

# 一种求解条件非线性最优扰动的快速算法 及其在台风目标观测中的初步检验<sup>\*</sup>

王 斌 谭晓伟

WANG Bin TAN Xiaowei

中国科学院大气物理研究所, LASG, 北京, 100029

*LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

2008-10-17 收稿, 2009-01-08 改回.

**Wang Bin, Tan Xiaowei. 2009. A fast algorithm for solving CNOP and associated target observation tests. *Acta Meteorologica Sinica*, 67(2):175–188**

**Abstract** Conditional nonlinear optimal perturbation (CNOP) is a new method proposed by Mu et al. in 2003, which generalizes linear singular vector (LSV) to include nonlinearity. It has become a powerful tool for studying predictability and sensitivity, among other issues in nonlinear systems. This is because the CNOP is able to represent, while the LSV is unable to deal with, the fastest-developing perturbation in a nonlinear system. The wide application of this new method, however, has been limited due to its large computational cost related to the use of an adjoint technique. In order to greatly reduce the computational cost, we hereby propose a fast algorithm for solving the CNOP based on the empirical orthogonal function (EOF). The algorithm is tested in target observation experiments of Typhoon Matsa using the Global/Regional Assimilation and PrEdiction System (GRAPES), an operational regional forecast model. The effectivity and feasibility of the algorithm to determine the sensitivity (target) area is evaluated through two observing system simulation experiments (OSSEs). The results show that the energy of the CNOP solved by the new algorithm develops quickly and nonlinearly. In the OSSEs of Typhoon Matsa, the sensitivity area is effectively identified with the CNOP obtained by the new method using 24 h as the prediction time window, and the 24-h accumulated rainfall prediction errors (ARPEs) in the verification region are reduced significantly compared with the “true state” when the initial conditions (ICs) in the sensitivity area are replaced with the “observations”. The decrease of the ARPEs can be achieved for even longer prediction time (e. g., 72 h), although the verification is done 24 h after the initial time. Further analyses reveal that the decrease of the 24-h ARPEs in the verification region is attributable to improved simulations of the initial structure of the typhoon's warm core, upper-layer relative vorticity, water vapor conditions etc. as a result of the updated ICs in the sensitivity area.

**Key words** Fast algorithm, CNOP, Target observation, OSSE

**摘 要** 条件非线性最优扰动(CNOP)是 Mu 等 2003 年提出的一个新的理论方法,它是线性奇异向量在非线性的推广,克服了线性奇异向量不能代表非线性系统最快发展扰动的缺陷,成为非线性系统可预报性和敏感性等研究新的有效工具。然而,由于以往 CNOP 的求解需要采用伴随技术,计算量相当巨大,限制了该方法的推广应用。为了克服这一困难,本文基于经验正交分解(EOF),提出了一种求解 CNOP 的快速算法,利用 GRAPES 区域业务预报模式实现了 CNOP 快速计算,并在台风“麦莎”的目标观测研究中得到初步检验,通过观测系统模拟实验(OSSE)检验了该方法确定敏感性区域(瞄准区)的有效性和可行性。试验结果表明,用快速算法求解的 CNOP,其净能量随时间快速地发展,而且发展呈非线性。在台风“麦莎”个例的目标观测试验中,用快速算法得到的预报时间为 24 h 的 CNOP 可以有效地识别瞄准区,并通过瞄准区内初值的改善,可明显

<sup>\*</sup> 资助课题:国家 973 项目(2004CB418304)和公益性行业(气象)科研专项(GYHY(QX)2007-6-15)。

作者简介:王斌,主要从事变分资料同化和气候模式发展等方面的研究。Email:wab@lasg.iap.ac.cn

减少目标区域(检验区)内 24 h 累计降水预报误差。尤其, 累计降水预报的这种改进效果能够延伸到更长时间(如 72 h), 尽管检验时间是设在第 24 小时。进一步分析发现, 24 h 累计降水预报误差的减少是通过利用瞄准区内改善的初值改进初始时刻台风暖心结构、高空相对涡度以及水汽条件等而得以实现的。

**关键词** 快速算法, 条件非线性最优扰动, 目标观测, 观测系统模拟实验

**中图法分类号** P435

## 1 引言

天气和气候可预报性研究的关键问题之一是确定描述天气和气候发展变化的非线性系统的最快增长初始扰动。考虑到非线性系统的复杂性, Lorenz (1965)通过切线性模式(TLM)近似非线性模式的方法, 找到了线性近似的最快增长扰动, 即线性奇异向量(LSV), 并应用其研究大气运动的最快增长扰动。近年来, 在天气与气候可预报性研究中, LSV 已发展成为一个广泛使用的研究方法(Lorenz, 1965; Thompson, 1998; Samelson, et al, 2001; Tziperman, et al, 2002)。

LSV 是建立在切线性模式(TLM)能够近似描述初始扰动发展的基础上的, 它不考虑非线性的作用, 也就是说, LSV 不能描述有限振幅扰动的非线性特征, 从而不能代表非线性系统的最快增长扰动。然而, 大气和海洋的运动一般是非线性的, 用 LSV 和对应的 TLM 研究天气和气候系统的可预报性有一定的局限性。认识到线性奇异向量的局限性, Barkmeijer(1996)及 Oortwijn 等(1995)通过修改计算 LSV 的迭代程序构造非线性系统的最快增长扰动。为研究非线性对可预报性的影响, Mu(2000)直接使用非线性模式, 通过考察初始扰动在预报时刻增长的倍数, 提出了非线性奇异向量(NSV)和非线性奇异值(NSVA)的概念。Mu 等(2001)进一步采用二维正压准地转模式研究了不同基流的 NSV 和 NSVA。

为了克服 NSV 和 NSVA 在应用中的缺陷, 以及体现在预报时刻有最大非线性发展的初始扰动, Mu 等(2003a)提出了条件非线性最优扰动(CNOP)的概念。所谓 CNOP, 即是满足一定约束条件且在预报时刻有最大非线性发展的一类初始扰动(Mu, et al, 2003a, 2003b)。如果用扰动的增长率度量扰动发展的快慢, CNOP 可能不是符合约束条件且发展最快的扰动, 但它具有在预报时刻非线性发展最大的特征, 在可预报性研究中可以扮演更重要的角

色。在此意义下, Mu 等将该类扰动称为非线性系统中满足约束条件的最优扰动, 即 CNOP。CNOP 方法已被应用于研究 ENSO 的可预报性, 并得到了有意义的结果(Mu, et al, 2003b; Duan, et al, 2004, 2006, 2008); 同时, 该方法也被应用于探讨海洋热盐环流(THC)的敏感性问题, 揭示了 THC 对有限振幅扰动的非线性不对称响应(Mu, et al, 2004); 近来, Mu 等(2006)用一个二维正压准地转模式, 研究了维数较高的模式的 CNOPs, 为将 CNOP 方法应用于较复杂模式奠定了基础。所有这些研究表明, CNOP 方法是研究非线性系统可预报性和敏感性问题的有用工具之一。

对目标观测(又称适应性观测, Snyder, 1996; Palmer, et al, 1998)设计的研究是当今国际大气科学研究领域的一个热点, 与之相对应, 已开展了一系列的大型外场科学试验, 如 FASTEX(Joly, et al, 1997)、NORPEX(Langland, et al, 1999)等, 并且在外场试验中对多种目标观测设计方法进行了研究与实际应用(Palmer, et al, 1998; Bishop, et al, 1996, 1999, 2001; Langland, et al, 1996; Rabier, et al, 1996; Aberson, 2003; Hamill, et al, 2002; Majumdar, et al, 2006)。国内在该方面的研究工作相对而言开展得比较晚(董佩明等, 2004, 2006)。穆穆等(2007)尝试将 CNOP 方法用于目标观测研究。穆穆等针对目标观测中敏感性区域的确定问题, 考虑初始误差对预报结果的影响, 比较了 CNOP 与第一线性奇异向量(FSV)在两个降水个例中的空间结构的差异, 考察了它们总能量范数随时间发展演变的异同。结合敏感性试验的分析, 揭示了预报结果对 CNOP 类型的初始误差的敏感性要大于对 FSV 类型的初始误差的敏感性, 因此减少初值中 CNOP 类型的初值误差的振幅比减小 FSV 类型的收益要大。这一结果表明可以把 CNOP 方法应用于目标观测来识别大气的敏感区。穆穆等(2007)认为, 初步的结果提供的信息是令人鼓舞的, 使我们有理由相信探讨 CNOP 方法应用于适应性观测是一个重要的方向。穆穆等

(2007)进一步指出,是否存在其他方法可以不用伴随模式计算梯度,从而避免编写伴随模式程序,减小计算量及缩短计算时间,是非常值得探讨的问题。

使用伴随方法求解 CNOP,计算量过大的问题限制了 CNOP 在较大的业务模式中的使用。为了避免伴随、促进 CNOP 的应用得到更广泛的推广,本文提出了一种新的、不用伴随求解 CNOP 的快速算法。

## 2 求解 CNOP 的快速算法及其初步检验

Mu 等(2003a)这样定义了 CNOP:对于选取适当的范数  $\|\cdot\|$ , 初始扰动  $\mathbf{u}_{0\delta}$  称为 CNOP, 当且仅当  $J(\mathbf{u}_{0\delta}) = \max_{\|\mathbf{u}_0\| \leq \delta} \|M_T(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0) - M_T(\mathbf{U}_0)\|$ , 这里  $\|\mathbf{u}_0\| \leq \delta$  是初始扰动的约束条件, 易见, 在此约束条件下, 非线性最优扰动  $\mathbf{u}_{0\delta}$  在  $T$  时刻增长最大。简单地说, CNOP 就是一种初始扰动结构, 它满足这样的 ( $\|\mathbf{u}_0\| \leq \delta$ ) 初始约束条件, 在指定的时间间隔中能达到最大非线性增长。过去计算 CNOP 都是使用基于伴随的非线性优化迭代方法, 计算量非常大。能否用一种新的方法计算 CNOP? 这正是本文要探讨的问题。

我们这里针对目标观测问题提出一种不用伴随技术求解 CNOP 的快速算法, 其基本思想是: 使用多个初始场扰动 ( $x'$ ) 得到检验区内对应的预报增量 ( $y'$ ), 通过经验正交分解找到初始扰动的正交基, 并以此为基础建立  $x'$  和  $y'$  的近似对应关系模型。根据 Mu 等(2003a)对 CNOP 的定义, 我们给出一个对初始场扰动进行约束的条件, 通过最优化过程处理, 找到一个初始扰动场, 它要在满足给定初始约束条件下, 使得检验区内所关心的预报增量达到最大。这个初始扰动场就认为是 CNOP。

用  $x_b$  表示初始时刻 ( $t_0$ ) 近似真实大气的初始场,  $x'$  和  $y'$  分别表示初始场扰动及其引起的在检验时刻 ( $t$ ) 的预报增量, 其维数分别为  $m_x$  和  $m_y$ , 它们之间为一种非线性关系

$$y' = M_{t_0 \rightarrow t}(x_b + x') - M_{t_0 \rightarrow t}(x_b) \quad (1)$$

其中  $M$  为非线性预报模式,  $y = M_{t_0 \rightarrow t}(x)$  表示以  $x$  为初值、用模式  $M$  从  $t_0$  到  $t$  的预报。选取  $n$  ( $n \ll m$ , 这里  $m = m_x + m_y$ ) 组历史预报样本  $x_i$  和  $y_i$ :  $y_i = M_{t_0 \rightarrow t}(x_i)$  ( $i = 1, 2 \cdots n$ ), 如果第  $i$  个历史初始扰动  $x'_i = x_i - x_b$  相对于基本态  $x_b$  来说非常小, 即  $\|x'_i\| \ll \|x_b\|$ , 那么根据关系式(1), 可得到对应的历

史预报增量  $y'_i = y_i - y_b$  (其中  $y_b = M_{t_0 \rightarrow t}(x_b)$ ) 与初始扰动  $x'_i$  的近似切线性关系

$$y'_i = M'_{t_0 \rightarrow t} x'_i \quad (i = 1, 2 \cdots n) \quad (2)$$

其中  $M'$  为模式  $M$  的切线性模式。根据上述切线性关系, 利用历史样本集合矩阵  $\mathbf{X}'$  和  $\mathbf{Y}'$

$$\begin{cases} \mathbf{X}' = (x'_1, x'_2 \cdots x'_n) \\ \mathbf{Y}' = (y'_1, y'_2 \cdots y'_n) \end{cases} \quad (3)$$

可将  $x'$  和  $y'$  投影到样本空间:

$$\begin{cases} x' \approx \mathbf{X}' \tilde{\alpha} \\ y' \approx \mathbf{Y}' \tilde{\alpha} \end{cases} \quad (4)$$

对  $\mathbf{X}'$  进行 EOF 分解, 得到由一组正交基组成的正交矩阵  $\mathbf{E}_x$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x &= (e_1^x, e_2^x \cdots e_l^x) \\ (e_i^x)^T e_j^x &= \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (i = 1, 2 \cdots l \quad l \leq n) \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x &= \mathbf{X}' \mathbf{e}_x \mathbf{d}^{-1} \\ \mathbf{e}_x^T [(\mathbf{X}')^T \mathbf{X}'] \mathbf{e}_x &= \mathbf{D} \end{aligned} \quad (6)$$

$\mathbf{e}_x$  为矩阵  $(\mathbf{X}')^T \mathbf{X}'$  的单位正交特征矩阵;  $\mathbf{D} = \mathbf{d}^T \mathbf{d}$  为对角矩阵, 对角线上为矩阵  $(\mathbf{X}')^T \mathbf{X}'$  的非零特征值。将式(4)中的  $\tilde{\alpha}$  在矩阵  $\mathbf{e}_x \mathbf{d}^{-1}$  下进行投影, 得到

$$\tilde{\alpha} = \mathbf{e}_x \mathbf{d}^{-1} \alpha \quad (7)$$

将上式代入式(4)便得到

$$x' = \mathbf{E}_x \alpha, \quad y' = \mathbf{E}_y \alpha \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{E}_y = \mathbf{Y}' \mathbf{e}_x \mathbf{d}^{-1} \quad (9)$$

根据 CNOP 的定义, 我们要寻找满足约束条件  $\|x'\|^2 \leq \delta^2$  初始扰动  $x'_*$ , 使得由式(1)定义的预报增量达到  $y'_*$  最大

$$J(x'_*) = \max_{\|x'\| \leq \delta} J(x') \quad (10)$$

其中  $J(x') = \|y'\|^2$ 。在切线性近似下, 根据  $\mathbf{E}_x$  的正交性, 由式(8)可得

$$\begin{cases} \|x'\| = \|\alpha\| \\ \|y'\| = \|\mathbf{E}_y \alpha\| \end{cases} \quad (11)$$

这样, 求解 CNOP 的最优化问题(式(10))可在低维的样本空间进行, 即求  $\alpha_*$ , 使得

$$\hat{J}(\alpha_*) = \max_{\|\alpha\| \leq \delta} \hat{J}(\alpha) \quad (12)$$

其中

$$\hat{J}(\alpha) = \|y'\|^2 = \|\mathbf{E}_y \alpha\|^2 = \alpha^T (\mathbf{E}_y^T \mathbf{E}_y) \alpha \quad (13)$$

这样求得最优初始扰动  $x'_*, x'_* = \mathbf{E}_x \alpha_*$ 。由于上述

求解过程用到了切线性近似,因此求得的  $x'_*$  仍然是一种线性扰动,还不是 CNOP,因此,还需要利用非线性预报模式进行订正才能求得真正的 CNOP。我们采取下列方案进行非线性订正:

- (1) 把上面求得的  $x'_*$  作为 CNOP 的初猜值,  $x'_0 = x'_*$ ;
- (2) 计算新的初始场基本态,  $x_b^k = x_b + x'_k$ ;
- (3) 经过非线性模式积分得到新的预报场基本态,  $y_b^k = M_{t_0 \rightarrow t}(x_b^k)$ ;
- (4) 重新计算初始扰动样本和预报增量样本,  $x'_i = x_i - x_b^k$ ,  $y'_i = y_i - y_b^k$ ;
- (5) 根据式(5)和式(9)重新计算  $E_x$  和  $E_y$ ;
- (6) 新初始扰动  $x'$  的约束条件,  $\|x' + x'_k\| \leq \delta$ , 其中  $\|x'_k\| \leq \delta$ ;
- (7) 求扰动订正  $dx'_{*k}$ ,  $dx'_{*k} = E_x \alpha_{*k}$ , 其中  $\alpha_{*k}$  满足,  $\hat{J}(\alpha_{*k}) = \max_{\|E_x \alpha + x'_k\| \leq \delta} \hat{J}(\alpha)$ ;
- (8) 计算新的最优初始扰动,  $x'_{k+1} = x'_k + dx'_{*k}$  ( $k=0, 1, 2 \cdots K_0$ )

上述非线性订正迭代每一步只需要运行一次非线性模式,不需要运行切线性模式和伴随模式,而且每一步迭代中的最优化问题求解在维数很低的样本空间进行,因此十分省时。

为了检验新方法的有效性,我们基于一维无粘 Burgers 方程的初边值问题

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 & (x, t) \in [0, 1; 0, T] \\ u(0, t) = u(1, t) & t \in (0, T] \\ u(x, 0) = 1 + 4x(1 - x) & x \in [0, 1] \end{cases} \quad (14)$$

分别采用伴随的方法和快速算法计算 CNOP。其中式(14)采用如下隐式格式求解

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\Delta t} + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{u_{i+1}^k + u_{i+1}^{k+1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{u_{i-1}^k + u_{i-1}^{k+1}}{2}\right)^2}{2\Delta x} = 0 \quad (15)$$

从而建立一个简单的数值模式。在式(15)中,时间步长  $\Delta t$  和空间步长  $\Delta x$  分别取为 0.0001 和 0.01; 变量  $u$  的上、下标分别表示时间和空间方向的排序; 时间窗口长度为  $T=0.1$ , 对应的积分步数为 1000 步; 空间格点数为 100 个。初始约束条件阈值取为:  $\delta=0.0006$ 。使用快速算法计算 CNOP 时,生成了 50 个样本,它们是用前 50 步积分的结果产生 50 个初值,然后把这每个初值减去 0 时刻的背景初值后

得到 50 个初值扰动,再对这些扰动做特殊处理后,便得到代表性较好的初值扰动样本矩阵  $\mathbf{X}'$ ,然后利用简单模式分别积分 1000 步后,求得预报增量矩阵  $\mathbf{Y}'$ 。对初值扰动的特殊处理是这样进行的:第 1 个扰动除前 2 个元素保持不变外,其他的元素均赋零;第 2 个扰动就是保持第 3、4 个元素不变而其他的元素都赋零;以此类推,最后一个扰动只保持最后 2 个元素不变,其他都赋零。值得说明的是,保持不变的元素个数与样本个数和扰动向量长度有关。这里扰动向量的长度为 100,而样本个数为 50 个,所以每个扰动只有两个元素不赋零。若样本个数只有 25 个,则每个扰动可有四个元素不赋零。且每个扰动不赋零元素的位置各不相同,互不交叉重叠,以保障扰动矩阵的块正交性。

图 1 分别给出了用伴随方法(虚线)和快速算法(实线)计算的 CNOP。从图中可以看到,用快速算法计算的 CNOP 与伴随方法计算的结果比较一致,而且它们扰动能量增长比率(预报增量的范数平方比初始扰动的范数平方)也较接近,快速算法结果的增长比率为 2.32395,略低于真实(即用伴随方法计算的)CNOP 的增长比率(2.4941)。由此可见,用快速算法得到的 CNOP 能够有效表征真实 CNOP 的主要特征。尤其,在计算实际业务预报模式的 CNOP 时,快速算法不需要伴随模式,易于实

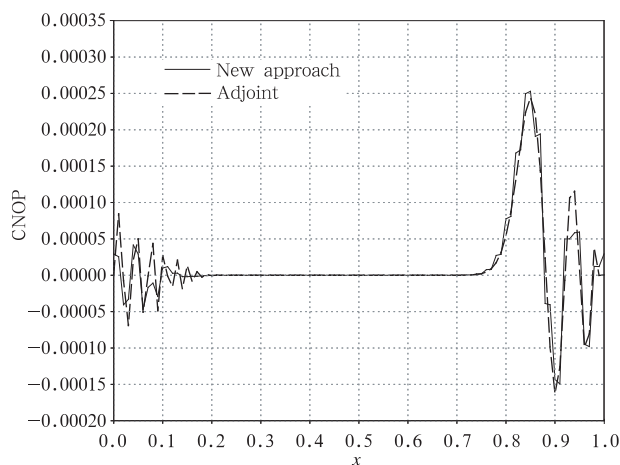


图 1 用快速算法(实线)和伴随算法(虚线)计算的 CNOP 的空间分布

Fig. 1 Spatial distributions of CNOP derived from the fast algorithm (solid line) and the adjoint technique (dashed line)

现,计算量小,实用性强。如果再引入类似集合卡曼滤波中的局地化技术(将另文介绍),快速算法计算 CNOP 的精度将得到进一步的提高。

### 3 在 GRAPES 区域模式上的实现及检验

我们基于业务 GRAPES 区域预报模式(陈德辉等,2006)(分辨率为  $0.5625^\circ$ )上,建立了一个用快速算法计算 CNOP 的系统(图 2)。下面以提高台风检验时刻在检验区  $\Sigma_i$  内的 24 h 累积降水预报而进行目标观测为例,对该系统进行解释和检验。

首先,在模式空间通过  $N$  个历史预报建立一组历史初始扰动样本和历史预报增量样本的集合,包

括初始场各变量( $U$ 、 $V$ 、 $H$ 、 $Q$ )扰动及对应的  $\Sigma_i$  内 24 h 累积降水预报增量的信息,并用均方根误差将其无量纲化。第 2 步,将模式空间中的这  $N$  组误差样本投影到样本空间,通过拟合在样本空间找到初始场各变量扰动与  $\Sigma_i$  内 24 h 降水预报增量之间的线性模型。第 3 步,在样本空间上给一个初始扰动,通过给定的约束条件的限制和代价函数最大检验对扰动进行优化,得到一个线性最优扰动,即 CNOP 的线性部分。第 4 步,将这个最优扰动映射回模式空间,加到前一次的基本态上,得到模式空间上的新的基本态初始场,通过 GRAPES 模式积分,得到新的基本态预报场。第 5 步,由相同的  $N$  组历史预报

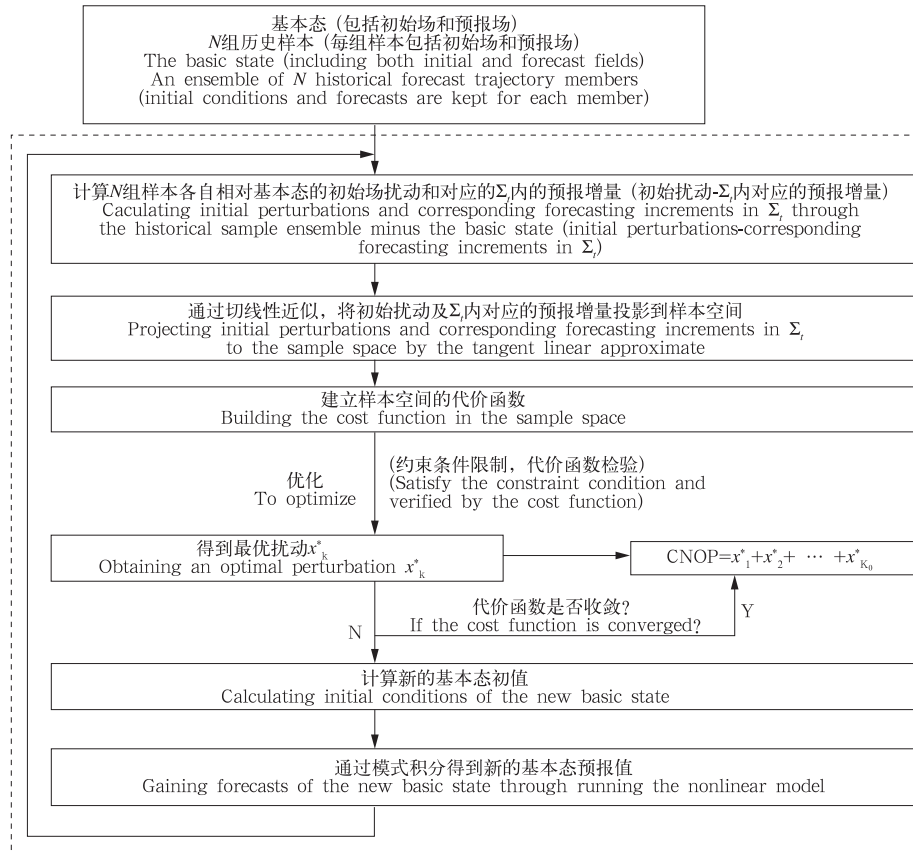


图 2 求解 CNOP 快速算法的示意图

Fig. 2 Flow chart of the fast algorithm for solving CNOP

和新的基本态产生一个新的历史初始扰动和历史预报增量样本集合。重复第 2 步到第 5 步的过程,直到代价函数收敛为止,将前面求得的最优扰动累加,即是我们所求的 CNOP。值得注意的是每次约束条件的处理要包含前几次的最优扰动在内。

为了检验该系统计算的 CNOP 的正确性,我们

计算了所得的 CNOP 能量范数增量  $\frac{F_t - F_{t_0}}{F_{t_0}}$  随时间的变化率,即能量随时间的净增长率(图 3)。其中能量范数  $F$  定义为  $F = (u'/\sigma_u)^2 + (v'/\sigma_v)^2 + (h'/\sigma_h)^2 + (q'/\sigma_q)^2$ , 其中,  $\sigma_u = \sigma_v = 1 \text{ m/s}$ ,  $\sigma_h = 5 \text{ gpm}$ ,  $\sigma_q = 10^{-3} \text{ kg/kg}$  为各自的均方根误差(可以利用历史

预报扰动样本进行统计得到)。从图 3 可以看到,这里用快速算法计算的 CNOP 的能量明显呈非线性形势增长;积分 24 h, CNOP 的能量增长了约 4 倍。这说明 CNOP 快速地进行非线性增长。当我们将能量范数定义为实际的物理能量形式:  $F = \frac{1}{2}u'^2 + \frac{1}{2}v'^2 + c_p|T'| + g|z'| + Lq'$  时,也得到类似的结果。以上分析表明,用新方法计算的 CNOP 是合理的。

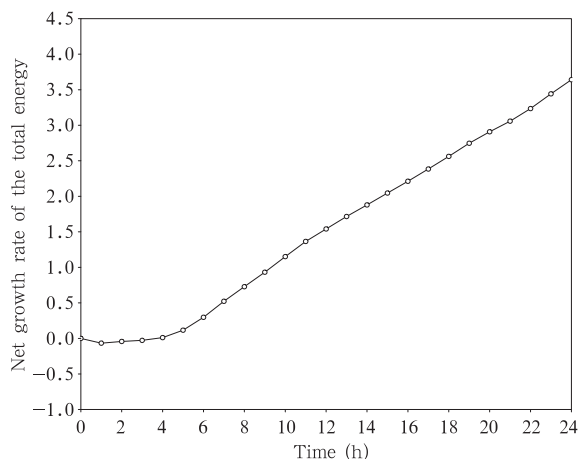


图 3 CNOP 能量随时间的净增长率

Fig. 3 Net growth rate of the total energy (TE) of CNOP in 24 h

#### 4 在台风目标观测试验中的初步尝试

台风是危害性极大的自然灾害之一,常常给人们的生命和财产带来重大损失。台风是发生在热带洋面上的一种天气系统,由于在广阔的洋面上观测资料十分稀少,使得洋面上环流形势的分析有很大的误差。然而,初始场的准确性是数值预报的一个关键所在。因此,在台风的预报中,能够在初始场中较准确地描述热带气旋的结构是十分重要的。

目标观测是利用有限的观测资源在最敏感的地区进行加密观测,从而通过改善数值预报初始场,使所关心的某一地区的某种预报得到最大的改善。在目标观测研究中,瞄准区的确定是至关重要的。由于 CNOP 描述的初始扰动在最后预报时刻有最大的非线性发展,因此 CNOP 可以被尝试用来识别敏感区(瞄准区)(穆穆等,2007)。在这一部分,我们将利用基于快速算法求得的 CNOP 来确定瞄准区,并

进行目标观测的数值模拟试验,以便考察其有效性。

在目标观测试验中,选择的台风个例是 0509 号台风麦莎,检验区范围是 (20. 125°—35. 3125°N, 116. 8125°—129. 75°E),目标是减小检验区内 24 h 累积降水预报误差。非线性数值模式使用 GRAPES 区域模式。CNOP 的计算是使用本文前面提出的快速算法,状态向量取  $x = (U, V, H, Q)$ ,其中  $U, V, H, Q$  分别为纬向风场、经向风场、位势高度场及比湿场;目标函数是  $J = \sum_D (\frac{h'}{\sigma_h})^2 + \sum_D (\frac{u'}{\sigma_u})^2 + \sum_D (\frac{v'}{\sigma_v})^2 + \sum_D (\frac{q'}{\sigma_q})^2$ ,表示检验区内的扰动能量;使用有约束的迭代算法 SPG2 (Birgin, et al, 2001)。

##### 4.1 观测系统模拟实验-1(OSSE-1)

根据目标观测的思想,我们将在选定的瞄准区(敏感区)内用大气真值进行修正,研究修正后检验区内预报误差的改变情况,分析快速算法求解的 CNOP 在目标观测初步应用中的有效性和可行性。为此设计了以下观测系统模拟试验(OSSE)。

用 T213 预报场作为初始场,用时间滞后法生成一组有 73 个成员的集合预报样本,该集合预报样本中每个成员都是一个 24 h 的预报。挑选其中任意一个成员(本文选第 11 个样本),视其初始场为初始时刻大气真实态,用这个初始场驱动 GRAPES 区域模式,积分 24 h,作为 Nature 试验,视之为真实大气的运动状态。从余下的 72 个集合成员中再任意挑选一个成员(本文选第 25 个样本),将它的初始场作为有误差的实际初始场,即背景场或初猜场,用模式积分 24 h 得到一个预报场,称为 Control 试验。假设模式是完美的,并且将 Nature 试验视为真实大气的运动状态,那么,Control 试验与 Nature 试验的预报偏差即为实际预报误差。

同时,在产生的 73 个集合样本中用除背景场之外的 72 个样本与 Control 试验求差,生成非零初始扰动样本和 24 h 预报增量样本的集合。基于这组扰动样本集合,采用快速算法求解 CNOP,然后根据  $J$  确定出瞄准区(图 4)。在用 CNOP 和  $J$  确定的瞄准区内用 Nature 试验的初始场替代 Control 试验的初始场,瞄准区外仍使用 Control 试验的初始场,用 GRAPES 区域模式积分 24 h,称之为 CNOP 试验。

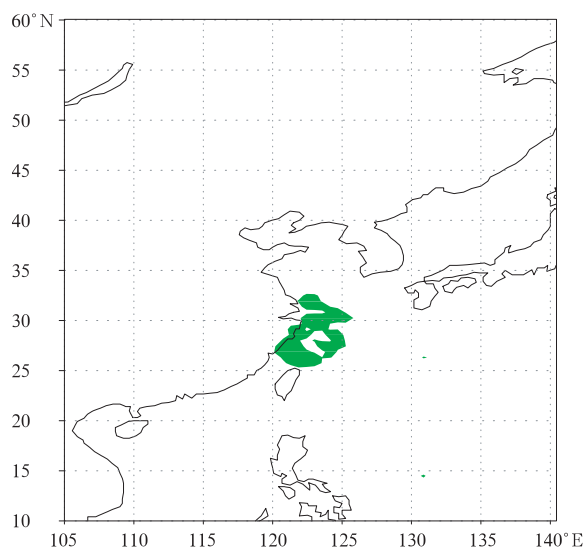


图4 针对检验区内 24 h 降水预报用 CNOP 和  $J$  确定的瞄准区位置

Fig. 4 Location of the target area determined by CNOP and  $J$  for 24-h rainfall forecast in the verification region

瞄准区在水平方向取了 98 个格点,约占全场范围的 1.7%(全场水平有 5760 个格点)。

对 Control 试验和 CNOP 试验相对 Nature 试验的 24 h 累积降水预报误差(图 5)进行定性分析。与瞄准区内初值修正之前(Control 试验)相比,修正之后(CNOP 试验)在检验区域内台湾北部的降水范围和强度明显减小;海上的降水误差范围和强度也明显减小,Control 试验中东海误差在 30 mm 以上甚至不少地方超过 50 mm,而 CNOP 试验的预报误差基本都减小到 30 mm 以下。与 Control 试验相比,CNOP 试验在上海西北部的降水误差基本消失。不足的是,CNOP 试验在浙江以西的地区产生了一块正误差。

Control 试验在检验区内的 24 h 降水预报误差方差为  $185.8185 \text{ mm}^2$ ,而 CNOP 试验在该区域内的预报误差方差为  $111.6327 \text{ mm}^2$ ,减小了约 40%。无论从定性还是定量的结果来看,在上述瞄准区内修正初始场之后,检验区内 24 h 的降水预报误差都有了显著的减小。

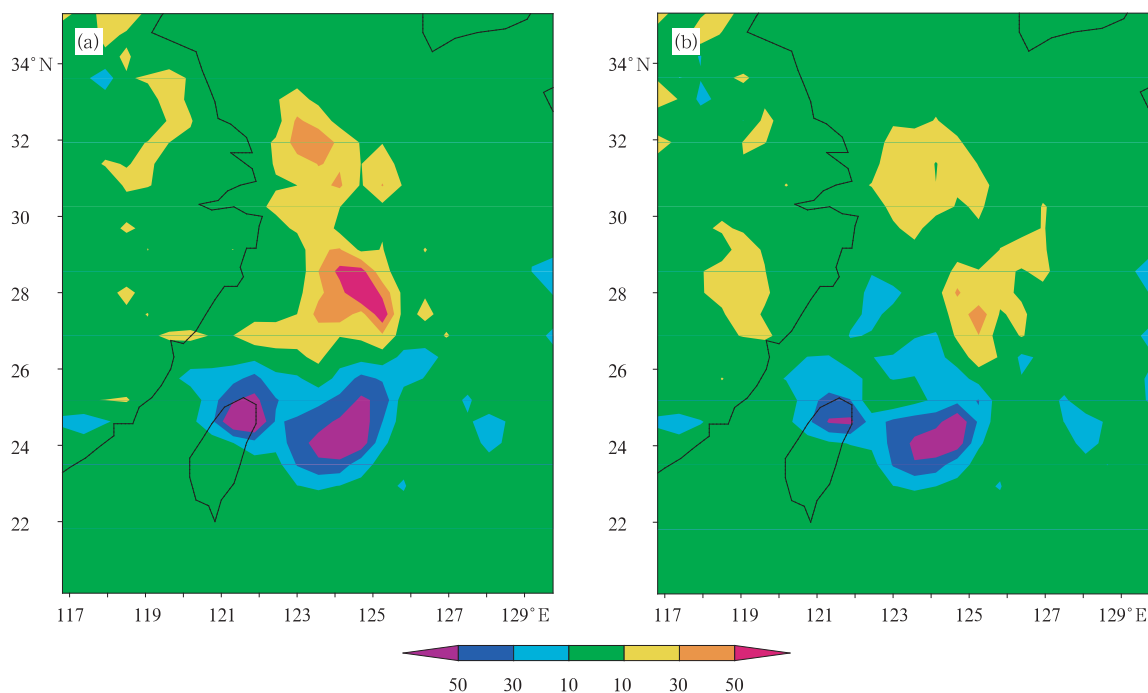


图5 检验区内 24 h 降水预报误差(单位:mm) (a. Control 试验,b. CNOP 试验)

Fig. 5 24-h rainfall forecast errors (unit: mm) in the verification region for (a) Control experiment and (b) CNOP experiment

对 Nature 试验、Control 试验和 CNOP 试验,沿  $25.75^\circ\text{N}$  作初始场的温度垂直剖面(图 6)。CNOP 试验初始场的暖心位置和结构与假设的真实

状态(Nature 试验)非常相似,最大振幅出现在 500 hPa 附近。然而 Control 试验在  $25.75^\circ\text{N}$  基本没有反映出台风暖心结构的特征。给出 500 hPa 的初始

场温度场(图 7),与 Nature 试验相比,Control 试验初始的暖心位置偏北,中心强度偏弱;而 CNOP 试验

的暖心位置和中心强度都比较接近“真实情况”。这说明 CNOP 试验改善了初始场的暖心位置和结构。

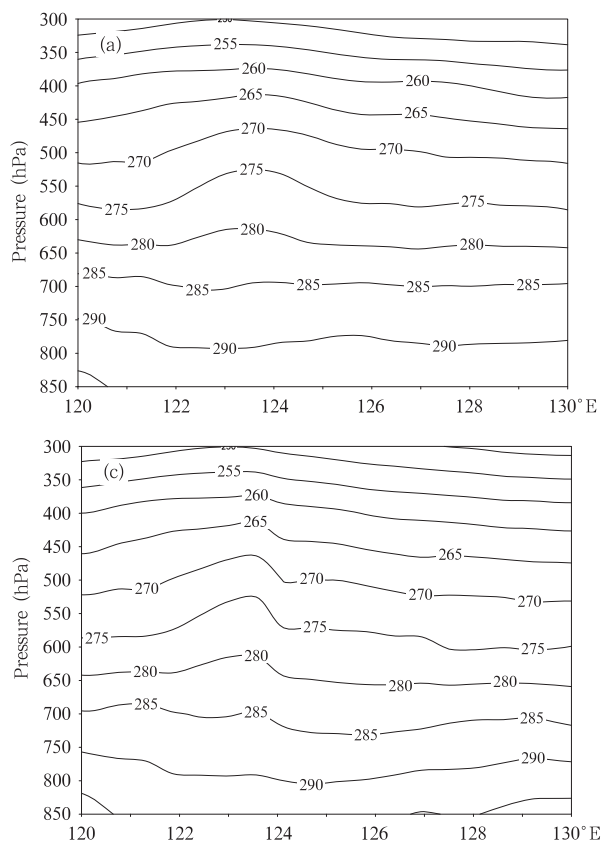


图 6 温度初始场(单位:K)沿 25.75°N 的垂直剖面  
(a. Nature 试验, b. Control 试验, c. CNOP 试验)

Fig. 6 Vertical profiles of temperature (unit: K) along 25.75°N at the initial (or target) time from (a) Nature experiment, (b) Control experiment, and (c) CNOP experiment

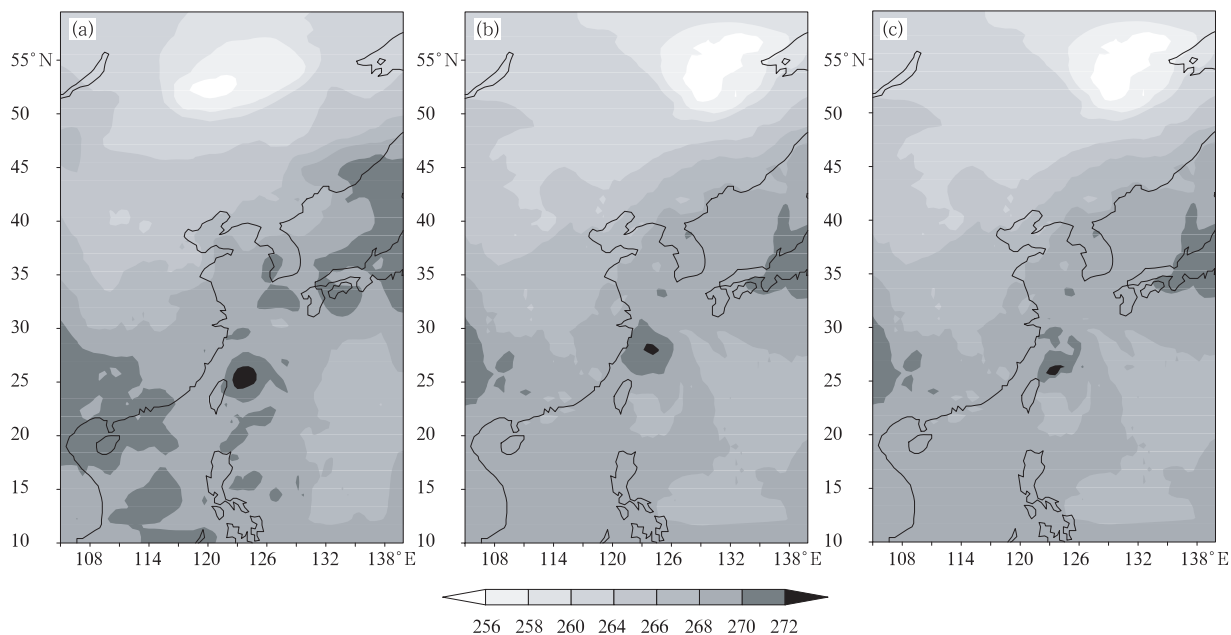


图 7 500 hPa 的初始温度场(单位:K) (a. Nature 试验, b. Control 试验, c. CNOP 试验)

Fig. 7 Temperature (unit: K) on 500 hPa at the initial (or target) time from (a) Nature experiment, (b) Control experiment, and (c) CNOP experiment

从 200 hPa 的初始相对涡度场(图 8)来看,Nature 试验初始时刻高层 200 hPa 在台风附近存在两个正相对涡度区,对照 200 hPa 的水平风场和位势

高度场(图 8d)可以看到这两个正涡度区刚好对应台风和副高西南部的位置。Control 试验仅有偏南的一个正相对涡度区,而且位置偏北、强度偏弱;

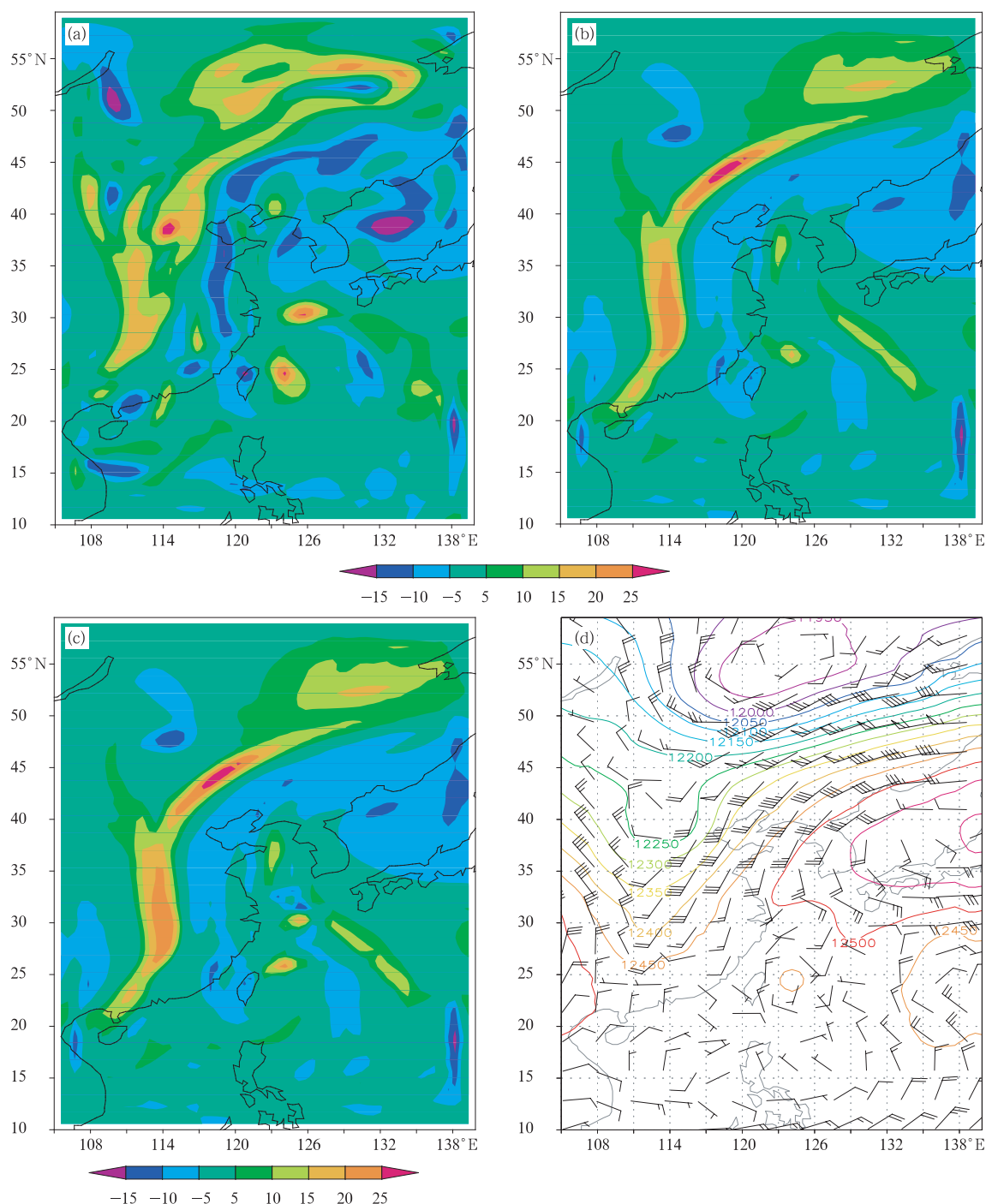


图 8 200 hPa 的初始相对涡度场(单位:  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) (a. Nature 试验, b. Control 试验, c. CNOP 试验)

和(d)Nature 试验的 200 hPa 初始位势高度(单位: gpm)和风场(单位: m/s)

Fig. 8 Relative vorticity (unit:  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) on 200 hPa at the initial (or target) time from (a) Nature experiment, (b) Control experiment, and (c) CNOP experiment, (d) 200-hPa geopotential height (unit: gpm) and winds (unit: m/s) in the Nature experiment

CNOP 试验有了两个正相对涡度区,而且位置和中心强度与真实情况都比较接近。这说明 CNOP 试验改善了初始场的高空相对涡度。

从 1000—200 hPa 的初始场平均比湿(图 9)来看,在东海北部相当大的一块区域中,Control 试验高估了初始水汽场,而 CNOP 试验与 Nature 试验比较相符。

综上所述,在本文的试验个例中,用快速算法计算的 CNOP 确定瞄准区,该瞄准区范围约占全场范

围的 1.7%,通过在瞄准区中提高初始场信息的准确性,使得检验区内的 24 h 累积降水预报误差方差减小了约 40%。这说明用新算法计算的 CNOP 可以用于目标观测研究中瞄准区的确定,以提高对台风 24 h 降水的预报。进一步的分析表明,通过改善 CNOP 识别的敏感区(瞄准区)内的初始场信息,可以改善初始场的台风暖心结构、高空辐合辐散、水汽条件等,从而最终提高对检验区域内 24 h 降水的预报效果。

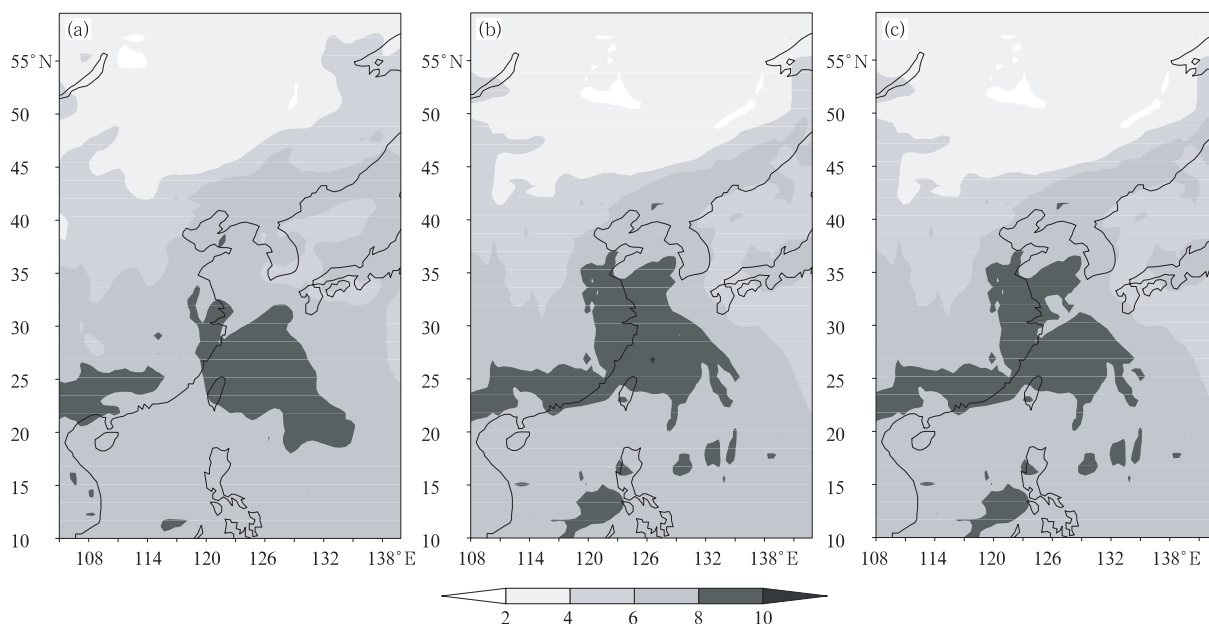


图 9 初始场 1000—200 hPa 比湿(单位:  $10^{-3} \text{ kg/kg}$ )的平均 (a. Nature 试验, b. Control 试验, c. CNOP 试验)

Fig. 9 1000—200-hPa averaged specific humidity (unit:  $10^{-3} \text{ kg/kg}$ ) at the initial (or target) time from (a) Nature experiment, (b) Control experiment, and (c) CNOP experiment

从前面试验结果可以看到,针对检验区内 24 h 降水预报,利用快速算法计算的 CNOP 识别的瞄准区确实对检验区内 24 h 的降水预报有显著的改善,那么对 24 h 以后更长时间的预报是否还会有正影响呢?

将预报时间延长到 72 h,比较瞄准区初值修正前后检验区内 72 h 降水预报误差(图 10)可以看到,修正之后台湾岛北部和上海西北部的 72 h 降水预报误差得到了显著的改善,海上部分地区的降水预报也有明显改善,如东海的东南部地区。从 72 h 检验区域内降水预报误差的方差来看,修正前是  $185.6874 \text{ mm}^2$ ,修正后是  $163.3653 \text{ mm}^2$ ,修正后使误差减小约 12.02%。

在进行可预报性研究的过程中, Zhang 等

(2003)为了量化模拟的各层变量的偏差,引入了一个偏差的积分模,即(每单位质量的)偏差总能量(DTE)。并定义为  $E_{\text{DT}} = \frac{1}{2} \sum (u'_{ijk}{}^2 + v'_{ijk}{}^2 + \kappa T'_{ijk}{}^2)$ ,其中  $u', v', T'$  是两次模拟之间的风偏差和温度偏差,  $\kappa = \frac{c_p}{R} \approx \frac{c_p}{T_r}$ , ( $T_r = 187 \text{ K}^{-1}$ ),  $i, j, k$  是  $x, y, \sigma$  格点。Tan 等(2004)的工作中也使用了 DTE 随时间的演变图来研究误差增长的非线性机制。在本论文的研究过程中,也使用了 DTE 作为研究检验预报改善的一个定量分析工具,说明检验区内误差减小的情况。

从检验区内 72 h 预报的 DTE(图 11)来看,修正后(CNOP试验)的DTE一直小于修正前(Control

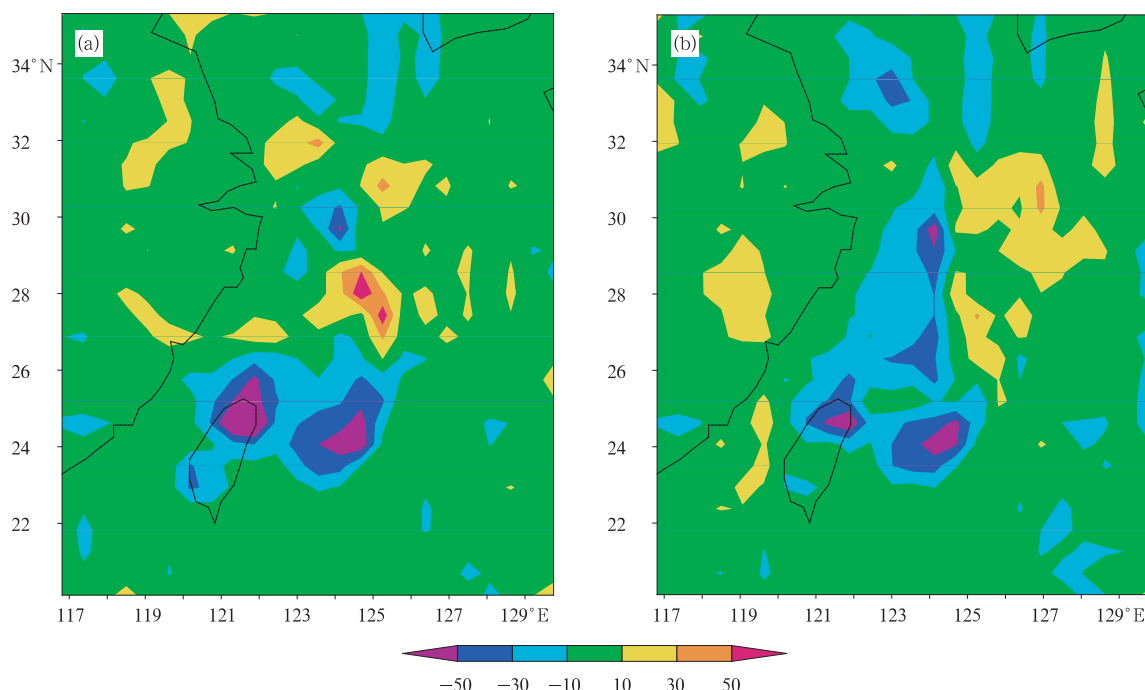


图 10 检验区内 72 h 降水预报误差(单位:mm; a. Control 试验, b. CNOP 试验)

Fig. 10 72-h rainfall forecast errors (unit: mm) in the verification area in (a) Control experiment and (b) CNOP experiment

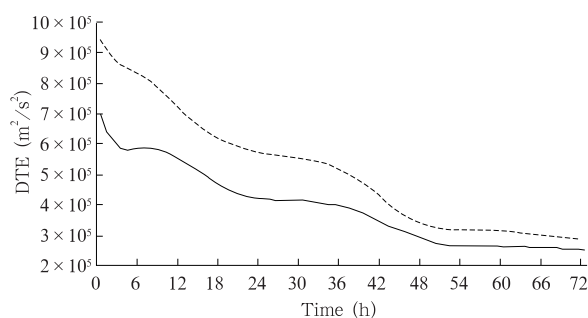


图 11 检验区内的 DTE( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) 随时间的变化  
(虚线是 Control 试验; 实线是 CNOP 试验)

Fig. 11 Evolution of DTE ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) of Control (dashed line) and CNOP experiments (solid line) in the verification region in comparison with Nature experiment initialized by using the T213 forecast fields

试验)的 DTE,说明对瞄准区的初始场进行修正之后,检验区内的总能量预报误差在 72 h 内的确得到明显减小。两个试验 DTE 之差的最大值约出现在预报 24 h 的时候,说明此时预报误差减小最多。

以上结果进一步说明,我们针对 24 h 预报的瞄准区在 24 h 之后的预报时效中也会有一定的正影响作用。

## 4.2 观测系统模拟实验-2(OSSE-2)

前面用 Nature 试验生成“大气真实状态”时使用的是用 T213 预报场作为初始场、通过时间滞后法生成的一组集合预报样本的某个样本,与包括背景场在内的其他样本同属一族。为了进一步检验用 CNOP 确定瞄准区的有效性,我们用与背景场和集合预报样本完全独立的 NCEP 的再分析资料( $1^\circ \times 1^\circ$ )通过插值变为 GRAPES 模式初始场的格式,作为 Nature 试验的初始场,积分 24 h。Control 试验与前面相同。而 CNOP 试验则是在同样的瞄准区内(图 4)使用新的 Nature 试验的初始场值,瞄准区外的初值与 Control 试验一致,积分 24 h。

从检验区内 24 h 降水误差(图 12)进行定性分析。与 Control 试验相比,经过修正之后的 CNOP 试验在中国大陆、台湾岛,及东海上的两块降水误差的范围和强度都明显减小。不足的是,黄海北部出现了一些误差。用检验区内 24 h 降水的预报误差方差进行定量分析(表 1)。试验 1 的 24 h 降水的预报误差方差为  $416.5855 \text{ mm}^2$ ,修正后(试验 2)的预报误差方差为  $297.3580 \text{ mm}^2$ ,减小了约 28.6219%。无论从定性还是定量的结果来看,修正初始场之后,24 h 的降水预报误差都有了显著的减小。

类似前面的讨论,对沿 24.625°N 初始温度场的垂直剖面、500 hPa 的初始场温度以及 200 和 500 hPa 的初始相对涡度场进行分析(图略),发现

CNOP 试验同样改善了初始场的暖心位置和结构、台风附近正涡度中心的纬向位置、以及东海北部相当大的一块区域中的初始水汽场。从 24 h 内 DTE

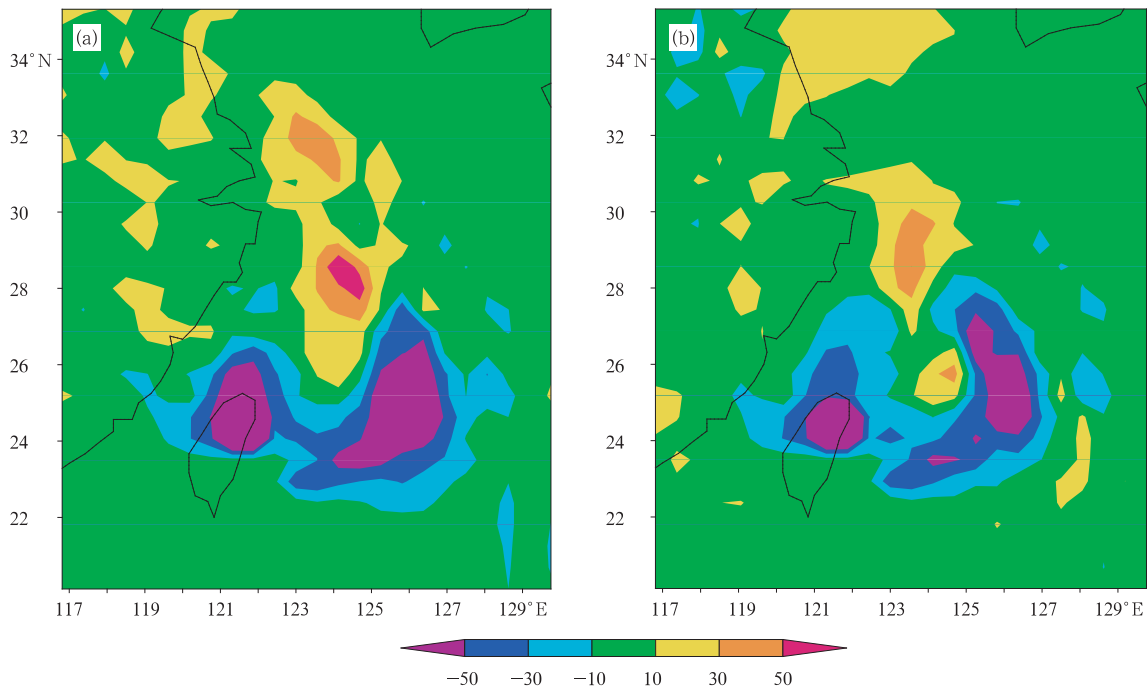


图 12 检验区内 24 h 降水预报误差(单位:mm; a. Control 试验,b. CNOP 试验)  
Fig. 12 24-h rainfall forecast errors (unit: mm) in the verification area  
in (a) Control experiment and (b) CNOP experiment

表 1 OSSE-2 的检验区域内 24 h 降水预报误差方差  
Table 1 24-h rainfall forecast variance in OSSE-2

| 试验方案       | 瞄准区的<br>格点数 | 预报误差<br>方差(mm <sup>2</sup> ) | 预报误差占总<br>预报误差的比 |
|------------|-------------|------------------------------|------------------|
| Control 试验 | ——          | 416.5855                     | 100%             |
| CNOP 试验    | 98(1.7%)    | 297.3508                     | 71.3781%         |

变化比较(图 13)来看,CNOP 试验的 DTE 随时间明显减小。这说明在瞄准区内对初始场进行修正,可使得检验区内的误差能量在预报过程中不断减小,并在我们所关注的预报 24 h 的时候,误差减小最多。由此可见,OSSE-2 取得的结论与 OSSE-1 一致,进一步验证了用新算法计算的 CNOP 确定瞄准区的有效性和合理性。

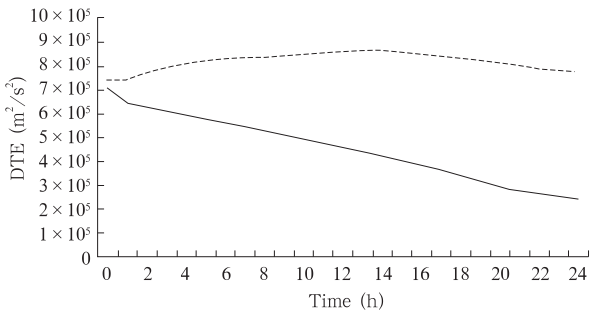


图 13 检验区内的 DTE(单位:m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)随时间变化  
(虚线是 Control 试验;实线是 CNOP 试验)  
Fig. 13 Evolution of DTE (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) between Control (dashed line) and CNOP experiments (solid line) in the erification region in comparison with Nature experiment initialized by using the NCEP/NCAR reanalysis data

5 结论与讨论

本文提出了一种不用伴随求解 CNOP 的新的快速算法,大大减小了计算量。基于 GRAPES 区域模式,用新方法建立了 CNOP 系统,并在 0509 号台风“麦莎”目标观测的瞄准区(敏感区)确定中进行了初步尝试。结果表明,用新方法计算的 CNOP 的净能量随时间快速地发展,而且发展呈非线性。用该 CNOP 确定的瞄准区,不仅对于减小检验区内台风 24 h 累积降水的预报误差是有效的,而且对于更长时间(如 72 h)的累积降水预报误差减小也是有作

用的。进一步分析发现,通过改善敏感区内的初始场信息,可以改善初始场的台风暖心结构、高空相对涡度、水汽条件等,并最终提高对检验区域内 24 h 累积降水的预报效果。因此,除了通过用伴随模式计算梯度来求解 CNOP 之外,本文提出的方法为 CNOP 的计算提供一种新的途径,它成功地避免了伴随模式程序的编写和计算。尤其,在目标观测研究中,利用 CNOP 来确定敏感性区域(瞄准区)的方法被证明是有效且可行的。然而,由于样本代表性的限制,用本文方法所求得的 CNOP 只是真正意义上的 CNOP 的一种近似,其近似程度与样本的选取密切相关。在实际应用中,可能会对误差增长的强度有所减弱。局地化技术将是提高快速算法计算 CNOP 精度的一条有效途径。

**致谢:**本文得到穆穆院士在 CNOP 思想方法上的悉心指导,得到段晚锁副研究员在一些研究细节上的大力帮助和具体参与,在此谨表最诚挚的感谢!

## References

- Aberson S D. 2003. Targeted observations to improve operational tropical cyclone track forecast guidance. *Mon Weather Rev*, 131: 1613-1628
- Barkmeijer J. 1996. Constructing fast-growing perturbations for the nonlinear regime. *J Atmos Sci*, 53: 2838-2851
- Birgin E G, Martinez J E, Marcos R. 2001. Algorithm 813: SPG-software for convex-constrained optimization. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 27: 340-349
- Bishop C H, Etherton B J, Majumdar S J. 2001. Adaptive sampling with the ensemble transform Kalman filter. Part I: Theoretical aspects. *Mon Wea Rev*, 129: 420-436
- Bishop C H, Toth Z. 1996. Using ensembles to identify observations likely to improve forecasts//Preprints, 11th Conf. on Numerical Weather Prediction. Norfolk, VA, Amer Meteor Soc, 72-74
- Bishop C H, Toth Z. 1999. Ensemble transformation and adaptive observations. *J Atmos Sci*, 56: 1748-1765
- Chen Dehui, Shen Xueshun. 2006. Recent Progress on GRAPES Research and Application. *J Appl Meteor Sci (in Chinese)*, 17 (6): 773-777
- Dong Peiming, Zhang Xin. 2004. Targeted observations and adjoint sensitivity analysis. *Meteor Sci Tech (in Chinese)*, 32 (1): 1-5
- Dong Peiming, Zhong Ke, Zhao Sixiong. 2006. Impact of regional uncertainties of the initial state upon numerical forecast of mesoscale low on Meiyu front. *Clim Environ Res (in Chinese)*, 11 (5): 565-581
- Duan W-S, Mu M, Wang B. 2004. Conditional nonlinear optimal perturbation as the optimal precursors for El Niño-Southern oscillation events. *J Geophys Res*, 109: D23105, doi:10.1029/2004JD004756
- Duan W-S, Mu M. 2006. Investigating decadal variability of El Niño-Southern Oscillation asymmetry by conditional nonlinear optimal perturbation. *J Geophys Res*, 111: C07015, doi:10.1029/2005JC003458
- Duan W-S, Xu H, Mu M. 2008. Decisive role of nonlinear temperature advection in El Niño and La Nina amplitude asymmetry. *J Geophys Res*, 113: C01014, doi:10.1029/2006JC003974
- Hamill T M, Snyder C. 2002. Using improved background-error covariances from an ensemble Kalman filter for adaptive observations. *Mon Wea Rev*, 130: 1552-1572
- Joly A, Jorgensen D, Shapiro M A, et al. 1997. Definition of the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX). *Bull Amer Meteor Soc*, 78: 1917-1940
- Langland R H, Rohaly G D. 1996. Adjoint-based targeting of observations for FASTEX cyclones//Preprints, Seventh Conf. on Mesoscale Processes, Reading, United Kingdom, Amer Meteor Soc, 369-371
- Langland R H, Toth Z, Gelaro R, et al. 1999. The North Pacific Experiment (NORPEX-98): Targeted observations for improved North American weather forecasts. *Bull Amer Meteor Soc*, 80: 1363-1384
- Lorenz E N. 1965. A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model. *Tellus*, 17: 321-333
- Majumdar S J, Aberson S D, Bishop C H, et al. 2006. A comparison of adaptive observing guidance for Atlantic tropical cyclones. *Mon wea Rev*, 134: 2354-2372
- Mu M, Duan W-S, Wang B. 2003a. Conditional nonlinear optimal perturbation and its applications. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 10: 493-501
- Mu M, Duan W-S. 2003b. A new approach to studying ENSO predictability: conditional nonlinear optimal perturbation. *Chinese Sci Bull*, 48(10): 1045-1047
- Mu M, Sun L, Dijkstra H A. 2004. Sensitivity and stability of thermohaline circulation of ocean to finite amplitude perturbations. *J Physical Oceanography*, 34: 2305-2315
- Mu M, Wang J-C. 2001. Nonlinear fastest growing perturbation and the first kind of predictability. *Sci China Ser. D*, 44(12): 1128-1139
- Mu M. 2000. Nonlinear singular vectors and nonlinear singular values. *Sci China Ser. D*, 43(4): 375-385
- Mu M, Zhang Z-Y. 2006. Conditional nonlinear optimal perturbations of a two-dimensional quasigeostrophic model. *J Atmos Sci*, 63: 1587-1604

- Mu Mu, Wang Hongli, Zhou Feifan. 2007. A preliminary application of Conditional Nonlinear Optimal Perturbation to adaptive observation. *Chinese J Atmos Sci (in Chinese)*, 31 (6): 1102-1112
- Oortwijn J, Barkmeijer J. 1995. Perturbations that optimally trigger weather regimes. *J Atmos Sci*, 52: 3932-3944
- Palmer T N, Gelaro R, Barkmeijer J, et al. 1998. Singular vectors, metrics, and adaptive observations. *J Atmos Sci*, 55: 633-653
- Rabier F, Klinker E, Courtier P, et al. 1996. Sensitivity of forecast errors to initial conditions. *Quart J Roy Meteor Soc*, 122: 121-150
- Samelson R G, Tziperman E. 2001. Instability of the chaotic ENSO: The growth-phase predictability barrier. *J Atmos Sci*, 58: 3613-3625
- Snyder C. 1996. Summary of an informal workshop on adaptive observations and FASTEX. *Bull Amer Meteor Soc*, 77: 953-961
- Tan Z-M, Zhang F, Rotunno R, et al. 2004. Mesoscale predictability of moist baroclinic waves: experiments with parameterized convection. *Amer Meteor Soc*, 61: 1794-1804
- Thompson C J. 1998. Initial conditions for optimal growth in a coupled ocean-atmosphere model of ENSO. *J Atmos Sci*, 55: 537-557
- Tziperman E, Ioannou P J. 2002. Transient growth and optimal excitation of thermohaline variability. *J Phys Oceanogr*, 32: 3427-3435
- Zhang F, Snyder C, Rotunno R. 2003. Effects of moist convection on mesoscale predictability. *J Atmos Sci*, 60: 1173-1185

## 附中文参考文献

- 陈德辉, 沈学顺. 2006. 新一代数值预报系统 GRAPES 研究进展. *应用气象学报*, 17(6): 773-777
- 董佩明, 钟科, 赵思雄. 2006. 区域初始分析误差对梅雨锋中尺度低压数值预报的影响. *气候与环境研究*, 11(5): 565-581
- 董佩明, 张昕. 2004. 目标观测设计与伴随敏感性分析. *气象科技*, 32(1): 1-5
- 穆穆, 王洪利, 周非凡. 2007. 条件非线性最优扰动方法在适应性观测研究中的初步应用. *大气科学*, 31(6): 1102-1112