

数值天气预报中的两类反问题 及一种数值解法——理想试验*

郜吉东 丑纪范

(兰州大学大气科学系, 兰州, 730001)

提 要

针对数值预报中产生误差的两个来源提出了数值预报中存在着两类反问题。并在一维的非线性平流扩散方程上, 用共轭方程的解法对提出的两类反问题作出了理想场的数值试验。试验结果表明, 这种解反问题的方法非常有效。它利用“观测资料”所包含的时间演变的信息确定出了方程的初值或方程中误差订正项的空间分布状况。而且无论对“观测资料”的超定还是欠定都能得出较有意义的结果。因而有很大的利用前景。

关键词: 共轭方程, 反问题, 最优控制技术。

1 引言

数值预报中, 造成预报结果的误差主要有两个原因, 一个是初值条件的不准确, 一个是数值模式方程的不准确。数值预报水平的不断提高正是围绕改进上述两个方面进行的。

对初始场质量的改进方面, 先后提出逐步订正法、最优内插法、变分法等客观分析和初始化技术^[1]。可是这些工作都不是很完善的工作, 主要缺点是把资料约束和模式的动力约束分成两部分考虑。没有能够比较恰当地利用不同时刻的“观测资料”。

对数值模式的改进方面, 由准地转模式发展到原始方程模式再发展到更精确的原始方程的谱模式, 由此使数值预报水平不断地大幅度提高。但这个过程也不可能无限地一直进行下去。有时我们会发现, 把一个数值模式改复杂了一些, 似乎考虑的物理过程更全面了, 但实际呢, 并没有真正提高预报水平。原因可能是种种对模式的进一步不合理的参数化和某些不确定因素的引入, 反而模糊了人们对原问题本质的理解。

我们看到, 以上两个方面存在的问题, 其本质是没有充分利用数值预报中已有信息的问题。原因是时间演变的观测资料中既包含有初始场的信息, 也包含有模式方程解函数的信息。仅仅提为给定时刻初值问题的数值预报却很少恰当地考虑时间演变的历史资料! 顾震潮先生早在 1958 年就提出的, 希望数值预报能象预报员那样考虑历史资料演变的思想一直没有得到很好的实现^[2, 3]。为能既要充分利用已有的物理规律, 又能合理使用时间演变的历史资料所包含的信息, 就需要把数值天气预报首先提为微分方程的反问题。在实际

* 1992 年 3 月 28 日收到原稿, 1992 年 7 月 14 日收到修改稿。该文为国家教委高等学校博士点专项科研基金资助课题。

预报中,首先要解反问题,然后再解正问题做预报。

2 数值天气预报中的反问题

在数值预报中,问题被表示为一个数学模型——非线性的偏微分方程组加上一定的初、边值条件。迄今为止,求解这样一个复杂的偏微分方程,考虑的都是它的正问题。正问题是研究如何描述与刻画物理过程、系统状态——建立微分方程;以及根据过程与状态的特定条件(初始或边界条件)去求解这一特定问题——解方程。如果在某一函数空间中,这一定解问题的解存在、唯一且连续依赖于给定的数据(如方程的右端项、初边值条件),则称这一问题是适定的。然而在各种学科中经常遇到的转化与对称,在气象学中也是一样。如果在描述某一大气现象的偏微分方程组中原来已知的系数现在变为未知的了,或者更一般地讲,微分算子是未知的,那么能否由某些其它的条件或信息(如气象中大量的观测资料)确定这一未知系数或未知算子呢?如果所描述的大气过程的初始条件或边界条件成为我们感兴趣的待定量,从数学上应当怎样提出问题?怎样解决问题呢?这就需要提出微分方程的反问题^[4]。实际上,气象中的很多问题,特别是数值预报或数值模拟中的问题,首先提为微分方程的反问题往往更合理。之所以没有引起足够的重视,一方面是由于解反问题的数学理论不够成熟,另一方面可能是由于传统的思维模式的约束而导致。

在对数值预报方程组用差分方法做空间离散化时,是用特定的网格上的诸要素的值表示系统的状态;在用谱方法时,是用某种正交函数族中的系数表示。这样就把表示系统物理规律的偏微分方程组及定解条件化为 N 个未知函数的常微分方程组。在不失一般性的情况下,这个方程组是如下的形式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A(P, u) + B(u) + C(P) = 0 \quad (1)$$

$$u_0 = u(t_0) \quad (2)$$

假定上述模式是足够精确的数值模型。虽然实际上不一定能实现,不过可以想象它存在,也就是想象存在一个这样的海(地)气耦合模式是如此逼真于实际大气,两者的差异可以忽略不计。这个系统的状态 u (维数为 N) 不仅包含大气状态的变量,还包含海洋、大陆冰雪圈的变量。 $u \in \Omega$, Ω 为所有可能的 u 组成的相空间;系统中的 P 表示外参数,也就是不受 u 影响的物理量,如太阳放出的辐射等。而实际上采用的数值模式不可能是(1)和(2),状态变量也不可能是 u 。现将 u 分为 X 和 Y , X 为考虑的模式变量, Y 为未包含在 X 中的 u 的分量。于是(1)、(2)可视为:

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} + A_1(P, X, Y) + B_1(X) + C_1(P, Y) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} X_0 = X(t_0) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial t} + A_2(P, Y, X) + B_2(Y) + C_2(P, X) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} Y_0 = Y(t_0) \end{cases} \quad (6)$$

而作为真正的模式方程有:

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} + \hat{A}(\hat{P}, X) + \hat{B}(X) + \hat{C}(\hat{P}) = 0 & (7) \\ X_0 = X(t_0) & (8) \end{cases}$$

可见模式大气与真正大气的差异之一在于用式(7)、(8)去代替式(1)、(2)。将本来与 X 有相互作用的状态变量 Y 视为外参数。方程(5)、(6)可想象它存在,但省略不考虑了。而 X 所有可能状态组成的相空间 W ,只是 Ω 的一个子空间,即 $W \in \Omega$,这意味着 Y 与 X 之间并非完全独立的,而存在着某种联系(例如实际大气的初始场与外界强迫是适应的)。初值 X_0 中实际包含有 Y_0 的信息。此外 X 的不同演变将影响 Y ,反过来影响 X 。

由方程(7)、(8)组成的系统,就代表了我们目前的数值模式。一般认为,它和实际大气的误差主要来自两个方面:(a)初值条件的误差,对应于省略了式(6)或由已观测的不准确所致。(b)模式的物理上或动力上的缺陷,正如上面所述,是由于省略了方程(5)的原因,丢掉了一部分无法用数学语言精确描写的物理过程。

(1)、第一类反问题:前提条件是假定模式方程是准确已知的,即认为它们比较恰当地表述了问题的物理规律,并且差分方法也具有足够的精度,系统的外参数 $\hat{P}$ 给定。这样一来,正问题(7)、(8)的解是存在的。即对于每一个 $X_0 \in H_1$ 都有对应于问题(7)、(8)的解 $X(X_0, t)$ 存在, $X(X_0, t) \in W$ 其中 H_1 和 W 可认为是系统的两个状态空间。

反问题在于根据方程解 $X(X_0, t)$ 的信息来求初值函数 $X_0 = X(t_0)$ 。在实际问题中,函数 $X(X_0, t)$ 通常可由近期的观测资料取得,记为 $\tilde{X}(t)$, $\tilde{X}(t)$ 也可能不与任何一个“初始函数” $X(t_0)$ 相对应。这样一来在函数空间 H_1 中就不存在反问题的解。所以我们必须寻求反问题的某种广义解。

[定义] 设预报和分析区域为 D , $\tilde{X}$ 为存在于时间间隔为 $-T = t_0 < t < 0$ 的式(7)、(8)的解, $X(X_0, t) \in W$,则对 H_1 类函数 X_0 定义泛函:

$$f(X_0) = \int_D \int_{-T}^0 |X(X_0, t) - \tilde{X}|^2 dv dt \quad (9)$$

我们把达到 $f_0 = \inf_{X_0 \in H_1} f(X_0)$ 的函数 X_0 称为反问题的广义解。若 $f_0 = 0$,则 X_0 就是反问题的精确解。实际求解时, $X(X_0, t)$, $\tilde{X}(t)$ 都是离散值,因而式(9)中的积分号转化为求和号。

(2)、第二类反问题:假定模式的初始条件(8)是准确已知的,而方程中的外参数 $\hat{P}$ 却不知道。这样正问题是:对于给定的函数 $\hat{P} \in H_2$,都对应于问题(7)、(8)的解 $\hat{X}(\hat{P}, t)$ 存在。 H_2 可认为是系统的外参数空间。实际上数值模拟和预报中,模式方程中误差的很大一部分正是由于 $\hat{P}$ 所包含的内容不准确而造成的。外参数 $\hat{P}$ 无非包含以下一些内容:一是对次网格尺度的参数化引入的待定参数;一是由于忽略了方程(5)、(6),把 Y 视为外参数而引入的。我们在此考虑的是上述两个因素的不准确造成的综合作用, $\hat{P}$ 是空间坐标 V 和时间 t 的函数。

和第一类反问题一样,在实际问题中,函数 $X(\hat{P}, t)$ 也可由近期的观测资料取得,记为 $\tilde{X}(t)$, $\tilde{X}(t)$ 可能不会与任何一个 $\hat{P}$ 相对应,于是在参数空间 H_2 中就可能不存在反

问题的解,问题仍归结为寻求反问题的某种广义解。

$$[\text{定义}]: \text{泛函 } f(\hat{P}) = \int_D \int_{-T}^0 |X(\hat{P}, t) - \bar{X}(t)|^2 dv dt \quad (10)$$

则 $f_{\hat{P}} = \inf_{\hat{P} \in H_2} f(\hat{P})$ 即为反问题的广义解。当 $f_{\hat{P}}$ 为 0 时, $\hat{P}$ 即为所求反问题的精确解。

上面两类反问题,形式上看起来类似,实际上有着本质的不同。第一类是针对模式初值存在的误差,为改进它而提出的,这时认为模式方程是准确已知的;而第二类反问题包括的意义较广,它是针对模式方程不精确而提出的,这时认为初值是已知的。我们把数值天气预报从数学上提为微分方程的正反问题,其意义在于:当我们以后考虑改进数值预报时,要时刻想着反问题。希望通过解反问题,把数值预报已存在的所有信息,包括已有的物理规律和时间演变资料,都能合理地利用上。而不是总考虑向模式中引入种种不可靠的参数化方法和初始化方法,从而使模式更加复杂化来改进预报。

3 模拟试验

我们将用基于最优控制技术的共轭方程理论来解上述两类反问题^[5,6]。出于篇幅的考虑,首先选用的数值模型较简单。其目的不仅仅是验证方法对解反问题的可行性,更重要的是为其进一步应用于复杂模式提供一些数值方法上的启示。

选用的模式是如下的非线性一维平流扩散方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (k(x) \frac{\partial u}{\partial x}) = S(x), \quad 0 \leq x \leq 2 \quad (11)$$

$$u(x, 0) = \sin 2\pi x \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u(0, t) = \frac{\partial}{\partial x} u(2, t) = 0 \quad (13)$$

容易导出其线性化的共轭方程为:

$$-\frac{\partial u^*}{\partial t} - \frac{\partial uu^*}{\partial x} + u^* \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (k(x) \frac{\partial u^*}{\partial x}) = 0 \quad (14)$$

给定模式中 $k(x) \equiv 2 \times 10^{-2}$, 设 S 为任一函数形式。定义对于式(11)、(12)、(13) 其正问题是给定初值、边值由方程求解出变量 u 在各个时刻的解。相应的反问题则是已知 u 在各个时刻的一系列“观测值”来反求初值(12)、边值(13) 或方程(11) 中的其它未知量。

“观测资料”的选取: 给定方程(11)、(12)、(13) 的离散化形式, 求出离散解 $\bar{u}_i^k = u(i\Delta x, k\Delta t)$, ($i = 0, 1, 2 \cdots 40$), $k = 1, 2, \cdots M$ (M 为某一整常数), 作为反求初值时用的“观测资料”。其中取 $\Delta x = 0.05$, $\Delta t = 0.01$ 。这样对应于第二节定义的两类反问题是:

(1) 给定模式外参数 K , 外界强迫 S , 根据“观测资料” $\bar{u}_i^k$ 反演出模式初值(12);

(2) 已知(12)式, (I) 给定模式中的 K , 根据“观测资料”来反演外界强迫 S 的空间分布。(II) 给定外界强迫 S 的形式, 由 $\bar{u}_i^k$ 反演模式方程(11) 中的待定参数 $k(x)$, 已有不少工作^[7,8]。(I)(II) 本质上是一样的。

最优求解过程中目标泛函简单构造为:

$$J = \sum_{i=1}^{40} \sum_{p=1}^M \delta_i^p (u_i^k - \bar{u}_i^p)^2 \quad (15)$$

上式中, u_i^k , $\bar{u}_i^p$ 上标不一样, 因为实际情形中“观测资料”的时间间隔要远大于模式积

分时间步长的间隔。因此有 $\delta_k^p = \begin{cases} 0 & k \neq p \\ 1 & k = p \end{cases}$, 若 $\delta_k^p = 1$, 则认为积分的每个时刻都有“观测资料”与之对应。

式(15)对 u_i^k 求导, 并强加于共轭方程(14)的差分方程上^[5], 得到:

$$u_i^{*k-1} = u_i^{*k} + (BB + AAu_{i-1}^k)u_{i-1}^{*k} + (BB - AAu_{i+1}^k)u_{i+1}^{*k} + (AAu_{i+1}^k - u_{i-1}^k) - 2.0BB)u_i^{*k} + 2.0\delta_i^p(u_i^k - \bar{u}_i^p) \quad (16)$$

式中 $AA = -\frac{PT}{2DX}$, $BB = \frac{kDT}{DX^2}$, u_{i+1}^k 为求解模式方程(11)所得的解, u_i^{*k} 为共轭变量。给定(16)的初条件 $u_i^{*(M)} = 0$ 和其相应的计算边界条件, 反演迭代步骤如下:

(1) 给定控制变量 Z 的起始迭代值 $Z^{(0)}$, 然后在某一时间积分区间 $[0, M\Delta t]$ 内积分方程(11), 求得各时刻的 u_i^k ;

(2) 把上面求得的 u_i^k 代入共轭方程在 $[0, M\Delta t]$ 内反向积分, 以求得目标泛函关于控制变量 Z 的梯度。据此求出目标泛函的下降方向;

(3) 用单维搜索确定出使目标泛函沿共轭方向充分下降时的最优步长。并据此得出控制变量的新值 $Z^{(1)}$;

(4) 重复上述步骤, 得出控制变量 Z 的一系列新值 $Z^{(0)}, Z^{(1)}, Z^{(2)} \dots$ 直到按某一精度逼近于最优的 Z^* , Z^* 即为所求反问题的结果。

3.1 求解第一类反问题

即由 $\bar{u}_i^p$ 来反演初值 $u(x, 0)$, 其中取 $S = 0.025\cos(\pi i\Delta x)$, 做第一个试验。设迭代起始时初值为 0。模式方程的积分时间区间为 $[0, 60\Delta t]$, 并假定所有空间格点、所有积分时刻都有“观测资料”与之对应, 即 $\bar{u}_i^p, i = 0, 1, 2 \dots 40, p = 1, 2 \dots 60$ 。图 1a 是迭代 12 次标准化的梯度范数随迭代次数的变化。可以看出, 只需迭代到第 4 步, 梯度即可下降到很小, 因而方法收敛快。恢复的初值情况和“实况”吻合得相当好, 说明效果相当理想(图 1b)。

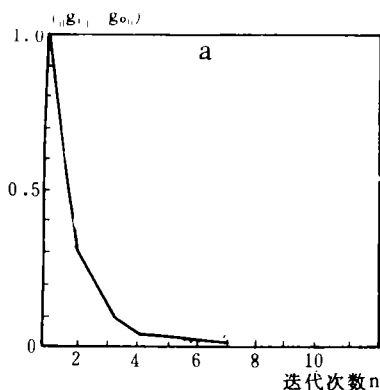


图 1a 标准化的梯度范数随迭代次数的变化

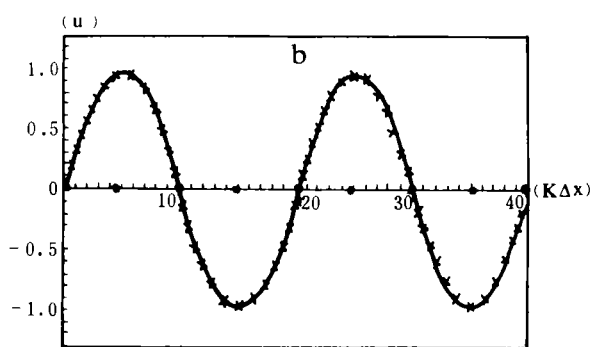


图 1b 对初值反演的结果

(图中横轴上“·”表示观测点, “×××××”线表示真实的值, 细实线表示反演出的值)

做第二个试验时, 假定空间只设九个“观测点”, 即只有 $i = 0, 5, 10 \dots 40$ 时才有“观测点”。分别选取模式方程的积分区间为 $A[0, 2\Delta t], B[0, 10\Delta t], C[0, 60\Delta t], D[0, 180\Delta t]$, 其它条件同第一个试验, 重来反演初值(12)。这相当于试验对“观测点”少于计算网格数情

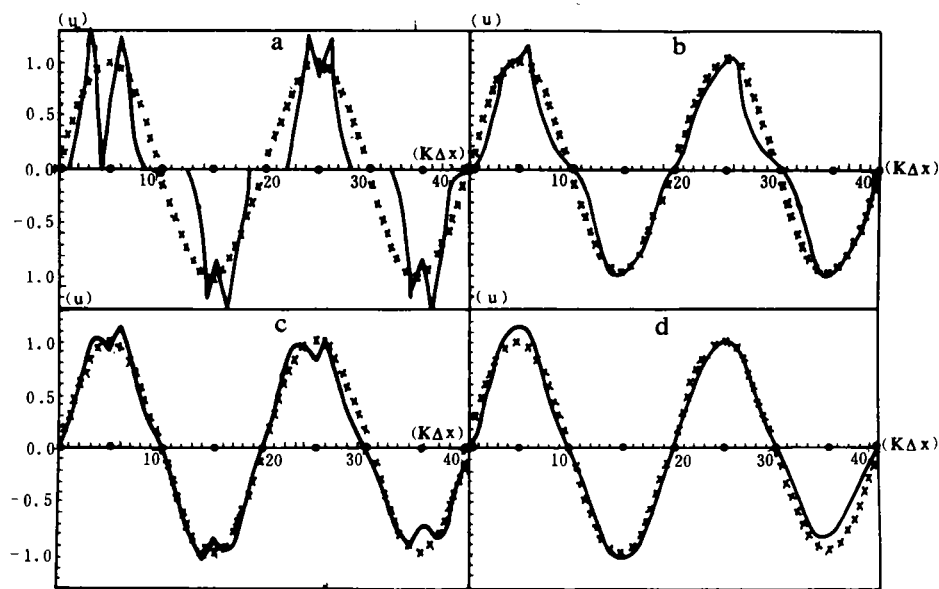


图 2 对初值反演的结果(说明同图 1b)

况而言,引入多少时刻的“资料”为宜。反演的结果分别如图 2 所示。以图 2a-d 及表 1 看出,随着积分区间的延长,加入分析的“观测资料”自然越来越多,则对初值恢复的精度也越来越好。原因是什么呢?不妨做如下分析。

每个时刻的“观测值”都携带有初始场的信息。共轭方程反向积分时,把这些信息传给了前面时刻的场直至初始场。因此引入的资料越多,则共轭方程从这些“观测资料”中提炼的关于初始场的信息也越多。因此随着引入资料的增加,初值恢复的精度也越来越好。但是,由于初始场的衰减特性,自然越往后面的时刻“观测资料”携带的关于初始场的信息越来越少,况且积分区间的延长,使计算时间也大幅度地增加,所以在实际应用中,只要达到问题所要求的精度即可,不必要使模式方程积分区间太长,但也不能太短,这就要针对具体问题作讨论。

在实际的数值预报中,若已经获得了最近一段时期 $-T \leq t \leq 0$ 的观测资料,则可利用具体数值模式求解反问题得出 $-T$ 时刻的最优的初始值(针对模式而言),然后再对模式向前积分,当积到 0 时刻(即当前时刻)时,所得到的整个时段 $-T \leq t \leq 0$ 内的模式状态值,在目标泛函的意义上向观测资料逼近。当数值模式的积分限越过 $t = 0$ 时刻以后,就得到了各时刻的预报值。在日常业务中,随着资料的更新,对初值不断地进行调整,即每做一次预报之前都先求一次反问题,本质上是一种对观测资料四维同化的过程。

需要指出的是,通过求解过程中目标泛函的定义,这种方法不仅适用于常规的、定时的观测资料,而且特别适用于引入高度的非定时的观测资料。这是非常有意义的。近年来随着高技术的发展,大量卫星、雷达观测资料不断涌现,这些资料大都是非定时的。因此,这种方法将非常有助于对广大海洋,热带地区及对中尺度系统的预报水平的提高。

表 1 与图 2 相应的初值精度

编 号	a	b	c	d
$n\Delta t$	$2\Delta t$	$10\Delta t$	$60\Delta t$	$180\Delta t$
初值精度(ϵ)	2.378	1.026	0.518	0.329

3.2 第二类反问题求解

认定模式初值(12)已知,而模式方程不精确,其不精确性是由忽略外强迫项 S 来体现。这类反问题由“观测” $\tilde{u}_t^f$ 来反演 S 的空间分布。具体算法和解第一类反问题相差不大,略去不述,只做两个试验。

3.2.1 试验 I

取迭代起始时 $s(x)$ 在所有格点的值都为 0。在空间只设九个均匀分布的“测站”,在模式每一积分时刻都有“观测值”。但是在求取和模式解相对应的“观测资料”时,我们对外界强迫 $s(x)$ 的形式做如下改变:(1)仍取 $s(x) = \cos\pi(i\Delta x)$, (2) $s(x) = \frac{1}{2}[3(i\Delta x)^2 - 1]$, (3) $s(x) = \frac{1}{8}[63(i\Delta x)^5 - 70(i\Delta x)^4 + 105(i\Delta x)^2 - 5]$, (4) 如图 3d“ $\times\times\times\times\times$ ”所示的任取函数形式。将以上这些函数形式的外界强迫信息,分别隐藏在与之对应的“观测资料” $\tilde{u}_t^f$ 中。然后再进行反演试验。可以看到,尽管以上四种函数形式一个比一个复杂,但每一种函数形式都得到了较好的反演。虽然每个结果都存在着不同的误差,但毕竟空间只有九个“测站”(见图 3a—d),要恢复的却是 41 个格点上的 $s(x)$ 值。这说明方法对复杂问题的适应性是较强的。

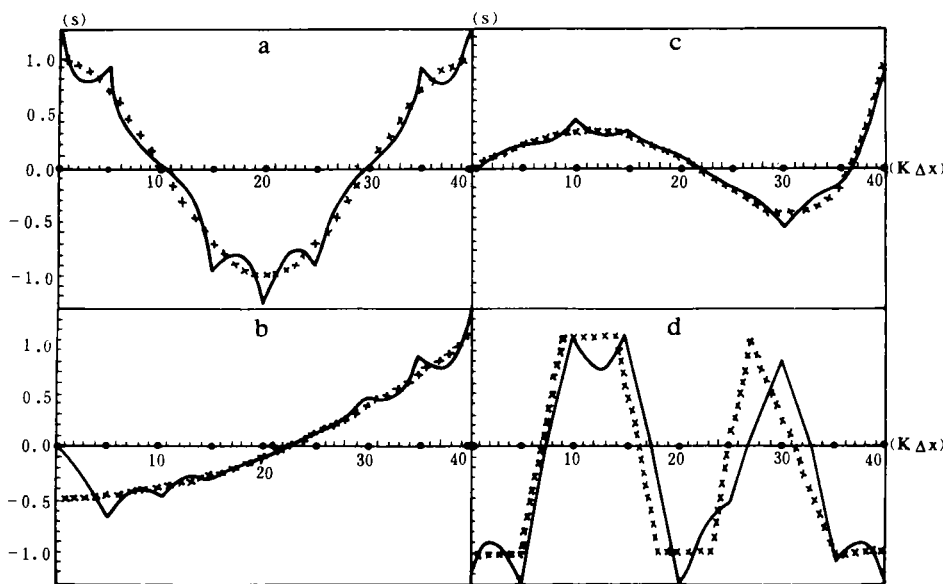


图 3 对强迫项反演的结果(说明同图 1b)

3.2.2 试验 II

这个试验用来模拟这种共轭方程技术对资料中所包含信息的提取能力。模式的积分区间仍选为 $[0, 60\Delta t]$, 在未取“观测” $\tilde{u}_t^f$ 时,仍选取 $S(x) = \cos\pi(i\Delta x)$, 而在做反演试验时,模式方程只在三个积分时刻存在有对应的“观测资料”。即对于 $\tilde{u}_t^f$ 有 $P = 0, 30, 60$ 。我们逐渐减少空间“测站数”,情况表示在图 4 中。随着空间“测站数”的减少,初值恢复的境况也越来越差了。图 4d 尽管总共只有 $3 \times 3 = 9$ 个“资料数”但也反演出了强迫项的大致形式。图 4e 和图 4f 空间只设两个和一个“测站”,虽然没有恢复出强迫项的轮廓,但其结果并非是毫无意义的。图 4e 的两个测站设在模式方程的积分区域的两侧,恢复出两侧的大致形势;图 4f 只设

一个“测站”了,我们把它放在中间,中间一片的强迫项的数值也得到了一定程度的恢复。有趣的是,把图 4e 和图 4f 反演的结果迭加在一起,其结果正是图 4d 的情形。而图 4e 和图 4f 的“测点”设置状况合起来和图 4d 设置的相同。这足以说明这种反演方法从每个时变的可用的“观测资料”中提取信息的能力是很强的。它对应于实际预报的意义是什么呢?如果我们认为 S 正是数值模式中由于忽略了一些本应有的物理过程或其它什么原因引起的误差,希望通过用实测资料把这个误差修正项反演出来,然后用来对预报模式作修正的话,那么无论对整个预报区域所用的资料是多么的欠缺,使用这样的反演方法,其结果是对资料比较充足的部分地区,反演的误差修正项精度较好,因而可能会提高这些地区的预报结果;而对于资料非常缺乏的地区,反演的误差修正项为零,这等于在这部分地区对原模式所做的预报结果未做任何修正。这就要求整个预报区域内观测资料的分布要合理。使观测资料的代表性越好,对整个预报区域的误差修正项的反演也越好。

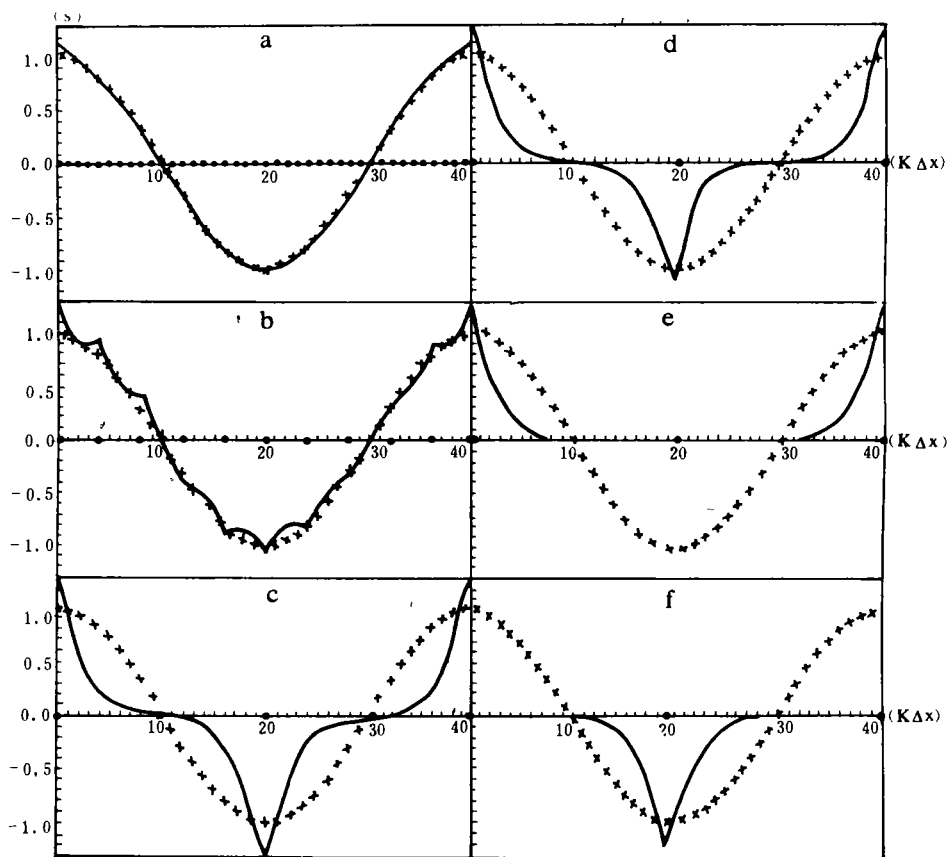


图 4 对强迫项反演的结果(说明同图 1b)

显然在这个试验中,我们考虑的主要是对所求反问题而言,“资料”是欠缺的,即问题是欠定的情况。而事实上在此试验之前的所有试验,都用了很多时刻上的“资料”,即所求反问题是超定的情况,除个别“试验资料”的分布极不合理以外,所得结果较令人满意。从我们所做的整个试验的情况来观察,无论反问题是超定的还是欠定的,我们都找到了或是部分找到了反问题的“广义解”。方法有较好的适应性。

4 结语

本文首先针对数值预报结果误差的两个来源,提出了两类反问题。针对模式的初始条件的误差,我们提出了第一类反问题:认定模式方程准确,和已掌握了多时刻的观测资料,利用共轭方程求解反问题得出初始值,然后求解正问题做预报。这个问题对模式方程的精度要求较高。第二类反问题是针对模式方程中存在有误差而提出的,因而解这类反问题对模式方程精度的要求不是太高,但要求模式方程要能反映主要的、起决定性作用的物理规律,能抓住问题本质的方面,而对一些次要的、不起主要作用的东西统统放在模式方程的误差修正项或参数中,由实况观测资料用解反问题的方法给予反演。这不仅使考虑问题得到了一定程度的简化,而且也应该不会降低模式原有的预报能力。

本文中我们仅仅是对求解反问题作了简单的数值试验,由于数值模型较为简单,因而所得的一些数值结论只是初步的,有些工作在这样简单的数值模式上还不能作出。为此,将用一个复杂的边界层三维模式作进一步的工作,最终把这种解反问题的方法用于对实际资料的分析 and 预报。

参考文献

- [1] 廖洞贤,王两铭. 数值天气预报原理及其应用. 北京:气象出版社,1986.
- [2] 顾震潮. 作为初值问题的天气数值预报与由历史演变作预报的等值性. 气象学报. 1958,29(2):93—98.
- [3] 顾震潮. 天气数值预报中过去资料的使用问题. 气象学报. 1958,29(3):176—184.
- [4] 刘家琦. 微分方程的反问题及数值方法. 科学探索. 1983,3:105—118.
- [5] Talagrand O and Courtier P. Variational assimilation of meteorological observations with adjoint vorticity equation. Q J R Meteor Soc. 1987, 113: 1311—1328.
- [6] 邱崇践,丑纪范. 改进数值天气预报的一个新途径. 中国科学 B 辑,1987,8:903—910.
- [7] 邱崇践,丑纪范. 预报模式的参数优化方法. 中国科学 B 辑,1990,2:218—224.

TWO KINDS OF INVERSE PROBLEMS IN NWP AND A NUMERICAL METHOD——IDEAL FIELD EXPERIMENT

Gao Jidong Chou Jifan

(The Atmospheric Department of Lanzhou University, Lanzhou, 730001)

Abstract

According to the two sources of errors in NWP, two kinds of inverse problems are put forward, then some numerical experiments of ideal fields are performed on these two inverse problems using a nonlinear advective-diffusion equation and its adjoint equation. The result shows that this method for solving the inverse problems is fairly effective. It can determine the initial spatial state of meteorological elements (or the error corrective term of model equation) through the time-variation information involved in the observational data. This method can be used to obtain significant results whether the observation is over-determined or underdetermined.

Key words: Adjoint equation, Inverse problem, Optimum control techniques.