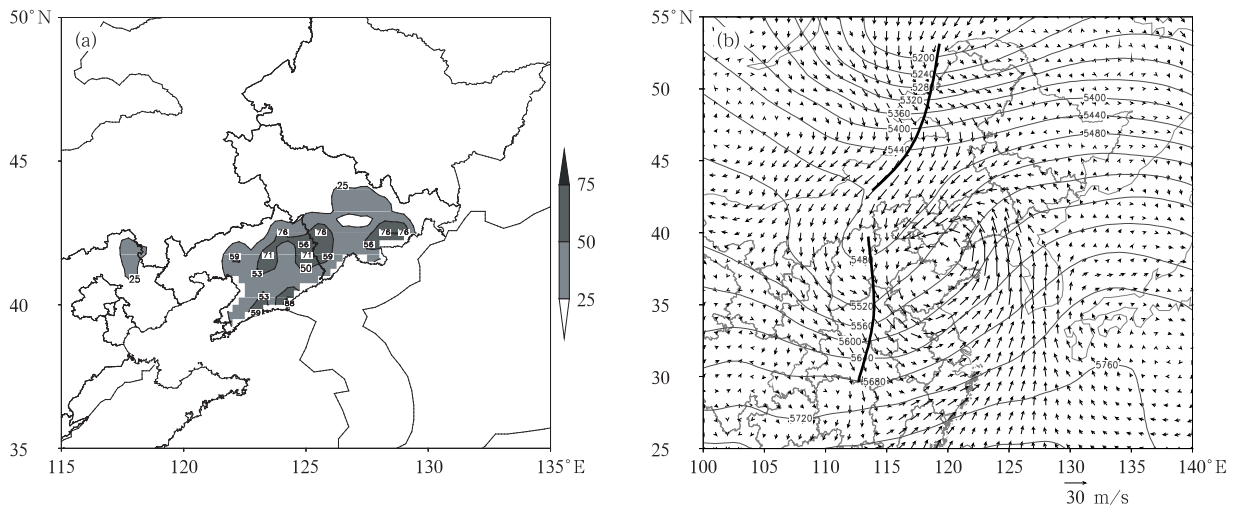


图 1 3 月 4 日 00—12 时的 12 h 降水量(a)(单位:mm);

4 日 00 时 500 hPa 位势高度场(等值线,单位:gpm)和 850 hPa 水平风场(b)(单位:m/s)

Fig. 1 (a) 12 hour accumulative precipitation (mm) from 00:00—12:00 UTC 4 March 2007;

(b) 500 hPa geopotential height (unit: gpm) and horizontal wind vector (unit: m/s)

在分析预报误差对观测区域的敏感性时,需要预知大气真实状态,实际上需要设计对照试验来表征大气的随机性。设计两个试验如下:试验 Exp 从 3 月 4 日 00 时起报,初始场通过 NCEP 分析场直接客观分析获得,模式积分 12 h 结束,以这次积分结

果作为大气的真实状态;Ctr 试验首先从 3 月 3 日 18 时起报,积分 6 h 到 4 日 00 时,此时的模式积分结果与 Exp 试验初始场之间的差异就代表了分析误差。将模式 6 h 积分的结果作为该试验的初始场起报,再积分 12 h 获得与 Exp 试验相同时段的结

果。通过这样的试验设计,我们就获得了理想状态下的分析误差及其带来的预报误差的分布和演变状况。

检验 Exp 试验模拟的结果,将 12 h 模式累积降水量与实况相比,降水带的空间分布与实况较为一致,呈东北—西南走向,辽宁东部的降水中心超过 40 mm,比实况要偏小一些。从模式形势场的演变看,与实况也基本一致,表明以 Exp 试验结果作为大气真值的合理性。

以 Ctr 试验的基态作为约束条件,选 3 月 4 日 00—12 时作为优化时间窗口,求取算子 PL 的奇异向量,其中,第一奇异向量代表了在基态约束下增长最快的扰动,通过这些奇异向量来定义敏感区域,来考察敏感区域内的观测对于减小关注区域预报误差的作用。在此次暴风雪天气过程中,辽宁、吉林两省受灾最为严重,因此选取包含这两省的区域为验证区域(图 2b 中的 D_{02} 所示),它同时也表明了局地算子 P 的作用范围。

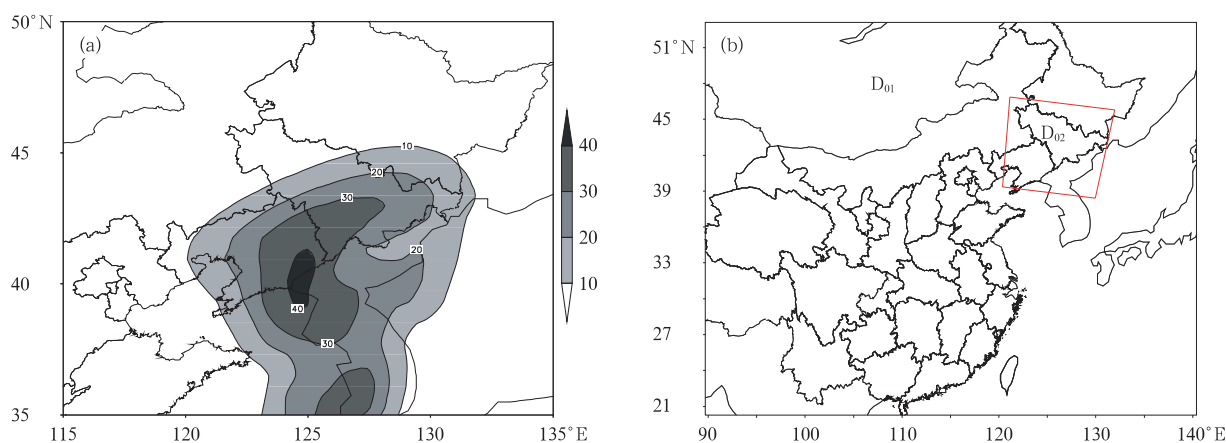


图 2 (a)2007 年 3 月 4 日 00—12 时, Exp 试验模拟的 12 h 降水量(单位:mm);
(b)Ctr 试验中模式预报区域 D_{01} 和验证区域 D_{02} (矩形内)

Fig. 2 (a) 12-hour accumulative precipitation (mm) from 00:00 UTC 4 to 12:00 UTC 4 March 2007 as simulated by the Exp experiment;

(b) the precipitation area D_{01} and the verification area D_{02} (the rectangular area)

5 奇异向量的特征

求取奇异值和对应的奇异向量采用 Lanczos 方法。Lanczos 方法适用于大型对称矩阵的特征向量的隐式迭代求解,具体细节可以参看 Strang(1986)的介绍,本文计算了前 10 个奇异向量。

在分析奇异向量的结构特征以及利用奇异向量来定义敏感区之前,首先考察奇异向量是否满足正交性条件,可以用两个向量之间的相似系数(即两个矢量之间的余弦)来考察其正交性,

$$s_{ij} = \frac{\langle x_i, x_j \rangle}{\sqrt{\langle x_i, x_i \rangle} \sqrt{\langle x_j, x_j \rangle}}, s_{ij} \text{ 的值介于 } -1 \text{ 和 } 1 \text{ 之}$$

间,等于 0 时,说明两个向量严格正交;等于 1 时,说明两个向量平行。计算的 10 个奇异向量彼此之间

的相似系数如表 1 所示,最大值为第 6 和第 8 奇异向量之间 0.134,而绝大部分相似系数绝对值都很小,接近于 0。这说明奇异向量之间近似满足正交分布的条件。在保证所求得的奇异向量正确性的基础上,分析奇异向量的结构特征才会有意义。

5.1 奇异向量的结构

从图 3 可以看出,第 1 奇异向量在中高低层上温度场和风场具有很强的局地性,其他 9 个奇异向量(图略)的物理量场也具有类似特征,这跟 Buizza(1993)给出的结果一致。第 1 奇异向量在不同 σ 层上温度和水平风场的分布不尽相同,温度有随高度向西南方向倾斜的趋势,表现出一定的斜压性,其余的奇异向量也有这种特征,相对于中低层,在 $\sigma=0.325$ 层上,风速已经非常小了,温度最大值也有所减小。

表 1 初始奇异向量彼此之间的相关系数
Table 1 The correlation coefficient between the initial singular vectors

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2	0.004	1								
3	0.014	0.047	1							
4	-0.017	0.110	-0.118	1						
5	0.116	-0.005	-0.013	-0.034	1					
6	0.060	0.073	-0.025	0.029	-0.005	1				
7	-0.033	-0.011	0.044	0.091	0.124	0.056	1			
8	0.029	0.015	-0.024	0.086	-0.041	0.134	0.078	1		
9	-0.049	-0.017	-0.017	0.057	-0.022	-0.061	0.088	0.095	1	
10	-0.023	0.025	0.005	0.018	-0.043	-0.060	-0.042	-0.107	-0.055	1

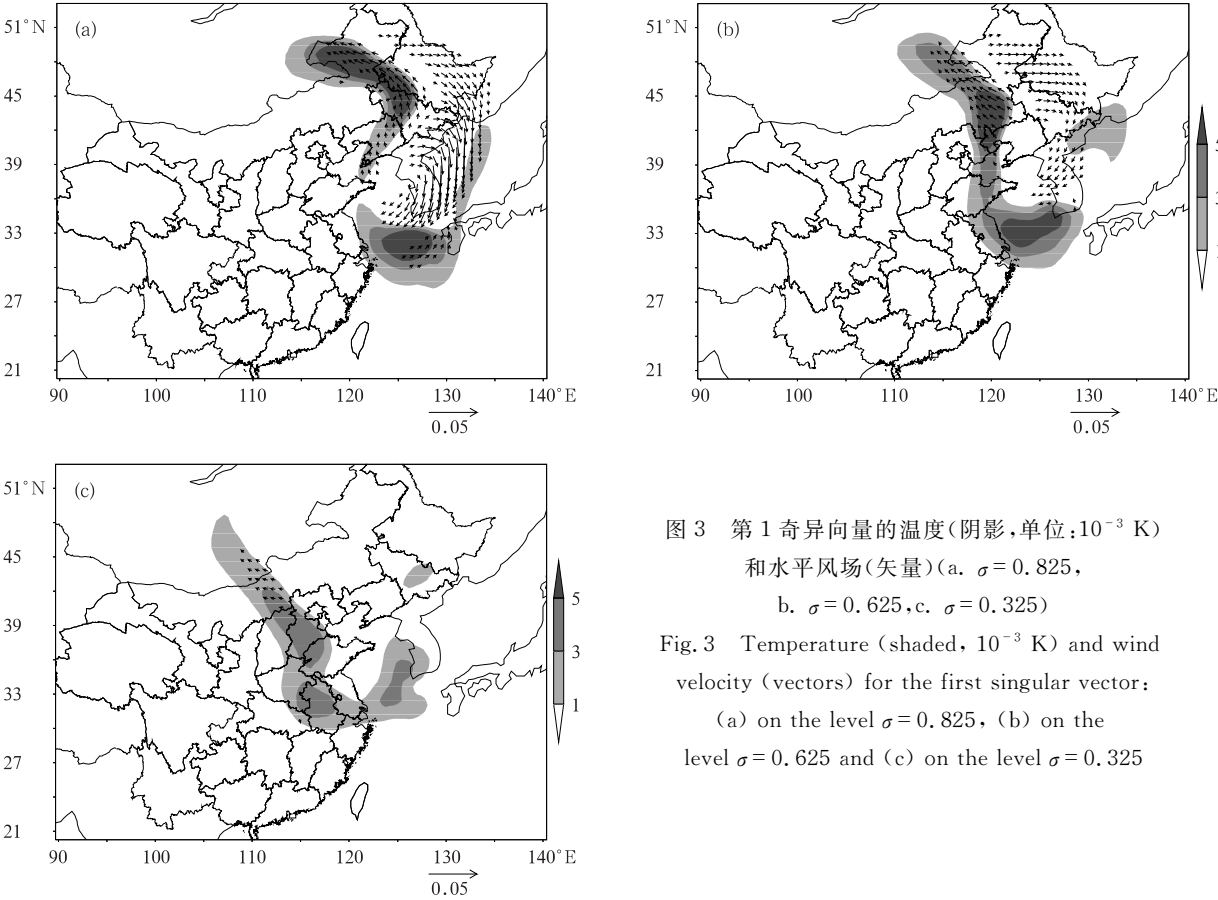


图 3 第 1 奇异向量的温度(阴影,单位: 10^{-3} K)和水平风场(矢量)(a. $\sigma=0.825$, b. $\sigma=0.625$, c. $\sigma=0.325$)

Fig. 3 Temperature (shaded, 10^{-3} K) and wind velocity (vectors) for the first singular vector: (a) on the level $\sigma=0.825$, (b) on the level $\sigma=0.625$ and (c) on the level $\sigma=0.325$

5.2 奇异向量的能量垂直廓线分布特征

图 4 给出了前 4 个奇异向量在预报区域内能量的垂直分布廓线,第 1 奇异向量的总能量大值区分布在中低层,并表现出动能分量大于内能分量,由于边界层能量交换的描述不够准确,最低两层 σ 面上出现异常动能峰值,因此我们不考虑这两层的能量分布,10 个奇异向量的总能量在垂直方

向上的分布表现各不相同,第 6、7 和 10 奇异向量总能量的峰值出现在中高层,其余的总能量峰值都是在低层,并且除第 3 奇异向量的 $\sigma=0.87$ 层上动能小于内能之外,其余 9 个奇异向量低层的动能要大于内能。这意味着如果通过改善低层的风场来减小初始扰动误差,对减小验证区域的预报误差可能更有效。

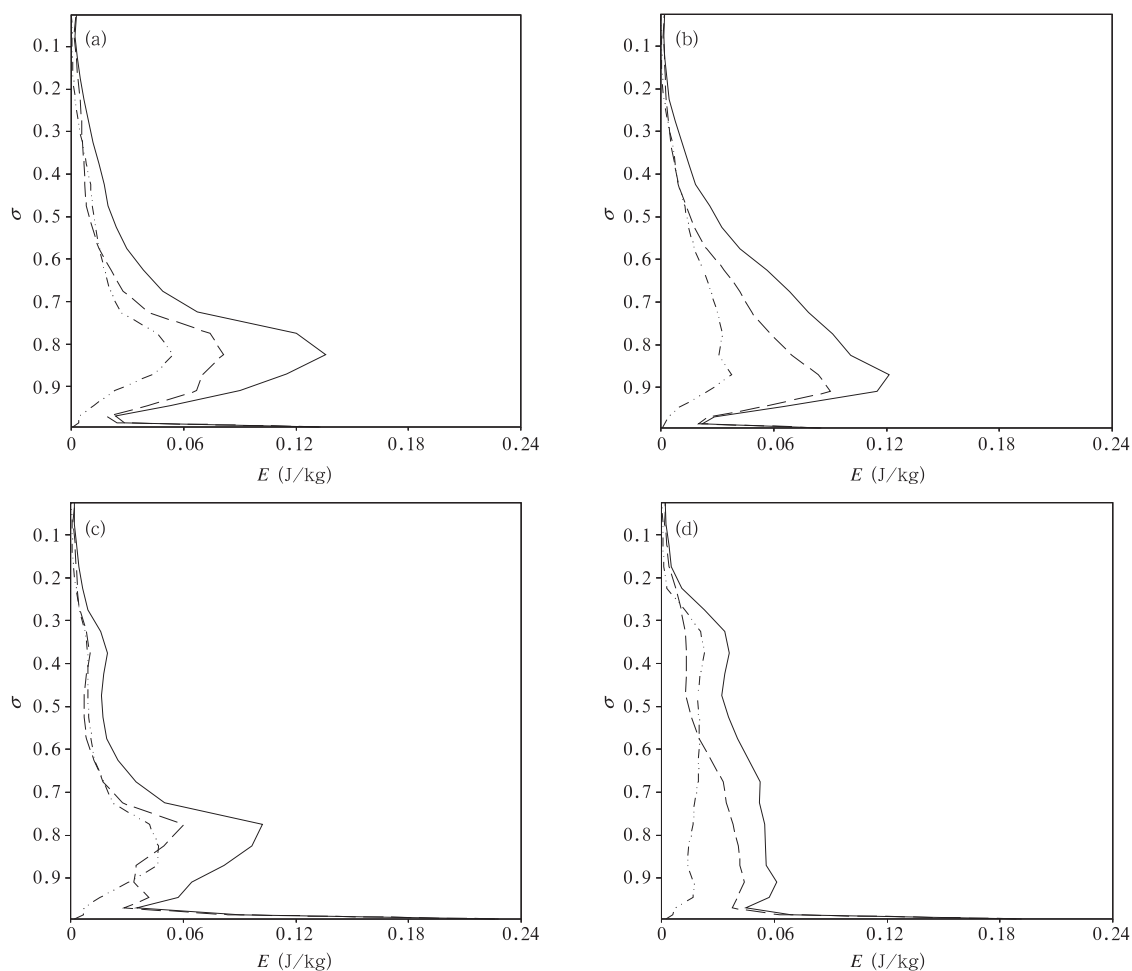


图4 第1—4奇异向量(a—d)的能量垂直分布

(单位: J/kg, 实线为总能量, 短线为动能, 点点线为内能)

Fig. 4 Vertical distribution of the energy for the first to the fourth (a to d) singular vector

(Total energy: solid line; kinetic energy: long dash line and potential energy: dot dash line)

6 预报误差对观测区域的敏感性

6.1 敏感区的定义

参照 Buizza 等(1999)中的定义

$$F_m^E(i, j, k) \equiv \sum_{n=1}^m \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1} \right) f_n^E(i, j, k) \quad (6)$$

其中 $f_n^E(i, j, k)$ 为第 n 个奇异向量在 (i, j, k) 格点上的总能量, m 为奇异向量个数。用 s_0 表示 F_m^E 取最大值的位置, 则敏感区域 Σ_0 可以定义为

$$F_m^E(s) \geq 0.5 F_m^E(s_0), \quad s \in \Sigma_0 \quad (7)$$

设计试验的优化时间窗口为 3 月 4 日 00—12 时, 验证区域基本涵盖了辽宁和吉林两省。奇异向量的空间结构代表初始时刻增长最快的扰动结构,

奇异向量所对应的奇异值 $\lambda_i = \frac{\|v_i(t)\|}{\|v_i(t_0)\|}$ (又称为扩大因子) 则直接反映了各个奇异向量对验证区域扰动能量增长的贡献。计算表明, 在 10 个奇异向量中, 前几个奇异向量的扩大因子下降较快(图 5)。前 4 个奇异向量的扩大因子相对比较大, 其中第 1 奇异向量扩大因子 λ_1 约为 4.5, 对扰动能量增长贡献最大, 第 5—10 奇异向量的扩大因子都趋近于 2。在优化时间窗口的末端, 10 个初始奇异向量计算的验证区域内总能量模的大小为 8.95, 而第 1 奇异向量计算的总能量模就占了 50.7%, 而由前 4 个奇异向量计算的总能量模却占了 78.9%, 虽然, 第 1 奇异向量所占的比重最大, 但是不足以代表整个不

稳定空间,因此,本文在定义敏感区时,取 $m=4$,选用了前 4 个奇异值所对应的奇异向量。但是仅用 4 个奇异向量来表征不稳定空间是否更具有一般性,需要更多的实验来验证,这将是下一步工作的研究内容,最大程度的减少求解奇异向量的计算量,能够大大提高业务计算效率。

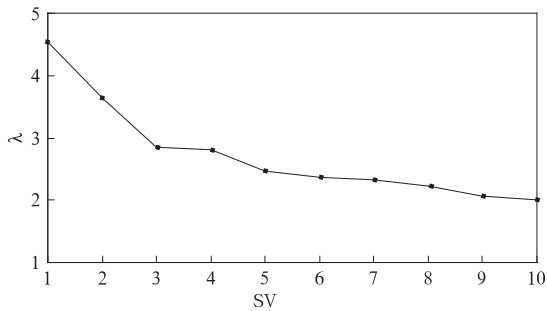
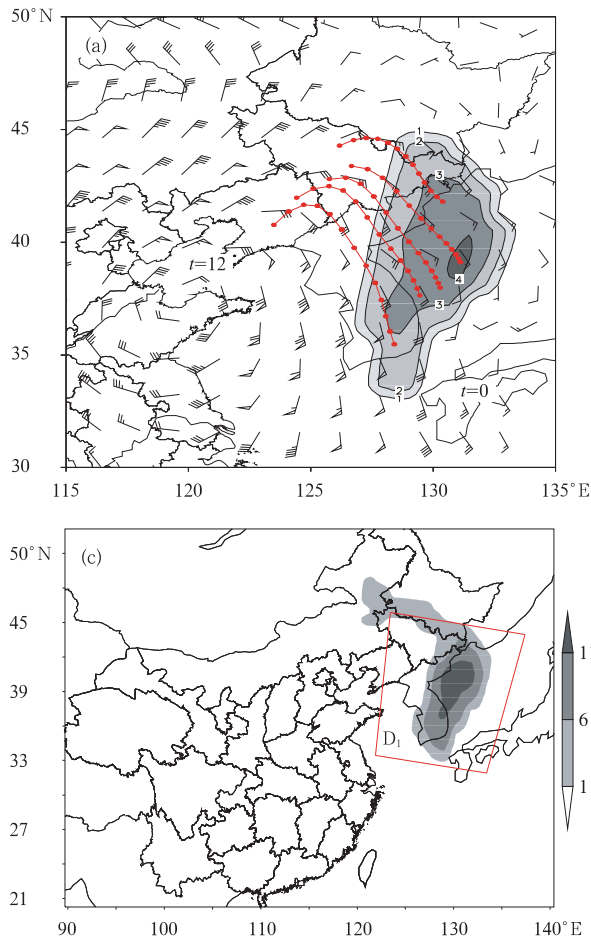


图 5 扩大因子(λ)随奇异向量序号的变化
Fig. 5 Amplifying factor (λ) varying with the singular vector serial number



6.2 预报误差对观测区域的敏感性

在 4 日 12 时, Ctr 试验的预报误差(Ctr 与同时

利用式(7)可以计算敏感区域的分布, $\sigma=0.87$ 层上的敏感区域的主要分布在验证区域东侧(图 6a)。从物理机制上能够很清楚的验证敏感区分布的含义:以 Exp 试验作为大气状态的基本轨迹,在该敏感区内任选 5 点,未来 12 h 的空气质点运动轨迹表明,这些空气质点在第 12 小时都到达了验证区域内,也就是说敏感区域内的空气质点将在第 12 小时后直接影响验证区域内的大气状态,反映出敏感区定义的合理性和物理意义。

根据式(6)由前 4 个奇异向量计算的总能量垂直分布(图 6b)表明,如果不考虑近地面两层的总能量,大值区位于中低层($\sigma=0.945-0.625$ 层),虽然垂直各层上的敏感区的水平分布范围稍有不同,但作为研究的初步,我们对敏感区只在水平方向上限定范围。这样,根据式(7)计算的各层敏感区内总能量累积之后,所覆盖的范围为敏感区,这样,敏感区的范围(图 6c)在每一层上都是一样的。

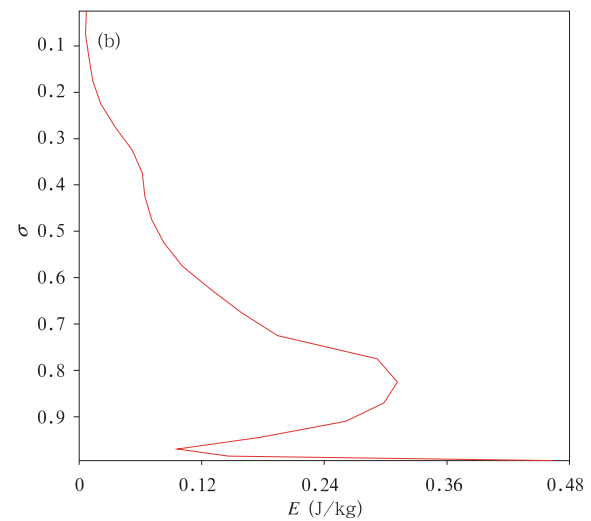


图 6 根据式(7)计算的:(a) $\sigma=0.87$ 层上的敏感区域(阴影,单位: 10^{-3} J),及试验 Exp 中的空气质点运动轨迹,起止时间为 2007 年 3 月 4 日 00 时($t=0$)—4 日 12 时($t=12$);(b) 预报区域总能量垂直廓线(单位: J/kg);(c) 各层敏感区域总能量之和(阴影,单位: 10^{-3} J),以及重新定义的敏感区域范围 D_1 (方框)

Fig. 6 Results computed according to equation (7): (a) the sensitivity area at $\sigma=0.87$ (shaded, J/kg) and the trajectory of the atmospheric particle in the Exp experiment from 00:00 UTC March 2007 ($t=0$) to 12:00 UTC March ($t=12$); (b) vertical distribution of the total energy (J/kg); (c) the sum of the total energy in the sensitivity area over the vertical layer (shaded, 10^{-3} J) and the range of the renamed sensitivity area D_1 (the rectangle)

刻 Exp 试验的差异)可以得到 4 日 00 时投影在初始奇异向量空间上的初始扰动 (Buizza, et al,

1999)

$$\bar{e}_0 = \mathbf{V}\boldsymbol{\lambda}^{-1}\mathbf{U}^T e_{12} \tag{8}$$

其中 e_{12} 为 4 日 12 时 Ctr 试验的 12 h 预报误差。 $\mathbf{V}$ 由初始奇异向量 $\mathbf{v}_i$ 构成,而 $\mathbf{U}$ 的列向量为最终奇异向量 $\mathbf{u}_i$,其中 $\mathbf{PLV}=\mathbf{U}\boldsymbol{\lambda}$ 。得到初始时刻的 $\bar{e}_0$, $\bar{e}_0$ 可以看成是初始时刻分析误差中增长部分的估计,称作伪逆初始扰动(Buizza, et al, 1997; Gelaro, et al, 1998)。这样,用两个非线性模式积分,初始场

分别为 a_0 和 $a_0 - \bar{e}_0$,这两个非线性模式在 4 日 12 时预报误差的差异可以反映前 m 个奇异向量捕捉分析误差增长特征的能力。

取 $m=4$ 时,得到的伪逆初始扰动场的温度和水平风场仍然表现出很强的局地性特征(图 7a)。沿着40.5°N的伪逆初始温度扰动的垂直剖面图(图 7b)可以看出,温度扰动随高度向西倾斜,与初始奇异向量所表现的斜压性有一致性。

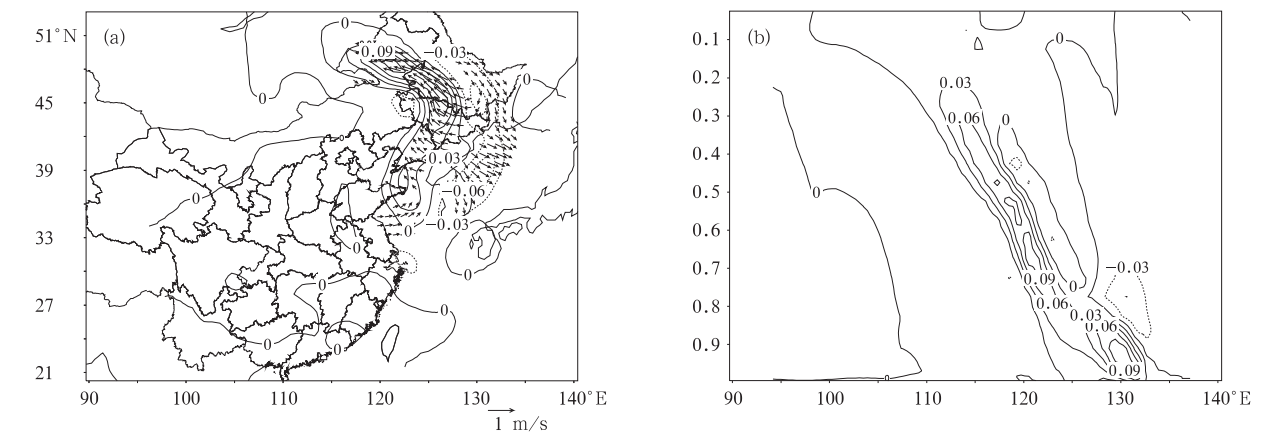


图 7 $\sigma=0.825$ 层伪逆初始扰动的温度(等值线,单位:K)和水平风场(矢量)(a);
沿 40.5°N 的垂直剖面上伪逆初始温度扰动(单位:K)(b)

Fig.7 (a) temperature of pseudo-inverse initial perturbation (contours, K) and the horizontal wind vectors at $\sigma=0.825$; (b) vertical cross section of temperature of pseudo-inverse initial perturbation along 40.5°N

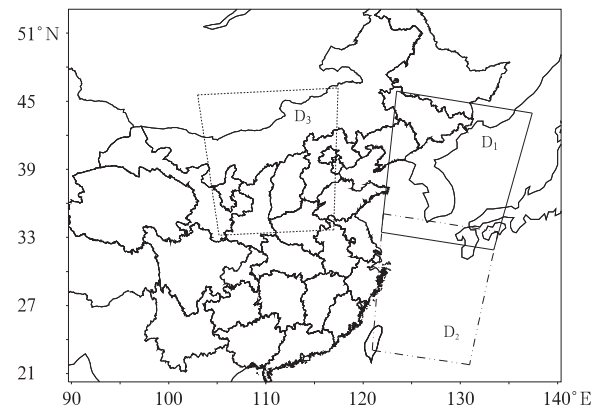


图 8 敏感区域 D_1 和任选的同样大小的区域 D_2 、 D_3

Fig.8 Sensitivity area D_1 and the two areas D_2 and D_3 that have the same size as that of D_1 and are chosen randomly

若将 $\bar{e}_0$ 作为分析误差,则 $a_0 - \bar{e}_0$ 为初始时刻的分析场,模式积分 12 h,我们把这个试验称为 Ctr⁻; 分别再把 $a_0 - d_1\bar{e}_0$ 、 $a_0 - d_2\bar{e}_0$ 、 $a_0 - d_3\bar{e}_0$ 作为初始场,模式积分 12 h 的试验称作 Ctr_{D1}⁻、Ctr_{D2}⁻ 和 Ctr_{D3}⁻ 试验。其中 d_1 、 d_2 、 d_3 为局地算子,算子 d_1 将伪逆初始扰动限定为敏感区域 D_1 (图 8 所示)范围内,为了与试验 Ctr_{D1}⁻ 对比,任选两个同样大小的区域 D_2 和 D_3 。算子 d_2 、 d_3 分别将伪逆初始扰动限定为任选的同样大小的区域 D_2 和 D_3 范围内。这样在验证区域内预报误差的能量模及预报误差减小率的估计如表 2 所示。

如果以分析场 $a_0 - \bar{e}_0$ 为初始场,可以看作通过

表 2 敏感性试验结果对比					
Table 2 Comparations between the results of sensitivity experiments					
试验	Ctr	Ctr	Ctr _{D1} ⁻	Ctr _{D2} ⁻	Ctr _{D3} ⁻
初始场	a_0	$a_0 - \bar{e}_0$	$a_0 - d_1\bar{e}_0$	$a_0 - d_2\bar{e}_0$	$a_0 - d_3\bar{e}_0$
预报误差的能量模	120	106	115	119	116
预报误差的减小率	0	11.7%	4.2%	0.8%	3.3%

在整个预报区域内增加观测来改善分析误差,相对于 Ctr 试验而言,验证区域的预报误差减小率达 11.7%。如果伪逆初始扰动限定在敏感区域 D_1 里,相当于仅在敏感区域里进行补充观测,则预报误差的减小率为 4.2%,如果补充观测并不选在敏感区域里,则关注区域的预报误差减小程度就相对小很多,在任选的两个与敏感区域同样大小的区域 D_2 和 D_3 范围内增加观测,则试验 Ctr $_{D_2}$ 对应的验证区域预报误差减小 0.8%,试验 Ctr $_{D_3}$ 的验证区域预报误差减小 3.3%。Buizza 等(2007)认为验证区域预报误差减小的程度与原有观测网的分布有关,如果原有观测分布比较稀疏时,预报误差减小程度就大,原有观测分布比较稠密时,预报误差减小程度就很小。比如 2004 年冬季,奇异向量方法确定的敏感区在资料缺乏的太平洋(大西洋)上进行补充观测,验证区域的 500 hPa 位势高度上 2 d 的预报误差减小了 27.5%(19.1%),而任意选择的区域观测使得误差减小只有 15.7%(14.9%)。而如果敏感区位于资料较丰富的太平洋(大西洋)上时,补充观测使得验证区域预报误差减小 4.0%(2.0%),而任意选的区域进行补充观测,验证区域预报误差减小为 0.5%(1.7%)。在本试验中,因为 Ctr 试验的初始分析场 a_0 与作为真值的 Exp 试验的初始场相比,分析误差比较小,这就类似于在原有的观测资料丰富的地区再增加观测,因这部分增加的观测而使得预报误差减小的程度并不是很大。

通过以上试验表明,验证区域的预报误差对敏感区域内的分析误差比任选区域的更敏感。通过在敏感区内增加观测,来改善其分析误差,达到减小预报误差的目的,会大大缩小补充观测的范围,从而使有限的资源得到最充分的利用。

7 结论和讨论

(1) 适应性观测技术是近年来数值预报领域中提高预报质量的一项关键技术,本文利用奇异向量方法讨论了实施适应性观测对预报误差的影响。针对 2007 年 3 月 4 日东北地区发生的一次暴风雪天气过程,利用中尺度数值模式及其伴随系统,基于 Lanczos 方法,求取 10 个奇异向量,使得优化间隔末端验证区域内总能量最大。对奇异向量的空间结构进行了分析,奇异向量的物理变量在水平方向上呈明显的局地特征;最重要的几个奇异向量能量高

值区分布在中低层,除了第 3 奇异向量之外,能量垂直分布表现为低层动能分量大于内能分量。

(2) 利用伪逆初始扰动场作为分析误差,估计了对于验证区域预报误差的减小率,结果表明在整个预报区域内增加观测可以使得验证区域预报误差减小,在有限区域内进行补充观测时,敏感区域的分析误差对验证区域预报误差的减小率贡献最大。这一结果表明,可以由奇异向量定义的敏感区域进行补充观测来减小预报误差。

本文利用奇异向量方法确定敏感区域,通过回报试验验证了敏感区域内增加观测能够最有效提高预报技巧,可以为在最关键的区域进行补充观测提供理论指导,从而有效的提高预报水平。而在定义敏感区时需要的奇异向量个数,以及度量范数的权重矩阵 E 的定义还需要深入的探讨,在此基础上,方法的有效性需要大量个例来佐证,作为研究的起步,本文仅对东北暴雪 1 个个例进行了初步的敏感性分析,以伪逆初始扰动作为分析误差,来估计对关注区域预报误差的影响。在未来的工作中还需要对其他类型的天气过程做些深入研究。另外,定义敏感区域时,我们选择了大于总能量最大值的 0.5 倍的范围,这是一个经验系数,对于其他天气过程是否具有普适性,需要进一步验证,本文为了简化研究,重新定义的敏感区域能够包括严格按照定义计算的所有层次上敏感区。如果考虑模式误差和观测误差,以及资料同化方法误差的存在,在业务预报中是否也能够得到这样令人鼓舞的结果,也是值得研究的。

致谢:感谢穆穆院士细致地审阅了初稿并提出了宝贵意见。

参考文献

- 穆穆,王洪利,周非凡. 2007. 条件非线性最优扰动方法在适应性观测研究中的初步研究. 大气科学, 31(6): 1102-1112
- Bishop C H, Toth Z. 1999. Ensemble transformation and adaptive observations. J Atmos Sci, 56: 1748-1765
- Bishop C H, Etherton B J, Majumdar S J. 2001. Adaptive sampling with the ensemble transform Kalman filter I: Theoretical aspects. Mon Wea Rev, 129: 420-436
- Brain Ancell, Gregory J Hakim. 2007. Comparing adjoint- and ensemble-sensitivity analysis with applications to observation targeting. Mon Wea Rev, 135(12): 4117-4134
- Buizza R, Tribbia J, Molteni F, et al. 1993. Computation of optimal unstable structures for a numerical weather prediction model. Tellus, 45A: 388-407

- Buizza R, Gelaro R, Molteni F, et al. 1997. The impact of increased resolution on predictability studies with singular vectors. *Quart J Roy Meteor Soc*, 123 : 1007-1033
- Buizza R, Montani A. 1999. Targeting observations using singular vectors. *J Atmos Sci*, 56: 2965-2985
- Buizza R, Cardinali C, Kelly G, et al. 2007. The value of observations. II: The value of observations located in singular-vector-based target areas. *Quart J Roy Meteor Soc*, 133: 1817-1832
- Gelaro R, Buizza R, Palmer T N, et al. 1998. Sensitivity analysis of forecast errors and the construction of optimal perturbations using singular vectors. *J Atmos Sci*, 55: 1012-1037
- Joly A, Jorgensen D, Shapiro M A, et al. 1997. The fronts and atlantic storm-track experiment (FASTEX) : scientific objectives and experimental design. *Bull Amer Meteor Soc*, 78: 1917-1940
- Langland R H, Gelaro R, Rohaly G D, et al. 1999. Targeted observations in FASTEX: Adjoint-based targeting procedures and data impact experiments in IOP17 and IOP18. *Quart J Roy Meteor Soc*, 125: 3241-3270
- Molteni F, Buizza R, Palmer T N, et al. 1996. The ECMWF ensemble prediction system: Methodology and validation. *Quart J Roy Meteor Soc*, 122: 73-119
- Lorenz E N, Emanuel K A. 1998. Optimal sites for supplementary weather observations: Simulation with a small model. *J Atmos Sci*, 55: 399-414
- Palmer T N, Gelaro R, Barkmeijer J, et al. 1998. Singular vectors, metrics, and adaptive observations. *J Atmos Sci*, 55(4): 633 - 653
- Pu Z X, Kalnay E. 1999. Targeted observations with the quasi-inverse and adjoint NCEP global models: Performance during FASTEX. *Quart J Roy Meteor Soc*, 125: 3329-3337
- Strang G. 1986. *Introduction to Applied Mathematics*. Wellesley-Cambridge Press, 758pp
- Zhong K, Dong P, Zhao S, et al. 2007. Adjoint-based sensitivity analysis of a mesoscale low on the meiyu front and its implications for adaptive observation. *Adv Atmos Sci*, 24: 435-448