

非地转湿 Q 矢量及其在华北特大台风暴雨中的应用*

姚秀萍 于玉斌

(北京气象学院, 北京, 100081)

摘 要

在非地转 Q 矢量的基础上, 考虑天气系统发展的主要热力强迫因子——非绝热加热作用, 引入非地转湿 Q 矢量的概念, 并推导出其表达式以及用非地转湿 Q 矢量散度为唯一强迫项所表示的非地转 ω 方程。

同时, 用非地转湿 Q 矢量分析方法诊断了由北上台风倒槽引起的一次华北特大暴雨过程; 结果表明, 非地转湿 Q 矢量能较清楚地揭示暴雨过程系统的演变; 通过比较非地转湿 Q 矢量、垂直速度和不考虑“湿”过程的“干 Q 矢量散度与暴雨落区的配置关系, 结果发现, 非地转湿 Q 矢量与降水落区存在最佳的对应关系, 非地转湿 Q 矢量散度负值区能较好地预报出未来 6 h 的降水落区, 而且其中心数值的大小与未来 6 h 降水的强度存在正相关的对应关系, 从而说明非地转湿 Q 矢量对于暴雨天气系统诊断和预报是一种十分有效的工具, 其散度负值区可以作为未来 6 h 降水落区预报的重要指标, 为暴雨的预报提供了更广阔的思路。

关键词: 非地转湿 Q 矢量, 凝结潜热, 台风暴雨。

1 引 言

准地转理论是当代动力气象学的基础, 可视作为是中纬度天气学的理论之所在, 在此基础上, 得到传统的 ω 方程^[1], 但这种方法具有很大的局限性, 仅适用于斜压较小的对流层中层。1978 年 Hoskins^[2] 推导出完全的准地转 ω 方程, 避免了传统 ω 方程的不足, 同时也将准地转强迫项表示成为“ Q 矢量散度”, 从而更直观地表示了 ω 的大小及分布, 避免了准地转 ω 方程中强迫项之间的相互抵消, 减少了计算量, Hoskins 这一“ Q 矢量分析方法”的发展给短期天气预报业务提供了一种诊断工具。考虑到中尺度天气过程的非地转的特点, 1991 年 Davies-Jones^[3] 从原始方程出发提出了以非地转 Q 矢量为强迫项的非地转 ω 方程, 并给出非地转 Q 矢量的表达式。准地转 Q 矢量一直得到广泛的发展和应用^[4~7]。但是这些 Q 矢量表达式均是在假设大气是绝热条件下得到的。

张兴旺^[8] 从“ P ”坐标系出发, 利用坐标变换, 推导出湿 Q 矢量的表达式, 并对华南一次暴雨过程进行诊断, 指出了湿 Q 矢量与次级环流有良好的对应关系, 且湿 Q 矢量与降水落区存在较好的配置关系。本文同样考虑大气水汽的凝结作用, 从包含非绝热效应的“ P ”坐标系原始方程出发, 直接通过方程各项的量级比较, 对方程尺度分离后进行简化, 提出非地转湿 Q 矢量, 推导出非地转湿 Q 矢量散度为唯一强迫项的非地转非绝热的 ω 方程; 并把非地转湿 Q 矢量及其散度应用于华北一次特大台风暴雨的诊断, 计算暴雨过程的非地

* 初稿时间: 1999 年 2 月 25 日; 修改稿时间: 1999 年 8 月 4 日。

资助课题: 中国气象局“九五”青年气象科学基金项目。

转湿 Q 矢量及其散度, 比较非地转湿 Q 矢量、垂直速度和不考虑“湿”过程的“干” Q 矢量散度与暴雨落区的配置关系; 试图发现对暴雨落区确定和未来降水强度的预报有效的因子, 以便揭示非地转湿 Q 矢量及其散度在暴雨分析中的应用价值; 从而为暴雨的预报提供了更广阔的思路。

2 非地转湿 Q 矢量及其物理意义

2.1 非地转湿 Q 矢量表达式的推导及其物理意义

有关非地转湿 Q 矢量表达式的推导参见附录, 定义非地转湿 Q 矢量为 $Q^* = (Q_x^*, Q_y^*)$ 即

$$Q_x^* = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - h \frac{\partial}{\partial p} \dot{\gamma} \theta + \frac{\partial(hH)}{\partial x} \right]$$

$$Q_y^* = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial y} \right) - h \frac{\partial}{\partial p} \dot{\gamma} \theta + \frac{\partial(hH)}{\partial y} \right]$$

非地转湿 Q 矢量取决于风水平和垂直切变的差异效应, 风的水平梯度和温度梯度的乘积及非绝热效应, 其中 Q_x^* 和 Q_y^* 为 x 方向和 y 方向的非地转湿 Q 矢量分量。对于 Q_x^* , Q_y^* , 如果不考虑凝结潜热的作用即 $H = 0$, 且用地转风代替实测风, 则非地转湿 Q 矢量的表达式只剩下第一项, 也就是退化为 Hoskins 所描述的准地转 Q 矢量的表达式了。

2.2 包含非绝热效应的完整的非地转 ω 方程

附录中公式(19), (20) 分别对 x 和 y 求导后相加得:

$$\frac{\partial Q_x^*}{\partial x} + \frac{\partial Q_y^*}{\partial y} = - \frac{1}{2} [f \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} + \dot{\gamma}^2 (\sigma \omega)] \quad (1)$$

令:

$$\frac{\partial Q_x^*}{\partial x} + \frac{\partial Q_y^*}{\partial y} = \dot{\gamma} Q^*$$

定义 $\dot{\gamma} Q^*$ 为非地转湿 Q 矢量散度, 则上式变为:

$$f \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} + \dot{\gamma}^2 (\sigma \omega) = - 2 \dot{\gamma} Q^* \quad (2)$$

式(2) 为以非地转湿 Q 矢量散度为唯一强迫项的非地转非绝热 ω 方程。如果大气的垂直运动是一种波动形式, 根据任何波动形式物理量的拉普拉斯与该物理量本身负值成正比的关系^[9], 因而有 ω 正比于 $\dot{\gamma} Q^*$, 可以推导出 $\dot{\gamma} Q^* < 0$ 时, $\omega < 0$ 为上升运动, 反之为下沉运动。

2.3 非地转湿 Q 矢量与垂直环流

公式(19), (20) 描述了非地转湿 Q 矢量与次级环流之间的关系, 由此可知, 纬向经向的垂直环流分别由非地转湿 Q 矢量纬向和经向分量决定, 任意方向垂直剖面上的垂直环流完全由 Q_x^* 和 Q_y^* 分量决定, 次级环流与非地转湿 Q 矢量的方向之间的关系如图 1 所示。

由图 1 可见, 非地转湿 Q 矢量的方向总是指向气流上升区, 而背向气流下沉区。非地转湿 Q 矢量使得流场和温度场的热成风关系发生变化, 因而总是起到破坏热成风平衡的作用, 必然激发次级环流, 使得大尺度大气进行调整, 重新达到新的热成风平衡。

2.4 非绝热效应的计算

非地转湿 Q 矢量散度中包含非绝热加热率的拉普拉斯项, 即 $\dot{\gamma}^2 (hH)$, 该项小于零时

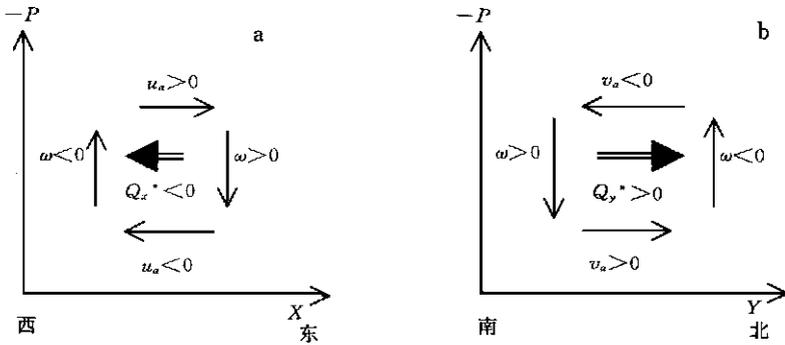


图1 非地转湿 Q 矢量与垂直环流的关系图

的区域为非绝热加热率的大值区,反之,为小值区。其中 $H = (\theta_{C_p} T) H_{Ls}, H_{Ls}$ 是大尺度加热, $H_{Ls} = -L\omega(\hat{q}_s / \partial P)$ 。式中

$$\frac{\hat{q}_s}{\partial P} = \frac{CRT_v - C_p}{(CLq_s + C_p)P}, \text{ 而 } T_v = T(1 + 0.61q_s) \text{ 称为虚温, } C = \frac{a(273.16 - b)}{(T - b)^2}$$

式中 $a = 17.1543, b = 36$; 具体计算时,参考文献[10]中凝结潜热的计算,此时只考虑饱和和稳定空气动力上升的情况。

3 “96.8”暴雨过程的天气形势及降水情况

1996年8月1~6日由于受9608号台风和其减弱后的低气压以及高空槽的共同影响,中国东部地区自南向北先后出现一次大范围的暴雨过程,从形势场演变图(图略)上可以看到,3日由于受台风低压槽影响,河南北部、河北南部首先出现暴雨-大暴雨,3日1200UTC西太平洋副热带高压与贝加尔湖以东的高压脊同位相叠加,形成东北-西南向的高压坝,有利于台风低压东侧的西南气流和高压坝南侧的东南气流形成暖切变,4日暖切变以北的河北中南部、山西东部普降暴雨,局部地区降了到暴雨,5日暖切变北抬,京津地区、河北东北部出现暴雨。8月3~5日过程暴雨中心是位于台风低压的东北侧,过程降水量的分布如图2a所示,过程降水最大出现在石家庄附近的并径,达413mm,最强降水

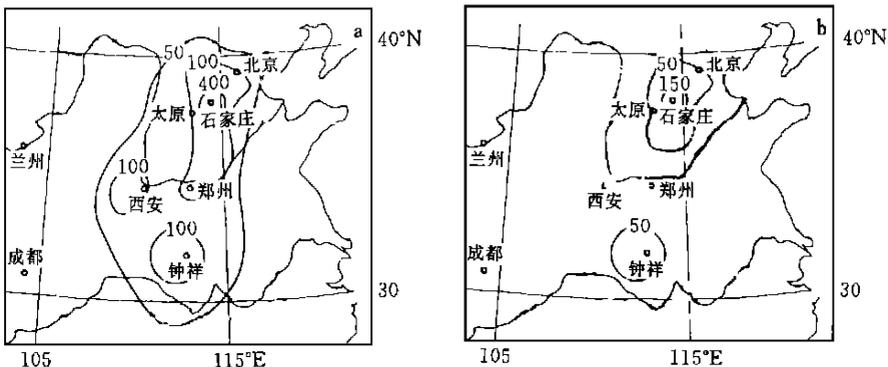


图2 降水量分布图(单位: mm)

(a. 3日0000UTC至5日0000UTC; b. 4日0000UTC至0600UTC)

时段出现在 4 日 0000UTC 至 0600UTC, 此时 6 h 降水中心位于石家庄, 达 129 mm, 另一个中心位于湖南的钟祥, 达 50 mm。总之, 台风在向偏北方向移动过程中, 降水区总是位于其东北侧。'96.8"暴雨是继 '63.8"暴雨以来 30 多年最大的暴雨过程。

4 非地转湿 Q 矢量对暴雨过程的诊断

利用华北特大暴雨过程 1996 年 8 月 3 日 0000UTC 至 8 月 5 日 0000UTC 的常规实测资料, 采用以 Barnes 空间滤波方法为基础的 Maddox 客观分析方案^[10], 对常规资料进行客观分析, 从而形成水平网格距为 90 km, 垂直分辨率为 100 hPa 的 10 层网格点资料; 资料中心(11, 11) 的网格点位于(35.5 N, 113 E) 即山西晋城附近, 4 日 0000UTC 至 0600UTC 的 6 h 降水中心和 48 h 过程降水中心的网格点为(14, 13), 位于(38 N, 115 E) 即石家庄附近。本文试图利用非地转湿 Q 矢量方法对此次华北暴雨过程进行诊断分析, 计算暴雨过程 5 个时次的非地转湿 Q 矢量及其散度, 同时对此次暴雨过程的 5 个时次进行合成平均分析, 以便揭示非地转湿 Q 矢量及其散度在暴雨分析中的应用价值。

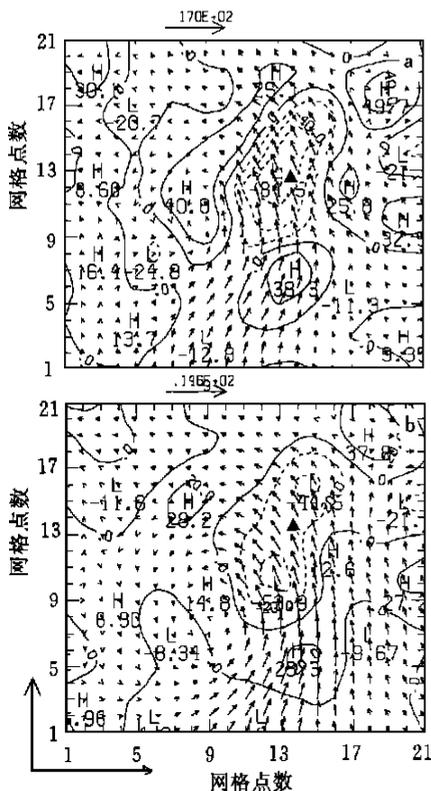


图 3 800 hPa 非地转湿 Q 矢量散度和风场的叠加分布图

(a. 为 4 日 0000 UTC; b. 为 5 个时次的合成平均图。为暴雨中心, 单位: $10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$)

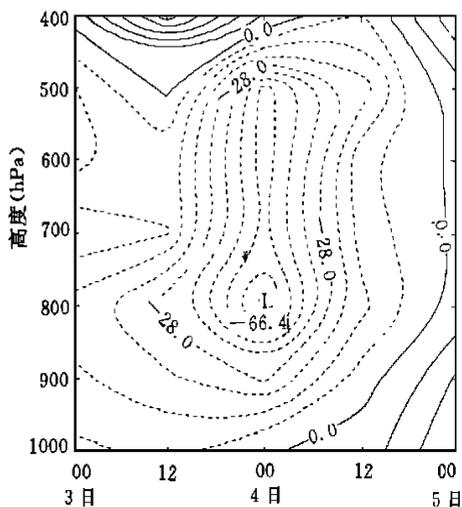


图 4 沿暴雨中心低层(800 hPa)非地转湿 Q 矢量散度的时空剖面图

(单位: $10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$)

4.1 非地转湿 Q 矢量散度及其与降水落区之间的关系

从图 3a 可以看出暴雨过程的各个时次(其它时次图略), 低层 800 hPa 均存在明显风场辐合中心即为台风低压所在处, 在其东北侧存在非地转湿 Q 矢量散度的负值中心, 负值中心位置伴随台风北移而向北移动。4 日 0000UTC 在网格(14, 13) 附近有一个中心强度为 $-84.5 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$ 的辐合中心, 正好对应于此时 6 h 和 12 h 的降水中心, 其南侧的 $-24.8 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$ 的辐合中心对应钟祥的降水中心(图略)。从暴雨过程 5 个时次合成平均图 3b 上看, 在网格(14, 13) 附近存在非地转湿 Q 矢量散度负值区, 此负值区分裂为南北两个负值中心, 其值达到 $-44.5 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$, $-53.9 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$, 正好与过程暴雨的中心相吻合(见图 2a), 可见, 非地转湿 Q 矢量散度与暴雨落区有着较好的对应关系。

从沿暴雨中心的非地转湿 Q 矢量散度的时空剖面图 4 上可以进一步说明低层(800 hPa) 的非地转湿 Q 矢量辐合中心对降水落区的对应关系最重要, 从图 4 可以看出整个暴雨过程 400 hPa 高度以下均存在 $\dot{\gamma} Q^*$ 的负值区即 $\dot{\gamma} Q^*$ 辐合区, 暴雨过程 $\dot{\gamma} Q^*$ 值随着暴雨的产生和发展也出现增强的现象, 暴雨最强时刻 4 日 0000UTC 的 $\dot{\gamma} Q^*$ 最大达 $-66.4 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$ 。可见, 对于暴雨落区这个问题, 应该采取低层 $\dot{\gamma} Q^*$ 做为指标甚佳。总之, 低层 800 hPa 非地转湿 Q 矢量辐合区为降水落区, 其辐合中心基本上是暴雨中心。这是由于在低层非地转湿 Q 矢量辐合区通常是上升运动激发区, 非地转湿 Q 矢量散度表示的是产生垂直运动的强迫机制的强弱, $\dot{\gamma} Q^* < 0$ 的区域, 非地转上升运动会在一定时间尺度内得以维持。持续一定强度的上升运动为暴雨提供有利的动力条件。台风东侧西南急流和东南气流输送的水汽提供了有利的热力条件, 考虑了凝结潜热的作用, 在辐合区更有利于不稳定能量的释放, 促使暴雨产生和发展。

为了说明引入“湿”过程的 Q 矢量散度比“干”过程的 Q 矢量散度在暴雨落区的确定中具有更大的意义, 给出了不考虑非绝热效应的干 Q 矢量散度图(图 5), 从图上可以看出台风中心附近为干 Q 矢量辐合区, 暴雨中心附近的 $\dot{\gamma} Q^*$ 基本上为 0。可见对于暴雨这类包含水汽凝结的过程而言, 必须引入“湿”过程, 因为暴雨的发展水汽凝结效应起着最为重要的作用, 如果不考虑“湿”过程降雨的落区确定将是不准确的。

由此可见, 低层 800 hPa 上非地转湿 Q 矢量辐合区与降水落区有很好的对应关系, 是降水落区定性诊断分析的有力工具, 并且适合于各纬度带。

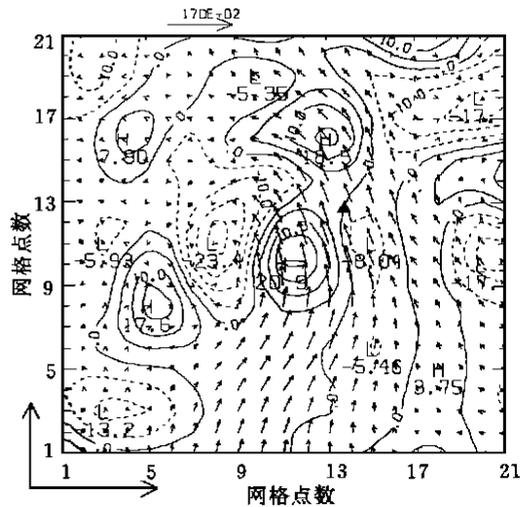


图 5 4 日 0000UTC 800 hPa 的干 Q 矢量散度与风场的分布图(* 为暴雨中心; 单位: $10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$)

4.2 非地转湿 Q 矢量场的流线分析

图 6 为 4 日 0000UTC 非地转湿 Q 矢量场的流线(其它时次略), 从图 6 可以看出暴雨过程的各个时次在暴雨中心附近均存在很明显的非地转湿 Q 矢量流场的辐合中心, 其辐合中心随着台风低压的北移而北进, 3 日 0000UTC 位于网格点(13, 12) 附近, 随着暴雨过程的发展, 4 日 0000UTC 位于网格点(13, 13) 附近, 5 日 0000UTC 北移到网格点(14, 16) 附近。从合成平均分析图上(图略)也可以看出暴雨过程的 Q 矢量场在网格点(13, 12) 附近也存在很明显的非地转湿 Q 矢量流场辐合中心, 而这个中心与实际上暴雨中心只差一个网格距。因此, 可以认为非地转湿 Q 矢量流线的辐合中心(辐合线)是垂直运动发展的一个定性指标, 对暴雨区的预报具有指导性意义, 即非地转湿 Q 矢量场流线在某地有辐合中心(辐合线), 则该地必将有对流天气的产生。

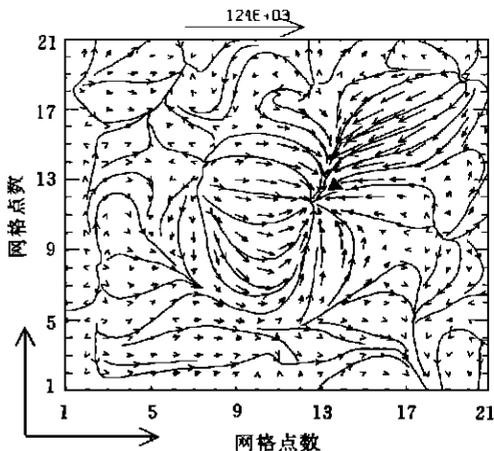


图 6 4 日 0000UTC 800 hPa 非地转湿 Q 矢量的流线分布图(为暴雨中心)

4.3 非地转湿 Q 矢量散度与未来 6 h 降水的关系

图 7 为本次暴雨过程暴雨中心(石家庄) 6 h 雨量分布曲线(实线)与暴雨过程各时次底层 800 hPa 暴雨中心的非地转湿 Q 矢量散度值(虚线) 随时间变化曲线示意图。

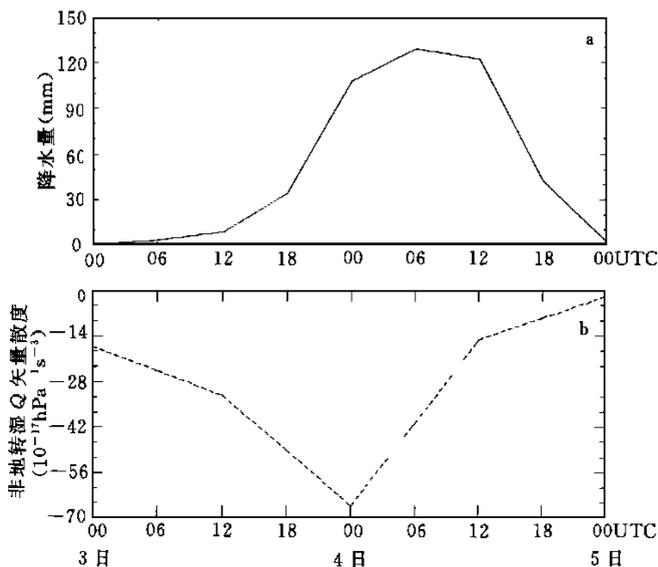


图 7 暴雨过程随时间变化曲线示意图

(实线为暴雨中心 6 h 雨量, 单位: mm; 虚线为 800 hPa 非地转湿 Q 矢量散度, 单位: $10^{-17} \text{hPa}^{-1} \text{s}^{-3}$)

从图7可以清楚看出本次暴雨过程石家庄地区(降水中心)6h降水量的分布是个波状形式,存在一个波峰,最大出现于4日0600UTC,达129mm,低层800hPa暴雨中心 $\dot{\gamma} Q^*$ 值的分布也呈波状形式,亦存在一个波峰,其值随暴雨的增强而增大,至4日0000UTC达到最大,为 $-66.44 \times 10^{-17} \text{hPa}^{-1} \text{s}^{-3}$,此后逐渐减小。

从两者的对应关系来看,低层暴雨中心的 $\dot{\gamma} Q^*$ 与降水量有着滞后6h的正相关关系,即 $\dot{\gamma} Q^*$ 的强度变化可影响到此后6h暴雨中心的降水量,即随着 $\dot{\gamma} Q^*$ 的增大,此后6h降水量增大,随 $\dot{\gamma} Q^*$ 的减小,此后6h降水量减小。可见,非地转湿 Q 矢量散度对未来6h降水强度的预报具有重要的指导意义,是具有预报意义的重要指标。

5 非地转湿 Q 矢量辐合与降水之间的关系物理机制初步讨论

为了说明暴雨落区及强降水中心与非地转湿 Q 矢量辐合区之间的吻合效果优越于传统的垂直速度的分布,再进一步分析低层800hPa垂直速度的分布。从图8可以看出在台风中心附近存在一个较大范围的负 ω 区, ω 负值中心位于(9,9)网格点处,而强降水的中心位于(14,13)网格点处,基本上落在 ω 负值区边缘的0等值线附近,可见,两者相差甚远。通过比较图3和图8可知 ω 的最大负值中心并非暴雨中心,而非地转湿 Q 矢量辐合中心基本上为暴雨中心;同时还可看出非地转湿 Q 矢量散度负值区的范围小于 ω 负值区范围,且前者与暴雨落区更加吻合,后者的范围大于暴雨区范围,可见, $\dot{\gamma} Q^*$ 比 ω 能更准确地诊断暴雨的落区及强降水中心。

非地转湿 Q 矢量散度是考虑了非绝热效应后得到的,它能较好地与降水落区相对应,其物理机制是源于次级环流的演变和发展。次级环流是叠加在基本环流之上的二级环流,它的强弱与暴雨的强度有直接关系,次级环流的增强能激发暴雨的加强,非地转湿 Q 矢量散度的分布反映了台风低压环流附近及其外围的风场和温度场的不平衡配置关系,台风低压倒槽处于偏南气流和偏东气流的暖切位置,台风前侧又是东南急流和偏北气流辐合线之所在,因而从温度场和流场上看,这个区域易激发次级环流。根据前面所述,非地转湿 Q 矢量在 x 方向和 y 方向上分量的垂直分布能很直观地揭示系统次级环流的方向和强度,即非地转湿 Q 矢量指向次级环流的上升区、背向下沉区。从沿 115°E 的非地转湿 Q 矢量 y 方向分量 Q_y^* 的垂直剖面图(图略)可以看出,在800hPa暴雨中心的北侧(网格数为16附近)有 Q_y^* 的负值区,在900hPa暴雨中心的南侧(网格数为9附近)有 Q_y^* 的正值区,因此,在 Q_y^* 正、负值的交汇处存在次级环流的上升支,而在次级环流的上升支有利于暴雨的产生和发展。同样,沿暴雨中心的東西剖面亦存在这种结果(图略)。也就是说非地转湿 Q 矢量的 x 方向、 y 方向分量 Q_x^* 和 Q_y^* 指向气流的上升区、背向气流的下沉区,而上升区也就

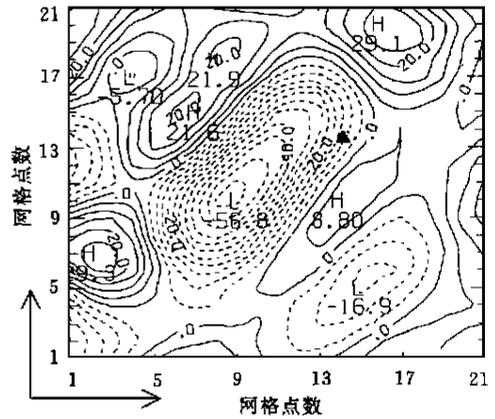


图8 4日0000UTC 800hPa的垂直速度 ω 分布图
(为暴雨中心 单位: $10^{-4}/\text{s}$)

是非地转湿 Q 矢量散度的负值区即辐合区, Q^* 或 Q^* 指向系统发展的区域; 考虑了凝结潜热作用的次级环流本身就较强。非地转湿 Q 矢量使得流场和温度场的热成风关系发生变化, 因而总是起到破坏热成风平衡的作用, 必然激发次级环流, 使得大尺度大气进行调整, 重新达到新的热成风平衡。所以, 非地转湿 Q 矢量辐合激发的次级环流有利于不稳定能量的释放, 促使暴雨产生和发展。

6 结 论

通过对包含非绝热效应的“ P ”坐标系原始方程各项的量级比较和尺度分离的简化, 推导出非地转湿 Q 矢量及其散度的表达式, 以及用非地转湿 Q 矢量散度为唯一强迫项所表示的非地转 ω 方程; 并应用于华北一次台风暴雨过程, 得出以下结论:

- (1) 非地转湿 Q 矢量考虑了非地转效应和非绝热作用, 因此更具有普适性; 非地转湿 Q 矢量场流线的辐合中心或辐合线对应于气流的上升区, 是降水之所在。
- (2) 低层 800 hPa 高度上非地转湿 Q 矢量辐合区与降水落区的对应关系比垂直速度和不考虑“湿”过程的干 Q 矢量散度更加优越, 是降水落区定性诊断分析的有力工具; 低层非地转湿 Q 矢量散度与未来 6 h 的降水落区存在正相关关系, 其辐合强度的大小可预示着未来 6 h 降水的强弱, 是具有预报价值的。
- (3) 非地转湿 Q 矢量辐合与降水之间关系的物理机制是在于低层的非地转湿 Q 矢量辐合从根本上激发次级环流发展, 使得暴雨得以发展。

致谢: 在本工作的进行过程中, 得到张兴旺老师的指导, 在此表示感谢!

参考文献

- 1 Trenberth K E. On the interpretation of the diagnostic quasi-geostrophic omega equation. *Mon Wea Rev*, 1978, 106, 131—137
- 2 Hoskins, Draghici I, Davies H C. A new look at the ω -equation. *Quart J Roy Meteor Soc*, 1978, 104, 31—38
- 3 Davis-Jones R P. The frontogenetical forcing of secondary circulations. *J Atmos Sci*, 1991, 48, 497—509
- 4 Mike A Pedder. The omega equation: Q-G interpretations of simple circulation features. *Meteor Appl*, 1997, 4(4): 335—344
- 5 Kurz Manfred. The role of frontogenetic and frontolytic wind field effects during cyclonic development. *Meteor Appl*, 1997, 4(4): 353—363
- 6 Sun, Li. A diagnostic study of a MCC with severe rain over northeast China in summer. *Journal of Applied Meteorology*. Beijing, China. 1992, 3(2): 157—164
- 7 黄文根等. 一次台风暴雨的初步分析. *应用气象学报*, 1997, 8(2): 247 ~ 251
- 8 张兴旺. 湿 Q 矢量表达式及其应用. *气象*, 1998, 24(8): 3 ~ 7
- 9 张元箴编. *天气学教程*. 北京: 气象出版社, 1992. P 116 ~ 117
- 10 丁一汇编著. *天气动力学中的诊断分析方法*. 北京: 科学出版社, 1989. P 114 ~ 118
- 11 Maddox R A. An objective technique for Separating macroscale and mesoscale features in meteorological data. *Mon Wea Rev*, 1980, 108, 1108 ~ 1121

NON-GEOSTROPHIC WET Q-VECTOR ANALYSIS AND ITS APPLICATION TO TYPHOON TORRENTIAL RAIN

Yao Xiuping Yu yubin

(Beijing Meteorological College, Beijing, 100081)

Abstract

Based on the non-geostrophic Q-vector, taking account of the main heating forcing factor —diabatic heating of the development of synoptic system, the concept of non-geostrophic wet Q-vector was proposed, an expression of the non-geostrophic wet Q vector and the whole non-geostrophic ω equation, in which the divergence of non-geostrophic wet Q-vector was taken as an only forcing term, was derived in this paper.

At the same time, the non-geostrophic wet Q-vector was applied to diagnose a torrential rain process in North of China. The results suggested that the non-geostrophic wet Q-vector could clearly reveal the system development of the torrential rain; the corresponding relation between the divergence of the non-geostrophic wet Q-vector and the rain area was better than ω and the divergence of dry Q-vector; the negative area of the divergence of the non-geostrophic wet Q-vector could forecast the rain area of six hours in the future correctly, and its center value had positive correlation to the intensity of six hours precipitation in the future. It provided more valuable information for short range weather forecasting, the torrential rain especially.

Key words: Non-geostrophic Q-vector, Latent heat of condensation, Typhoon torrential rain

附录: 非地转湿 Q 矢量表达式的推导过程如下

考虑水汽, 非绝热作用的准静力平衡, 无粘性摩擦, f 面上 "P" 坐标系的原始动力学方程组如下:

$$\frac{du}{dt} = f v_a \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -f u_a \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{\phi}} = -\alpha \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = H \quad (5)$$

其中:

$$h = \frac{R}{P} \left(\frac{P}{1000} \right)^{\frac{R}{C_p}}, \alpha = h\theta, \pi = \left(\frac{1000}{P} \right)^{R/C_p}$$

$$\alpha = \frac{1}{\rho} = \frac{RT}{P}, H = -\frac{L}{C_p} \pi \omega \frac{\partial s}{\partial p}$$

式(1)对 P 求导后乘以 f 得:

$$f = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial u}{\partial P} \right) = -f \left[\frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial P} \right] + f^2 \frac{\partial u}{\partial P} \quad (6)$$

式(2)对 P 求导后乘以 f 得:

$$f = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right) = f \left[\frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial P} \right] - f^2 \frac{\partial u}{\partial P} \quad (7)$$

式(5)对 x 求导得:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} \dot{y} \theta - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial P} \quad (8)$$

利用

$$\begin{aligned} \theta &= -\frac{1}{h} \frac{\partial \phi}{\partial P}, v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) &= -\frac{d}{dt} \left(\frac{f \frac{\partial v_g}{\partial x}}{h \frac{\partial P}} \right) \\ &= - \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + \omega \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) \right] \end{aligned} \quad (8a)$$

因为 h 是 P 的函数, 且 $h = 1/(\rho\theta)$, 所以

$$\omega \frac{\partial v_g}{\partial P} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{f}{h} \right) = \omega f \frac{\partial v_g}{\partial P} \frac{\partial}{\partial P} (\rho\theta) = \omega f \frac{\partial v_g}{\partial P} \left[\rho \frac{\partial \theta}{\partial P} + \theta \frac{\partial \rho}{\partial P} \right]$$

而

$$\omega \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) = \omega \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + \omega \frac{\partial v_g}{\partial P} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{f}{h} \right)$$

通过量级比较可知, 上式第一项可以略去, 所以式(8a)变为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) &= - \left[\frac{\partial}{\partial t} \frac{f}{h} \left(\frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \frac{f}{h} \left(\frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \frac{f}{h} \left(\frac{\partial v_g}{\partial P} \right) \right. \\ &\quad \left. + \omega \frac{\partial}{\partial P} \frac{f}{h} \left(\frac{\partial v_g}{\partial P} \right) + \omega f \frac{\partial v_g}{\partial P} \left[\theta \frac{\partial \rho}{\partial P} \right] \right] \end{aligned}$$

上式右边通过量级比较可知, 最后一项量级为 10^{-15} , 比前几项小 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 个量级, 因此, 可以略去, 所以, (8a) 最后变为:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{f}{h} \frac{\partial v_g}{\partial P} \right) = \frac{f}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_g}{\partial P} \right)$$

因而式(8)变为:

$$-\frac{f}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_g}{\partial P} \right) = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} \dot{y} \theta - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial P} \quad (9)$$

同理式(5)对 y 求导, 利用

$$u_g = -\frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

可得:

$$\frac{f}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial u_g}{\partial P} \right) = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} \theta - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial P} \quad (10)$$

式(7)除以 h 后加上式(9) 并利用

$$v_a = v - v_g$$

得:

$$\frac{f}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_a}{\partial P} \right) = \frac{f}{h} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{f^2}{h} \frac{\partial u_a}{\partial P} + \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} \dot{y} \theta - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial P} \quad (11)$$

式(6)除以 h 后减去式(10) 并利用

$$u_a = u - u_g$$

得

$$\frac{f}{h} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial u_a}{\partial P} \right) = -\frac{f}{h} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{f^2}{h} \frac{\partial v_a}{\partial P} - \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} \theta + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial P} \quad (12)$$

作近似

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial u_a}{\partial P} \right) = 0, \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_a}{\partial P} \right) = 0$$

式(11)、式(12)变为:

$$f \left\{ \frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial x} \right\} - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial P} + h \left\{ \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} \dot{y} \theta - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial P} \right\} = 0 \quad (13)$$

$$f \left\{ \frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial y} \right\} - f^2 \frac{\partial v_a}{\partial P} + h \left\{ \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} \theta - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial P} \right\} = 0 \quad (14)$$

$$f \left\{ \frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial x} \right\} - h \frac{\partial V}{\partial x} \dot{y} \theta + \frac{\partial (hH)}{\partial x} = f^2 \frac{\partial u_a}{\partial P} - \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (15)$$

$$f \left\{ \frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial y} \right\} - h \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} \theta + \frac{\partial (hH)}{\partial y} = f^2 \frac{\partial v_a}{\partial P} - \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (16)$$

令

$$Q_x^* = \frac{1}{2} \left[\left\{ \frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial x} \right\} - h \frac{\partial V}{\partial x} \dot{y} \theta + \frac{\partial (hH)}{\partial x} \right] \quad (17)$$

$$Q_y^* = \frac{1}{2} \left[\left\{ \frac{\partial v}{\partial P} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial P} \frac{\partial v}{\partial y} \right\} - h \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} \theta + \frac{\partial (hH)}{\partial y} \right] \quad (18)$$

式(15)、式(16)变为:

$$Q_x^* = \frac{1}{2} \left\{ f^2 \frac{\partial u_a}{\partial P} - \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} \right\} \quad (19)$$

$$Q_y^* = \frac{1}{2} \left\{ f^2 \frac{\partial v_a}{\partial P} - \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} \right\} \quad (20)$$