

# 半隐式半拉格朗日动力框架的动能谱分析<sup>\* 1</sup>

郑永骏 金之雁 陈德辉  
ZHENG Yongjun JIN Zhiyan CHEN Dehui

中国气象科学研究院灾害天气国家重点实验室,北京,100081  
*Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081, China*  
2006-09-06 收稿,2007-04-27 改回.

**Zheng Yongjun, Jin Zhiyan, Chen Dehui. 2008. Kinetic energy spectrum analysis in a semi-implicit semi-Lagrangian dynamical framework. *Acta Meteorologica Sinica*, 66(2): 143–157**

**Abstract** A large number of observational analyses have shown that the atmospheric kinetic energy spectrum in the free troposphere and lower stratosphere possesses a wavenumber dependence of  $k^{-3}$  for large scale systems, and a transition to a  $k^{-5/3}$  dependence for small- meso scale systems. The kinetic energy spectrum derived from a numerical model is a direct measure of the dissipation in the dynamical framework of the numerical model, and the dissipation has significant impact on the performance of the numerical model, so using kinetic energy spectrum to evaluate the numerical model is a non-traditional effective method. The global/regional unified model GRAPES, based on a Semi-implicit Semi-Lagrangian dynamical framework, is evaluated by verifying the simulated kinetic energy spectrum against the atmospheric kinetic energy spectrum derived from the actual atmospheric observations. It is found that the GRAPES model is able to reproduce the observed atmospheric kinetic energy spectrum, including the transition to  $k^{-5/3}$  dependence in the small-meso scale. Meanwhile, there exists a maximum effective time-step, when the time-step is smaller/larger than the maximum effective time-step, the simulated kinetic energy spectrum gradually decays/unphysically grows as the time-step increases. And compared with the observational atmospheric kinetic energy spectrum, the simulated kinetic energy spectrum decays rapidly at the wavelength of about  $5\Delta x$ , so we define the  $5\Delta x$  wavelength as the highest effective resolution of the GRAPES model. Also, when the increasing of spatial resolution is coordinated with the time-step and other factors such as physical parameterization processes, the simulated kinetic energy spectrum in the small-meso scale approaches closely the observed atmospheric kinetic energy spectrum, otherwise, the simulated kinetic energy spectrum in the small-meso scale has larger errors, and correspondingly its kinetic energy spectrum in the large scale also has larger errors. In addition, the time-step has significant impact on the spin-up process, when a smaller time-step is used, the model can develop well the reasonable kinetic energy spectral structure in the spectral space and can generate and develop reasonable small-meso scale systems in the physical space during the spin-up period, while a larger time-step is used, the opposite is true. Finally, it is found that the kinetic energy spectra derived from GRAPES and WRF are consistent each other, and the global medium-range model GRAPES can simulate perfectly the characteristic of  $E \propto k^{-3}$  for the large scale kinetic energy spectrum. In summary, this investigation on the simulated kinetic energy spectrum of the GRAPES model reveals several meaningful results, which provide a scientific guidance for further research, improvement and application of the GRAPES model, and also demonstrates the effectiveness of kinetic energy spectrum in evaluating numerical models.

**Key words** Kinetic energy spectrum, GRAPES model, Semi-Lagrangian dynamic framework, Highest effective resolution scale, Maximum effective time-step, Small-meso scale, Spin-up

**摘 要** 大量的观测事实表明自由大气动能谱与波数之间满足如下关系:在大尺度区域满足  $E \propto k^{-3}$  关系,过渡到中尺度区域

<sup>\*</sup> 资助课题:国家自然科学基金项目(40575050 和 40605015);国家科技部支撑项目(2006BAC02B02);973 国家重大基础研究项目(2004CB418306)。

作者简介:郑永俊,主要从事数值模式研究。E-mail:yongjunzheng@163.com

表现为  $E \propto k^{-5/3}$  关系。数值模式动能谱是测量模式动力框架的耗散的直接度量,而耗散对模式的性能有着重要影响,因此动能谱是研究和评估模式动力框架的非常规的有效方法。文中使用基于半隐式半拉格朗日动力框架的全球/区域一体化模式 GRAPES 进行数值模拟试验,然后计算 GRAPES 模式的动能谱并与实际观测得到的大气动能谱比较,得到 GRAPES 模式能够很好地复制出实际大气动能谱的分布特征,包括从大尺度区域的  $E \propto k^{-3}$  关系向中尺度的  $E \propto k^{-5/3}$  关系的过渡特征。并且发现 GRAPES 模式存在最大有效时间步长,当时间步长小于最大有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而逐渐衰减;当时间步长大于最大有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而虚假增长。同时通过与实际大气动能谱比较,发现模式动能谱在  $5\Delta x$  波长附近开始明显衰减,因此将  $5\Delta x$  波长定义为 GRAPES 模式的最高有效分辨尺度;当空间分辨率提高与时间步长等相协调时,中小尺度模式动能谱向中小尺度延伸而更接近实际大气动能谱;当空间分辨率提高与时间步长等不相协调时,中小尺度模式动能谱存在较大误差,相应的大尺度模式动能谱亦存在较大误差。此外,时间步长对模式 spin up 过程有着重要的影响,较小时间步长时,spin up 过程能够很好发展出合理的动能谱结构,在物理空间上表现为模式能够在 spin up 时间内生成和发展出合理的中小尺度系统;而较大时间步长时,spin up 过程很难发展出合理的动能谱结构,在物理空间上表现为模式未能在 spin up 时间内生成和发展出合理的中小尺度系统。最后,GRAPES 模式动能谱与 WRF 模式动能谱具有一致性,GRAPES 全球中期模式能够完美地模拟出大尺度的  $E \propto k^{-3}$  动能谱特征。综上所述,本文通过研究 GRAPES 模式动力框架的动能谱得到了一些有意义的结果,为进一步研究、完善、优化和应用模式提供了科学的指导,可见动能谱是评估模式动力框架的有效方法。

**关键词** 动能谱,GRAPES 模式,半拉格朗日动力框架,最高有效分辨尺度,最大有效时间步长,中小尺度,Spin up  
**中图法分类号** P435

## 1 引言

大量的观测事实分析表明在自由对流层和平流层底部,大气动能谱具有如下分布特征:在大尺度区域动能与波数的关系满足  $E \propto k^{-3}$  关系,过渡到中小尺度区域表现为  $E \propto k^{-5/3}$  关系;而且动能谱的这种特征是大气行为的基本统计特性,几乎不随纬度、高度和季节变化(Boer, et al, 1983; Nastrom, et al, 1984, 1985; Cho, et al, 1999a, 1999b; Lindborg, 1999; Vinichenko, 1982; Philip, 1979)。曾庆存(1979)指出动能谱的统计特性是大气的最基本规律之一,数值模式和计算格式的优劣以及其预报效果的好坏,与模式动能谱的统计特征与实际大气是否相符有密切关系。因此将模式动能谱分布特征与实际大气动能谱分布规律(大尺度关系  $E \propto k^{-3}$  和中尺度  $E \propto k^{-5/3}$  关系)进行定量分析比较,是检验评估一个模式动力框架合理性能的非传统的有效途径。因为大气的能量输送和收支平衡对大气运动的演变发展至关重要,一个数值预报模式的预报性能如何,很大程度上取决于模式对大气能量的模拟能力。

大气有效位能转化产生大气动能,最终通过摩擦过程而耗散。因此,大气环流和扰动的维持和加强依赖于大气动能的产生和耗散,大气动能的耗散对天气过程的发展和演变有着非常显著的影响。自由对流层和平流层底部的大气动能谱分布与水平波

数的关系以及维持其分布的物理机制的研究大概开始于半个世纪前,Charney (1947)、Smagorinsky (1953)、Saltzman 和 Teweles (1964) 研究了大尺度自由对流大气动能谱随水平波数的分布与维持它的物理过程。Lorenz (1967) 指出太阳加热的经向梯度引起了纬向有效位能的产生,然后在波数约为 2—10 的波段区域,纬向有效位能通过斜压不稳定转换为涡旋有效位能和涡旋动能。由于非线性相互作用,涡旋动能主要从其产生波数(纬向约为 2—10 个波数)向纬向 0—1 波数进行升尺度串级(upscale cascade)输送。

Fjortoft (1953) 研究了二维湍流的不同空间尺度之间能量输送,指出在二维湍流中涡度拟能守恒抑制了动能降尺度串级(downscale cascade)输送。Kraichnan (1967)、Leith (1968) 和 Batchelor (1969) 通过尺度分析研究了各向同性的二维湍流得到以下结论(通常称为 KLB 理论):动能随波数的分布特征是,当水平波数  $k_H > k_F$  时存在一个  $k_H^{-3}$  的惯性区域,当水平波数  $k_H < k_F$  时存在一个  $k_H^{-3/5}$  的惯性区域,其中  $k_F$  表示强迫尺度大小;在无限雷诺数取理想极限值时, $k_H^{-3}$  的惯性区域只有涡度拟能的降尺度串级输送而没有动能的降尺度串级输送, $k_H^{-5/3}$  的惯性区域只有动能的升尺度串级输送而没有涡度拟能的升尺度串级输送。Lilly (1969) 通过二维湍流数值模拟证实了 KLB 理论,Charney (1971) 通过准地转

湍流理论也得到类似结论。

大量的观测事实不仅证实实际大气动能谱分布的统计特征在大尺度范围服从  $k^{-3}$  关系,而且发现在中尺度范围服从  $k^{-5/3}$  关系(Boer, et al, 1983; Nastrom, et al, 1984, 1985; Cho, et al, 1999a, 1999b; Lindborg, 1999; Vinnichenko, 1982; Philip, 1979)。Boer(1983)使用全球观测分析资料计算得到在水平波长为 1000—5000 km 的区域,月平均水平动能谱与总水平波数之间存在  $k^{-3}$  关系。Nastrom 等(1984)、Nastrom 和 Gage(1985)通过分析 GASP(Global Atmospheric Sampling Program)资料得到在波长为 500—10000 km 范围的动能谱与波长的关系服从  $k^{-3}$  关系,在波长为 10—500 km 范围的动能谱与波长的关系服从  $k^{-5/3}$  关系,而且在波长约为 500 km 处动能谱明显地从大尺度向中尺度过渡。Cho 等(1999a, 1999b)分析了 PEM(Pacific Exploratory Missions)热带飞行资料也得到在中尺度范围动能谱与波长的关系同样服从  $k^{-5/3}$  关系。Lindborg(1999)使用结构函数方法分析 MOZAIC(Measurement of Ozone and Water Vapor by Airbus In-Service Aircraft)飞机探测资料得到一条非常简洁的动能谱拟合曲线  $E(k) = d_1 k^{-5/3} + d_2 k^{-3}$ , 其中  $d_1 \approx 9.1 \times 10^{-4}$  和  $d_2 \approx 3.0 \times 10^{-10}$ , 该曲线与 Nastrom 和 Gage(1984)分析 GASP 资料得到的动能谱曲线非常吻合(图 1):在大尺度区域  $E \propto k^{-3}$ ; 过渡到中尺度区域  $E \propto k^{-5/3}$  关系。该曲线是从 MOZAIC 资料得到,而且与 GASP 资料的动能谱非常一致,因此我们将此曲线作为实际大气动能谱的参考,称为 Lindborg 参考曲线。

观测事实得到的大气动能谱的大尺度  $k_H^{-3}$  分布特征可以使用二维湍流理论和准地转湍流理论合理地解释: Kraichnan(1967)、Lilly(1969)、Charney(1971)、Boer 和 Shepherd(1983)等指出由于太阳经向加热不均匀,地球大气在大约 5000 km 波长附近获得能量的注入,因此在几千公里到几百公里的天气和次天气尺度区域只有拟能降尺度串级输送而没有动能降尺度串级输送。但是,目前理论上还不能很好地解释中尺度  $k_H^{-5/3}$  分布特征。Kolmogorov(1941)研究三维各向同性湍流发现小尺度动能谱服从  $k_H^{-3}$  分布,但是 Kolmogorov 的结论是基于三维湍流是各向同性的假设,显然不适用于中尺度大气运动,中尺度大气运动的显著特征就是水平尺度远远

大于垂直尺度。因此目前中尺度动能谱的  $k_H^{-5/3}$  分布主要存在两种可能的解释:第一、Gage(1979)和 Lilly(1983)提出由于在更小尺度的能量强迫例如湿对流等,引起动能升尺度串级输送从而使得中尺度动能谱服从  $k_H^{-5/3}$  分布;第二、Dewan(1979)和 Van-Zandt(1982)指出由于大尺度的辐散运动激发出惯性重力波,因此惯性重力波能量在中尺度区域叠加使得动能谱转变为  $k_H^{-5/3}$  关系。

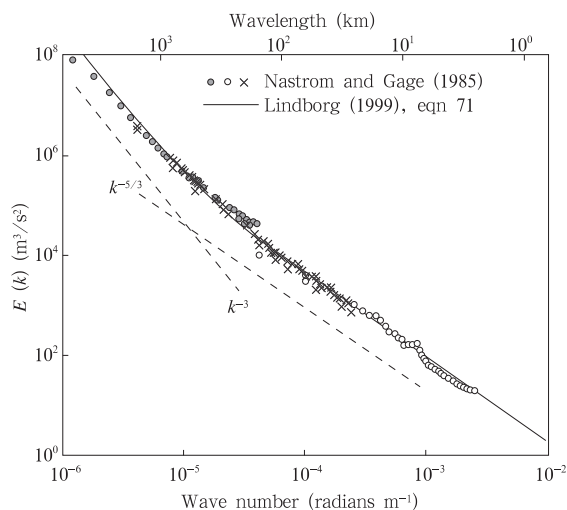


图 1 Nastrom 和 Gage(1985)分析 GASP 飞机探测资料得到的大气动能谱(符号)与 Lindborg(1999)拟合 MOZAIC 飞机探测资料的曲线(实线)(Skamarock, 2004)  
Fig. 1 Nastrom and Gage's (1985) atmospheric kinetic energy spectrum derived from the GASP aircraft observations and Lindborg's (1999) fitted curve of the MOZAIC aircraft observations(Skamarock, 2004)

全球大气环流模式一般都能够模拟出大尺度的  $k^{-3}$  分布特征的动能谱,因此,Laursen 和 Eliassen(1989)使用模式动能谱特征来检验模式的滤波方案和耗散机制。Koshyk 和 Hamilton(2001)通过高分辨率的 SKYHI GCM 模式,检查模式能否真实地模拟出大气的动能谱分布规律,能否捕获到从大尺度  $k^{-3}$  分布过渡到中尺度  $k^{-5/3}$  分布的大气动能谱特点;发现 SKYHI GCM 模式动能谱与实际大气动能谱基本吻合,在波长约为 500—5000 km 的大尺度区域具有  $k^{-3}$  分布,而在中尺度部分具有  $k^{-5/3}$  分布特征。Skamarock(2004)应用动能谱来评估 WRF 模式动力框架,首先通过对比模式动能谱和真实大气动能谱,发现 WRF 模式能够很好地复制出真实大气动能谱结构的分布特征,但模式动能谱在波长约为  $7\Delta x$  附近显著

偏离实际大气动能谱,因此将  $7\Delta x$  确定 WRF 模式的最高有效分辨率;然后考察了 WRF 模式 spin up 时间的动能谱特征,看出 WRF 模式具有能够正确生成和发展中小尺度系统细微物理结构的动力过程;最后分析了 WRF 动力框架的耗散机制对模式动能谱的影响,发现模式动能谱对耗散方案和超粘性系数非常敏感,采用五阶迎风平流方案时动能耗散最小。Shutts (2004) 计算 ECMWF 全球中期模式动能谱发现其未能复制出观测到的中尺度  $k^{-5/3}$  分布特征,然后分析模式动能在截断尺度附近的耗散率,并使用基于元胞自动机的随机动能补偿算法的集合预报,改善在截断尺度附近衰减的动能,从而增大集合预报的离散度,提高集合预报的预报技巧。

GRAPES 模式是中国自主研发的采用半隐式半拉格朗日动力框架的全球/区域一体化模式。半隐式半拉格朗日动力框架的动能谱分布特性如何?与欧拉动力框架相比,半拉格朗日动力框架的最大优点是可以采用相对较长的时间步长;长时间步长的半隐式半拉格朗日动力框架能否继续保持原有的物理属性,其表现的行为特征和性能如何?提高模式空间分辨率能否真正捕获中尺度系统而且不会破坏模式分辨大尺度系统的信息?目前的中尺度欧拉模式(如 MM5、WRF)一般可以分辨 5—7 倍格距波 (Skamarock, 2004);中尺度半拉格朗日格点模式能否正确分辨 5—7 倍格距波,能够正确描述高分辨率条件下的中尺度大气动力过程?在全球环流模式、中尺度欧拉模式的动能谱分析方面,已有一些研究成果(如 SKYHI 和 WRF 等模式的动能谱分析 (Koshyk, et al, 2001; Skamarock, 2004)),但研究半拉格朗日格点模式尤其半拉格朗日格点区域模式的动能谱特性及其行为特征的工作较少,本文尝试使用实际资料进行动能谱数值模拟试验来研究半拉格朗日格点模式的动能谱。

## 2 有限区域动能谱的计算

傅立叶变换广泛应用于全球水平气象场的诊断和全球模式的数值求解,但是其往往局限于全球水平气象场,因为全球水平气象场沿纬圈是周期的,从而谱变换使用三角形截断的球调和函数展开是非常自然和方便的。然而,由于有限区域气象场在大部分情况下是非周期的而傅立叶变换基函数是周期的,如果在有限区域上直接应用傅立叶变换,则非周

期边界条件将致使高频谱尾出现虚假能量;另外,有限区域气象场往往被大于区域宽度的天气系统控制,则大于区域宽度的低频波能量会歪曲混淆进入高频波,使得高频谱尾出现虚假上翘。因此直接傅立叶变换并不适用于有限区域的气象场。

为了克服直接傅立叶变换应用于有限区域的不足,Errico(1985)提出通过去除倾向的预处理使得有限区域气象场周期化后再进行傅立叶变换的方法。该方法改善了高频谱尾虚假能量上翘的现象,但是会改变原气象场包含的大尺度信息而且 Errico (1985,1987)本人提到此方法不适合边界噪音很大的区域。Denis、Cote 和 Laprise(2002)提出了使用 DCT(Discrete Cosine Transform)对有限区域二维气象场进行谱分解。该方法的优点是不需要周期化气象场,也不需要去除倾向,而且能够比较真实地计算出实际的谱结构。

DCT 广泛应用于数字图像处理如压缩图像格式 JPEG 和 MPEG。DCT 的核心思想:设函数  $f(i), i=0, 1 \dots M-1$ ;将  $f(i)$  在  $i=-\frac{1}{2}$  做镜像得到新函数:

$$f_s(i) = \begin{cases} f(i) & i \geq 0 \\ f(-1-i) & i < 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中  $i = -M \dots M-1$

显然,新函数是关于  $i=-\frac{1}{2}$  对称,将中心位于  $i=-\frac{1}{2}$  的傅立叶变换应用到新函数  $f_s(i)$  并简化得到

$$F(m) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} f(i) \cos \frac{\pi m(i+1/2)}{M} \quad (2)$$

推广到二维得 2D-DCT 正变换公式

$$F(m, n) = \beta(m)\beta(n) \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} f(i, j) \cdot \cos(\pi m \frac{i+1/2}{M}) \cos(\pi n \frac{j+1/2}{N}) \quad (3)$$

和逆变换公式

$$f(i, j) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta(m)\beta(n) F(m, n) \cdot \cos(\pi m \frac{i+1/2}{M}) \cos(\pi n \frac{j+1/2}{N}) \quad (4)$$

$$\text{其中 } \beta(m) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{M}} & m = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{M}} & m = 1, 2 \dots M-1 \end{cases} \quad \text{和}$$

$$\beta(n) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & n = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & n = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

将 2D-DCT 应用于有限区域二维气象场得到二维谱系数  $F(m, n)$ , 它是二维波数  $(m, n)$  的函数。而该二维气象场的总方差

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sigma^2(m, n)$$

$$\sigma^2(m, n) = \frac{F^2(m, n)}{M \cdot N} \quad (m, n) \neq (0, 0) \quad (5)$$

可见总方差可以分解成不同二维波数  $(m, n) \neq (0, 0)$  的方差  $\sigma^2(m, n)$ , 也就是我们可以得到方差  $\sigma^2(m, n)$  随二维波数  $(m, n) \neq (0, 0)$  的分布, 称该方差谱为功能谱。显然该方差是二维波数  $(m, n)$  的函数, 因此我们需要将该方差表示为一维波数的函数, 具体方法如下: 定义归一化波数

$$\alpha = \sqrt{\frac{m^2}{(M-1)^2} + \frac{n^2}{(N-1)^2}} \quad (6)$$

对每个二维波数  $(m, n) \neq (0, 0)$ , 其对应的归一化波数  $\alpha$ , 如果满足

$$\frac{\bar{k}}{\min(M-1, N-1)} \leq \alpha < \frac{\bar{k}+1}{\min(M-1, N-1)},$$

其中  $\bar{k} = 1, 2, \dots, \min(M-1, N-1) - 1$  (7)

则将相应的方差  $\sigma^2(m, n)$  加入  $S(\bar{k})$ 。若定义格距为  $\Delta$ , 则归一化波数  $\alpha$  对应的波长  $\lambda = \frac{2\Delta}{\alpha}$ , 采用圆频率表示的

波数  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\Delta} \alpha$ 。于是,  $S(\bar{k})$  是归一化波数  $\alpha \in$

$\left[ \frac{\bar{k}}{\min(M-1, N-1)}, \frac{\bar{k}+1}{\min(M-1, N-1)} \right]$  区间的方差

和, 亦是采用圆频率表示的波数  $k \in \frac{\pi}{\Delta} \cdot$

$\left[ \frac{\bar{k}}{\min(M-1, N-1)}, \frac{\bar{k}+1}{\min(M-1, N-1)} \right]$  区间的方差

和, 因此谱密度通常称为功率谱

$$S(k) = S(\bar{k}) \cdot \left( \frac{\pi}{\Delta} \right)^{-1} \cdot \left[ \frac{\bar{k}+1}{\min(M-1, N-1)} - \frac{\bar{k}}{\min(M-1, N-1)} \right]^{-1} = S(\bar{k}) \cdot \Delta \cdot \min(M-1, N-1) \cdot \pi^{-1} \quad (8)$$

水平动能谱定义为  $E(k) = \frac{1}{2} [S_u(k) + S_v(k)]$ ,

其中  $S_u(k)$  和  $S_v(k)$  分别是风场  $u$  分量场和  $v$  分量场的功率谱。Nastrom 和 Gage (1985) 分析的

GASP 资料主要分布在 9—14 km 高度上, Lindborg (1999) 使用的 MOZAIC 资料主要集中在对流层顶部和平流层底部大约 10 km 高度, 即约在 350—150 hPa 高度。因此, 为了与观测到的真实大气动能谱比较, 同时考虑了模式 spin up 时间, 采用了模式逐时输出的 12—48 小时的第 12—26 层模式面的  $u$  和  $v$  风场(为了避免模式边界处理影响, 计算动能谱区域比模式区域每边少 5 个格点) 计算得到每个小时的各层的水平动能谱, 然后进行平均。

### 3 模式、试验设计以及资料

本文采用 GRAPES 全球/区域同化预报系统, 该模式采用全可压原始方程静力平衡与非静力平衡可选方案, 半隐式半拉格朗日动力框架, 水平方向采用类 Arakawa-C 跳点网格设计, 垂直方向采用 Charney-Philips 跳层设计的地形高度追随坐标。对比试验的模式参数设置: 采用非静力方案, 模式顶层高度 35 km, 垂直方向 31 层, 微物理过程采用 NCEP 3-CLASS 简单冰相方案, 长波辐射物理过程采用 RRTM 方案, 短波辐射物理过程采用 Dudhia 方案, 地表层采用 Monin-Obukhov 方案, 陆面过程采用热扩散方案, 边界层采用 MRF 方案, 积云对流参数化采用 Kain-Fritsch 方案。

区域模式试验(表 1 的 Exp. 1 试验)的初始条件和侧边界条件使用 NCEP 全球  $1^\circ \times 1^\circ$  的 26 层的间隔 6 h 的 FNL 分析资料, 所有区域试验均不做资料同化处理, 模式积分 48 h, 结果逐小时输出; 而全球中期模式试验(表 1 的 Exp. 2 试验)采用 T213 资料作为背景场并循环同化 GTS 和 ATVOS 等资料。GRAPES 模式采用半隐式半拉格朗日动力框架, 与欧拉动力框架相比, 半拉格朗日动力框架的最大优点是可以采用相对较长的时间积分步长。在长时间步长条件下, 半拉格朗日差分模式能否继续保持原有的物理属性, 其表现的行为特征和性能如何, 提高模式分辨率能否真正地捕获中尺度系统同时不会破坏模式分辨大尺度系统的信息? 因此我们针对表 1 的 Exp. 1 试验设计了不同时间步长对比试验(表 2)

表 1 区域和全球模拟试验

Table 1 Regional and global experiments

试验名称	过程名称	初始时间	时效	模式
Exp. 1	华南特大暴雨	2005061800	48 h	Meso-GRAPES
Exp. 2	MATSA 台风	2005080112	144 h	Global-GRAPES

来研究时间步长对模式动能谱的影响,同样针对表 1 的 Exp. 1 试验设计了不同空间分辨率对比试验(表 3)来考察提高分辨率能否提高中尺度捕获能力

同时不会影响大尺度的信息。表 4 是 GRAPES 全球中期模式试验的区域设置。

表 2 不同时间步长对比试验(Exp. 1)

Table 2 Different time-step contrast experiments for Exp. 1

格距	时间步长(单位:s)								
	30	60	120	180	300	600	900	1200	1800
0.50°		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
0.20°		✓	✓	✓	✓	✓			
0.10°		✓	✓	✓	✓				
0.05°		✓	✓	✓					
0.02°	✓	✓							

表 3 不同空间分辨率对比试验(Exp. 1)

Table 3 Different spatial resolution contrast experiments for Exp. 1

格距	区域定义				东西向 网格数	南北向 网格数	垂直 层数
	西边界	东边界	南边界	北边界			
0.50°	70°E	140°E	5°N	55°N	141	101	31
0.20°	70°E	140°E	5°N	55°N	351	251	31
0.10°	70°E	140°E	5°N	55°N	701	501	31
0.05°	80°E	130°E	5°N	55°N	1001	1001	31
0.02°	104°E	124°E	14°N	34°N	1001	1001	31

表 4 全球中期试验的区域定义(Exp. 2)

Table 4 Domain of global medium-range experiment for Exp. 2

试验名称	格距	时间步长	区域定义				东西向 格点数	南北向 格点数	垂直 层数
			西边界	东边界	南边界	北边界			
Exp. 2	0.50°	600 s	0°	359.5°	-89.75°S	89.75°N	720	360	31

## 4 模式模拟动能谱的结果分析

### 4.1 有限区域模式动能谱计算中的不确定性

由抽样理论(Boggess, et al, 2002)可知:有限区域无法正确描述小于两倍格距和大于两倍区域的大气波动,而且非周期边界条件将致使高频谱尾出现虚假能量,因此计算得到的模式动能谱在谱线的两端具有较大的不确定性。图 2 的模式动能谱的低频尾端和低频尾端的方差较大,尤其图 2c—d 的高频尾端;而中间部分具有较小的方差,说明具有较大的确定性和较高的可信度。另外,如果时间步长较大时,模式动能谱出现了虚假能量增长,那么模式动能谱的低频尾端和低频尾端的方差明显变大,甚至中间部分也较大(图略)。因此,本文所有结果分析均只考虑方差较小即具有较大确定性的动能谱区域,而不考虑方差较大的低频尾端和低频尾端。

### 4.2 不同时间步长对模式动能谱的影响

与欧拉动力框架模式相比,半拉格朗日动力框架模式的优点是可以采用相对较长的时间积分步长。在长时间步长条件下,半拉格朗日差分模式能否继续保持原有的物理属性,时间步长对模式动能谱有多大的影响?理论上,半拉格朗日模式的三次拉格朗日插值空间误差为  $O(\Delta x^4)$ ,时间误差为  $O(\Delta t^2)$ ,显然空间误差是模式的主要误差(Staniforth, et al, 1991)。如果仅从精度考虑,由于半拉格朗日动力框架是无条件稳定的,因此时间步长可以取很大,直到时间误差与空间误差量级相当。实际上,我们的试验结果表明,半拉格朗日模式的时间步长不能无限大,因为当时间步长大到一定程度后,模式动能谱会出现非物理的虚假能量增加。

图 3 是模式动能谱随时间步长的变化特征及其示意图,图 3a—3e 中的柱状图是模式动能谱偏离

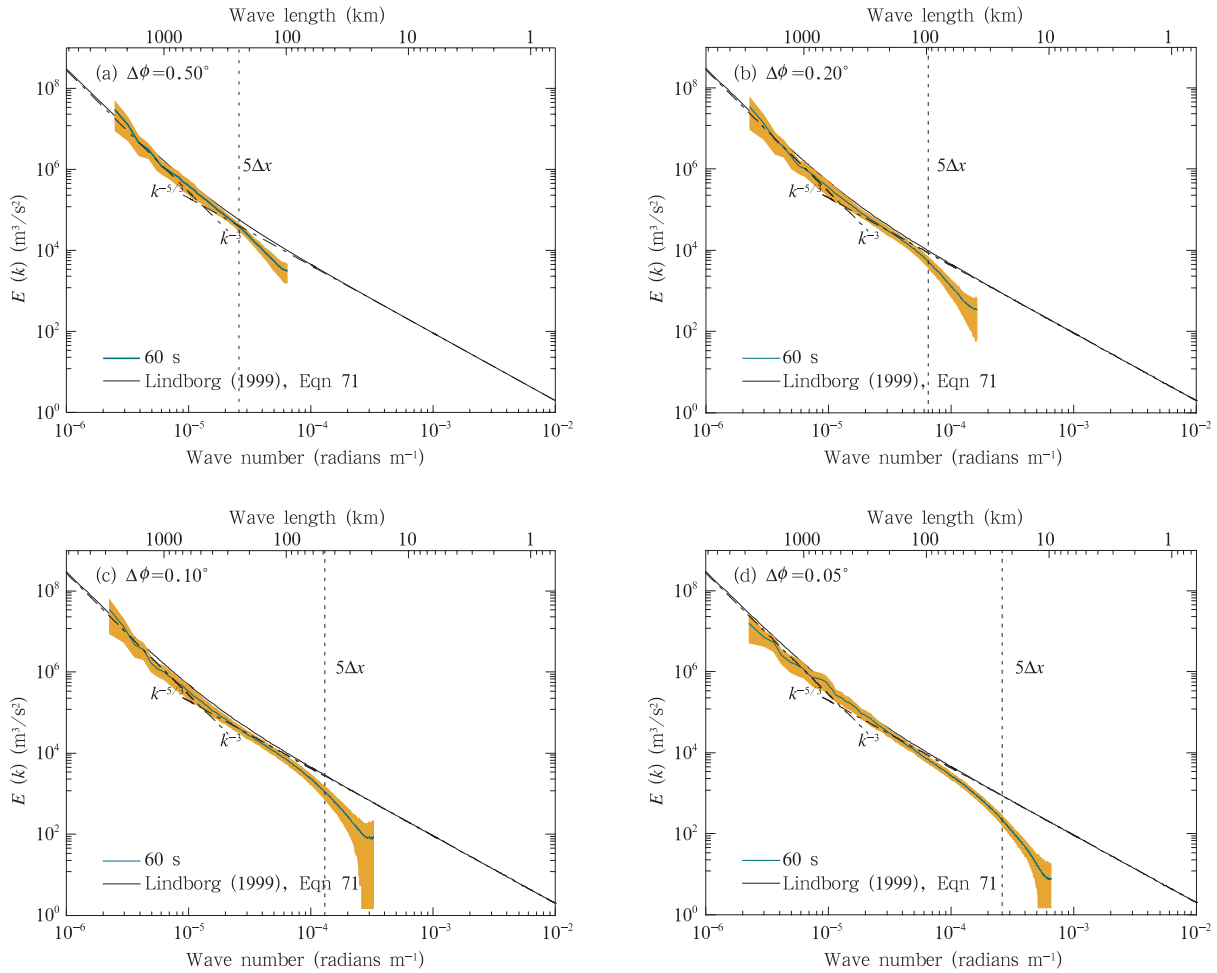


图 2 GRAPES 模式动能谱计算中的不确定性

(阴影区为模式动能谱士其标准差;a,b,c 和 d 分别是分辨率  $\Delta\phi=0.5^\circ, 0.2^\circ, 0.1^\circ$  和  $0.05^\circ$  的情形)

Fig. 2 Uncertainties of the simulated kinetic energy spectra derived from the GRAPES model at various resolutions  $\Delta\phi=(a)0.5^\circ, (b)0.2^\circ, (c)0.1^\circ$  and  $(d)0.05^\circ$ , respectively

(The shaded area encloses the spectrum plus/minus its standard deviation)

Lindborg 参考曲线的平均相对偏差。从图 3a—3c 可以看出,随着时间步长增大,模式动能谱先是衰减然后虚假增长。这从相应图中的柱状图可以更清楚地看到,随着时间步长增大,首先,平均相对偏差逐渐增大,也就是模式动能谱逐渐衰减而偏离 Lindborg 参考曲线;然后,平均相对误差逐渐减小,也就是模式动能谱虚假增长而逐渐靠近甚至越过 Lindborg 参考曲线。可见,GRAPES 模式动能谱随时间步长的变化存在一个转折点,我们将该转折点对应的的时间步长定义为最大有效时间步长;也就是,当时间步长小于最大有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而逐步衰减;相反,当时间步长大于该特定的时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而虚

假地增长。示意图 3f 更直观地说明 GRAPES 模式动能谱随时间步长的变化。

进一步分析表明,当时间步长小于相应分辨率的最大有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而逐渐衰减,衰减主要发生在中小尺度部分,而大尺度部分衰减不明显,与实际的动能谱相当接近;当时间步长大于相应分辨率的最高有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而出现非物理的能量增长,而且时间步长越大越明显。这种虚假的能量增长表明模式可能已经不能完全保持其物理属性。

对于很小时间步长和非常高的水平分辨率,积分 48 h 需要非常长的计算机时,由于计算机时的限制,我们没法进行更小时间步长的模拟;因此图

3d—3e 没有随时间步长增大而衰减的模式动能谱, 只有随时间步长增大而虚假增大的动能谱, 因此不能确定相应分辨率的最大有效时间步长。但是, 图

3d—3e 的动能谱在中小尺度部分明显偏离了 Lindborg 参考曲线, 说明相应分辨率的最大有效时间步长要小于对应图中的最小时间步长。

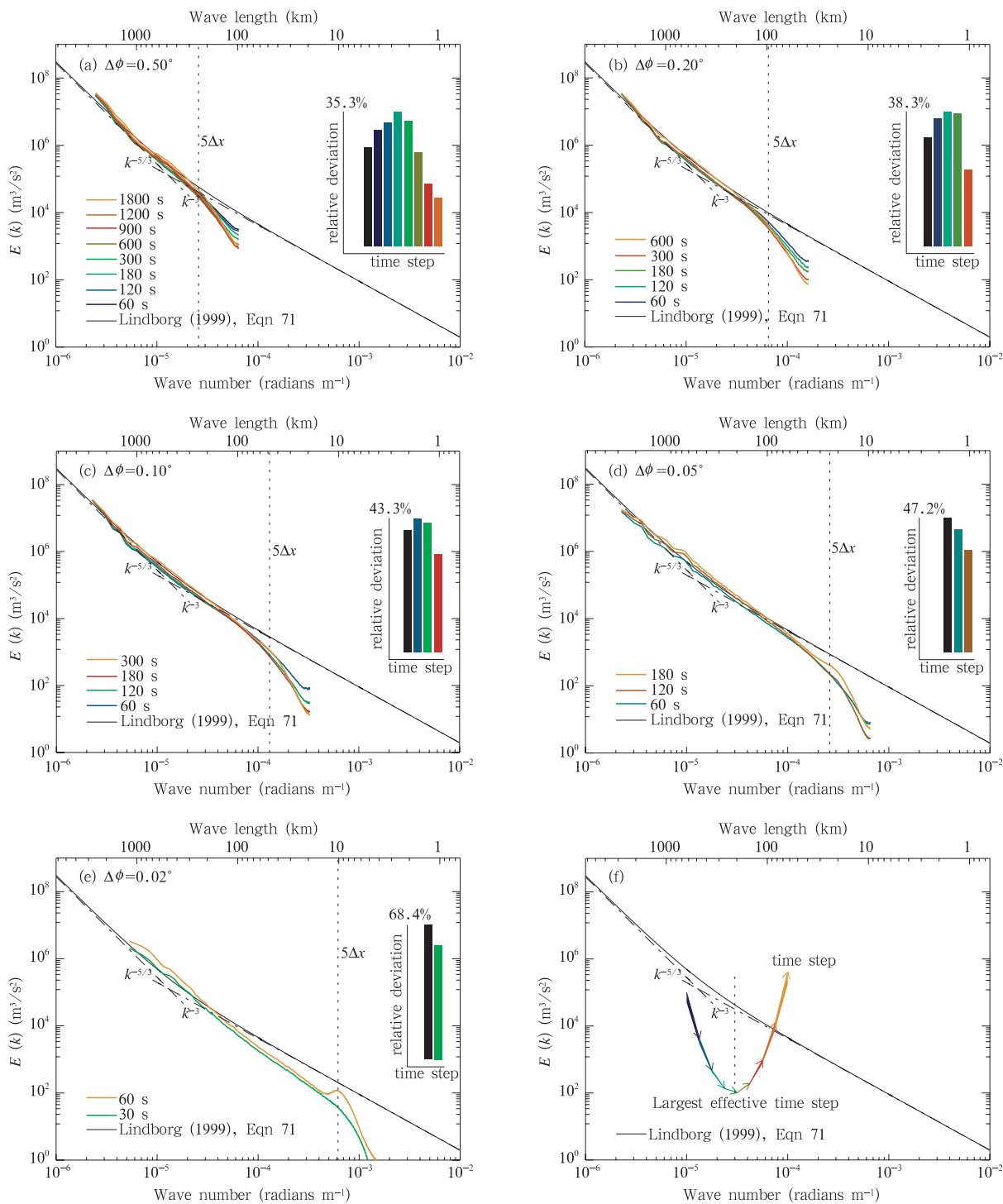


图3 GRAPES 模式动能谱随时间步长的变化和示意图

(a, b, c, d 和 e 分别是分辨率  $\Delta\phi=0.5^\circ, 0.2^\circ, 0.1^\circ, 0.05^\circ$  和  $0.02^\circ$  的动能谱, f 是示意图)

Fig. 3 Variations of the simulated kinetic energy spectra with the time-step derived from the GRAPES model at various resolutions  $\Delta\phi=(a)0.5^\circ, (b)0.2^\circ, (c)0.1^\circ, (d)0.05^\circ$  and (e)  $0.02^\circ$ , respectively, and (f) its illustration



综上所述,时间步长小于最大有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而逐渐衰减;而时间步长大于最大有效时间步长时,模式动能谱随时间步长增大而虚假增长。因此,时间步长越小,模式动能谱越接近真实大气动能谱。表 5 给出了最大有效时间步长与水平分辨率的对应关系。因为时间步长越小,模式动能谱越接近真实大气动能谱;因此如果计算条件或时效不允许,时间步长设置也不应超过相应分辨率下的最大有效时间步长,否决会出现非物理的虚假能量。总而言之,最大有效时间步长与水平分辨率的对应关系为设置模式的水平分辨率和时间步长提供合理的指导。

表 5 最大有效时间步长与水平分辨率

Table 5 Maximum effective time-step and horizontal resolution

水平分辨率	0.5°	0.2°	0.1°	0.05°	0.02°
最大有效时间步长(单位:s)	300	180	120	<60	<30

4.3 不同空间分辨率对模式动能谱的影响

由图 4a—4c 可见,GRAPES 模式能够很好地模拟出大尺度的  $E \propto k^{-3}$  动能谱分布;而且,随着空间分辨率的提高,也能够复制出中尺度的  $E \propto k^{-5/3}$  动能谱特征以及动能谱从大尺度向中尺度的过渡特点。而且,随着水平分辨率的提高,模式动能谱不断往中小尺度延伸,在中小尺度区域与真实大气动能

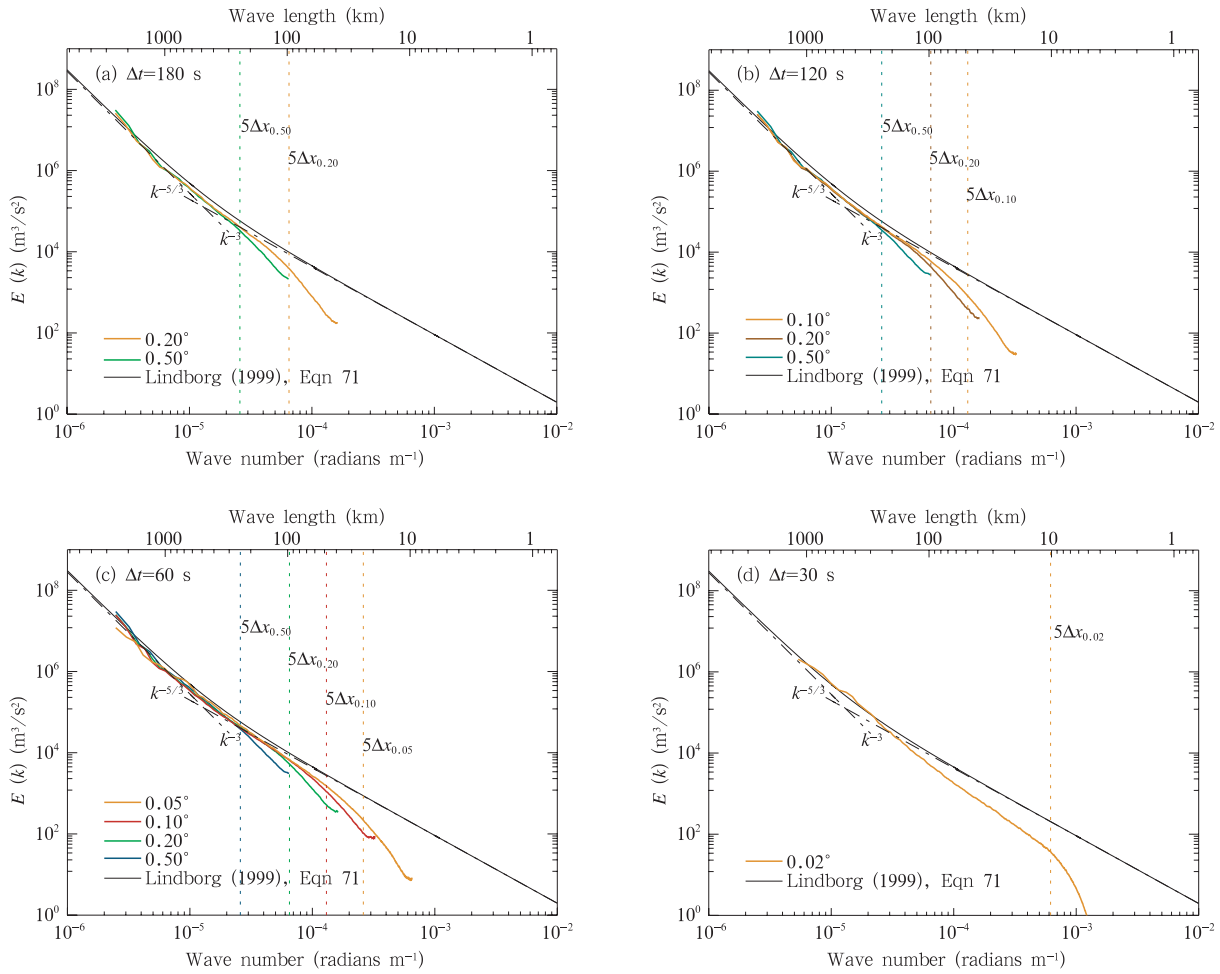


图 4 GRAPES 模式动能谱随分辨率的变化

(a, b, c 和 d 分别是时间步长  $\Delta t=180, 120, 60$  和  $30$  s 的情形)

Fig. 4 Variations of the simulated kinetic energy spectra with the horizontal resolution derived from the GRAPES model at time-step  $\Delta t=(a)$  180, (b) 120, (c) 60 and (d) 30 seconds, respectively

谱更加接近,而模式动能谱在大尺度部分几乎保持不变并与 Lindborg 曲线非常吻合。

进一步由图 4 可得,每个水平分辨率的模式动能谱都在相应分辨率的波长  $\lambda \approx 5\Delta x$  处明显偏离了 Lindborg 参考曲线,表明模式动能在此截断波数附近开始明显衰减从而不能真实描述波长  $\lambda < 5\Delta x$  的大气波动,因此我们将  $5\Delta x$  波长定义为 GRAPES 模式的最高有效分辨尺度。注意到图 4a—4c 中的高分辨率动能谱在波长  $\lambda > 5\Delta x$  的高频部分有所衰减,4.2 节的分析表明,这部分衰减主要由于时间步长相对于其对应分辨率太大而引起的;实际上图 4a—4c 中水平分辨率  $\Delta\phi = 0.2^\circ$  的动能谱可以证实这一点,因为从图 4a 到图 4c,时间步长逐渐减小,水平分辨率  $\Delta\phi = 0.2^\circ$  的动能谱在波长  $\lambda > 5\Delta x$  的高频部分的衰减也相应逐渐减小。对于图 4c 中水平分辨率  $\Delta\phi = 0.05^\circ$  的动能谱和图 4d 中的动能谱,虽然 4.2 节已经指出这两个动能谱的时间步长可能已经接近或大于相应分辨率的最大有效时间步长而引起中小尺度部分的动能谱出现比较明显的衰减,但其动能谱还是能够在中小尺度部分进一步延伸并与 Lindborg 参考曲线更接近。因此,不考虑时间步长

的影响情况下,也就是在相同的时间步长情况下,随着水平分辨率提高,模式动能谱不断向中小尺度方向延伸,并逐渐与实际大气动能谱接近,最高有效分辨尺度不断提高。

另一方面,提高空间分辨率,必须与时间步长、物理过程等方面相互协调,否则提高空间分辨率只是包含更小尺度系统,而不能正确描述它们,使得模式在小尺度存在较大的误差。按照 Lorenz(1967)的可预报性理论,小尺度的误差会升尺度传播到更大尺度,从而破坏本来可正确分辨和描述的大尺度系统。因此,提高空间分辨率而不能正确描述更小尺度系统,那么中小尺度动能谱会存在较大的误差,这些中小尺度误差会升尺度传播而影响到更大尺度,从而使得更大尺度的动能谱相应出现较大的误差。图 5 模式动能谱的时间步长都大于相应分辨率的最大有效时间步长,动能谱出现虚假能量增长,因此不能正确描述中小尺度系统,中小尺度部分动能谱误差较大,图 5 的中小尺度动能谱出现虚假上翘说明了这一点;模式动能谱在波长  $\lambda \approx 300-1000$  km 尺度相应出现增长,说明了中小尺度误差升尺度传播至更大尺度。

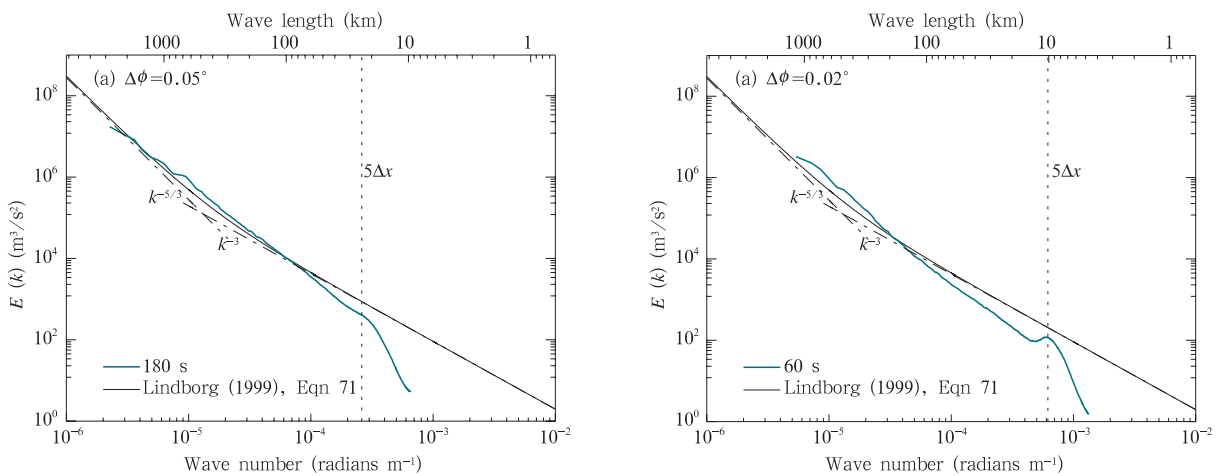


图 5 中小尺度动能谱误差引起大尺度动能谱误差

Fig. 5 Large scale kinetic energy spectral errors caused by small-meso scale spectral errors

总的来说,当空间分辨率提高与时间步长、物理过程等相协调时,模式动能谱不断往中小尺度延伸,在中小尺度区域与真实大气动能谱更加接近,模式的可分辨尺度不断提高,而且没有破坏大尺度的信息,这为高时空分辨率的精细化数值预报提供可行性依据。当空间分辨率提高与时间步长、物理过程

等不相协调时,中小尺度动能谱虚假增长而存在较大的误差,该误差升尺度传播到大尺度,并影响甚至破坏大尺度的信息使得大尺度动能谱相应出现较大误差。

#### 4.4 Spin up 时间的模式动能谱

图 6 是 spin up 时间模式动能谱的演变特征。

图 6a 中水平分辨率  $\Delta\phi=0.5^\circ$  和时间步长  $\Delta t=60$  s 的模式动能谱随着 spin up 时间发展逐渐在中尺度部分与 Lindborg 参考曲线靠近,9 小时的动能谱与 12 小时的动能谱差别就不大了,说明模式能够基本正确地生产和发展出初始场中所不包含的中小尺度系统。而图 6b 中水平分辨率  $\Delta\phi=0.5^\circ$  和时间步长  $\Delta t=1800$  s 的模式动能谱在中尺度部分随 spin up 时间发展而几乎没有大的进展,也是中尺度动能谱与 Lindborg 参考曲线偏差很大,中尺度能量严重不足,说明在 spin up 时间模式不能够生产和发展中小尺度的细微物理结构。可见,时间步长对模式 spin up 有着重要的影响。另外,从图 6a、6c 和 6d 可以看出,三者的 9 小时的动能谱与 12 小时的动能谱的差别很小,说明模式已经基本 spin up 完成,因

此模式的 spin up 时间约为 9—12 h。

图 6a、6c 和 6d 中模式动能谱的演变特征表明在 Spin up 期间模式能够合理地生成和发展出初始场中所不包含的中小尺度系统。也就是说,谱空间上模式动能谱随 spin up 时间逐渐发展起来而逐渐逼近 Lindborg 参考曲线;物理空间上模式必然逐渐生成、发展甚至消亡中小尺度系统。图 7 的模式低层中小尺度风场是采用谱滤波将波长大于 500 km 和波长小于  $5\Delta x$  的波滤去而得到的。从图 7a(初始时刻)可见,福建北部的东西边各有一个辐合环流中心。从图 7b(3 小时)可见,福建北部的两个辐合中心东移,并且水平尺度变小了,并且辐合中心出现了降水。从图 7c(6 小时)可见,福建北部的两个辐合中心已经不明显而合并成一个较大尺度的环流并东

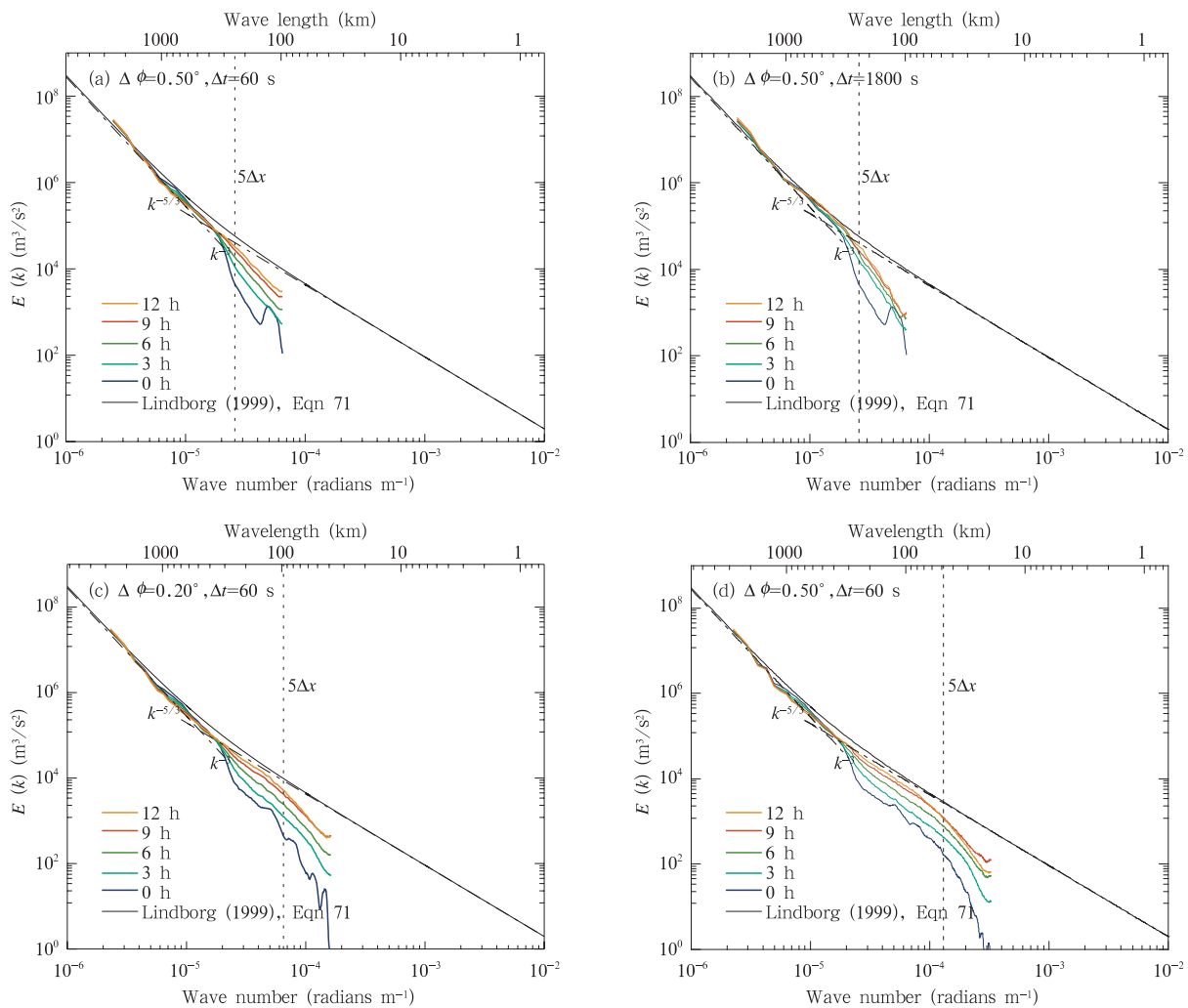


图 6 Spin up 时间的模式动能谱

Fig. 6 Simulated kinetic energy spectra derived from the GRAPES model within the spin-up time period

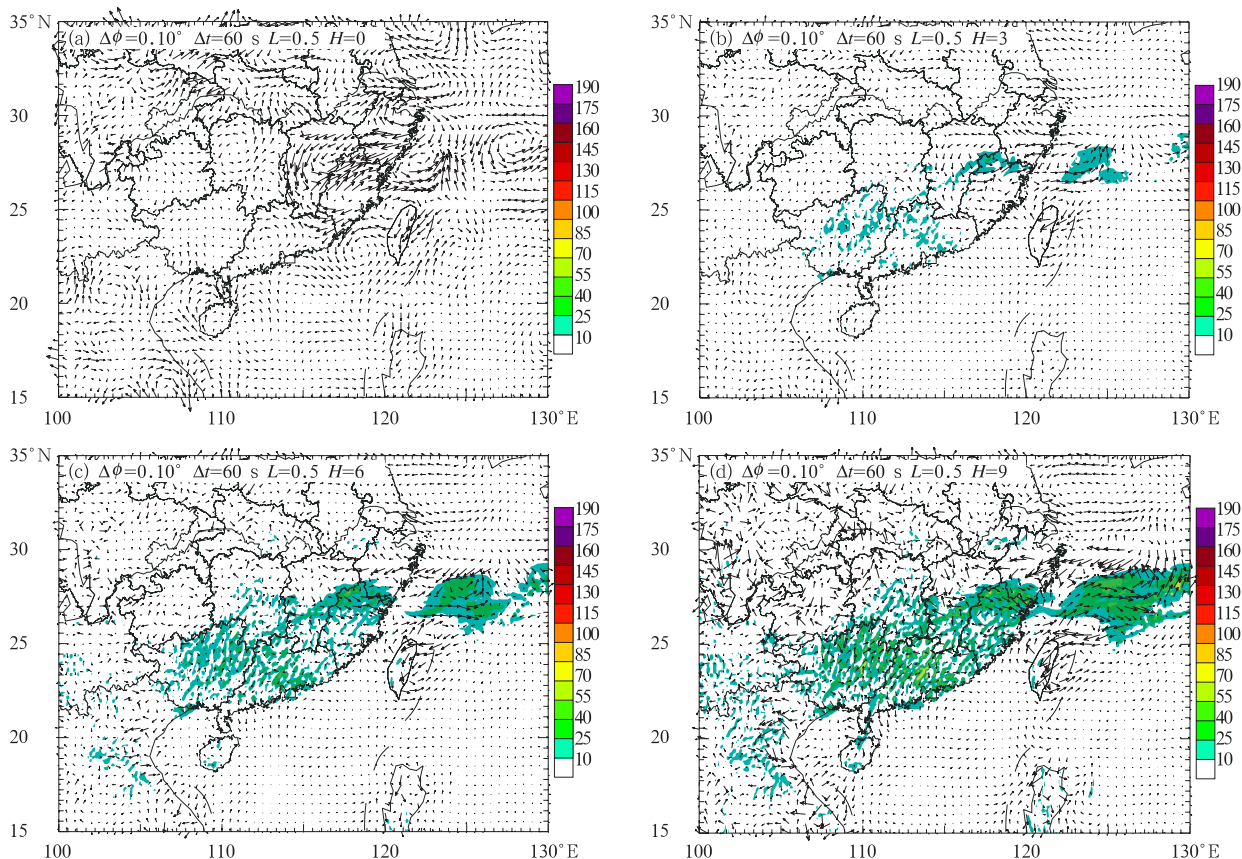


图7 模式低层的中小尺度风场和地面累积降水随 spinup 时间的演变

Fig. 7 Evolution of small-meso scale winds at the low level and surface accumulated precipitation during the spin up time period

移到海面。前面 6 小时模式低层中小尺度风场与初始时刻具有相似性,这是 spin up 过程的平衡调整。从图 7d(9 小时)可见,模式低层中小尺度风场与初始时刻明显不一致,福建北部出现了东北风和西风的切变,福建中部是一个很强的反气旋,江西的西边中部出现一个辐合中心,广西北部出现了明显的南北气流交汇与广西中南部的较强南风,台湾岛东部形成了一个气旋,台湾岛东北部形成了一个反气旋,再往北出现了一个较大的气旋。这些中小尺度系统与降水存在较好的配合,而且在初始场中并不存在,表明 spin up 时间模式能够合理地生成和发展出初始场中所不包含的中小尺度系统。可见,谱空间上的特征与物理空间上的表现是一致的。

综上所述,在较小的时间步长时,模式 spin up 时间内,模式能够很好发展出比较合理的动能谱结构,而且分辨率越高,模式动能谱的中小尺度部分与 Lindborg 越接近,这说明模式能够在 spin up 时间

内比较正确的生成和发展中小尺度系统。如果时间步长太大时,模式 spin up 时间内,模式很难发展出比较合理的动能谱结构,往往是中小尺度部分的动能明显不足,说明模式未能在 spin up 时间内生成和发展出合理的中小尺度系统。可见,空间分辨率与时间步长、物理过程等相协调时,模式初始条件即使没有包含正确的中小尺度信息,但是随着模式的积分,可以明显看出 GRAPES 模式正确生成和发展中小尺度系统细微物理结构的动力过程,由此可以看出,GRAPES 有较好的 spin up 启动机制。如果模式缺乏合理的 spin up 过程,高分辨率的精细化临近数值预报几乎不可能。

#### 4.5 GRAPES 模式与 WRF 模式的动能谱比较

中尺度半拉格朗日模式是否有能力正确描述高分辨率条件下的中尺度大气动力过程? 换句话说,目前的中尺度欧拉模式(如 MM5、WRF)一般可以分辨 5—7 倍格距波长的波,中尺度半拉格朗日模式

能分辨的波长是否会远远大于 5—7 倍格距,或与欧拉模式的 5—7 倍格距波的分辨能力相当呢?为此,我们做了 GRAPES 模式与 WRF 模式的动能谱比较试验(图 8),前者采用半隐式半拉格朗日动力框架,而后者是基于欧拉动力框架的。由图 8a 可以看出, $\Delta t=60\text{ s}$  的 GRAPES 模式动能谱与  $\Delta t=30\text{ s}$  的 WRF 模式动能谱在大尺度与  $\alpha$  中尺度区域完全重合,在  $5\Delta x-100\text{ km}$  区域略有差距;同时,GRAPES 和 WRF 的动能谱都在波长约为  $5\Delta x$  附近急剧衰减。同样,对分辨率  $\Delta\phi=0.05^\circ$  情形,两者皆在  $5\Delta x$  波长附近急剧衰减;在大尺度与中  $\alpha$  尺度

区域,GRAPES 模式动能和 WRF 模式动能几乎一致地与实际大气动能谱相符;在  $5\Delta x-50\text{ km}$  区域,WRF 模式动能更接近观测,而 GRAPES 模式动能有明显的衰减,这是因为对于  $\Delta\phi=0.05^\circ$  的水平分辨率来说,根据 4.2 节分析, $\Delta t=60\text{ s}$  的时间步长可能比较大使得动能谱在中小尺度部分衰减比较厉害。此外,半拉格朗日方案使用三次拉格朗日插值或三次样条插值时耗散最小(McDonald,1984;Nair, et al,1999),高分辨率的 GRAPES 模式动能谱在  $5\Delta x-10\Delta x$  区域比 WRF 模式稍差可能与 GRAPES 模式采用准三次拉格朗日插值有关。总而言之,在不同

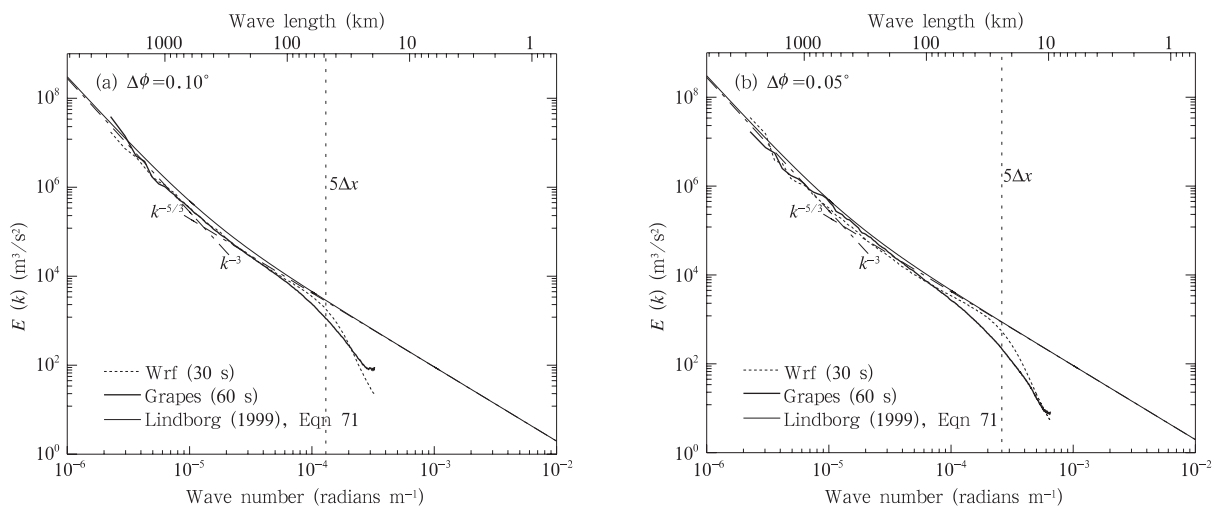


图 8 GRAPES 模式与 WRF 模式的动能谱比较 (a 和 b 分别是分辨率  $\Delta\phi=0.1^\circ$  和  $0.05^\circ$  的情形)

Fig. 8 Comparison of the simulated kinetic energy spectra derived from GRAPES model and WRF model at horizontal resolution  $\Delta\phi=(a) 0.1^\circ$  and (b)  $0.05^\circ$ , respectively

尺度波动的描述能力方面,欧拉模式和半拉格朗日模式没有本质的区别,但是半拉格朗日动力框架可以采用相对较长的时间步长。

#### 4.6 GRAPES 全球中期模式动能谱

GRAPES 全球中期模式模拟 2005 年 MATSA 台风,6 天预报的台风路径与实况非常相近(图 9a),而且模式动能谱在大尺度区域与  $k^{-3}$  曲线完全吻合(图 9b)。同时注意到,全球模式没有能够模拟出中尺度动能谱的  $k^{-5/3}$  分布,这是由于全球模式分辨率比较低( $\Delta\phi=0.5^\circ$ ),因此全球模式的最高有效分辨尺度只能达到  $5\Delta x\approx 250\text{ km}$ ,仅可分辨  $\alpha$  中尺度和大尺度的天气系统。全球模式没能模拟出中尺度动能谱的  $k^{-5/3}$  分布是合理的,而且 Koshyk 和 Hamilton(2001)的试验指出全球模式一般都能够

模拟出大尺度的  $k^{-3}$  分布特征的动能谱,全球模式只有在比较高分辨率时才能模拟出中尺度动能谱的  $k^{-5/3}$  分布。

#### 5 结论和讨论

数值模式动力框架的耗散对模式的性能有着重要影响,而模式动能谱是测量模式动力框架的耗散的直接度量。我们开展了尝试性的试验,研究分析了其中的几个重要方面,得到如下初步结论:

(1) GRAPES 模式动能谱的分布基本与实际大气相符:在大尺度满足  $E\propto k^{-3}$  关系,在中尺度满足  $E\propto k^{-5/3}$  关系,包括从大尺度区域的  $E\propto k^{-3}$  关系向中尺度的  $E\propto k^{-5/3}$  关系的过渡特征。

(2) GRAPES 模式的最高有效分辨尺度约为

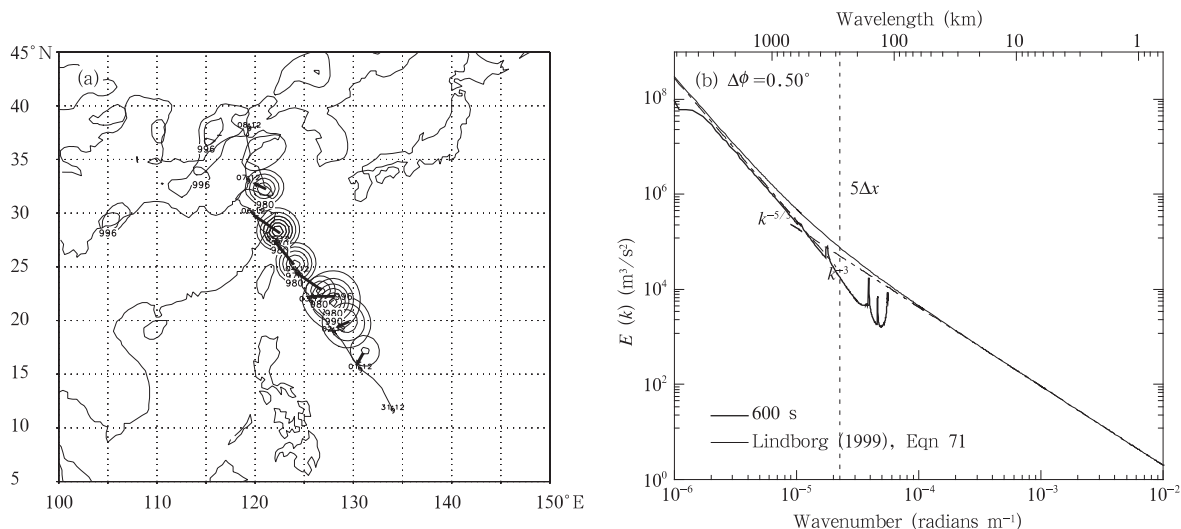


图9 GRAPES 全球中期模式模拟 2005 年 MATSA 台风的路径和动能谱预报

Fig. 9 Simulated kinetic energy spectrum and track of typhoon MATSA (2005) predicted by the global medium-range model GRAPES

$5\Delta x$ , 而 WRF 模式为  $5\Delta x$  (ARW)— $7\Delta x$  (NMM) (Skamarock, 2004)。GRAPES 和 WRF 模式动能谱比较表明半拉格朗日模式与欧拉模式在描述不同尺度波动上没有本质的区别。

(3) GRAPES 模式存在最大有效时间步长, 最大有效时间步长与水平分辨率的对应关系见表 5。当时间步长小于最大有效时间步长时, 模式动能谱随时间步长增大而逐渐衰减; 当时间步长大于最大有效时间步长时, 模式动能谱随时间步长增大而虚假增长。

(4) 当空间分辨率提高与时间步长、物理过程等相协调时, 模式动能谱不断往中小尺度延伸, 在中小尺度区域与真实大气动能谱更加接近, 模式的分辨率不断提高, 而且没有破坏大尺度的信息。当空间分辨率提高与时间步长、物理过程等不相协调时, 中小尺度动能谱虚假增长而存在较大的误差, 该误差升尺度传播到大尺度, 并影响甚至破坏大尺度的信息使得大尺度动能谱相应出现较大误差。

(5) 时间步长对模式 spin up 有着重要的影响: spin up 期间, 较小时间步长时, 谱空间上模式能够很好发展出合理的动能谱结构, 物理空间上模式能够正确生成和发展比较合理的中小尺度结构; 较大时间步长时, 谱空间上模式很难发展出合理的动能谱结构, 物理空间上未能发生和发展出合理的中小尺度结构。

此外, 使用动能谱研究半隐式半拉格朗日动力框架还有很多方面需要进一步深入研究。例如, 模式动能谱在较大时间步长时出现虚假的非物理能量增长的动力原因和机制。模式动能谱在  $5\Delta x$  波长附近出现明显能量衰减, 可能与模式动力框架的计算方案有密切关系, 这是因为半拉格朗日方案的显著特点是空气质点上游点的变量值的插值计算, 不同插值算法隐含着不同的内在数值耗散 (Stanforth, 1991), 因此需要进一步研究引起耗散的动力机制来改善动力框架从而提高中小尺度系统的模拟能力。另外, 模式设计往往注重整体的守恒性, 但是多尺度细化分析模式动力框架的不同尺度之间能量输送、分布与演变, 更细致研究模式框架的能量的尺度守恒问题, 还有待更广泛的研究。

致谢: 感谢张大林教授细致地审阅了初稿并提出了很有意义的修改意见, 同时感谢韩威博士提供模拟 2005 年 MATSA 台风的 GRAPES 全球中期模式计算结果。

## References

- Batchelor G. 1969. Computation of the energy spectrum in homogeneous, two dimensional turbulence. *Phys Fluids Suppl II*, 12: 233-239
- Boer G J, Shepherd T G. 1983. Large-scale two-dimensional turbulence in the atmosphere. *J Atmos Sci*, 40: 164-184
- Boggett A, Narcowich F J. 2002. *A First Course in Wavelet with Fourier Analysis*. Beijing: Publishing House of Electronics In-

- dust, 117-120
- Charney J G. 1947. The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J Meteor*, 4:135-162
- Charney J G. 1971. Geostrophic turbulence. *J Atmos Sci*, 28:1087-1095
- Cho J Y N, Newell R E, Barrick J D. 1999a. Horizontal wavenumber spectra of winds, temperature, and trace gases during the Pacific Exploratory Missions; 1. Climatology. *J Geophys Res*, 104:5697-5716
- Cho J Y N, Newell R E, Barrick J D. 1999b. Horizontal wavenumber spectra of winds, temperature, and trace gases during the Pacific Exploratory Missions; 2. Gravity waves, quasi-two-dimensional turbulence, and vortical modes. *J Geophys Res*, 104:16297-16308
- Denis B J, Cote J, Laprise R. 2002. Spectral decomposition of two-dimensional atmospheric fields on limited-area domains using the Discrete Cosine Transform (DCT). *Mon Wea Rev*, 130:1812-1829
- Dewan E M. 1979. Stratospheric spectra resembling turbulence. *Science*, 402:832-835
- Errico R M. 1985. Spectra computed from a limited area grid. *Mon Wea Rev*, 113:1554-1562
- Errico R M. 1987. A comparison between two limited-area spectral analysis schemes. *Mon Wea Rev*, 115:2856-2861
- Fjortoft R. 1953. On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for two-dimensional non-divergent flow. *Tellus*, 5:225-230
- Gage K S. 1979. Evidence for a  $k^{-5/3}$  law inertial range in mesoscale two-dimensional turbulence. *J Atmos Sci*, 36:1950-1954
- Kolmogorov A N. 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. *Comptes Rendus Acad Sci URSS*, 30:301-305
- Koshyk J N, Hamilton K. 2001. The horizontal kinetic energy spectrum and spectral budget simulated by a high-resolution troposphere-stratosphere-mesosphere GCM. *J Atmos Sci*, 58:329-348
- Kraichnan R H. 1967. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Phys Fluids*, 10:1417-1423
- Laursen L, Eliassen E. 1989. On the effects of the damping mechanisms in an atmospheric general circulation model. *Tellus*, 41A:385-400
- Leith C. 1968. Diffusion approximation for two dimensional turbulence. *Phys Fluids*, 11:671-673
- Lilly D K. 1969. Numerical simulation of two-dimensional turbulence. *Phys Fluids*, 12(Suppl II):240-249
- Lilly D K. 1983. Stratified turbulence and the mesoscale variability of the atmosphere. *J Atmos Sci*, 40:749-761
- Lilly D K, Peterson E. 1983. Aircraft measurements of atmospheric energy spectra. *Tellus*, 35A:379-382
- Lindborg E. 1999. Can the atmospheric kinetic energy spectrum be explained by two-dimensional turbulence? *J Fluid Mech*, 388:259-288
- Lorenz E N. 1967. The nature and theory of the general circulation of the atmosphere. World Meteorological Organization Report, Publication Number 218, 161pp
- McDonald A. 1984. Accuracy of multiply-upstream, semi-Lagrangian advective schemes. *Mon Wea Rev*, 112:1267-1275
- Nair R D, Core J, Staniforth A. 1999. Cascade interpolation for semi-lagrangian advection over the sphere. *Quart J Roy Meteor Soc*, 125:1445-1468
- Nastrom G D, Gage K S. 1985. A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. *J Atmos Sci*, 42:950-960
- Nastrom G D, Gage K S, Jasperson W H. 1984. Kinetic energy spectrum of large- and mesoscale atmospheric processes. *Nature*, 310:36-38
- Philip S J, Robinson G D. 1979. The variance spectrum of tropospheric winds over eastern Europe. *J Atmos Sci*, 36:270-286
- Saltzman B, Teweles S. 1964. Further statistics on the exchange of kinetic energy between harmonic components of the atmosphere flow. *Tellus*, 16:432-435
- Shutts G. 2004. A stochastic kinetic energy backscatter algorithm for use in ensemble prediction systems. ECMWF Technical Memoranda, 449
- Skamarock W C. 2004. Evaluating mesoscale NWP models using kinetic energy spectra. *Mon Wea Rev*, 132:3019-3032
- Smagorinsky J. 1953. The dynamical influence of large-scale heat sources and sinks on the quasi-stationary mean motions of the atmosphere. *Quart J Roy Meteor Soc*, 79:342-366
- Staniforth A, Cote J. 1991. Semi-Lagrangian integration schemes for atmospheric models—A review. *Mon Wea Rev*, 119:2206-2222
- VanZandt T E. 1982. A universal spectrum of buoyancy in the atmosphere. *Geophys Res Lett*, 9:575-578
- Vinnichenko N K. The kinetic energy spectrum in the free atmosphere—1 second to 5 years. *Tellus*, 22:158-166
- Zeng Qingcun. 1979. The Mathematical and Physical Fundamental of Numerical Weather Prediction, Volume 1. Beijing: Science Press, 329-337

#### 附中文参考文献

- 曾庆存. 1979. 数值天气预报的数学物理基础. 第一卷. 北京: 科学出版社, 329-337