

湖南夏季雨量场的 EOF 的稳定性及其长期预报

段德寅

(湖南省气象科学研究所, 长沙, 410007)

摘 要

利用 1958 ~ 1995 年湖南夏季雨量场, 分析了经验正交函数(EOF), 结果表明, 它能反映降水的空间分布特征。将该场划分为 1958 ~ 1983 年和 1970 ~ 1995 年两段, 对原始场和两个新场的 EOF 进行了比较和讨论, 发现在一定条件下, EOF 是稳定的。将该场序列延伸至 1997 年, 并划分为 1958 ~ 1977 年和 1978 ~ 1997 年两个不重合的时段; 结果 EOF 仍较稳定, 这可能与场内平均相关状况的差异较小有关。在此基础上, 采用主成份筛选的建模方案, 制作了雨量场的长期预报。

关键词: 雨量场, EOF, 稳定性, 长期预报。

1 引 言

EOF 因其能浓缩要素场的时空变化信息而广泛应用于气象分析和预报^[1~3]。目前这类预报方法往往是预告时间系数部分, 然后转化为预告气象要素场^[4,5]。但以 EOF 为基础制作实际预报的材料迄今仍不多见, 因为必须有一个假设条件, 即 EOF 在预报时效内是不变化的, 否则, 预报时间系数的途径就失去了基础。其实, 所谓 EOF 不依时间变化也仅是对所展开的序列而言的, 它总会随着展开的对象和资料长短而变化。由于任何样本场序列相对于总体来说都有一定条件的抽样振动, 所以, 我们只能在一定的条件下, 讨论 EOF 展开的特征向量是否稳定。文献[6]对西欧 17 个站的月平均温度场(1761 ~ 1970 年)序列作 EOF 的分时段展开, 将 30 a 划为一个时段分别比较其中特征向量的稳定性, 结论是特征向量场基本上是稳定的。那么在此前提下, 若能用其它方法作出时间函数未来时刻的预测值, 便可以通过与特征向量相乘作出要素场的预报。

本文旨在考查湖南夏季雨量场的空间分布, 探讨 EOF 的稳定性及其可能原因, 从而作出降水的趋势预测。

2 湖南夏季雨量场的空间分布

我们选用湖南省内 52 个台站 1958 ~ 1995 年 6 ~ 8 月总降水量资料, 计算了各站逐年的相应距平值, 构成 EOF 矩阵, 其站点分布见图 1。从 EOF 分解中得知, 前 6 个特征向量的方差之和已占总方差的 81.8%, 且第一特征向量占了 40.0% 可见收敛较快(表 1)。图 2 给出第一、二、三特征向量图, 从图 2a 中可见, 第一特征向量除了兰山和宜章两站外, 其余

初稿时间: 1998 年 5 月 22 日; 修改稿时间: 1999 年 2 月 10 日。
资助课题: 国家 96-908-05-04 项目; 叶成志、陈媛、毛亮参加了研究工作。

均为正值,反映全省夏季降水总体上呈基本一致的变化,正距平中心位于湘东北洞庭湖地区,从北向南正距平变小,但至湘中一带也有一正距平中心,再向南递减,至湘东南局部区域出现负距平。可见南北向纬度地带性分布是湖南省夏季降水的主要分布形式。从图 2b 和 2c 中可见,第二、三特征向量与第一特征向量有较大差异,基本上呈相反的分

布,湘北出现了大片负距平区,湘中以南正负距平交错,湘东南局部区域出现了正距平,这反映了少数年份存在南多北少的降水分布趋势。

表 1 方差贡献及累计方差贡献(%)

特征向量	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
方差贡献	40.0	22.4	9.0	4.3	3.2	2.9
累计方差贡献	40.0	62.4	71.4	75.7	78.9	81.8

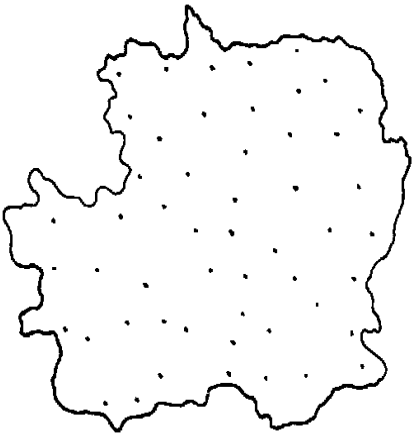
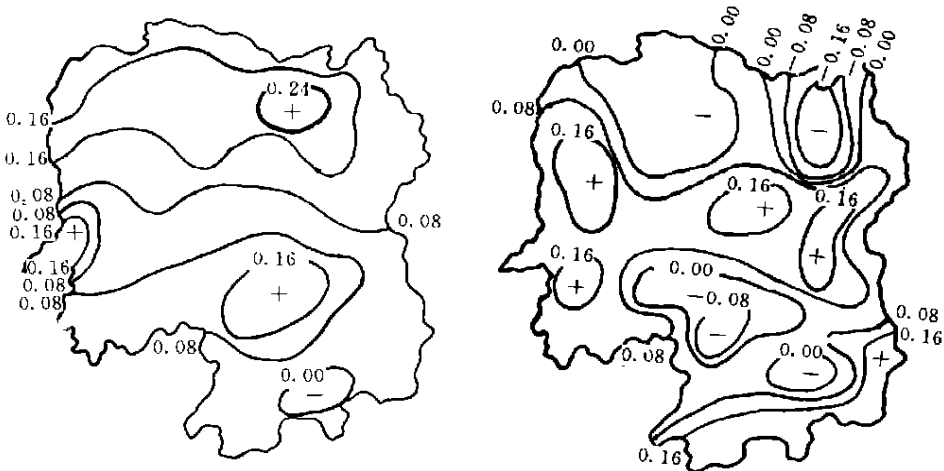


图 1 湖南省内 52 个代表站的分布

综上所述,北多南少是湖南省夏季降水的主要分布特征,这是由于 6 月以后,随着西太平洋副热带高压的北跳,雨带也随之北移控制湘中以北地区所致,加之洞庭湖区常受长江上游降水的影响,湘西北澧水流程较短,山地迎风坡多暴雨,降水明显增多;而湘中以南属于丘陵、盆地地带,盛夏易直接受副热带高压控制,历来是干旱走廊,且又处于南岭北侧,有焚风效应,故通常降水显著少于湘北。另一方面,有些年份降水呈南多北少之势,这是因为湘中以南地区盛夏受到台风外围或东风波的影响,发生较大的降水过程,致使降水的南北差异不大,有时并呈相反变化的特点(见图 2b, 2c)。



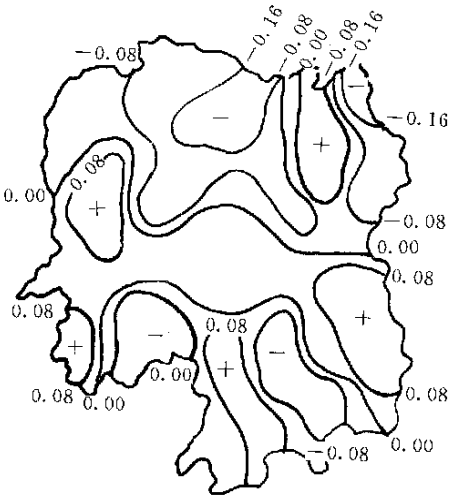


图 2 湖南省夏季(6~8 月)降水 EOF 分析
(a. 第一特征向量;b. 第二特征向量;c. 第三特征向量)

3 湖南夏季雨量场的 EOF 的稳定性

3.1 有交叉时段的雨量场序列

因为降水序列多为不平稳的序列,设想有交叉时段时,可能易致稳定,故将上述 1958~1995 年序列分为 1958~1983 年与 1970~1995 年两段,其中重合 13 a。EOF 展开的结果见表 2,从中可见它们收敛均较快。图 3、4 分别是它们的第一、二特征向量图,可见它们的分布形式分别基本一致且分别与图 2a、2b 都较相似,表明较稳定。

表 2 方差贡献及累计方差贡献

序 列	1958~1983 年					1970~1995 年				
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
特征向量										
方差贡献	44.2	19.9	9.4	4.2	3.9	41.9	22.0	7.6	5.3	3.4
累计方差贡献	44.2	64.1	73.5	77.7	81.6	41.9	63.9	71.5	76.8	80.2

为了进一步从数量上加以说明,我们采用了 t 检验^[7],计算公式: $t = \frac{Z}{S} \sqrt{n-1}$, 其中 Z 代表两个特征向量各分量差值的平均值, S 代表差值的标准差, n 为样本量 52, 自由度 51, 取信度 $= 0.05$, 得知 $t_{0.05} = 2.009$ 。以上 1958~1983 年等 3 个序列特征向量计算得到的 t 值列于表 3, 将其中的 t 与 $t_{0.05}$ 对比, 可知第一特征向量全部通过, 另外, 1958~1983 年与 1958~1995 年的第二特征向量和 1970~1995 年与 1958~1995 年的第三特征向量获得通过, 即在信度 0.05 之下, 这些特征向量之间无显著性差异, 其余虽未能通过, 但 t 与 $t_{0.05}$ 的差异也不太大。总体上看, 可以认为 EOF 具有一定的稳定性。

表 3 特征向量差异性检验中的 t 值

序 列	1958-1983 年与 1970-1995 年	1958-1983 年与 1958-1995 年	1970-1995 年与 1958-1995 年
第一特征向量	1.629	- 1.980	- 2.002
第二特征向量	2.977	1.913	- 2.365
第三特征向量	2.429	3.052	- 1.518

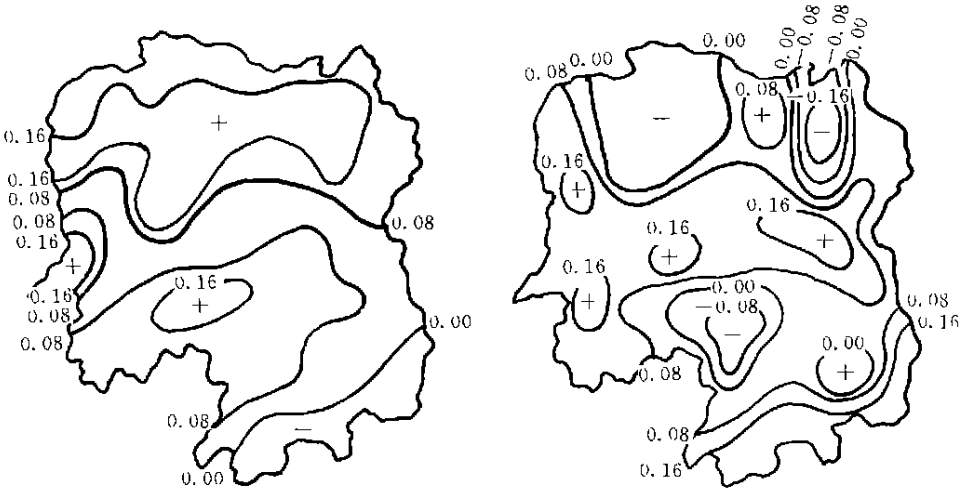


图3 湖南省夏季(6~8月)降水 EOF 的第一特征向量图
(a. 1958~1983 年; b. 1970~1995 年)

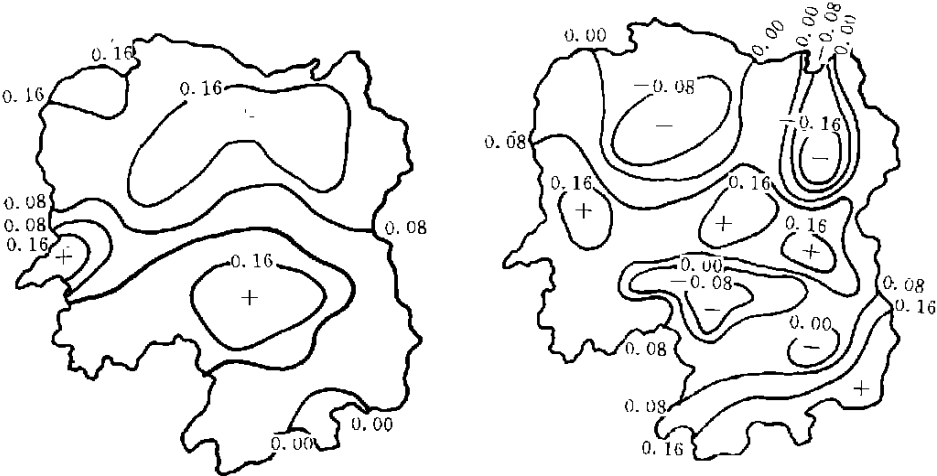


图4 湖南夏季(6~8月)降水 EOF 的第二特征量图
(a. 1958~1983 年; b. 1970~1995 年)

3. 2 无交叉时段的雨量场序列

由于有交叉时段的序列可能有利于 EOF 的稳定, 故需讨论不重合时段的序列, 才更有学术意义。为此, 增加两年资料, 形成 1958~1977 年, 1978~1997 年和 1958~1997 年等 3 个序列。EOF 分解的结果见表 4, 从中可见它们收敛亦均较快, 尤其前两个序列仅前 4 个特征向量方差之和就已占到总方差的 80% 以上, 且 3 个序列第一特征向量均占到 42% 以上。图 5a, 5b, 5c 分别是该 3 个序列第一特征向量图, 可见它们分布的形式基本类似, 同时它们的第二、三特征向量图也分别相近(图略), 并都分别与前面 1958~1983 年等 3 个序列的分布对应相似, 表明有一定的稳定性。

表 4 方差贡献及累计方差贡献(%)

序 列	1958 ~ 1977 年				1978 ~ 1997 年				1958 ~ 1997 年					
特征向量	E_1	E_2	E_3	E_4	E_1	E_2	E_3	E_4	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
方差贡献	46.2	21.4	8.9	4.1	43.3	24.1	7.7	4.9	42.4	21.3	8.4	4.0	3.0	2.9
累计方差贡献	46.2	67.6	76.5	80.6	43.3	67.4	75.1	80.0	42.4	63.7	72.1	76.1	79.1	82.0

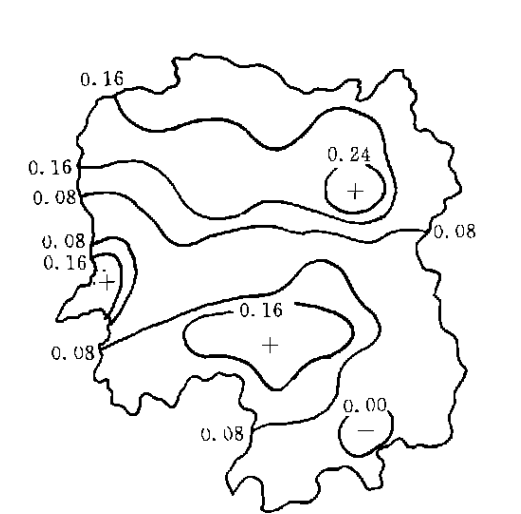
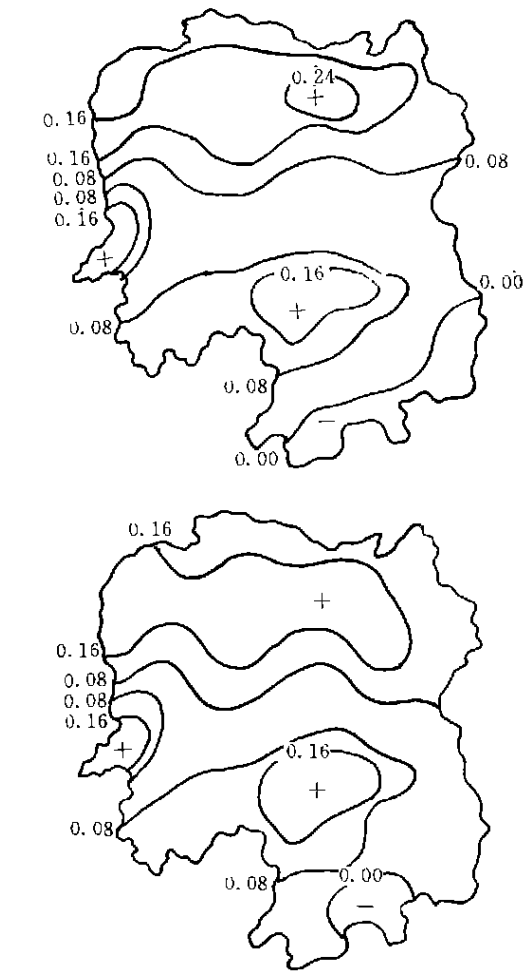


图 5a 第一特征向量(1958~1977 年)
图 5b 第一特征向量(1978~1997 年)
图 5c 第一特征向量(1958~1997 年)

特征向量差异性检验中计算的 t 值列于表 5, 对照 $t_{0.05}$ 的值可知, 第一特征向量(1978 ~ 1997 年与 1958 ~ 1997 年)和第三特征向量(两两序列)均通过了 0.05 信度的检验, 其余未能通过, 检验效果稍逊于前面 1958 ~ 1983 年等 3 个序列。然而, 从总体上看, 仍可认为具有一定的稳定性, 这并不多见。

表 5 特征向量差异性检验中计算的 t 值

序 列	1958-1977 年与 1978-1997 年	1958-1977 年与 1958-1997 年	1978-1997 年与 1958-1997 年
第一特征向量	- 2.047	- 2.504	1.486
第二特征向量	2.758	2.431	- 2.853
第三特征向量	1.423	0.982	- 1.479

勿庸讳言, 这里所表达的“稳定”是很有限的。事实上从第四特征向量开始, 图形便不尽相似, 且均不能通过 0.05 信度的检验。正如文献[8] 指出的那样, EOF 是不稳定的, 将其用作预报所引起的误差有时虽可允许, 但不能将其作为某种指数资料。

5 湖南夏季雨量场 EOF 稳定性的可能原因

试图通过相关矩阵的扰动分析, 来探求上述雨量场 EOF 稳定性的可能成因。设 $A = \{a_{ij}\}$, $B = \{b_{ij}\}$, $C^{n \times n}$ ($n \times n$ 实元素矩阵的全体), $D(A, B)$ 表示 A, B 的某种差矩, $d((A), (B))$ 表示其特征值的某种差距, 有

$$d((A), (B)) \leq F(D(A, B)) \tag{1}$$

$$f(d((A), (B))) \leq D(A, B) \tag{2}$$

其中 F 与 f 代表比较简单的函数。 $D(A, B)$ 往往取范数 $B - A$, 此处可以是 1, 2, F , 等^[9], 若取范数, 有

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, \quad B = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n b_{ij} \tag{3}$$

$$B - A = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n b_{ij} - a_{ij} \tag{4}$$

关于特征值和改变量 $d((A), (B))$, 可取多种形式。根据 Ostrowski 定理^[9], 可以估算其上界:

$$S_A(B) \leq (n + 2) m^{1 - 1/n} \|B - A\|^{1/n} \tag{5}$$

其中 $m = \max_{i,j} (|b_{ij} - a_{ij}|)$ (6)

因此, 在 n 固定时, 只要 $B - A$ 数值较小, 则 A, B 特征值的最大可能改变量亦较小, 表示较稳定。由公式(4)可知, $B - A$ 实际上代表 A, B 的平均差异, 如果差异不明显, 则其特征值的扰动也不显著。

实际气象场的扰动来自两处, 一是随机抽样, 二是气候变化引起总体特征的改变所致, 这里假定只考虑前者。由于气象场的时空分布与场内的相关程度直接有关, 所以应宜于采用相关矩阵来讨论 EOF 展开的稳定性。按照气象场均来自同一总体的假设, 则关于相关矩阵特征值改变量的估算可以沿用以上的公式。

令 1958 ~ 1983, 1970 ~ 1995, 1958 ~ 1995, 1958 ~ 1977, 1978 ~ 1997, 1958 ~ 1997 年序列分别形成的相关矩阵为 D, E, F, G, H, I , 各有 $52 \times 52 = 2704$ 个相关系数(52 为测站数), 表 6 给出根据公式(4), (5) 计算的结果, 可见各有关差阵的范数比较接近, 表示场内平均相关水平的差异不明显, 结果导致各个特征值改变量的上界的差异亦较小, 这也可能造成特征向量场较为稳定。

表 6 有关差阵的范数和特征值改变量的上界

类别	$D-E$	$D-F$	$E-F$	$G-H$	$G-I$	$H-I$	$S_D(E)$	$S_D(F)$	$S_E(F)$	$S_G(H)$	$S_G(I)$	$S_H(I)$
数值	6.17	3.18	4.04	9.26	4.74	4.82	55.92	55.21	55.47	56.36	55.64	55.66

同时可见, $D - E < G - H$, $S_D(E) < S_G(H)$, 这表示有交叉时段的序列比无交叉的序列一般较易导致稳定; 其余亦如此, 表示总体上前三序列比后三序列的稳定性略

好,这从前面特征向量差异的检验中能得到佐证,进一步说明平均相关水平差异较小,是造成特征向量场较平稳的可能原因。

但相关矩阵的总体未知,不能用各阵去与总体矩阵求取特征值改变量的上界,而只能在各序列之间相比,进而推论特征向量场的稳定性,故所谓平均相关水平差异较小,仅是相对而言,且又略去了总体变化的影响,故只是较粗略的探讨。

5 湖南夏季雨量场的预报试验

利用主成分筛选的建模方案^[5],分别建立 1958~1995 年前两个特征向量的主分量的预报方程,拟合率分别为 95%和 83%。图 6 是第一主分量与拟合值,它能反映 1960, 1963, 1972, 1978, 1985, 1989 年的干旱与 1962, 1969, 1977, 1980, 1988, 1993, 1995 年的大水,表明主分量能显示出降水的时间分布特征。

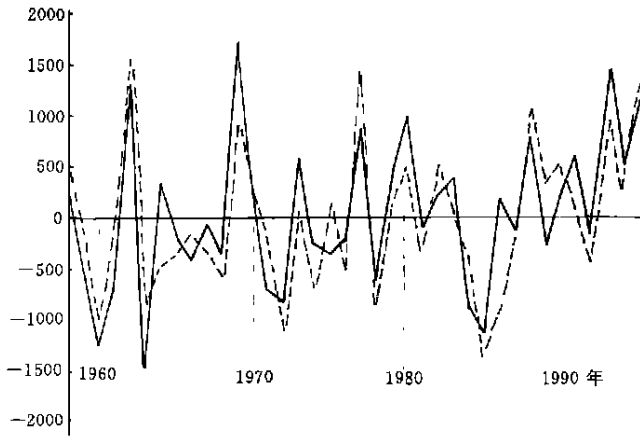


图 6 第一特征向量的主分量变化曲线

利用 1958~1995 年序列预报的结果是, 1996, 1997 年距平符号频次百分率分别为 73% (38/ 52) 和 69% (36/ 52); 利用 1958~1997 年序列预报的结果是, 1998 年 1 距平频次百分率为 71% (37/ 52), 表示预报试验效果较好。

6 结 论

- (1) 湖南夏季雨量场的 EOF 分解表明, 它能反映降水的时空分布特征, 有气候学含义;
- (2) 该序列的 EOF 具有一定程度的稳定性, 可能与场内平均相关水平的差异较小有关;
- (3) 利用文献[5]进行预报试验, 效果较好。

参考文献

1 Kidson J W. Eigenvector analysis of monthly mean surface data. Mon Wea Rev, 1975, 103: 177—186
2 Harnack R P, Lanzante J R. Specification of United States seasonal precipitation. Mon Wea Rev, 1985, 113: 319—329
3 Barnett T P. Variations in near-global sea level pressure. J Atmos Soc, 1985, 42: 478—501
4 王宗皓, 李麦村等. 天气预报中的概率统计方法. 北京: 科学出版社, 1974. 183~185

5 魏凤英, 曹鸿兴. 建立长期预测模型的新方案及其应用. 科学通报, 1990, 35(10): 777 ~ 780

6 Gray B M . On the stability of temperature eigenvector pattern. J Climatology, 1981, 1: 273—281

7 费史 M. 概率论及数理统计. 王福保译. 上海科学技术出版社, 1962. 375 ~ 376

8 黄文杰, 周家斌. 关于车贝雪夫多项式和自然正交函数做气象场展开的收敛性、稳定性问题, 气象学报, 1985, 43 (2): 235 ~ 239

9 孙继广. 矩阵扰动分析. 北京: 科学出版社, 1987, 105 ~ 111

THE STABILITY OF EMPIRICAL ORTHOGONAL FU-

NCTION ON SUMMER RAIN FIELD OF HUNAN

AND ITS LONG-RANGE FORECAST

Duan Deyin

(Hunan Research institute of Meteorological Science, Changsha, 410007)

Abstract

The empirical orthogonal function(EOF) is analysed with rain field in summer of Hunan from 1958 to 1995. The resultes show EOF can mirror the features of spatial distribution of the precipitation field. Assigning the rain field in two section, from 1958 to 1983 and from 1970 to 1995. the stability of EOF on the three field are compared and discussed . It is shown EOF is stability under given conditions. Then the alignment stretches right to 1997, assigning the field two section of not crisscross, or from 1958 to 1977 and 1978 to 1997, the show EOF is stability yet. The cause possible relate to the difference is nor greatly in levels of average correlation within the fields. On the basis of above-mentioned analysis, long-range forecast of rain filed is maked using a modelling scheme of screening of chief component.

Key words: Rain filed, EOF, Stability, Long-range forecast.