

# 在动力相似预报中引入多个参考态的更新<sup>\*1</sup>

任宏利<sup>1,2</sup> 丑纪范<sup>2</sup>

1 中国气象局国家气候中心气候研究开放实验室, 北京, 100081

2 兰州大学大气科学学院, 兰州, 730000

## 摘 要

针对如何更有效地利用历史资料中的相似信息提高预报水平的问题,在已有相似-动力模式研究基础上,进一步探讨了相似误差订正方法(ACE)的若干理论和技术问题,分析表明,ACE是对以相似离差方程和相似误差订正方程为理论依据的方法的再发展。在此基础上,提出了相似的更新问题和多个参考态的引入,并进而发展出一种考虑多参考态更新的动力相似预报新方法(MRSU)。这一方法通过引入相似更新周期的新概念,在预报进行到相似更新周期时重新选取多个参考态,并采用超平面近似法将相似-动力模式产生的多个预报估计成最佳预报向量,这样的“选取-估计”过程循环往复,从而完成整个时段的预报。Lorenz 模式试验显示,相比于以往的相似-动力模式预报,MRSU 能更有效减小预报误差,提高预报技巧,并且,ACE 的理论优势应用前景也被初步证实。综合诸多研究结果,给出了 MRSU 的概念流程,这里针对复杂数值模式采用了 ACE,能够等价实现相似-动力模式预报过程,无需重建模式,更易于推广。

**关键词:** 相似-动力模式,参考态,相似更新周期,动力相似预报。

## 1 引 言

顾震潮先生<sup>[1]</sup>很早就提出了在数值预报中引入历史资料的重要性和可能性。目前,短期气候预测模式中发展的预报订正技术<sup>[2-3]</sup>,实际上正是利用了历史回报与实况资料之间的统计规律和天气学经验。围绕着如何使用近期大气演变信息来提高动力预报水平的问题,已经开展了一系列卓有成效的工作,包括提出并建立了使用过去演变资料的多时刻预报模式<sup>[4-5]</sup>、基于大气自忆性原理的谱模式和计算格式<sup>[6-8]</sup>以及其他一些预报新思路<sup>[9-11]</sup>,这些方法的数值试验结果都显示出一定的预报技巧。

事实上,我们还拥有更为丰富的大量历史资料,预报员的预报经验正是来源于对过去相似情形的分析和归纳。将天气学方法与动力预报相结合,把要预报的场视为叠加在历史相似上的一个小扰动,就可以把天气学的预报经验吸收到数值预报中来<sup>[12]</sup>。

这样处理即具有距平模式<sup>[13]</sup>的优点,还能扣除与历史相似相同的那一部分距平值的预报。基于这一原理,发展了天气预报的相似-动力方法<sup>[14]</sup>,简单模式的季节预报试验<sup>[15-16]</sup>表明预报准确率高于统计相似预报(SAP)。为了区别于传统相似预报<sup>[17-19]</sup>,我们把相似性与动力模式相结合作预报统称为动力相似预报(DAP)。近来,上述相似-动力方法原理被进一步应用到复杂模式,月平均环流预报试验的技巧优于控制试验<sup>[20]</sup>。这些工作无疑为提高数值预报水平提供了新途径。为使上述 DAP 方法能被实际业务预报采用,其理论和技术仍有待探讨和完善。最近,在总结前人工作基础上,一种相似误差订正方法被提出和发展<sup>[21-22]</sup>,为 DAP 增添了新元素和新内涵。本文将深入研究该方法的若干理论和技术问题,并讨论提出在相似-动力模式预报过程中应不断地重新选取历史相似,发展结合使用多个参考态信息的 DAP 新方案。

\* 初稿时间:2005 年 9 月 29 日;修改稿时间:2006 年 3 月 31 日。

资助课题:国家自然科学基金项目(40575036,40233031 和 40375025)。

作者简介:任宏利,男,1979 年生,博士,主要从事气候动力学和短期气候预测研究。E-mail:renhl@cma.gov.cn

## 2 相似-动力方法原理与相似-动力模式

数值模式的动力预报汇集了大气科学领域的数学和物理理论研究的诸多成就,是作为偏微分方程的初值问题提出来的。数值模式预报一般可以表示为如下 Cauchy 问题的解:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + L(\Psi) = 0 \quad (1)$$

$$\Psi(r, 0) = G(r) \quad (2)$$

其中  $\Psi(r, t)$  为预报变量,是空间坐标  $r$  和时间  $t$  的函数,  $L$  是  $\Psi$  的微分算子。不妨设想完全准确的数值模式表示为

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + L(\Psi) = E(\Psi) \quad (3)$$

这里  $E$  表征实际存在而式(1)未能描述或准确描述的过程(物理或化学的),它反映的是实际数值模式的总误差,主要包括模式时空离散化的截断误差、物理参数化方案的缺陷、计算方案误差、参数不准、物理过程缺失、动力方程本身缺陷等。按照相似-动力方法(APA)原理<sup>[12]</sup>,预报态  $\Psi$  可分成相似参考态  $\tilde{\Psi}$ (简称参考态,RS)和相似扰动态  $\Psi'$ (简称扰动态,DS),即  $\Psi = \tilde{\Psi} + \Psi'$ 。 $\tilde{\Psi}$  是从气候资料中选取的  $\Psi$  的历史相似,显然也满足

$$\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} + L(\tilde{\Psi}) = E(\tilde{\Psi}) \quad (4)$$

$$\tilde{\Psi}(r, 0) = \tilde{G}(r) \quad (5)$$

从式(3)和(2)中分别减去式(4)和(5),可得扰动态方程为

$$\frac{\partial \Psi'}{\partial t} + L(\tilde{\Psi} + \Psi') - L(\tilde{\Psi}) = E(\tilde{\Psi} + \Psi') - E(\tilde{\Psi}) \quad (6)$$

$$\Psi'(r, 0) = G(r) - \tilde{G}(r) \quad (7)$$

同理,将  $\Psi = \tilde{\Psi} + \Psi'$  和  $\tilde{\Psi}$  分别代入式(1)并相减,得出如下相似离差方程(ADE)

$$\frac{\partial \Psi'}{\partial t} + L(\tilde{\Psi} + \Psi') - L(\tilde{\Psi}) = 0 \quad (8)$$

基于式(8)原理而产生的预报模式就叫做相似-动力模式(ADM)。这里,考虑到  $\Psi$  与  $\tilde{\Psi}$  非常接近,我们可以将  $E(\Psi)$  关于  $\Psi$  在  $\tilde{\Psi}$  附近进行一阶 Taylor 展开<sup>[21]</sup>

$$E(\Psi) \equiv E(\tilde{\Psi}) + (\Psi - \tilde{\Psi})D|_{\tilde{\Psi}}$$

其中  $D$  代表  $E$  关于  $\Psi$  各分量偏微商的总和。我们可以看到,当满足  $D|_{\tilde{\Psi}}$  有界,并且  $\|\Psi - \tilde{\Psi}\|$  足够小

的条件时,令  $\Psi = \tilde{\Psi} + \Psi'$ ,不难得出

$$\|E(\tilde{\Psi} + \Psi') - E(\tilde{\Psi})\| \ll \|E(\Psi)\|$$

由此可以看出,式(8)相当于式(6)略去右端的  $E(\tilde{\Psi} + \Psi') - E(\tilde{\Psi})$ ,这要比式(1)略去式(3)右端的  $E(\Psi)$  更准确,之所以如此,要归功于历史资料(即相似参考态信息)被引入方程。通过式(8)和(7)求解出  $\Psi'$ ,再加上已知的参考态  $\tilde{\Psi}$ ,就得到了当前预报  $\Psi$ 。由于考虑了历史相似演变对模式误差的补偿作用,因此,相似-动力模式具有比动力模式或者统计相似预报更高的精度和更小的模式误差,数值预报试验已经初步证实了这一结论<sup>[14-16,20]</sup>。

## 3 相似误差订正法

对于复杂的业务预报模式而言,建立其纯粹意义上的基于式(8)的“相似离差”模式存在很大技术困难。我们已经发展了一种与之在某种程度上等价的相似误差订正方法(ACE)来间接实现相似-动力模式的构建<sup>[21-22]</sup>。该方法的原理可以数学表示为如下相似误差订正方程(ACEE)。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + L(\Psi) = \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} + L(\tilde{\Psi}) \quad (9)$$

式(9)和(8)数学上是完全等价的(后面将要利用简单模式对此进行初步验证),也拥有与其同样的理论优势,该式如同在方程右端添加了一个订正强迫项,这一项可由历史相似资料进行统计诊断和运转模式来估算得到。可见,此时已并不需要重新编码建立新模式,既充分利用动力学发展的成就,又有效提取历史资料中的相似信息,实现与完全的相似-动力模式同样的目的。而且,ACE 能够针对当前预报的特殊性来区分所利用过去资料的特殊性,即随着流型的变化而选用不同的历史相似,从而减小模式误差、改进当前预报。

在实际操作中,结构复杂的大气模式多采用半隐式或隐式迭代等时间积分方案,这使得模式中很难确定出显式表达的算子  $L$ ,也就无法直接计算误差订正项。通常可采用差分法进行间接估算,利用实况资料计算出式(9)右端第一项,然后再根据式(1)利用模式的前后时刻预报反算出式(9)右端第二项,而不是直接计算  $L$  项。当然,差分计算精度是很低的,受时间间隔选取的随意性影响很大。为避免差分计算,我们可借助积分法来代替差分法<sup>[21]</sup>。

对于当前预报的初值  $\Psi_0$ ,把式(1)的预报记为

$P(\Psi_0)$ , 式(3)的预报记为  $\hat{\phi}(\Psi_0)$  (即实况, 未知)。对相似误差订正方程式(9)进行时间积分, 可得

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t} \frac{\partial \Psi}{\partial t} dt + \int_{t_0}^{t_0+\delta t} L(\Psi) dt = \int_{t_h}^{t_h+\delta t} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} dt + \int_{t_h}^{t_h+\delta t} L(\tilde{\Psi}) dt \quad (10)$$

其中,  $t_0$  为当前时刻,  $\delta t$  为积分时间长度,  $t_h$  为历史上的时间。下面考虑使用与初值  $\Psi_0$  相似的历史实况  $\tilde{\Psi}_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ,  $m$  为所选取的相似个数), 并取  $P(\tilde{\Psi}_j)$  和  $\hat{\phi}(\tilde{\Psi}_j)$  表示  $\tilde{\Psi}_j$  在  $\delta t$  时刻的预报及其对应的历史实况, 均为已知。可由当前初值以及历史相似资料分别求得

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t} \frac{\partial \Psi}{\partial t} dt = \hat{P}(\Psi_0) - \Psi_0$$

和

$$\int_{t_h}^{t_h+\delta t} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial t} dt = \hat{\phi}(\tilde{\Psi}_j) - \tilde{\Psi}_j$$

这里,  $\hat{P}(\Psi_0)$  表示在式(10)右端进行误差项相似估计的情况下, 所能得到的预报结果。不难想象, 如果右端为 0, 它将变成  $P(\Psi_0)$ ; 如果右端是  $E(\Psi)$ , 那么它就变为未知实况  $\hat{\phi}(\tilde{\Psi}_0)$ 。对于  $\Psi$  和  $\tilde{\Psi}_j$ , 通过式(1)表示的预报模式, 可分别得到

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t} L(\Psi) dt = \Psi_0 - P(\Psi_0)$$

和

$$\int_{t_h}^{t_h+\delta t} L(\tilde{\Psi}) dt = \tilde{\Psi}_j - P(\tilde{\Psi}_j)$$

将它们代入式(10), 整理可得当前  $t_0 + \delta t$  最终预报结果为

$$\hat{P}(\Psi_0) = P(\Psi_0) + \hat{\phi}(\tilde{\Psi}_j) - P(\tilde{\Psi}_j) \quad (11)$$

由此可见, 式(11)是在动力模式预报结果的基础上添加了一个基于历史相似的误差订正项, 是对当前预报误差进行预报。理论分析表明, 这样能够削减模式误差, 改进预报效果。对于传统上的统计相似预报, 仍使用上述各种表达符号, 可以表示为

$$\hat{P}(\Psi_0) = \hat{\phi}(\tilde{\Psi}_j)$$

式(11)与它的差别就在于方程右端添加了一个增量  $P(\Psi_0) - P(\tilde{\Psi}_j)$ , 这完全是由动力模式中运用了相似性信息而得到的, 因此可称其为动力相似预报增量(DAPI), 那么, 相比于统计相似预报的方程, 式(11)可以命名为动力相似预报方程(DAPE)。

DAPE 之于 DAP 的重要性可以由进一步的推

理加以证实。事实上, 在我们极力推荐式(9), 以为它才是能够将相似-动力方法得以应用到复杂数值模式的途径时, 从式(8)出发亦可以推得同样的结果。对相似离差方程式(8)进行时间积分, 有

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t} \frac{\partial \Psi'}{\partial t} dt + \int_{t_0}^{t_0+\delta t} L(\Psi) dt - \int_{t_h}^{t_h+\delta t} L(\tilde{\Psi}) dt = 0$$

将上式中左端第二、三项用前面对应部分替换并整理, 可得

$$\hat{P}(\Psi'_0) - P(\Psi_0) + P(\tilde{\Psi}_j) = 0$$

其中,  $\hat{P}(\Psi'_0)$  代表  $t_0 + \delta t$  时刻预报的相似扰动, 它只须加上对应的参考态, 就可以得到该时刻的最终预报, 即  $\hat{P}(\Psi_0) \equiv \hat{\phi}(\tilde{\Psi}_j) + \hat{P}(\Psi'_0)$ , 将其与上式联立, 就可推出式(11)。由此可见, 虽然 ADE 和 ACEE 是两个物理意义差异很大的方程, 但它们在数学上是完全等价的, 可以运用积分法代替差分法, 殊途同归推出 DAPE。这两种途径都是源于相似-动力方法的基本原理, 针对 ADE 已经建立了准地转和复杂原始方程的 ADM<sup>[14-16, 20]</sup>。关于 ACEE, 已有类似工作使用区域相似信息来订正准地转模式的系统误差<sup>[23]</sup>。总之, 基于 DAPE 的相似误差订正法无疑是对相似-动力方法的再发展, 其优越性将在理想化试验中得到初步展现。

另外, ACE 与系统性误差订正不同, 后者只对模式误差的平均部分加以处理, 而它是依据历史相似对当前预报进行有针对性的订正, 这是一种随流型而变化的预报策略。按照式(11), 显然可以在整个预报完成后进行后处理订正, 被称为事后相似误差订正 (final ACE, 记为 FACE), 这将在以后工作中加以讨论。另一方面, 在积分到  $t_0 + \delta t$  以后, 再以新的预报场和对应的误差订正项不断重复式(11)操作, 就可以实现积分过程中对预报进行订正, 这被称为过程相似误差订正 (in-process ACE, 记为 PACE), 这是我们要着重探讨的。

#### 4 误差订正间隔与相似更新周期

相似误差订正过程一般包括相似选取、误差诊断和误差订正 3 个基本部分: ① 相似选取, 这已是个经典话题, 以往的研究工作相当多, 所选取的相似应满足: 与当前预报具有相似的初始场和边界条件, 并与预报态处于同一季节。② 误差诊断, 就是提取历史相似中的预报误差, 这在 FACE 中容易实现,

而在 PACE 中,可能受到单程积分时间长度  $\delta t$  影响很大(需注意,这里  $\delta t$  并非积分步长,而是步长的整数倍)。<sup>③</sup> 误差订正,即是在利用历史相似分别诊断出  $m$  个订正项之后,估计出当前的预报误差,再对预报进行误差订正,这已被初步探讨<sup>[21]</sup>。最近,我们提出一种新的误差诊断的重启(Rerunning)方案用以取代持续(Continual)方案,即在每个  $\delta t$  或者叫做误差订正间隔(ICE),重启模式记录预报误差<sup>[24]</sup>。所谓 ICE,就是将积分时段分成若干小的间隔,在每个间隔内进行历史相似的误差诊断以及当前预报的误差订正。

对于 ICE 的确定,应该以可用的观测样本间隔(IOS)为参考,最理想的情况是每个积分步长都有实况资料,使得 ICE 取为步长。因为就 PACE 而言,ICE 应越小越好,如果它取太大,会使误差诊断方法得到的订正量过大,导致当前积分过程引入订正后,有可能破坏模式内部的动力协调性。目前大气常规分析或再分析资料的 IOS 仅为 6 h,对此,可采用内插技术由 IOS 的资料得到 ICE(即每步)实况资料,进而实现误差订正量的诊断。事实上,内插并不能提供新的资料信息,却可能引入新的误差,而且会严重降低预报效率,特别对于复杂数值模式,数据存储和计算量也是巨大的。因此,在使用 T63 复杂模式进行 ACE 试验中,ICE 取为 IOS(即 6 h)<sup>[22]</sup> 的预报效果是不错的,当然,为了提高预报效率,也可以适当放大 ICE,这要通过反复试验来确定。下面来探讨另外一个重要的时间尺度参数。

以往研究<sup>[14-16,20]</sup> 只在当前预报的初始时刻  $t_0$  选取初值  $\Psi(t_0)$  的参考态  $\tilde{\Psi}(t')$ ,当预报进行到  $t_0 + \delta t$  时,所需参考态按时间顺序取为  $\tilde{\Psi}(t' + \delta t)$ 。由于大气状态特征的相似性持续时间很有限,随着方程(8)积分时间  $\delta t$  的延长,新的预报态  $\Psi(t_0 + \delta t)$  与其参考态  $\tilde{\Psi}(t' + \delta t)$  会越来越“不相似”。此时,  $E(\tilde{\Psi} + \Psi') - E(\tilde{\Psi})$  与  $E(\Psi)$  相比已不再是小量,那么,式(8)所代表的相似-动力模式也就不再比式(1)更精确了。换句话说,如果仍然使用这样的参考态求解式(8),扰动态会随着积分时间的增加而不断变大,这就不符合作为小扰动<sup>[12]</sup> 的初衷,是不合理的。参见图 1 示例,  $B$  是  $n$  维相空间中的初值,  $A$  是与它最为相似(欧氏空间距离最小)的历史状态,即参考态,经过一段时间后,对  $B$  的相似-动力模式预报为  $D$ ,而  $A$  演变到  $C$ ,此时作为参考态的  $C$  已经不是  $D$  最

好的相似,两者差别很大,这时需要重新选取与新的预报  $D$  最相似的状态  $E$  作为新的参考态。为此,在一段时间后,应利用新的预报场重新选取参考态,可定义这段时间为相似更新周期(PAU)。上述分析同样适用于 PACE,此时  $\delta t$  即为 ICE。

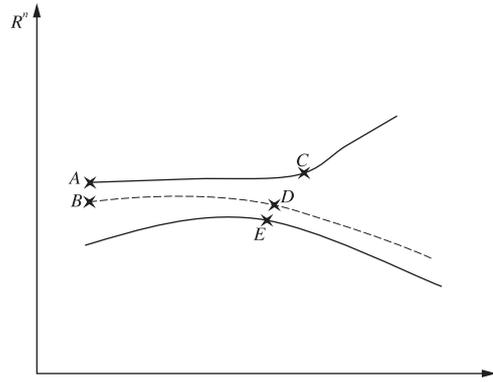


图 1  $n$  维空间中选取参考态的示意图  
Fig. 1 Illustration of selecting reference state in the  $n$ -dimension phase space

对比 PAU, ICE 与 IOS 3 个参数,通常将它们都取值为积分步长的整数倍,以此作为 3 个参数的度量。IOS 一般是由实际资料确定的固定基准参数,ICE 相比 IOS 则可大可小,PAU 应是二者整数倍,极限情况下,三者可以相同。从物理意义上看,IOS 反映了大气观测或分析的频率,ICE 反映了模式大气受到外部附加“误差订正强迫”的频率,PAU 应该真实反映出大气中大尺度环流型的平均生命期,可能为 2—7 d。至此,在引入了 PAU 新概念之后,可以得到一个清晰的 PACE 流程:首先将整个预报时段划分成若干 PAU 子时段;在第一个 PAU 开始时选取当前初值的历史相似,然后在 ICE 内运用模式和相似资料诊断预报误差,对当前预报误差进行估计和订正,再在下一个 ICE 内重复误差“诊断—订正”过程,直至积分到这个 PAU 结束;接着在下一个 PAU 重复上述过程,直到完成整个时段的预报。

## 5 多个参考态的使用与最佳预报向量估计

我们知道,与当前初值非常相似的状态往往不止一个,通过选取最相似状态作为参考态求解式(8)来制作预报已经证明是有效的<sup>[14-16]</sup>。但是,由于大气运动的非线性和对初值敏感的特征,以单一最为相似的参考态所得到的预报,有时并不是最佳的预

报,试验表明,对以多个参考态得到的最终预报结果进行简单集合平均,就能够提高预报技巧<sup>[20]</sup>。因此,对多个参考态使用相似-动力模式而得到的多个预报向量,运用合适的方法来估计出新的预报向量(这里称为最佳预报向量,记为 OFV),应该是更为合理的处理方式。这种情况下,当选取了多个历史相似作为新的参考态,并分别进行多个相似-动力模式预报后,寻找一种怎样估计 OFV 的合适方法将是一个关键环节。简单算数平均已经证明了具有一定效果,但并不能反映不同相似程度的参考态对于预报结果的影响,因此,下面将从一般意义上给出估计的理论方法,希望能为发展更为具体的方法提供参考。

设  $\Psi \in R^n$ , 对任一相似更新周期内,初值  $\Psi_0 \equiv G(r)$  对应的最佳预报向量记为  $F(\Psi_0)$ , 它可由多个相似-动力模式预报  $F(\tilde{\Psi}_j)$  表示为  $F(\Psi_0) = H(F(\tilde{\Psi}_1), F(\tilde{\Psi}_2) \cdots F(\tilde{\Psi}_m))$ ,  $\tilde{\Psi}_j$  为  $\Psi_0$  的参考态 ( $j=1, 2 \cdots m$ ),  $m$  为所选取的参考态个数,  $H$  为估计算子,应根据情况确定具体形式。如图 2 所示,可以把  $F(\tilde{\Psi}_j)$  和  $F(\Psi_0)$  所满足的关于  $\Psi$  的泛函  $F(\Psi)$  考虑为一个  $n$  维的曲面  $S$ , 根据已知的  $\Psi$  与  $F$  的一些取值(如  $\Psi_0, \tilde{\Psi}_j$  和  $F(\tilde{\Psi}_j)$ ) 确定出曲面的解析表达式,然后就可以计算出曲面上任意点的值,包括得到  $F(\Psi_0)$ 。当然,对于  $n$  较大的问题这是不容易实现的。

我们考虑对曲面  $S$  的切线性近似,可以形象理解为  $S$  上经过  $F(\Psi_0)$  存在一个超平面(图 2)。取  $\Psi = (\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_n)$ , 令  $\tilde{\Psi}_j = \Psi_0 + \Psi'_j$ , 假设所选参考态  $\tilde{\Psi}_j$  足够接近  $\Psi_0$ , 将  $F(\tilde{\Psi}_j)$  在这个超平面上

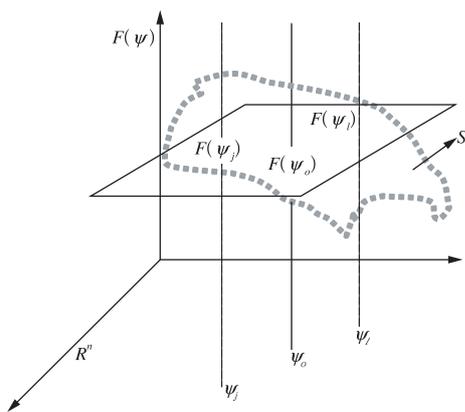


图 2  $n$  维空间中  $F(\Psi)$  所满足的关于  $\Psi$  的泛函曲面及其超平面近似示意图

Fig. 2 Illustration of the functional surface satisfied by  $F(\Psi)$  and its hyperplane approximation in the  $n$ -D phase space

关于  $\Psi_0$  做 Taylor 展开,取一级近似有

$$F(\tilde{\Psi}_j) = F(\Psi_0) + \frac{\partial F}{\partial \varphi_1} \Big|_{\Psi_0} \varphi'_1(j) + \frac{\partial F}{\partial \varphi_2} \Big|_{\Psi_0} \varphi'_2(j) + \cdots + \frac{\partial F}{\partial \varphi_n} \Big|_{\Psi_0} \varphi'_n(j) \quad (12)$$

其中  $\varphi'_i(j) = \varphi_i(j) - \varphi_i(0)$ , 令  $F_j = F(\tilde{\Psi}_j) = F(\Psi_0 + \Psi'_j)$ ,  $F_0 = F(\Psi_0)$ ,  $D_i = \partial F / \partial \varphi_i \Big|_{\Psi_0}$ ,  $\varphi'_{ji} = \varphi'_i(j)$ ,  $i = 1, 2 \cdots n, j = 1, 2 \cdots m$ , 将式(12)改写成矩阵形式

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{Y} \quad (13)$$

$$\text{其中 } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi'_{11} & \varphi'_{12} & \cdots & \varphi'_{1n} \\ 1 & \varphi'_{21} & \varphi'_{22} & \cdots & \varphi'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \varphi'_{m1} & \varphi'_{m2} & \cdots & \varphi'_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} F_0 \\ D_1 \\ \vdots \\ D_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{pmatrix}$$

对某个  $j$  如果有  $\varphi'_{j1} = \varphi'_{j2} = \cdots = \varphi'_{jn} = 0$ , 则由方程(13), 易得  $F(\Psi_0) = F(\tilde{\Psi}_j)$ 。当  $m = n + 1$  时, 若  $|A| \neq 0$ , 则式(13)存在唯一解  $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Y}$ , 当然, 这要重复  $n$  遍才能求得  $F(\Psi_0)$  的所有分量。上述理论方法被形象地称为超平面近似法 (HAM), 可实现由多个相似-动力模式预报来估计 OFV。实际使用时还需根据对象的不同, 对这个理论方法进行适当调整并具体化。

## 6 多参考态更新方法的概念流程

综上所述, 可以考虑将相似更新和多参考态的使用相结合, 即在每个 PAU 内部, 首先选取当前预报初值的多个参考态, 然后由相似-动力模式分别产生多个预报来估计 OFV, 当预报进行到相似更新周期时, 重新选取多个参考态, 并再由相似-动力模式做出多个预报来估计新的 OFV, 这样形成的“选取-估计”循环重复多次, 直至完成整个时段的预报, 我们把这个新的动力相似预报方案称为多参考态更新方法(简称更新法, 记为 MRSU)。它显然包括相似更新 (Updating) 和多参考态预报的估计两个方面。这与对相似-动力模式的多个结果进行最终集合<sup>[20]</sup>不同, MRSU 是一种动态的估计调整过程, 整个预报时段分为若干小的相似-动力模式预报的子

时段,每一个子时段生成的 OFV 都会对后面的预报产生影响,而不只是简单的后处理。为了更形象地理解使用 MRSU 进行动力相似预报的过程,基于前面分析,我们给出了考虑多参考态更新的动力-相似预报新方案的概念流程图(图 3)。

从图 3 中可以看出,相似更新周期概念的引入

把整个预报时段分成了若干子预报时段,而在每个子时段中可以划分为参考态选取、相似-动力模式(或与之等价的 ACE)预报以及最佳预报向量估计 3 个部分,在 PAU 的出口要判断是否到达整个预报的结束,如果为否,就又重新回到下一个 PAU 的入口,开始新的“选取-估计”过程,循环往复。

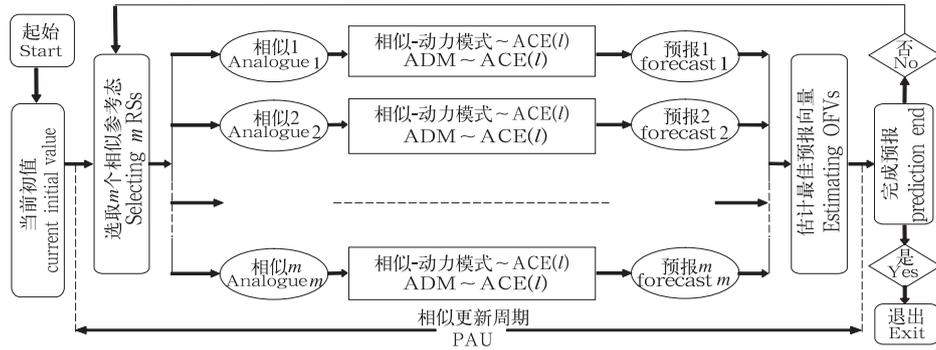


图 3 考虑多参考态更新的动力相似预报方案(MRSU)概念流程

Fig. 3 Conceptual flow chart for dynamical analogue prediction scheme allowing for the updating of multi-reference states (MRSU)

需要特别注意的是,针对“相似-动力模式预报”部分,一方面,对于相对简单或者不很复杂的模式,如正压或斜压准地转模式的相似-动力模式其实已经建立<sup>[14-16]</sup>,并不见得一定要使用 ACE 间接实现,但对于复杂的数值预报模式而言,将基于多个参考态更新的思路与 ACE 有机结合后,MRSU 中就无需重新建立新的相似-动力模式,只需要运转原模式并进行一些必要的误差诊断,相对容易实践。另一方面,在与相似-动力模式等价的相似误差订正方法中,一般应使用多个参考态计算的误差项来估计当前预报误差项<sup>[21]</sup>,可表示为  $ACE(l)$ ,其中  $l$  为用于订正误差项的历史相似个数。但考虑到历史数据中所能选出的优质相似的数量毕竟很有限,因此,目前可暂时仅使用一个历史相似作为参考态,此时即变为取  $l=1$  的特例  $ACE(1)$ 。然后再对  $m$  个  $ACE(1)$  预报结果进行估计,得到最佳预报向量。当然,对 ACE 还要进行不断改进,抑或将来引入更优越的方法加以替换。需要说明的是,这里所运用的 ACE 并没有区分是过程订正还是事后订正,二者都可用,但我们更倾向于前者。

## 7 Lorenz 模式初步试验

对于前面的大量推理结果,下面将使用 3 个自

由度的 Lorenz 模式<sup>[25]</sup>进行理想化试验,目的是作为麻雀解剖,以便于形象理解本文阐述的方法和概念。为了详尽对照结果,这里仅给出了一个典型个例的试验情况。在准确 Lorenz 模式上添加误差项的方程形式为

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = -\sigma X + \sigma Y \\ \frac{dY}{dt} = -XZ + rX - Y + \delta r X \\ \frac{dZ}{dt} = XY - bZ \end{cases} \quad (14)$$

建立其相应的相似-动力模式为

$$\begin{cases} \frac{dX'}{dt} = -\sigma X' + \sigma Y' \\ \frac{dY'}{dt} = -\tilde{X}Z' - \tilde{Z}X' - X'Z' + rX' - Y' + \delta r X' \\ \frac{dZ'}{dt} = \tilde{X}Y' + \tilde{Y}X' + X'Y' - bZ' \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$  为参考态,  $X', Y', Z'$  为扰动态,  $\sigma, r$  和  $b$  为模式参数,  $t$  为无因次时间,  $\delta r = 0.1$  是人为添加的参数误差,  $\delta r X$  显然是随流型而变的模式误差项。采用 4 阶 Runge-Kuta 法数值求解式(14)和(15),积分步长取为  $\Delta t = 0.01$ 。首先,使用准确的 Lorenz 模式,取  $\sigma = 10, r = 28$  和  $b = 8/3$  进行积分,取混沌状态的 255500 步数据作为观测资料(这里不考虑观

测误差),如果假设 20 步代表现实中 1 d,这样得到了相当于  $35 \text{ a} \times 365 \text{ d}$  的资料,取前面 30 a 数据作为历史资料,后 5 a 用于独立样本预报检验。利用全部 3 个自由度,相似度量定义为相空间中与当前初值状态点的欧氏距离,选取最近状态点即相似。

设计了 6 组试验:① CTRL,包含误差的模式(14)做纯动力预报的控制试验;② PACE,1 个相似的 PACE 预报试验,参数取  $\text{PAU} = \text{ICE} = 20$  步,  $\text{IOS} = 5$  步;③ ADM1,1 个相似的相似-动力模式(15)预报试

验,只在初始时刻选相似,参数取  $\text{IOS} = 5$  步;④ ADM2,同 ADM1,但参数取法同 PACE;⑤ ADM3,同 ADM2,但  $\text{IOS} = 1$  步;⑥ ADM4,使用 ADM 的 MR-SU 预报试验,取 4 个相似参考态,其余同 ADM2。各试验预报长度均为 2000 步,即  $t = 20$ 。图 4 给出了 6 组试验的预报与实况(即人造的观测资料)对比,考核各种方案的性能统计检验量有两个:一是两个平衡态之间转换被预报正确的次数;二是估算预报与观测之间开始迅速分离的时间(FIT)。

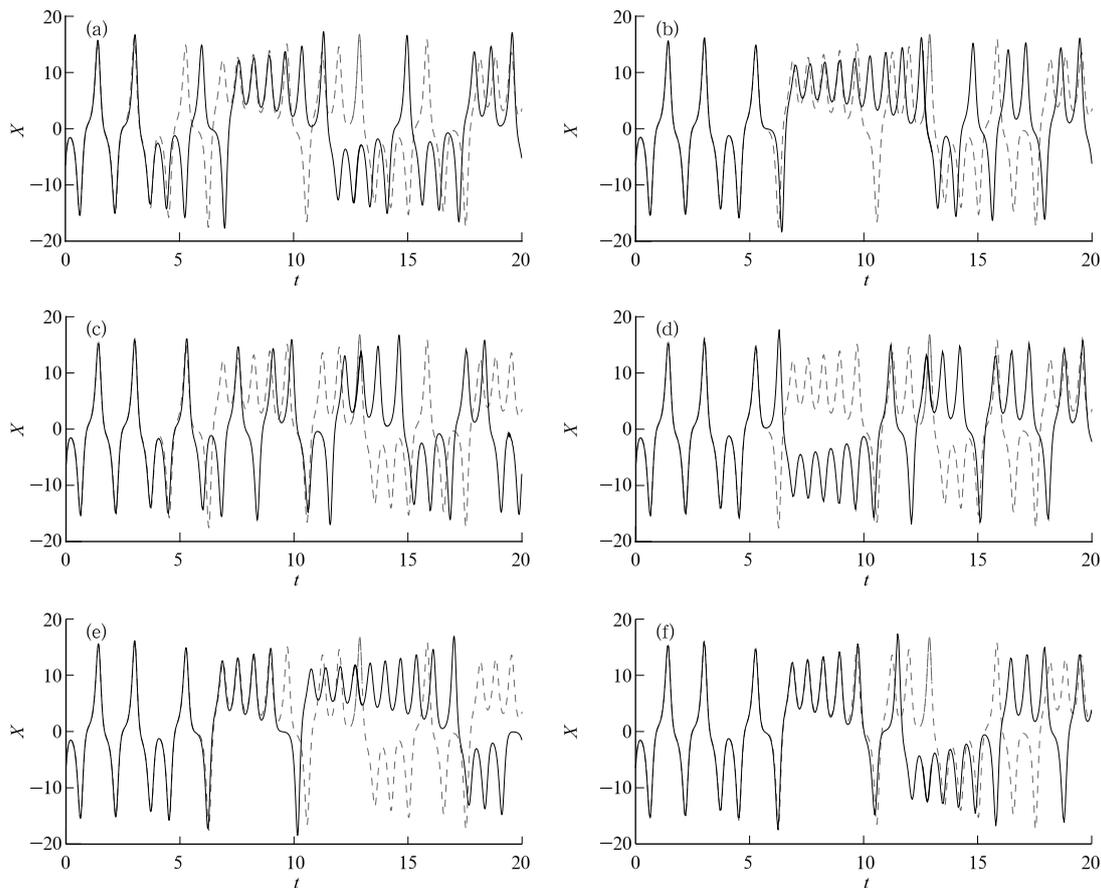


图 4 试验 CTRL(a),PACE(b),ADM1(c),ADM2(d),ADM3(e)和 ADM4(f)预报的  $X$  与实况对比  
(实线和虚线分别代表预报和实况;初值  $(-6.50, -0.509, 31.6)$  已由 15 位保留到 3 位有效数字)

Fig. 4 Comparison of observed  $X$  with  $X$  predicted from the control (CTRL, a), in-process analogue correction of error (PACE, b), analogue dynamical model 1 (ADM1, c), ADM2 (d), ADM3 (e), and ADM4 (f) experiments  
(Solid and dash line denote predicted and observed values, respectively, and only three significant digits of initial values, namely  $(-6.50, -0.509, 31.6)$  are reserved)

从图 4 可见,在没有观测误差情况下,CTRL 显示了模式误差对单纯动力预报效果的影响很大,仅仅对  $r$  参数增加约 0.36% 扰动,导致 CTRL 只报对了 4 次转换, FIT 约为 5.0。在 IOS 为 5 步的条件下,

ADM1 仅在初始利用了 1 个相似参考态,就改善了预报效果,比 CTRL 多报对 1 次转换, FIT 约 5.8; ADM2 进一步考虑了每 20 步的相似更新,可使 FIT 增加到 6.0;但同样 PAU 和 IOS 情况下的 PACE 试

验要比 ADM2 的效果改善很多,报对了 7 次转换, FIT 达到 10;ADM3 把 IOS 取 1 步,即观测资料量增加了 5 倍,这使得 FIT 延长到约 9.0,报对了 7 次转换;ADM4 利用 ADM 实施了图 3 中示意的 MRSU 预报,OFV 的估计是按照超平面近似法直接求解方程 (13),其结果也是这里最好的,转换报对 9 次, FIT 达到 11.5。此外,把 IOS 固定为 5 步,按照 ADM4 来改变 PAU 进行敏感性试验,发现 PAU=40 步时,对应的 FIT 最大,频繁的相似更新不一定效果更好,PAU 可能存在最优值,仍有待深入研究。

表 1 改变 PAU 的敏感性试验(IOS=5 步)

Table 1 Sensitivity experiments for the modification of the period of analogue updating (PAU) when the interval of observed sample (IOS) equals to 5 steps

PAU(步)	5	10	20	40	60	80
FIT	10.2	10.1	11.5	12.5	5.9	4.3

对 Lorenz 模式的初步试验表明, PAU 和多参考态的分别引入可以提升 ADM 的性能,前者影响略小,后者对改善预报效果的作用更显著;增加观测资料的数量对预报改善的影响很大,这也符合统计相似预报的要求;同等条件下,过程 ACE 显示了明显强于 ADM 的预报性能,这或许暗含着 ACE 在理论上的某种优势;同时使用 PAU 和多参考态的 ADM 试验充分反映出 DAP 新方案 MRSU 的理论优势。总体来看,模式误差对于动力预报的影响很大,通过引入历史资料的相似信息,DAP 能够显著增加预报技巧,延长有效预报的时间。并且,在选择适当的 PAU 后,随着观测数量的增加,预报时限会明显延长,PAU 也存在最优值。

相比于所能找到的合理相似个数  $m$ ,业务模式的空间自由度  $n$  是相当大的( $n \gg m$ ),准确求解方程 (13) 几乎是不可能的。实际上,可以通过对超平面展开式(12)作出物理或数学上的简化,来近似估计最佳预报向量。为此,我们设计了一种简化的 MRSU 预报方案,并应用到已有的 T63 全球谱模式进行回报和预报,相关数值试验结果将另文给出。

## 8 小 结

大量研究工作证实了使用相似-动力模式进行预报的有效性,本文对近来发展的相似误差订正方法进行了理论和技术问题的深入研究。并在此基础

上,针对以往仅在初始时刻选取历史相似作为参考态所存在的问题,提出有必要在预报过程中不断选取新的参考态。另一方面,使用由多个历史相似分别产生的预报结果进行简单集合,已经证明能够显著改进预报效果。由此,本文在已有的相似-动力模式研究基础上,发展了一种更为合理的考虑多参考态更新的动力相似预报新方法(MRSU)。该方法在预报进行到相似更新周期时重新选取多个参考态,并使用超平面近似法将相似-动力模式产生的多个预报估计成最佳预报向量,这样的“选取-估计”循环重复多次,直至完成整个时段的预报。理论分析表明,通过不断地引入历史相似信息,并利用了多个参考态综合集成预报结果,从而使得 MRSU 能够更为有效地减小模式误差的影响,提高预报技巧。

在 Lorenz 模式上进行了初步试验,结果是令人鼓舞的,不但证实了 DAP 的各种方法对纯动力预报的明显改进,而且,引入相似更新和多参考态的 MRSU 被证实是很有效的,同时,结果也显示相似误差订正方法比相似-动力模式在理论上可能更有优势。由于将上述多参考态更新的思路与 ACE 方法有机结合以后,MRSU 无需重新建立新的相似-动力模式,实践起来并不困难,易于推广。我们已经将简化的 MRSU 应用到了国家气候中心的 T63 大气预报模式,并进行了月尺度的回报和预报试验,相关结果将在另文中详细给出。

需要指出的是,相似现象并不是大气所独有的,海洋乃至气候系统都是存在的,仅是时间尺度更长而已。因此,凡是可以提为广义初值问题的动力预报,DAP 中的各种方法和概念都可以加以推广应用,甚至是非气候系统的其他科学领域,但关键是要有针对该系统的大量历史资料和能用来做预报的动力模式或模型,这是 DAP 的物质基础。

**致谢:**与张培群和鲍名博士的多次讨论对本文益处很大,特此感谢。

## 参考文献

- [1] 顾震潮. 天气数值预报中过去资料的使用问题. 气象学报, 1958, 29(3): 176-184  
Gu Zhenchao. The use of past data in numerical weather forecast. Acta Meteor Sinica (in Chinese), 1958, 29(3): 176-184

- [2] Zeng Qingcun, Zhang Banglin, Yuan Chongguang, et al. A note on some methods suitable for verifying and correcting the prediction of climate anomaly. *Adv Atmos Sci*, 1994, 11(2): 121-127
- [3] Wang Huijun, Zhou Guangqing, Zhao Yan. An effective method for correcting the seasonal-interannual prediction of summer climate anomaly. *Adv Atmos Sci*, 2000, 17(2): 234-240
- [4] 丑纪范. 天气数值预报中使用过去资料的问题. *中国科学*, 1974, 17(6): 635-644  
Chou Ge-Fen. A problem of using past data in numerical weather forecasting. *Scientia Sinica*, 1974, 17(6): 814-825
- [5] 郑庆林, 杜行远. 使用多时刻观测资料的数值天气预报新模式. *中国科学*, 1973, 16(2): 289-297  
Zheng Qinglin, Du Xingyuan. A new model of numerical weather prediction by using multi-time observed data. *Scientia Sinica (in Chinese)*, 1973, 16(2): 289-297
- [6] 曹鸿兴. 大气运动的自忆性方程. *中国科学(B辑)*, 1993, 23(1): 104-112  
Cao Hongxing. Self-memorization equation in atmospheric motion. *Science in China, Ser B*, 1993, 36(7): 845-855
- [7] 谷湘潜. 一个基于大气自忆原理的谱模式. *科学通报*, 1998, 43(1): 1-9  
Gu Xiangqian. A spectral model based on atmospheric self-memorization principle. *Chinese Sci Bull*, 1998, 43(20): 1692-1702
- [8] Feng Guolin, Cao Hongxing, et al. A new differential scheme with multi-levels. *Chinese Physics*, 2001, 10(11): 1004-1010
- [9] 张培群, 丑纪范. 改进月延伸预报的一种方法. *高原气象*, 1997, 16(4): 376-388  
Zhang Peiqun, Chou Jifan. A method improving monthly extended range forecasting. *Plateau Meteor (in Chinese)*, 1997, 16(4): 376-388
- [10] 龚建东, 李维京, 丑纪范. 集合预报最优初值形成的四维变分同化方法. *科学通报*, 1999, 44(10): 1113-1116  
Gong Jiandong, Li Weijing, Chou Jifan. Forming proper ensemble forecast initial members with four dimensional variational data as simulation method. *Chinese Sci Bull (in Chinese)*, 1999, 44(10): 1113-1116
- [11] 陈伯民, 纪立人, 杨培才等. 改善月动力延伸预报水平的一种新途径. *科学通报*, 2003, 48(5): 513-520  
Chen Bomin, Ji Liren, Yang Peicai, et al. An approach to improving the dynamical extended-range (monthly) prediction. *Chinese Sci Bull*, 2003, 48(7): 696-703
- [12] 丑纪范. 长期数值天气预报的若干问题. 见: 长江流域规划办公室主编. 中长期水文气象预报文集. 北京: 水利电力出版社, 1979. 216-221  
Chou Jifan. Some problems of long-range numerical weather prediction. *Collection of Middle and Long-range Hydrometeorological Prediction*. Beijing: China Waterpower Press, 1979. 216-221
- [13] 巢纪平等(长期数值天气预报研究小组). 一种长期数值天气预报方法的物理基础. *中国科学*, 1977, 20(2): 162-172  
Chao Jiping, Jih C C, Ho C H, et al. On the physical basis of a model of long-range numerical weather forecasting. *Scientia Sinica*, 1977, 20: 377-390
- [14] 邱崇践, 丑纪范. 天气预报的相似-动力方法. *大气科学*, 1989, 13(1): 22-28  
Qiu Chongjian, Chou Jifan. An analogue-dynamical method of weather forecasting. *Scientia Atmos Sinica (in Chinese)*, 1989, 13(1): 22-28
- [15] 黄建平, 王绍武. 相似-动力模式的季节预报试验. *中国科学(B辑)*, 1991, 21(2): 216-224  
Huang Jianping, Wang Shaowu. The experiment of seasonal prediction using the analogy-dynamical model. *Science in China, Ser B*, 1992, 35(2): 207-216
- [16] Huang Jianping, Yi Yuhong, Wang Shaowu, et al. An analogue-dynamical long-range numerical weather prediction system incorporating historical evolution. *Quart J Roy Meteor Soc*, 1993, 119: 547-565
- [17] Schuurmans C J E. A 4-year experiment in long-range weather forecasting using circulation analogues. *Meteorol Rundsch*, 1973, 26: 2-4
- [18] Barnett T P, Preisendorfer R W. Multifield analog prediction of short-term climate fluctuations using a climate state vector. *J Atmos Sci*, 1978, 35(10): 1771-1787
- [19] Van den Dool H M. A bias in skill in forecasts based on analogues and antilogues. *J Appl Meteor*, 1987, 26(9): 1278-1281
- [20] 鲍名, 倪允琪, 丑纪范. 相似-动力模式的月平均环流预报试验. *科学通报*, 2004, 49(11): 1112-1115  
Bao Ming, Ni Yunqi, Chou Jifan. The experiment of monthly mean circulation prediction using the analogy-dynamical model. *Chinese Sci Bull*, 2004, 49(12): 1296-1300
- [21] 任宏利, 丑纪范. 统计-动力相结合的相似误差订正法. *气象学报*, 2005, 63(6): 988-993  
Ren Hongli, Chou Jifan. Analogue correction method of errors by combining both statistical and dynamical methods together. *Acta Meteor Sinica (in Chinese)*, 2005, 63(6): 988-993
- [22] Gao Li, Ren Hongli, Li Jianping, et al. Analogue correction method of errors and its application to numerical weather prediction. *Chinese Physics*, 2006, 15(4): 882-889
- [23] D'Andrea F, Vautard R. Reducing systematic errors by empirically correcting model errors. *Tellus*, 2000, 52A: 21-41
- [24] 任宏利, 丑纪范. 相似-动力模式中的误差诊断方案及改进. 中国气象学会编. 气象科技与社会经济可持续发展. 北京: 气象出版社, 2005. 94-95  
Ren Hongli, Chou Jifan. Errors diagnosis scheme and its improvement in analogue-dynamical model. *Chinese Meteorological Society. Ed. Meteorological Technology and Sustainable Development of Society and Economy*. Beijing: China Meteorological Press, 2005. 94-95
- [25] Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flow. *J Atmos Sci*, 1963, 20: 130-141

## 附录

下面是文中一些名词的英文简写、中文全称和英文全称。

ACE	相似误差订正法	Analogue Correction method of Errors
ACEE	相似误差订正方程	Analogue-Correction Equation of Errors
ADA	相似-动力方法	Analogue-Dynamical Approach
ADE	相似离差方程	Analogue-Deviation Equation
ADM	相似-动力模式	Analogue-Dynamical Model
DAP	动力相似预报	Dynamical Analogue Prediction
DAPE	动力相似预报方程	Dynamical Analogue Prediction Equation
DAPI	动力相似预报增量	Dynamical Analogue Prediction Increment
DS	(相似)扰动态	(Analogue) Disturbance State
FACE	事后相似误差订正	Final Analogue Correction method of Errors
HAM	超平面近似法	Hyperplane Approximation Method
ICE	误差订正间隔	Interval of Correcting Error
IOS	观测样本间隔	Interval of Observed Sample
MRSU	多参考态更新法	Multi-Reference-State Updating method
OFV	最佳预报向量	Optimal Forecast Vector
PACE	过程相似误差订正	in-Process Analogue Correction method of Errors
PAU	相似更新周期	Period of Analogue Updating
RS	(相似)参考态	(Analogue) Reference State
SAP	统计相似预报	Statistical Analogue Prediction

## INTRODUCING THE UPDATING OF MULTI-REFERENCE STATES INTO DYNAMICAL ANALOGUE PREDICTION

Ren Hongli<sup>1,2</sup> Chou Jifan<sup>2</sup>

*1 Laboratory for Climate Studies, National Climate Center, China  
Meteorological Administration, Beijing 100081*

*2 College of Atmospheric Sciences, Lanzhou University, Lanzhou 730000*

### Abstract

In order to effectively utilize the analogue information of historical observations, some theoretical and technical problems of the analogue correction of errors (ACE) are further explored in this paper based on the previous studies on analogue-dynamical models. Analyses show that the ACE is the redevelopment of methods based on the analogue-deviation equation and analogue-correction equation of errors. On the basis of such idea, a new scheme of dynamical analogue prediction allowing for multi-reference-state updating (MRSU) has been developed. In this scheme, when model integration proceeds to the period of analogue updating (PAU), multiple reference states are re-selected and optimal forecast vectors are estimated from multi-forecasts produced by the analogue-dynamical model using the hyperplane approximation method. Such a "selection-estimation" procedure is periodically repeated until the entire forecast is completed. The MRSU experiments of Lorenz model have shown that the MRSU is effective in reducing forecast errors and raising forecast skill, thus preliminarily confirming the application prospect of ACE theory. Furthermore, in the conceptual flow chart of the MRSU, introducing the ACE into the complicated numerical model is equivalent to realize the forecast process of analogue-dynamical model without necessity to re-establish the model equation.

**Key words:** Analogue-dynamical model, Reference state, Period of analogue updating, Dynamical analogue prediction.