

正压原始方程有限区域谱模 式的预报试验*

韩卫清 纪立人

(国家气象局卫星气象中心)(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文包括四方面内容:

(1) 给出一个单向嵌套的有限区域浅水波方程谱模式的具体方案及其预报试验结果。这个模式基于文献[1]。其特点是:基本展开函数为“修正的双傅氏级数”,它由两部分组成:正交双傅氏级数及非正交的线性函数,这两部分之间互不正交。

(2) 对同一实例,比较了谱方法,差分法,假谱法 24h, 48h 预报结果。甚至同格距缩小一半的差分法相比,谱方法预报效果仍优于差分法预报效果。

(3) 试验了谱模式的固定边界、刚体边界、侧边界条件随时间变化但不加松弛处理,以及侧边界条件随时间变化加松弛处理四种方案。结果表明,合理的边界条件及有效的边界处理方法对谱模式来说是至关重要的。

(4) 提出并试验了谱模式的一种地形区计算方案^[2],有助于谱模式中对陡峭地形的处理。

一、引 言

目前,全球和半球的谱模式已被许多国家气象中心和研究中心所采用。周期、刚体边界的有限区域谱模式也已广泛用于研究工作。如:二维湍流扰动^[3]、由于波-波之间非线性相互作用所引起的能量转变^[4]、对流热泡^[5]等,谱方法之所以得到日益广泛的应用,是因为其具有比差分法更多的优越性。对于两种算法的比较,前人已有过不少研究^[6-8]。这里,我们主要考虑了以下几个因素:① 避免混淆现象;② 改善系统移速减慢现象;③ 没有计算频散现象,空间微商计算精确。

但是,对于有限区域数值预报模式,使用谱方法有一定困难,因为不易找到一种展开函数,满足非周期并随时间变化的侧边界条件。*Orszag*^[9]提出过处理非周期边界问题的方法,即:展开函数表示为低阶多项式和傅氏级数之和,以加快傅氏级数在非周期边界处的收敛速度,但未给出具体问题和计算结果。直到1986年,*Tatsumi*提出了“正余弦扣除法”^[10],将其应用于日本的12层细网格有限区域业务预报模式(12-FLM),1987年他又将其成功地应用于更细网格模式^[11](VFM)。

他采取正、余弦三角函数作为基本展开函数,对不同变量要用不同展开表达式,附加基也各不相同。边界条件需要边界值、边界法向导数及四个角的二阶混合微商。

最近,廖洞贤^[1]提出另一种展开方法,他用“线性函数扣除法”来解决非周期边界问

* 本文于1989年6月17日收到,1990年4月9日收到修改稿。

题,并取指数函数为展开的基函数。这种方法的优点是:对所有的变量,用同一展开式表达,附加基的振幅只需边界值来确定,边界条件不需要四个角的二阶混合微商,从而减小边界条件的不适定性,文中只给出方案,未给出具体计算结果。在此工作基础上,本文主要进行了以下几方面工作:

对其方案进行补充,实现完整的正压原始方程谱模式方案及相应软件,通过实例 24 h, 48 h 预报,证明方案的可行性(第六节 1, 2)。

第六节 1, 2 部分将预报结果与同条件的差分法、假谱法相比,第 3 部分与格距缩短一半的差分法相比,初步证明谱模式的优越性。

第六节的第 4 部分进行了边界敏感性试验。

第 5 部分实现了一种模式地形区计算方案^[2],并进行了 24 h, 48 h 实例预报比较试验。

本文是这些试验结果的初步报告。

二、模式简介

1. 预报方程

水平直角坐标系中,正形投影的正压原始方程为:

$$\partial u^*/\partial t = -9.8 \partial z'/\partial x + N_u \quad (1)$$

$$\partial v^*/\partial t = -9.8 \partial z'/\partial y + N_v \quad (2)$$

$$\partial z'/\partial t = -z_0 m_0^2 D + N_z \quad (3)$$

$$\text{其中,} \quad u^* = u/m, v^* = v/m, z' = z - z_0 \quad (4)$$

z_0 为全场平均值, m 为地图投影放大系数:

$$N_u = -m^2(u^* \partial u^*/\partial x + v^* \partial u^*/\partial y) - K \frac{\partial m^2}{\partial x} + f v^* \quad (5)$$

$$N_v = -m^2(u^* \partial v^*/\partial x + v^* \partial v^*/\partial y) - K \frac{\partial m^2}{\partial y} - f u^* \quad (6)$$

$$N_z = -m^2(u^* \partial z'/\partial x + v^* \partial z'/\partial y) - z' m_0^2 D \quad (7)$$

$$K = \frac{1}{2}(u^{*2} + v^{*2}) \quad D = \partial u^*/\partial x + \partial v^*/\partial y \quad (8)$$

为方便,以后 z' 中的“ $'$ ”略去。

2. 时间积分格式

1) 蛙跃格式

$$u^{*,\tau+1} = u^{*,\tau-1} + 2\Delta t[-9.8 \partial z/\partial x + N_u]^\tau \quad (9)$$

$$v^{*,\tau+1} = v^{*,\tau-1} + 2\Delta t[-9.8 \partial z/\partial y + N_v]^\tau \quad (10)$$

$$z^{\tau+1} = z^{\tau-1} + 2\Delta t[-z_0 m_0^2 D + N_z]^\tau \quad (11)$$

m_0 取 m 的全场平均值, 计算中 Δt 取为 4 min。

2) 半隐式格式

将(9)–(11)中的气压梯度力项及散度项写为隐式格式,其它项为显式格式,变换后

可得:

$$(\nabla^2 - a^2) z^{\tau+1} = G^{\tau,\tau-1} \quad (12)$$

$$u^{*,\tau+1} = u^{*,\tau-1} + 2\Delta t \left[-9.8 \frac{\partial \bar{z}}{\partial x} - N_u \right]^\tau \quad (13)$$

$$v^{*,\tau+1} = v^{*,\tau-1} + 2\Delta t \left[-9.8 \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} + N_v \right]^\tau \quad (14)$$

其中:

$$a^2 = 1 / 9.8 z_0 m_0^2 \Delta t^2 \quad (15)$$

$$G^{\tau,\tau-1} = -(\nabla^2 + a^2) z^{\tau-1} + \frac{1}{4.9 \Delta t} D^{\tau-1} + \frac{1}{4.9} \left(\frac{\partial N_u^\tau}{\partial x} + \frac{\partial N_v^\tau}{\partial y} \right) - 2a^2 \Delta t N_z^\tau \quad (16)$$

符号“—”表时间平均, 即 $(\bar{\quad}) = [(\quad)^{\tau+1} + (\quad)^{\tau-1}] / 2$

3. 谱展开式

基本思想: 傅氏级数满足周期边界条件, 而随时间变化的侧边界条件为非周期的。在傅氏级数后加一线性函数, 使此线性函数与给定的边值具有相同“跃度”, 剩余的周期部分由傅氏级数展开。从而整个展开函数满足给定的边界条件。

1) 沿 x 方向展开

设 $F(x, y)$ 为任一物理量, 令

$$F(x, y) = \hat{F}(x, y) + \hat{F}'(x, y) \quad (17)$$

$$\hat{F}'(x, y) = (F(x_M, y) - F(0, y))x / L_x \quad (18)$$

则

$$\hat{F}(x, y) = F(x, y) - \hat{F}'(x, y) = F(x, y) - (F(x_M, y) - F(0, y))x / L_x \quad (19)$$

$$\text{显然在 } \hat{x} \text{ 方向有: } \hat{F}(0, y) = \hat{F}(x_M, y) = F(0, y) \quad (20)$$

即 $\hat{F}(x, y)$ 在 x 方向满足周期边界条件并可展为:

$$\hat{F}(x, y) = \sum_m F_m(y) e^{i \frac{2\pi m x}{L_x}} \quad (21)$$

2) 沿 y 方向展开

$F_m(y)$ 仅为 y 的函数, 令:

$$F_m(y) = F_m^*(y) + F_m'(y) \quad (22)$$

$$\text{其中: } F_m^*(y) = [F_m(y_N) - F_m(0)]y / L_y \quad (23)$$

$$\text{故 } F_m'(y) = F_m(y) - F_m^*(y) = F_m(y) - [F_m(y_N) - F_m(0)]y / L_y \quad (24)$$

$$\text{从而: } F_m'(y_N) = F_m'(0) = F_m(0) \quad (25)$$

$F_m'(y)$ 在 y 向满足周期边界条件, 可展为:

$$F_m'(y) = \sum_n F_{mn} e^{i \frac{2\pi n y}{L_y}} \quad (26)$$

L_x, L_y 分别为计算域在 x, y 方向的宽度。

3) 任一变量的二维展开

由 1)、2) 可得任一变量 $F(x, y)$ 的二维展开为:

$$\begin{aligned} F(x, y) = & [\hat{F}(x_M, y) - F(0, y)]x / L_x + \sum_{m=0}^{M-1} F_m^*(y) e^{i \frac{2\pi m x}{L_x}} \\ & + \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} F_{mn} e^{i \frac{2\pi m x}{L_x}} e^{i \frac{2\pi n y}{L_y}} \end{aligned} \quad (27)$$

M, N 分别为 x, y 方向截断最大波数。

4. 谱形式的预报方程组

1) 蛙跃格式

$$u_{mn}^{\tau+1} = u_{mn}^{\tau-1} + A_{mn}^{\tau} + \tilde{u}_{mn} + \tilde{u}_{mn}^* \quad (28)$$

$$v_{mn}^{\tau+1} = v_{mn}^{\tau-1} + B_{mn}^{\tau} + \tilde{v}_{mn} + \tilde{v}_{mn}^* \quad (29)$$

$$z_{mn}^{\tau+1} = z_{mn}^{\tau-1} + C_{mn}^{\tau} + \tilde{z}_{mn} + \tilde{z}_{mn}^* \quad (30)$$

(28)–(33)式中,无上标的系数为正交基谱系数。上标为“ $\sim$ ”及“ $\sim^*$ ”的为非正交基谱系数,它们由边界值即可唯一确定,并与 m, n 一一对应,故只需对正交基谱系数做预报。各系数的表达式详见文献[1]和本文附录。

2) 半隐式格式

$$z_{mn}^{\tau+1} = \{-1/[(\frac{2\pi m}{L_x})^2 + (\frac{2\pi n}{L_y})^2 + \alpha^2]\} (G_{mn} + \tilde{G}_{mn} + \tilde{G}_{mn}^*) \quad (31)$$

$$u_{mn}^{\tau+1} = u_{mn}^{\tau-1} + A_{mn}^{\tau} + \tilde{u}_{mn} + \tilde{u}_{mn}^* \quad (32)$$

$$v_{mn}^{\tau+1} = v_{mn}^{\tau-1} + B_{mn}^{\tau} + \tilde{v}_{mn} + \tilde{v}_{mn}^* \quad (33)$$

三、计算范围、边值及初值

1. 计算范围

图1给出谱模式的计算范围,它介于北京气象中心(BMC)业务区域预报模式的计算范围与输出范围之间,区域主要在我国。输出范围与区域模式相同,格距 $d = 95.25 \text{ km}$,为该模式格距的一半。计算域格点数 73×65 ,输出域格点: 59×53 。

2. 边值

作为第一步试验,本文并未用粗网落模式预报,而是用实际观测资料提供边值的。具体作法:在计算域内读入两天的资料 z_1, z_2 ;线性内插得到24小时内每一步度的 z 值,为谱模式预报提供边界条件(u, v 类似)。

3. 初值

本文用BMC北半球客观分析的位势高度场资料,插值到谱模式格点上,由平衡方程求解平衡风,做为初始时刻的 u, v 场。

四、波数截断

与全球和半球谱方法类似,有限区域谱模式也用变换法。为避免混淆现象,最大波数与格点之间必须满足下面不等式:

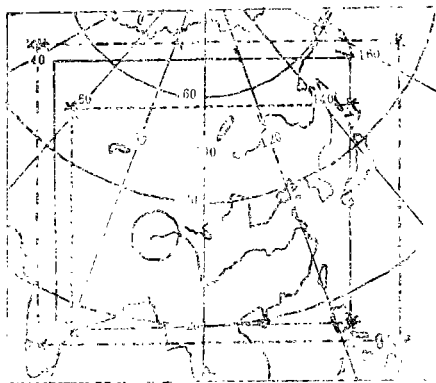


图1 模式的计算范围
(实线矩形为谱模式计算区,标**矩形为BMC区域格点模式计算区,标*矩形为前二者的输出区,图中圆形域为理想地形区)

$$M \leq \frac{1}{3} \left(\frac{L_x}{d} + 1 \right), \quad N \leq \frac{1}{3} \left(\frac{L_y}{d} + 1 \right) \quad (34)$$

其中, M, N 分别为 x, y 方向最大波数, d 为格距,

五、边界松弛方法

我们在给定边界条件时, 同时在计算域 x, y 的两端赋值, 未考虑方程的适定性。为减弱由于边界条件的不合理所引起的边界附近反射波, 引入边界松弛方法^[10, 12]。松弛处理在格点空间进行, 取松弛项:

$$R = -\beta(F - \tilde{F}) \quad (35)$$

其中, F 为观测值, $\tilde{F}$ 为谱模式预报值, β 为松弛系数

$$\beta_{(i_B)} = \begin{cases} \frac{1}{2} \beta^* \left(1 + \cos \frac{\pi i_B}{I_B} \right) & (0 \leq i_B \leq I_B) \\ 0 & (I_B < i_B) \end{cases} \quad (36)$$

I_B 为格点数表示的松弛域宽度, $I_B = 10$, i_B 为某一松弛点到最近一边界的距离 (以格点数表示)。在实际计算中, β^* 取为 1.0。

六、结 果 分 析

我们所选的预报个例是 1986 年 6 月 14 日 12 Z—16 日 12 Z, 正值我国江淮梅雨期间, 一次东北冷涡剧烈发展、副高南退减弱过程。如图 2。

由图 2a 可见, 在预报区域内, 巴尔喀什湖处有一西风槽, 其东部为一浅脊, 乌兰巴托东部有一低槽, 副热带高压 588 线北缘已超过 25°N 达到我国南方。次日, 巴尔喀什湖西风槽东移大约 5 个经度, 其东部脊迅速加强, 乌兰巴托附近低槽东移、南压并剧烈加深, 槽内出现闭合低压中心, 中心强度为 566 dagpm, 形成很深的东北-西南向槽。此时副高减弱南退。16 日, 巴尔喀什湖槽进一步东移, 东北低涡加深范围扩大, 二者之间的高脊加强, 副高变化不明显。

总之, 本次过程主要特点是巴尔喀什湖槽东移, 东北低涡剧烈加深, 贝加尔湖脊加强, 副高减弱南退。以下结果分析着重讨论这几方面, 其中各种预报试验均以 6 月 14 日 12 Z 为初始场。

1. 谱方法与差分法、假谱法 24h 预报结果比较

对正压原始方程(9)–(11), 用差分法进行了 24 h 预报。格距 $d = 95.25 \text{ km}$, $\Delta t = 4 \text{ min}$, 空间差分用中央差, 时间积分用蛙跃格式。谱模式的 $\Delta t = 10 \text{ min}$, $d = 95.25 \text{ km}$, 时间积分用半隐式格式。

图 3 给出 500 hPa 24 h 预报位势高度图。

比较 2b 可见: 差分法基本报出系统发展趋势, 如: 巴尔喀什湖槽东移, 副高减弱南退。但对东北低涡的发展几乎没报出来, 其它系统的强度、位置与实况相差较大。图 3 b 为谱方法 24 h 预报结果。比较图 3a 可见, 巴尔喀什湖附近西风槽的强度和位置、副高(584 线)的位置都较差分法接近实况。尤其是东北低涡处, 有一发展较深的低槽相对应, 贝加尔湖高脊也明显加强。总之, 对预报区域中几个主要天气系统, 谱方法预报效果都比差分

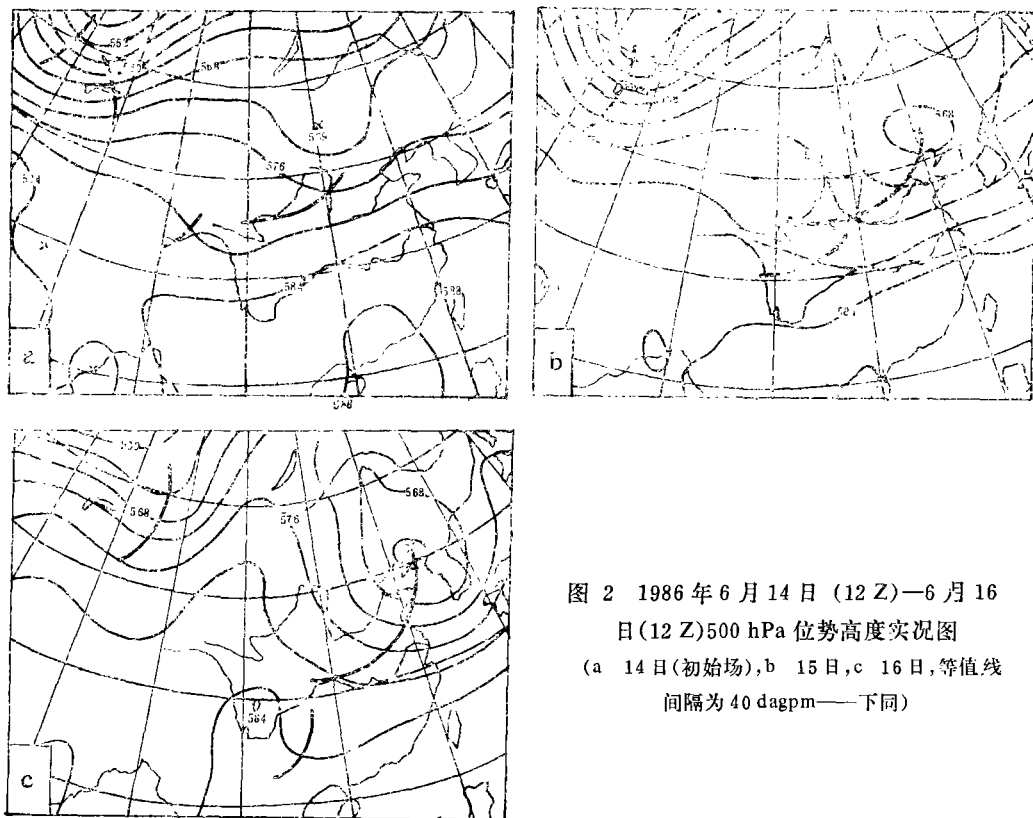


图 2 1986 年 6 月 14 日 (12 Z)—6 月 16 日 (12 Z) 500 hPa 位势高度实况图
(a 14 日(初始场), b 15 日, c 16 日, 等值线间隔为 40 dagpm——下同)

法好。

所谓“假谱法”^[13]在此为:在正压原始方程中空间偏导数项由谱方法来求,其它运算均在格点空间进行。格距 $d=95.25\text{ km}$, $\Delta t=4\text{ min}$, 时间积分用蛙跃格式,见图 3c。比较 3a 可见,除贝加尔湖高脊较明显加强外,其它系统与差分法很相近。

2. 48h 预报结果的比较

差分法 48 小时(4a)预报结果与实况相近。巴尔喀什湖槽东移,东北低涡加深发展,贝加尔湖高脊加强,572 线报得较好。副高(584)线也与实况较相近,但巴尔喀什湖槽、贝加尔湖脊以及东北低涡报得弱,预报低压中心强度为 568 dagpm,实况为 564 dagpm。

谱方法 48 h 预报结果比差分法大有改进,(见图 4b)。巴尔喀什湖西风槽位置和强度都比差分法接近实况,东北低涡的强度,谱方法报得十分成功,预报中心强度为 565 dagpm,形状范围也与实况非常接近,副高强度和范围虽与实况有一定差别,但比差分法报得好。

假谱法 48 h 预报结果比差分法有所提高(4c)但比谱方法效果差。

以上分析也可见到:谱方法预报结果比差分法有较大改善,但与实况仍有一定差别。如:东北低涡的位置和强度,24 h 预报较差而 48 h 预报较好,我们曾考察了 6 月 14 日—16 日 500 hPa 温压场的配置(图略)。14 日—15 日,东北低涡的强烈发展与大气斜压性密切相关。在乌兰巴托低槽东移加深的过程中,其东北方一冷舌中的冷空气不断输入低槽。次日,在我国东北部形成较深厚的冷涡。此时,冷舌亦有一低槽对应,但二者已近于重合。16 日高度槽与冷涡叠加,形成更深厚的冷涡,变化过程近于正压过程。这可能是

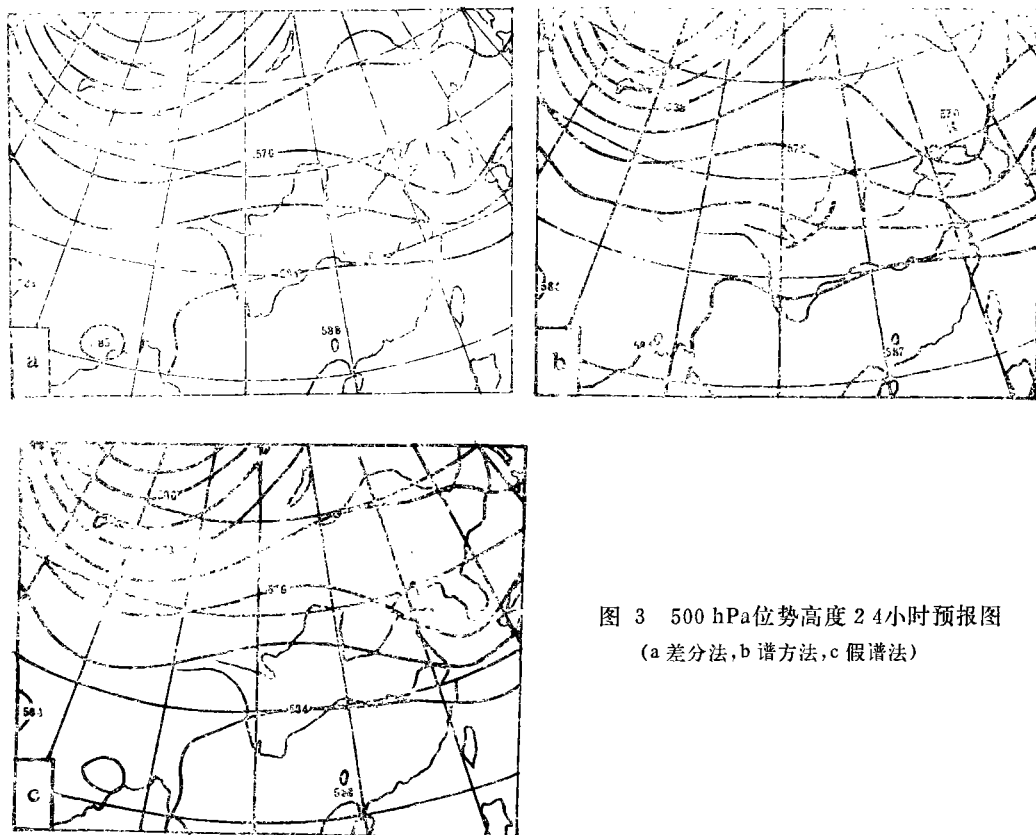


图 3 500 hPa 位势高度 24 小时预报图
(a 差分法, b 谱方法, c 假谱法)

正压原始方程模式第 2 天比第 1 天报得好的一个原因。

副高的移动和强度变化, 不仅与动力作用有关, 而且与热力作用有关, 边界对预报效果也有一定影响。

3. 细网格差分法预报与谱方法的比较

为进一步考察谱方法的预报精度, 我们将格距缩短一半, $d = 47.625$ km, 用差分法进行了 24 h, 48 h 预报, 并将结果与谱方法 $d = 95.25$ km 的预报结果比较。图 5 给出了细网格差分法 24 h, 48 h 预报结果。图 5a, 5b 分别与图 3a, 4a 比较可见, 提高网格分辨率, 差分法预报效果明显提高。但与谱方法预报效果相比(图 3b, 4b), 对预报区域内的各主要天气系统, 差分法($d = 47.625$ km)的预报效果仍不如谱方法效果($d = 95.25$ km), 但格距缩短一半的差分法工作量却比原来增加 8 倍之多。

4. 不同侧边界的比较试验

对于网格点模式的边界问题, 前人已从各方面进行了研究和试验。但对于侧边界条件随时间变化的有限区域谱模式, 对不同的侧边界将做出何种反应, 目前研究的还不多。为此, 我们对几种不同的边界条件, 分别用谱方法进行 24 h 预报, 并将结果加以比较。图 6 给出固定边界、不加松弛随时间变化的侧边界 24 h 预报结果。

1) 对于固定边界条件, 谱模式 24 小时预报结果是不成功的(图 6a)。由于固定边界的“牵制”作用使巴尔喀什湖附近的西风槽移动很慢, 靠近边界处几乎无移动。其东部的

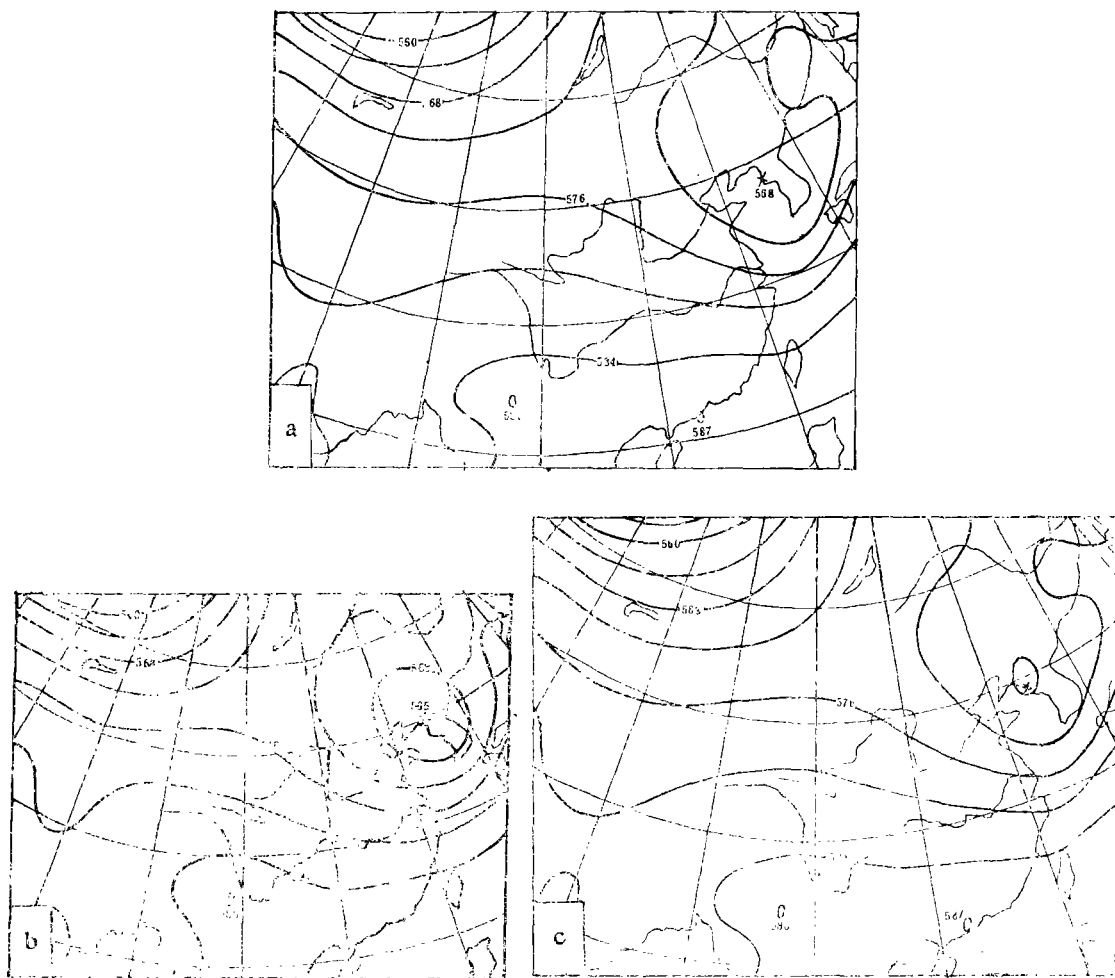


图 4 500 hPa 位势高度 48 小时预报图
(a 差分法, b 谱方法, c 假谱法)

高脊和低槽, 几乎被无天气意义的高频波所掩盖, 副高也很零乱。

图 6b 是侧边界随时间变化但不加松弛处理的谱模式 24 h 预报结果。从整体上看, 图 6b 比图 6a 效果有所提高, 巴尔喀什湖槽明显东移, 高脊亦可见到。但流出边界附近的低涡仍被高频波掩盖, 副高仍不规则。这表明, 套网格边界对有限区域谱模式来说效果是好的。但如果不加松弛处理, 由于边界条件的不适定引起的反射波仍会迅速影响到区域内部, 以至掩盖掉天气意义的波动, 导致预报失败。

加松弛处理后(图 3b), 谱模式预报很成功。

2) 刚体边界。为满足刚体边界条件, 我们必须对不同变量选用不同的展开表达式^[10]

$$U_{kl} = \mathcal{E}_k \mathcal{E}_l \int_0^\pi \int_0^\pi u^* \sin k\hat{x} \cos l\hat{y} d\hat{x} d\hat{y} \quad (37)$$

$$V_{kl} = \mathcal{E}_k \mathcal{E}_l \int_0^\pi \int_0^\pi v^* \cos k\hat{x} \sin l\hat{y} d\hat{x} d\hat{y} \quad (38)$$

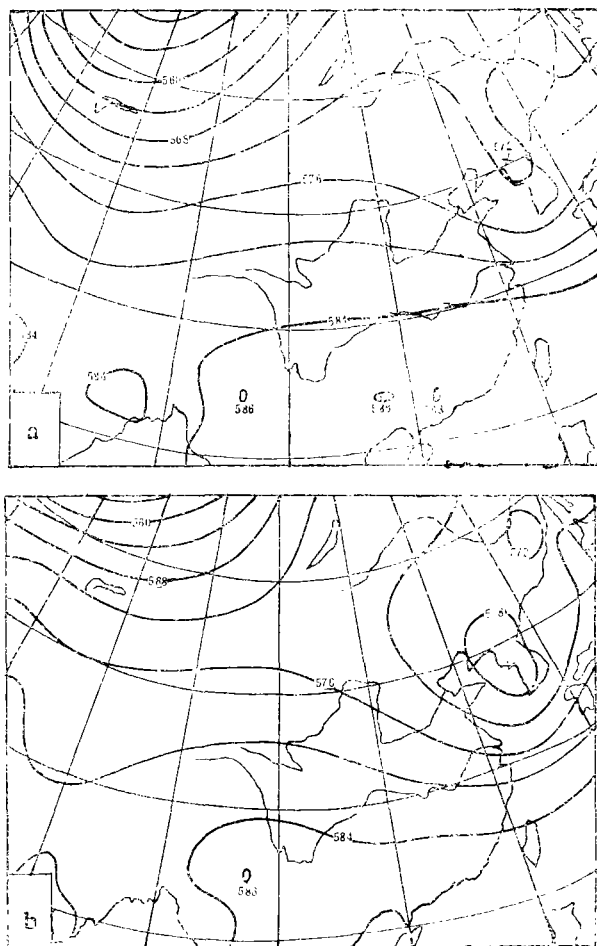


图 5 细网格差分法 500 hPa 位势高度预报图
(a 24 小时, b 48 小时)

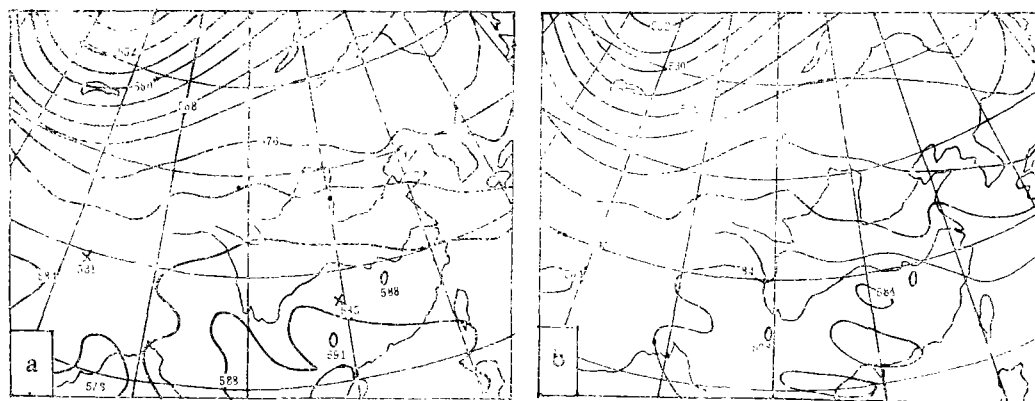


图 6 谱模式不同边界条件下 500 hPa 位势高度 24 小时预报图
(a 固定边界, b 随时间变化边界但不加松弛)

$$Z_{kl} = \mathcal{E}_k \mathcal{E}_l \int_0^\pi \int_0^\pi z \cos k \hat{x} \cos l \hat{y} d\hat{x} d\hat{y} \quad (39)$$

其中,

$$\mathcal{E}_n \begin{cases} = 1/x & n=0 \\ = 2/x & n=1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (n \text{ 为 } l, k) \quad (40)$$

我们曾用刚体边界对给定的椭圆形理想场进行积分,可稳定积分 24 h,但对实际流场,由于刚体边界对中纬度大气歪曲太大,以至 4.5 h 就报不下去了。

以上分析表明:有限区域谱模式对边界的给定和处理十分敏感,边界附近的误差可迅速影响到域内,甚至导致预报失败。可能影响途径主要有两个:一是和差分模式类似,由于不适定边界条件引起计算反射波的内传;二是“直接”影响,这与谱模式的“整体”性有关。每积分一步,都要进行谱-格变换,而谱-格变换使得全场各格点值之间相互影响。这正是图 6 所看到的现象。因此,合理的边界条件及有效的边界处理方法,对有限区域谱模式来说是至关重要的。

5. 一种模式地形处理方法

数值预报模式中的地形处理是一个重要而复杂的问题,长期以来一直为气象学者所重视。目前广泛采取的方法是采取归一化的 σ 坐标。伴随它的突出优点,也存在计算气压梯度力的困难,特别是陡峭地形附近有很大误差^[14]。对于谱模式,如不加特殊处理还会出现 Gibbs 现象,海平面上产生负地形等问题^[14]。另一条途径是:在低层大气和地形相接处,给定运动学内边界条件^[15]这种方法适于处理陡峭地形,最近重新受到重视并有了新的发展¹⁾。但由于预报量的定义域出现“空洞”,显然不适于谱展开方法。一个变通的办法是将预报量合理的延拓至整个地形域,而在地形与大气交界处,要求预报变量满足一定条件,例如,沿地形的法向风速为零。纪立人^[2]曾用这种方法进行初步尝试。1972 年, Egger^[15]提出“阻塞”方法。最近,胡伯威²⁾等试验了“软地形”也是类似思想。我们将这一思想引入有限区域谱模式,并做了 24 h, 48 h 预报。具体做法为:

1) 划定等压面上对应的地形区,区域内初始风场赋零值。为计算方便,这里将地形区取为圆形(见图 1)。为减缓区域内的不连续,我们取一过渡带,在地形区最外一圈为原分析值,过渡带内取风速的一半,地形内取风速为零。

2) 由 1) 中得到的风场,在地形区反解平衡方程得到“位势高度场”。

3) 将得到的风场及高度场放回初始场中,修改后的 u^*, v^*, z 场作为加入地形的预报初始场。

4) 为保持地形的近似“阻塞”性质,在预报过程中,每三步(半小时)进行一次风场修正,即重复 1),位势高度场任其预报,不再进行“平衡”处理。

图 7(a, b) 分别给出加地形后谱模式 24 h, 48 h 预报结果。

由图可见:① 考虑地形后,谱模式的 24 h, 48 h 预报是稳定的,合理的,从高度场中可以清楚地看到绕流现象;② 尽管地形取为理想的圆形仍可清楚地看到它对贝加尔湖高脊及上游西风槽的影响。24 h 预报中 572 线已达贝加尔湖南缘,576 线也明显增高,

1) 字如聪,1988:考虑强地形有限区域数值预报模式,硕士论文。

2) 胡伯威等,1987:数值预报模式中的“软高原”模型,武汉暴雨研究所气象研究文集(二)。

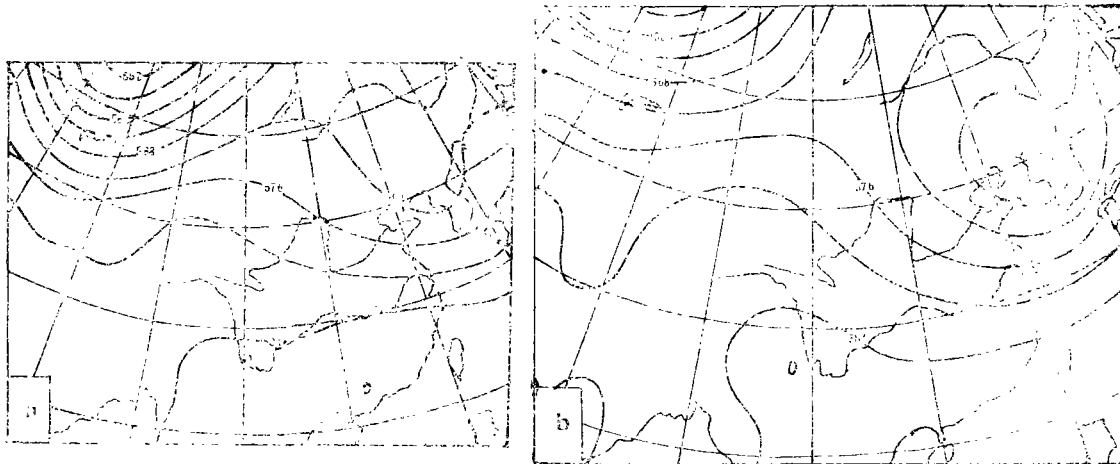


图 7 引入理想地形后 500 hPa 高度预报图
(a 24 小时, b 48 小时)

(与图 3b 相比), 48 h 预报中, 脊的加强明显。

以上分析告诉我们, 这种考虑地形动力作用的方法是合理的、可行的。它直接在 P 坐标中实现, 避开了 σ 坐标系中气压梯度力计算精度问题。由于对陡峭、高大的地形, 绕流作用是主要的, 故这种方法在多层模式中陡峭地形处理是可借鉴的。

七、结 论

1. 用一种新的展开方法, 实现了正压原始方程有限区域谱模式 24 小时、48 小时预报, 证明了方案的可行性。

2. 将预报结果与同格距及格距缩短一半的差分法相比, 表明谱模式预报效果较差分法为优。

3. 谱模式对边界反应敏感。因此, 加强边界附近的扩散(如 Davies 方法), 以改善函数在边界附近的光滑性, 对有限区域谱模式是一种有效的, 甚至是必要的措施。

4. 前面提出的谱模式中陡峭地形处理方法其计算结果是合理的。尽管这种方法还存在一些问题, 但对陡峭、高大的地形, 绕流作用是主要的, 因此这种方法值得进一步试验和研究。

致谢: 在本文进行的过程中, 曾多次与国家气象中心廖洞贤先生讨论, 特别感谢他将待发表的手稿给我们做参考, 北京大学卢咸池老师曾为本文提供基本的 FFT 程序, 在资料方面, 曾得到国家气象中心数值室王诗文、万丰等的热情帮助, 在此表示衷心感谢。

附 录

下面给出(28)–(33)式中各右端项的表达式

$$A_{mn}^* = 2\Delta t \left[-9.8 \left(\frac{2\pi m i}{L_x} \right) Z_{mn}^* + N_{u mn}^* \right] \quad (A.1)$$

B_{mn}^* 有同 A_{mn}^* 类似表达式

$$\tilde{u}_{mn} = a_{mn} [\hat{u}(x_M, y_N) + \hat{u}(x_M, 0) + \hat{u}(0, y_N)]$$

$$\begin{aligned}
& +\hat{u}(0,0)-2\Delta t(N_u^r(x_M,y_N)-N_u^r(x_M,0)-N_u^r(0,y_N) \\
& +N_u^r(0,0))+b_{mn}[-\hat{u}_n(x_M)+\hat{u}_n(0)+2\Delta t(N_{un}^r(x_M) \\
& -N_{un}^r(0))+c_{mn}[Z^r(x_M,y_N)-Z^r(x_M,0) \\
& -Z^r(0,y_N)+Z^r(0,0))+d_{mn}(Z_n^r(x_M)-Z_n^r(0))]
\end{aligned} \quad (A.2)$$

上式中 $(\wedge) = (\)^{r+1} - (\)^{r-1}$, 对各系数有

当

$$\begin{cases} m \neq 0, n \neq 0, a_{mn} = \frac{1}{4\pi^2 mn}, b_{mn} = \frac{-1}{2\pi ni}, c_{mn} = d_{mn} = 0 \\ m = 0, n = 0, a_{mn} = \frac{1}{4}, b_{mn} = \frac{1}{2}, c_{mn} = \frac{9.8\Delta t}{L_x}, d_{mn} = \frac{19.6\Delta t}{L_x} \\ m = 0, n \neq 0, a_{mn} = \frac{1}{4\pi ni}, b_{mn} = -\frac{1}{2}, c_{mn} = \frac{9.8\Delta t}{\pi ni L_x}, d_{mn} = \frac{19.6\Delta t}{L_x} \\ m \neq 0, n = 0, a_{mn} = \frac{1}{4\pi mi}, b_{mn} = \frac{1}{2\pi mi}, c_{mn} = d_{mn} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_{mn}^* = e_{mn} \{ & \hat{u}_m(y_N) + \hat{u}_m(0) - 2\Delta t \left[-\frac{19.6\pi mi}{L_x} (Z_m^r(y_N) \right. \\
& \left. - Z_m^r(0) + N_{um}^r(y_N) - N_{um}^r(0)) \right] \}
\end{aligned} \quad (A.3)$$

其中当

$$\begin{cases} n \neq 0, e_{mn} = \frac{1}{2\pi ni} \\ n = 0, e_{mn} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\tilde{v}_{mn}, v_{mn}^*$ 表达式和 $\tilde{u}_{mn}, u_{mn}^*$ 类似, 略去。

$$\begin{aligned}
\tilde{Z}_{mn} = f_{mn} \{ & \hat{Z}(x_M, y_N) + \hat{Z}(x_M, 0) + \hat{Z}(0, y_N) + \hat{Z}(0, 0) \\
& - 2\Delta t [-Z_0 m_0^2 (D^r(x_M, y_N) - D^r(x_M, 0) - D^r(0, y_N) + D^r(0, 0)) \\
& + N_z^r(x_M, y_N) - N_z^r(y_M, 0) - N_z^r(0, y_N) + N_z^r(0, 0)] \} \\
& + g_{mn} \{ \hat{Z}_n(x_M) + \hat{Z}_n(0) - 2\Delta t [-Z_0 m_0^2 (D_n^r(x_M) \\
& - D_n^r(0)) + N_{zn}^r(x_M) - N_{zn}^r(0)] \}
\end{aligned} \quad (A.4)$$

其中当

$$\begin{cases} m \neq 0, n \neq 0, f_{mn} = \frac{1}{4\pi^2 mn}, g_{mn} = \frac{1}{2\pi mi} \\ m = 0, n = 0, f_{mn} = -\frac{1}{4}, g_{mn} = -\frac{1}{2} \\ m = 0, n \neq 0, f_{mn} = \frac{1}{4\pi ni}, g_{mn} = -\frac{1}{2} \\ m \neq 0, n = 0, f_{mn} = \frac{1}{4\pi mi}, g_{mn} = -\frac{1}{2\pi mi} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
Z_{mn}^* = h_{mn} \{ & \hat{Z}_m(y_N) + \hat{Z}_m(0) - 2\Delta t [-Z_0 m_0^2 (D_m^r(y_N) - D_m^r(0)) \\
& + N_{zm}^r(y_N) - N_{zm}^r(0)] \}
\end{aligned} \quad (A.5)$$

其中当

$$\begin{cases} n \neq 0, h_{mn} = \frac{1}{2\pi ni} \\ n = 0, h_{mn} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$C_{mn}^r = 2\Delta t (-Z_0 m_0^2 D_{mn}^r + N_{zm}^r) \quad (A.6)$$

对于半隐式格式, 有

$$G_{mn} = \left[\left(\frac{2\pi m}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{L_y} \right)^2 + a^2 \right] \cdot Z_m^{r-1} + \frac{1}{4.9\Delta t} D_m^{r-1} \\ + \frac{2\pi m i}{4.9 L_x} N_{um}^r + \frac{2\pi n i}{4.9 L_y} N_{vn}^r - 2a^2 \Delta t N_{zm}^r \quad (A.7)$$

$$\tilde{G}_{mn} = -\frac{1}{4\pi^2 mn} \{ a^2 [\hat{Z}(x_M, y_N) - \hat{Z}(x_M, 0) - \hat{Z}(0, y_N) + \hat{Z}(0, 0)] \\ + \frac{1}{4.9\Delta t} [D_m^{r-1}(x_M, y_N) - D_m^{r-1}(y_M, 0) - D_m^{r-1}(0, y_N) + D_m^{r-1}(0, 0)] \\ - 2a^2 \Delta t [N_z^r(x_M, y_N) - N_z^r(x_M, 0) - N_z^r(0, y_M) + N_z^r(0, 0)] \} \\ - \frac{1}{2\pi n i} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi n}{L_y} \right)^2 (\bar{Z}_n(x_M) - \bar{Z}_n(0)) + \frac{1}{4.9} \frac{2\pi n i}{L_y} (N_{vn}^r(x_M) \right. \\ \left. - N_{vn}^r(0)) + a^2 (\hat{Z}_n(x_M) - \hat{Z}_n(0)) \right] + \frac{1}{4.9\Delta t} (D_n^{r-1}(x_M) - D_n^{r-1}(0)) \\ - 2a^2 \Delta t (N_{zn}^r(x_M) - N_{zn}^r(0)) \quad (A.8)$$

$$G_{mn}^* = \left(-\frac{1}{2\pi n i} \right) \left\{ \left[\left(\frac{2\pi m}{L_x} \right)^2 - a^2 \right] (Z_m^{r-1}(y_N) - Z_m^{r-1}(0)) \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{2\pi m}{L_x} \right)^2 + a^2 \right] (Z_m^{r+1}(y_N) - Z_m^{r+1}(0)) \right. \\ \left. + \frac{1}{4.9\Delta t} [D_m^{r-1}(y_N) - D_m^{r-1}(0)] - 2a^2 \Delta t [N_{zm}^r(y_N) - N_{zm}^r(0)] \right\} \\ - \frac{m}{4.9 L_x} [N_{um}^r(y_N) - N_{um}^r(0)] \quad (A.9)$$

当 m 或 n 等于零时 $\tilde{G}_{mn}$ 和 G_{mn}^* 的表达式与此类似, 略去。

参 考 文 献

- [1] Liao Dongxian, A regional spectral nested shallow water equation model, *Advances in Atmos. Sci.*, **6**, 393-402, 1989.
- [2] 纪立人, 江淮切变线形成过程的数值分析, *气象学报*, **35**, 18-33, 1965.
- [3] Bennett, A. F., and D. B. Haidvogel, Low resolution numerical simulation of decaying two-dimensional turbulence, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 738-748, 1983.
- [4] Tanaaka, H., Time integration of shallow water equations in the gravity wave regime, *J. meteor. Soc. Japan*, **62**, 199-214, 1984.
- [5] Daley, R., and P. Merilees, A spectral model of bubble convection, *J. Atmos. Sci.*, **102**, 405-418, 1971.
- [6] Doron, E., A. Hollingsworth, B. J. Hoskins and A. J. Simmons, A comparison of grid-point and spectral methods in a meteorological problem, *Quart. J. Roy. Meteor. soc.*, **100**, 371-383, 1974.
- [7] Hoskins, B. J., and A. J. Simmons, A multi-layer spectral model and semi-implicit methods, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **101**, 637-655, 1975.
- [8] Daley, R., C. Girard, J. Henderson and I. Simmons, Short term forecasting with a multilevel spectral primitive equation model, *Atmosphere*, **14**, 98-134, 1976.
- [9] Gottlieb, D., and S. A. Orszag, Numerical analysis of spectral methods: theory and applications, society for industrial and applied mathematics, 172 PP, 1977.
- [10] Tatsumi, A spectral limited-area model with time-dependent lateral boundary conditions and its application to a multi-level primitive equation model, *J. Meteor. Soc. Japan*, **64**, 637-663, 1986.
- [11] Tatsumi, A spectral limited-area model with time-dependent lateral boundary conditions, *Special Volume of the Journal of the Meteorological Society of Japan*, 1987.
- [12] Davies, H. C., A lateral boundary formulation for multilevel prediction models, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **102**, 405-418, 1976.
- [13] Merilees, P. E., and A. A. Orszag, The pseudo-spectral method: GARP publication series, **11**, 17, 276, 1979.
- [14] Machenhauer, B., The spectral methods, GARP publication series, **11**, 17, 124-275, 1979.

- [15] Egger, J., Incorporation of steep mountains into numerical forecasting models, *Tellus*, 24, 324-335, 1972.

FORECASTING EXPERIMENTS WITH A BAROTROPIC PRIMITIVE EQUATION LIMITED-AREA SPECTRAL MODEL

Han Weiqing

(*Satellite Meteorological Centre, SMA*)

Ji Liren

(*Institute of Atmospheric physics, Academia Sinica, Beijing*)

Abstract

Four aspects are covered in this paper:

(1) A one-way nested limited-area shallow water equation spectral model and its numerics are described. The model is characterized by the adoption of modified double Fourier series which is composed of two parts: orthogonal double Fourier series and nonorthogonal linear functions. And exponential form expansion functions are used for all prognostic variables.

(2) Comparative 24 h, 48 h forecasts of a real case are conducted for the spectral method, finite difference method and pseudo-spectral method. Also compared is the forecast of the spectral model with that of a finer version of finite difference model where half of the grid size is used. The results show the superiority of the spectral model.

(3) The sensitivity of the results to different formulation of lateral boundary conditions has been tested. It is shown that a suitable boundary condition or effective treatment seems particularly important for limited-area spectral models.

(4) A scheme to deal with steep mountain in spectral models is proposed and tested.