第59卷 第1期　　气 象 学 报　　Vol. 59, No. 1
2001年2月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Feb., 2001

地形引起的重力内波的水槽实验*

刘辉志　洪钟祥

(中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室, 北京, 100029)

桑建国

(北京大学地球物理学系, 北京, 100871)

张伯寅

(北京大学湍流研究国家重点实验室, 北京, 100871)

摘　要

利用不同密度分层的盐水模拟稳定层结大气条件, 在水槽中成功地模拟了两层大气分层流中二维山脊引起的地形波, 得到的波动图像与线性理论模式结果在定性上基本一致。

关键词: 两层大气, 地形波, 水槽实验。

1　引　言

稳定层结下大气流经二维山脊, 会产生重力内波, 这已经为大家所共知。对稳定层结下的大气波动起重要作用的大气条件, 可用 Scorer 参数来表示, 其表达式为 $l = N/\bar{u}$, 量纲为 m^{-1}; 其中, N 为浮力频率(即 Brunt- Vaisala 频率), $\bar{u}$ 为平均风速。在实际大气中, Scorer 参数 l 随高度变化。因为大气中风速一般随高度增大, 即使静力稳定度 N 随高度变化不大, Scorer 参数 l 随高度也会有明显的改变。因此为了与实际大气更相符, 大气波动理论工作者常采用两层大气模式(或更多层)来表示 Scorer 参数随高度的变化。Durran[1] 和 Ikawa[2] 数值模拟中均指出, 在两层大气模式中, 地形引起的重力内波, 与整层均一大气中地形波有显著的差别。目前采用风洞实验室实现温度层结, 除技术上有一定难度外, 所需费用也较大。而使用盐水实现密度分层来达到模拟层结大气的目的, 的确是一条既经济又现实的途径。气象工作者很早就开始利用水槽来研究层结大气中过山气流的问题。以往水槽中模拟一般都假设整层大气静力稳定度参数不变, 模拟两层大气模式中地形波的研究尚不多见。

本文在水槽中采用盐水分层的办法来模拟两层大气中二维山脊引起的地形波, 为了证明水槽实验的可靠性, 将实验结果与线性理论进行了比较。

* 初稿时间: 1999年6月30日; 修改稿时间: 1999年8月13日。
资助课题: 国家自然科学基金, 北京大学校长基金及国家"九五"重中之重科研项目96- 908- 02- 02。

2 水槽模拟实验

2.1 实验装置与方法

实验是在北京大学湍流研究国家重点实验室的 1 m×1.2 m×18 m(宽×高×长)拖槽中进行的。所谓拖槽即模型被拖车拖动,在静止的水介质中产生相对运动。由于介质水是静止的,有条件在水槽中进行对应于各类不同大气条件的密度分层。水槽中用的水是普通自来水,在不同深度用加入盐分多少的办法来构成不同的分层,以模拟实际大气中的温度层结。本实验选择对应大气条件为两层均为稳定层结,下层为稳定度更大一些的密度分层。图1给出了水槽中盐水密度随高度垂直分布的情况。表示静力稳定度的Brunt-Väisälä频率 N 在水槽中表示成为 $N^2=\frac{g}{\theta}\frac{d\rho}{dz}$,相当于大气中的 $N^2=-\frac{g}{\theta}\frac{d\theta}{dz}$。

地形模型设计为二维钟形山脊,模型山高为 15 cm,半山宽度为 15 cm,x 为模型拖动方向,宽度为 60 cm,y 方向为 90 cm。模型材料选用木材,表面做涂腊防潮处理。地形模型固定在拖车上,由直流电机控制车速,拖车速度代表风速。通过水流与地形模型的相对运动来模拟地形产生的扰动图像。用照相机和录像机记录下每次实验流动形态,以便在实验后做反复观察。

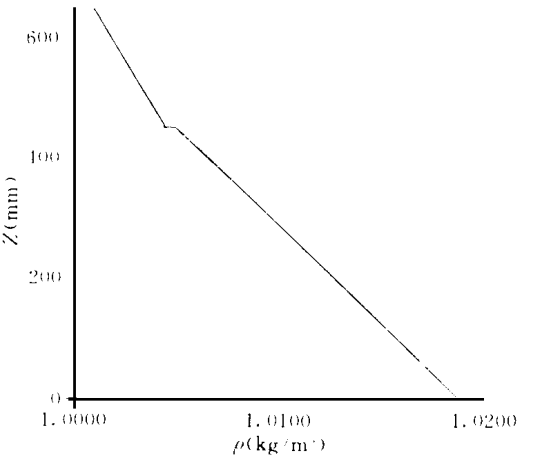

图1 水槽中盐水密度随高度的垂直分布

流动显示采用在某几个固定高度上布置薄层水溶染料的办法(染料密度与该高度上盐水密度相等),通过整层流体运动来显示流经二维地形产生的扰动分布图像。

2.2 相似性条件

利用水介质模拟大气,一般应满足下列相似条件,即几何相似、大气层结状态相似、Reynolds 数相似和 Froude 数相似等。相似参数的实现并非在任何一类实验中都能得到满足。例如,Reynolds 数与 Froude 数同时存在水槽实验中,Reynolds 数是表示流动惯性力和粘性力比值的一个参数,根据实际大气运动,一般 Reynolds 数在大气中可达 10^7~10^{10},尽管这在实验室中难以实现,实验中也应越大越好,可使实验 Reynolds 数与实际更接近。而Froude 数是表示大气浮力的影响,其参数值直接受风速影响,为了实现 Froude 数的相似,其风速值不能太大,太大了浮力效应将被破坏,所以 Froude 数与 Reynolds 数相似难以同时达到。Snyder[3]已经证明,在考虑地形阻塞与分流问题中,如果 Reynolds 数超过某临界值,对其相似性要求可降低,而主要考虑 Froude 数相似原则。这里模拟地形波,也主要考虑 Froude 数相似。Froude 数是在整层大气中采用的参数,在两层大气模式中沿用 $F_r=\bar{u}/(Nh)$ 表达式,其中 $\bar{u}$ 表示该层中的平均风速,N 为该层静力稳定度,h 表示特征高度,可为地形高度或宽度,这里取为地形高度。

2.3 实验结果

通过选择拖车车速,进行了多组实验,其主要结果为:密度分层为两层均为连续线性

分层, 但上下两层线性递减率不相等, 下层更稳定。这相当于实际大气中上下两层均为稳定层结, 下层更稳定的情形。地形为二维钟形山脊, 此时, $N = [-(g/\rho)(d\rho/dz)]^{1/2}$ 在下层、上层中分别为 $0.67s^{-1}$, $0.27s^{-1}$; 拖车车速分别取 2 cm/s 和 4 cm/s。流动形态显示如图 2 所示。

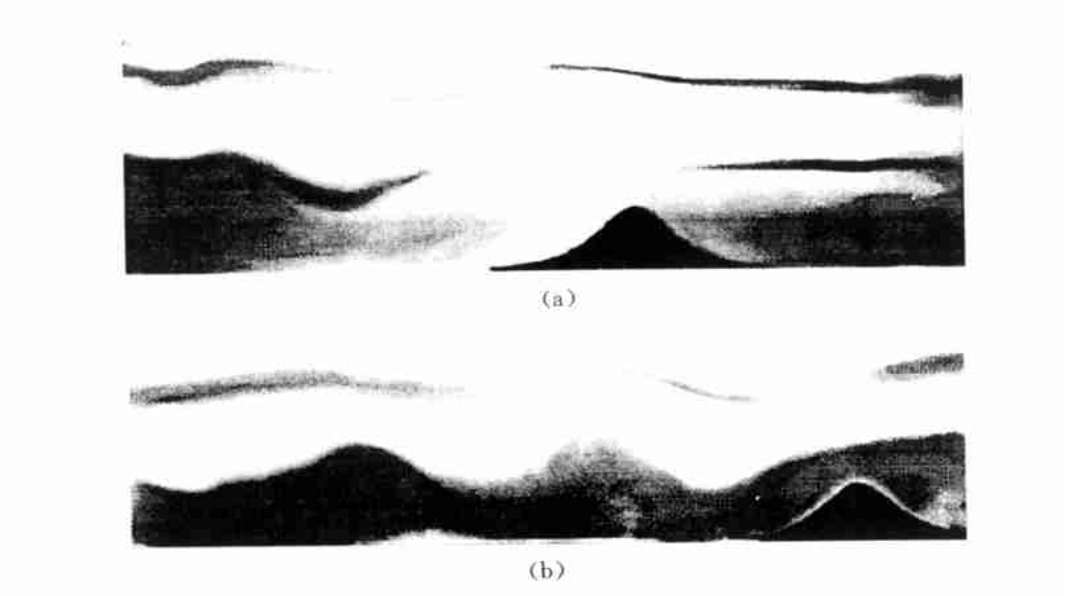

图 2　流经二维山脊的流场分布(水槽中)

(a. 拖车车速为 2 m/s ; b. 拖车车速为 4 cm/s)

图2a, b 分别给出了拖车车速为 2 cm/s 和 4 cm/s 时, 流经二维山脊的波动图像。从图 2 可以发现一个有趣的现象, 当车速为 2 cm/s 时, 上下两层中背风面波动呈现为反位相; 车速增大至 4 cm/s 后, 上下两层中背风面波动变为同位相(拖速大于 4 cm/s 后, 上下层中背风面波动均呈现为同位相) , 此时波动波长变长。

3　理论解析模式

考虑绝热条件下, 二维不可压、无粘和无旋气流流经二维山脊的稳态解。假定气流扰动幅度不太大, 流线垂直位移 $\zeta = \zeta(x, z)$ 满足线性化的大气波动方程

$$\nabla^2\zeta + (N^2/\bar{u}^2)\cdot\zeta = 0 \tag{1}$$

假设流线扰动 ζ 是由不同波数 k 组成, 式(1) 可改写为

$$\partial^2\zeta/\partial z^2 + (N^2/\bar{u}^2 - k^2)\zeta = 0 \tag{2}$$

其中, $\zeta(k, z)$ 表示 ζ 的 k 波数分量。与实际大气中所不同的是, 水槽中上层流体厚度为有限深。以下讨论上层流体厚度为有限深情形下, 地形扰动的解析解。

同样假设大气由两层组成, 下层大气 Scorer 参数为 l_1, 厚度为 H_1; 上层大气 Scorer 参数为 l_2, 厚度为 H_2。两层界面设在 $z = 0$ 处, 在地表 $z = -H_1$ 处, 地形起伏为一钟形山脊

$$\zeta(x)\big|_{z=-H_1} = H\frac{a^2}{x^2 + a^2}$$

其中, H 为山高, a 为半山宽度。

在上边界 $z = H_2$ 处, 设扰动为零, $\zeta_{z=H_2} = 0$, 即取刚盖上边界条件。根据 Scorer[4] 的研究, 可求得流线扰动的解析表达式。流线垂直扰动的低波数分量为($k < l_2$):

$$\zeta_l = aH e^{-ak}[\lambda \sin(vH_2)\cos(\lambda z) - v\cos(vH_2)\sin(\lambda z)]/F_1 \tag{3}$$

$$\zeta_l = aH e^{-ak} \cdot \lambda \sin(vH_2 - vz)/F_1 \tag{4}$$

其中, $\lambda = \sqrt{l_1^2 - k^2}$, $v = \sqrt{l_2^2 - k^2}$, $F_1 = \lambda \sin(vH_2)\cos(\lambda H_1) + v\cos(vH_2)\sin(\lambda H_1)$, 下标 1 和 2 分别表示大气下层和上层中的变量。

高波数分量为($k > l_2$):

$$\zeta_l = aH e^{-ak}[\lambda \mathrm{sh}(\mu H_2)\cos(\lambda z) - \mu \mathrm{ch}(\mu H_2)\sin(\lambda z)]/F_2 \tag{5}$$

$$\zeta_h = aH e^{-ak} \cdot \lambda \mathrm{sh}(\mu H_2 - \mu z)/F_2 \tag{6}$$

其中, $F_2 = \lambda \mathrm{sh}(\mu H_2)\cos(\lambda H_1) + \mu \mathrm{ch}(\mu H_2)\sin(\lambda H_1)$, $\lambda = \sqrt{l_1^2 - k^2}$, $\mu = \sqrt{k^2 - l_2^2}$。

水槽的上表面为水面, 应取自由表面上过界条件, 即 $\mathrm{d}(\bar{P} + P')/\mathrm{d}t = 0$, 根据线性化假定及 Fourier 变换, 可得自由表面上边界条件为

$$(\bar{u}^2 \partial \zeta/\partial z - g\zeta)|_{z=H_2} = 0 \tag{7}$$

其余边界条件不变, 同样可求得此时流线垂直位移的解析表达式。

流线扰动低波数分量 ($k < l_2$) 为:

$$\zeta_l = Hae^{-ak}/F_{11} \cdot [\lambda\cos(\lambda z)(\bar{u}^2 \cdot v\cos(vH_2) - g\sin(vH_2)) + v\sin(\lambda z)(\bar{u}^2 \cdot v\sin(vH_2) + g\cos(vH_2))] \tag{8}$$

$$\zeta_l = Hae^{-ak}/F_{11} \cdot \lambda \cdot [\bar{u}^2 v\cos(vz - vH_2) + g\sin(vz - vH_2)] \tag{9}$$

其中, $F_{11} = \lambda\cos(\lambda H_1)[\bar{u}^2 v\cos(vH_2) - g\sin(vH_2)] - v\sin(\lambda H_1)[\bar{u}^2 v\sin(vH_2) + g\cos(vH_2)]$。

高波数分量($k > l_2$) 为:

$$\zeta_h = Hae^{-ak}/F_{22} \cdot [\lambda\cos(\lambda z)(\bar{u}^2 \cdot \mu\mathrm{ch}((\mu H_2) - g\,\mathrm{sh}(H_2)) - \mu\sin(\lambda z)(\bar{u}^2 \cdot \mu\mathrm{sh}(\mu H_2) - g\mathrm{ch}(\mu H_2))] \tag{10}$$

$$\zeta_h = Hae^{-ak}/F_{22} \cdot \lambda \cdot [\bar{u}^2 \mu\mathrm{ch}(\mu z - \mu H_2) + g\mathrm{sh}(\mu z - \mu H_2)] \tag{11}$$

其中, $F_{22} = \lambda\cos(\lambda H_1)[\bar{u}^2 \mu\mathrm{ch}(\mu H_2) - g\mathrm{sh}(\mu H_2)] + \mu\sin(\lambda H_1)[\bar{u}^2 \mu\mathrm{sh}(\mu H_2) - g\mathrm{ch}(\mu H_2)]$。

类似 Smith(1980)[5] 给出的方法, 通过 FFT 或数值积分可求得上述各式的积分值, 即得到在物理空间上流线的垂直位移分布。给定相同地形、大气条件, 积分得到的结果表明, 尽管两种不同上边界条件, 即刚盖上边界与自由表面上边界条件得到的流线的垂直位移扰动的表达式不同, 但其计算值无明显差别, 得到波动图像也无明显差别。在水槽实验过程中, 也发现上边界的水面在实验过程中始终保持水平, 无扰动出现, 即 $\zeta_{z=H_2} = 0$ 成立。因此在以后讨论与水槽实验对比理论模式求解中, 均采用刚盖上边界条件, 其实很多学者也是这样做的[6]。

根据 Froude 数相似和几何相似, 对应于水槽实验地形、大气条件可给出。但由于水槽中下边界及侧边界的影响, 再加上 $\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}z$ 在每层中精确测量有一定困难, 进行精确对比很

难达到。另外地形波动对大气条件(包括分层界面位置)很敏感,因此这里主要定性地与理论模式结果进行对比。

例 1: 地形条件取为 $H = 500$ m, 半山宽度 $a = 2000$ m, $H_1 = H_2 = 1500$ m (H_1 和 H_2 分别表示下层和上层大气厚度), 大气条件取 $l_1 = 0.004\ \mathrm{m}^{-1}$, $l_2 = 0.0015\ \mathrm{m}^{-1}$。图 3 给出此时地形波(合成波)流线扰动的分布。由图 3 可以看出, 在地形背风面, 上下两层之间波动呈现为反位相, 水平波长为 3.0 km 左右。对应例 1 高波数分量解水平波数 $k^* = 0.00208\ \mathrm{m}^{-1}$, $\lambda^* = 0.0034\ \mathrm{m}^{-1}$。背风波的垂直波长为 1.8 km, 与下层大气厚度相当, 此时背风波在垂直方向出现反位相。与水槽实验图 2a 相比, 位相、波长(与山高之比)基本一致。

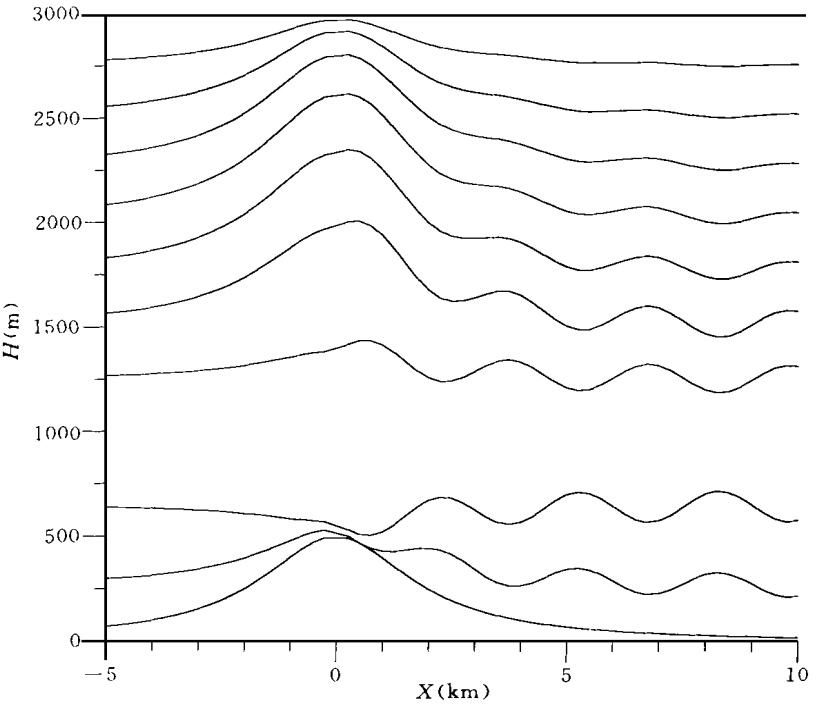

图 3　地形波流线扰动的分布

(地形大气条件为: $H = 500$ m, $a = 2000$ m, $H_1 = H_2 = 1500$ m; $l_1 = 0.004\ \mathrm{m}^{-1}$, $l_2 = 0.0015\ \mathrm{m}^{-1}$)

例 2: 地形条件不变, 上下层 Scorer 参数减小一半, 即 $l_1 = 0.002\ \mathrm{m}^{-1}$, $l_2 = 0.00075\ \mathrm{m}^{-1}$, 这相当于风速增大一倍(也就是说拖车车速增大一倍), 其余参数不变。此时流经二维山脊流场分布如图 4 所示。与例 1 相比发现, 此时背风面上下层波动不再呈现为反位相, 变为同位相, 水平波长为 5.0 km 左右。对应例 2 高波数分量解水平波数 $k^* = 0.00133\ \mathrm{m}^{-1}$, $\lambda^* = 0.001494\ \mathrm{m}^{-1}$。背风波的垂直波长为 4.0 km, 此时背风波在垂直方向不再出现反位相。随着风速增加(l 减小), 背风波的垂直波长增大, 上下层波动位相一致。与图 2b 相比, 波动图像基本一致。拖速增加, 波长变长, 线性理论得到结果也是这样。

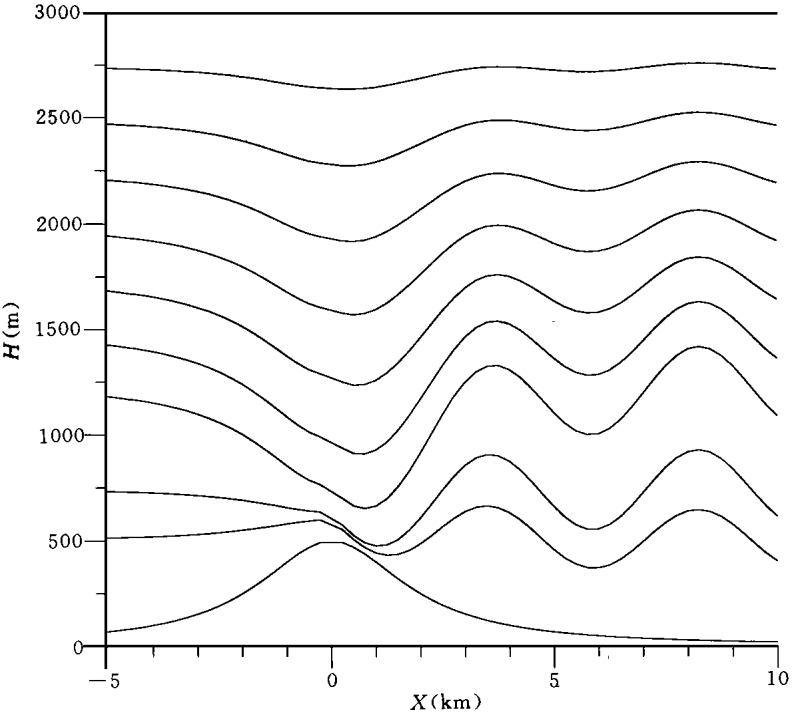

图 4 地形波流线扰动的分布

(上下层 Scorer 参数减为例 1 中的一半, 其余参数与例 1 中的相同)

4 讨 论

本文利用水槽成功地模拟了分层流中二维山脊引起的地形波, 得到波动图象与线性理论模式结果在定性上基本一致。以前在水槽中模拟地形扰动一般都假设整层大气静力稳定度参数不变, 由于水槽上边界反射的存在, 使得波动不可自由向上传播, 与实际大气存在很多差别。将水槽中层结流分成两层, 首先考虑了实际大气中大气条件的垂直变化, 另外两层界面之间产生的界面波或内波更接近于真实大气中情形, 这样得到模拟结果与实际大气更接近。当然真正的二维在实际中无法实现, 水槽的侧边界及上边界对实验结果的影响目前尚未完全弄清, 尤其用来描述大气波动, 因为地形产生的大气波动对边界及大气条件改变很敏感。还有实际大气中存在风剪切, 在水槽中无法实现, 因此将水槽实验结果与实际大气无法进行精确对比。不过, 利用水槽基本上可揭示层结大气中地形波的基本特性, 可定性地与理论结果进行对比, 是验证理论模式的重要手段之一。

参考文献

1 Durran D R. Another look at downslope wind storms. Part I: On the development of analogs to supercritical flow in an infinitely deep, continuously stratified fluid. J Atmos Sci, 1986, 43: 2527– 2543

2 Ikawa M. High-drag states and foehns of a two-layered stratified past a two-dimensional mountain. J Meteor Soc Japan, 1990, 68: 163– 182

3 Snyder W H. Fluid modeling of pollutant transport and diffusion in stably stratified flow over complex terrain.

Ann Rev Fluid Mech, 1985, 17: 239- 266

4 Scorer R S. Environmental Aerodynamics. Chichester : Ellis Horwood Publishers, 1978. 488pp

5 Smith R B. Linear theory of stratified hydrostatic flow past an isolated mountain. Tellus, 1980, 32: 348- 364

6 Thompson R S, Shipman M S, Rottman J W. Moderately stable flow over a three-dimensional hill: a comparison of linear theory with laboratory measurements. Tellus, 1991, 43: 49- 63

A FLIUD EXPERIMENT OF GRAVITY INTERNAL WAVE INDUCED BY TERRAIN

Liu Huizhi Hong Zhongxiang

(*LAPC, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sicenes, Beijing*, 100029)

Sang Jianguo

(*Department of Geophysics, Peking University, Beijing*, 100871)

Zhang Boyin

(*LTR, Peking University, Beijing*, 100871)

Abstract

The mountain wave induced by a ridge in two-layer stratified fliud has been successfully simulated in a tank . The wave pattern is almost the same compared with the linear theory result qualitatively.

Key words: Two-layer atmosphere, Mountain wave, Fluid experiment.