第49卷 第3期 气 象 学 报 Vol. 49, No. 3
1991年8月 ACTA METEOROLOGICA SINICA Aug., 1991

数值模式中气压梯度力的算法试验*

钱永甫 王云峰**

(南京大学大气科学系)

提 要

本文在差微差一致性二阶精度的坐标变换公式的基础上，推导出了气压梯度力计算的新公式。同时，根据静力扣除法原理，提出了初值静力扣除法，用以计算有地形数值模式中的气压梯度力。将这两种新的方法与二阶计算精度的回插法和局地等温法(Corby格式)相比后发现：新方法(文中称为经典修正法)与回插法精度相近，但可节省计算时间，比局地等温法精度高。静力扣除法则效果较差，但其原因可能在于地转风垂直插值方法有误差。本文的试验模式是上海台风研究所的业务数值预报模式，文中对模式及若干技术处理也作了简要介绍。

一、引 言

数值预报模式中合适地处理地形的问题，历来为人们所重视。自从Phillips在1957年提出处理地形的σ坐标系以后[1]，虽然解决了模式下边界的计算困难，但却带来了新的问题，即σ坐标系使动量方程中最重要的气压梯度力项变成了两大项的小差，容易产生计算误差，尤其是在地形陡坡附近，从而严重损害了数值模式的预报结果。

为了解决σ坐标系中气压梯度力项的计算精度问题，许多学者进行了细致而有成效的研究。目前有地形数值模式中计算气压梯度力的方法主要有三种，即回插等压面计算法、静力扣除法和特殊差分格式(如Corby格式[2])法。回插法一般可以保证计算精度，其缺点是计算费时而且当回插时需要外插的话，计算精度不能保证[3,4]。静力扣除法和Corby格式在推导过程中，都需要假设一个无气压梯度力的基本大气，即此大气中的温度和位势高度只是气压的函数，所以实际上包含了局地等温的假定。不过，静力扣除法依据的计算公式是经典变换公式，而Corby格式则是从中央差格式出发求得。所以，Corby格式具有二阶计算精度，而静力扣除法虽缩小了气压梯度力项中两项的量级，但对精度的提高不明显。

钱永甫提出了坐标变换中的差分变换方法[5]，从而推导出差微差一致性的坐标变换公式。本文中，我们以此变换公式为基础，提出了计算气压梯度力的新公式，称为经典修正法。同时，为了克服静力扣除法所采用的理想大气的局限性，我们提出了用初值大气作静力扣除的所谓初值静力扣除法。利用实例预报试验，检验了若干气压梯度力计算方法的精度，进行了相互的比较。为了检验地形处理方法的成功与否，文中还给出了无地形模式的计算结果。

* 本文于1989年11月4日收到，1990年3月22日收到修改稿。

** 现在地址：南京空军气象学院。

由于上海台风研究所的数值预报模式已进行了多年的业务预报，模式比较成熟和稳定，但一直未加入地形[6]，因此，我们采用该模式对我们的算法进行试验，由此可以得到更为客观和可信的评价。

二、气压梯度力的计算方法

设 A 为任意物理量，ξ 和 η 是两个独立的垂直坐标系，s 是 ξ 和 η 坐标系中的水平坐标度量。那么，在 ξ 和 η 坐标系中的水平导数项 $\frac{\partial A}{\partial S}$ 有如下的关系[5]：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\operatorname{Lim}_{\Delta S\to 0}\frac{1}{2\Delta S}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_1(\xi-\xi_0)_1-\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{-1}(\xi-\xi_0)_{-1}\right] \tag{1}$$

式中下标“1”、“−1”和“0”在假设 s 即为 x 时，分别表示求导点右边、左边格点和求导点本身的量，因此带下标“0”的量只作为参数出现，不参加导数运算。

将(1) 式取极限后，容易得到：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\frac{\partial}{\partial S}\left[(\xi-\xi_0)\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)\right]_\eta \tag{2}$$

若将(1) 式另行变换，如设：

$$\overline{\xi}^s=\frac{1}{2}(\xi_1+\xi_{-1}),\quad \overline{\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)}^s=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_1+\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{-1}\right] \tag{3a, b}$$

则(1) 式可变换为如下形式：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-(\overline{\xi}-\xi_0)\frac{\partial}{\partial S}{}_\eta\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)-\overline{\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)}^s\left(\frac{\partial \xi}{\partial S}\right)_\eta \tag{4}$$

经典坐标变换公式可由(2) 式直接得到，此时只需假设 $\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)$ 在求导点附近为常数即可，于是从(2)式得出：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)\left(\frac{\partial \xi}{\partial S}\right)_\eta \tag{5}$$

式中 $\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)$ 的值若用 $\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)$。代替，则为经典的变换公式，但若用 $\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_1+\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{-1}\right]$，即求导点左右格点上的平均值代替，则与经典公式有所差别，但我们仍将其称为经典变换公式，此时

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\overline{\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)}^s\left(\frac{\partial \xi}{\partial S}\right)_\eta \tag{5′}$$

Corby 格式也容易从(1)式得出，将 Δs 移入(1)式中括号内，且改变第二项符号，(1)式变为

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\operatorname{Lim}_{\Delta S\to 0}\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_1\left(\frac{\xi_1-\xi_0}{\Delta S}\right)+\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{-1}\left(\frac{\xi_0-\xi_{-1}}{\Delta S}\right)\right] \tag{1′}$$

取 $\Delta s\to 0$ 的极限，我们得：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_1\left(\frac{\partial \xi}{\partial S}\right)_{\frac{1}{2}}+\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{-1}\left(\frac{\partial \xi}{\partial S}\right)_{-\frac{1}{2}}\right]$$

式中下标“$\frac{1}{2}$”和“$-\frac{1}{2}$”分别表示求导点右侧和左侧 $\frac{1}{2}$ 格点处的值。由于 $\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_1$ 和

$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{-1}$是在求导点右边和左边整数格点上的垂直方向平均值，因此只有当假设它们可分别用相应的半整数格点上的平均值来代表时，变换公式才可写作：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\xi=\left(\frac{\partial A}{\partial S}\right)_\eta-\overline{\left[\overline{\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)}^{S}_{h}\left(\frac{\partial \xi}{\partial S}\right)\right]}^{S}_{h} \tag{6}$$

式中“$\overline{(\quad)}^{S}_{h}$”号的意义与(3$a$,$b$)不同，即

$$\overline{(\quad)}^{S}_{hi}=\frac{1}{2}\left[(\quad)_{i+\frac{1}{2}}+(\quad)_{i-\frac{1}{2}}\right] \tag{7}$$

其中 i 为整数或半整数。

将(4)式与(5′)式相比较，我们可以得到这样的印象，即(4)式只比(5′)式多了一项修正项，因此，我们将(4)式称为经典修正变换公式。但这两者有着明显的不同。从以上推导，我们也容易看出，经典公式由于忽略了$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)$项在$-1$和 1 点之间的变化，其计算精度受到严重影响，而(6)只忽略了$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)$项在$(-1,\ 0)$或$(0,1)$之间的变化，计算精度会比经典公式高。

下面我们用位势 ϕ 代替变量 A，用气压 p 或$\ln p$ 代替 ξ，而用 σ 代替 η，s 仍为水平坐标，可代表 x 或 y。于是，我们可以得到气压梯度力计算的一系列公式。

由(6)式，我们可以得到：

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_{\ln p}=\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_\sigma+\overline{\left[R\overline{T}^{S}_{h}\frac{\partial \ln p}{\partial S}\right]}^{S}_{h} \tag{8}$$

式中已用了静力方程，请注意此处$\overline{(\quad)}^{S}_{h}$由(7)式定义。由于当 p 固定时，$\ln p$ 也是常数，故有

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_{\ln p}=\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_p \tag{9}$$

因此，在后面公式中我们将$\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_{\ln p}$直接用$\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_p$来取代。容易看出，(8)式即为 Corby 格式，我们也称之为局地等温假定格式。

由(2)式，我们易得

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_\sigma+\frac{\partial}{\partial S}\left[R\overline{T}\ln\frac{p}{p_0}\right] \tag{10}$$

式中$\overline{T}$是$\ln p$和$\ln p_0$之间的平均温度，故

$$\overline{T}=T+\gamma\ln\frac{\overline{p}}{p} \tag{11}$$

其中 $\overline{p}$ 是 p 和 p_0 间的平均气压，由 $\overline{p}=\sqrt{pp_0}$ 决定，代入(11)式后再代回(10)式，我们有：

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial \phi}{\partial S}\right)_\sigma-\frac{\partial}{\partial S}\left[R\left(T+\frac{\gamma}{2}\ln\frac{p_0}{p}\right)\ln\frac{p_0}{p}\right] \tag{12}$$

式中 $\gamma=\frac{\partial T}{\partial \ln p}$，是温度的垂直递减率。我们将(12)式称为回插计算公式。

由(4)式，当我们分别用 p 和 $\ln p$ 代替 ξ 时，

有：

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial\phi}{\partial S}\right)_\sigma+R\left[\overline{\left(\frac{T}{p}\right)}^{s}\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\sigma\right]+R(\bar{p}^s-p_0)\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{T}{p}\right)_\sigma \tag{13}$$

和：

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial\phi}{\partial S}\right)_\sigma+R\bar{T}^s\left(\frac{\partial\ln p}{\partial S}\right)_\sigma+R\left(\overline{\ln p}^{s}-\ln p_0\right)\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_\sigma \tag{14}$$

式中 $\overline{(\quad)}^{s}$ 由(3)式定义。我们将(13)和(14)式分别称为经典修正法 1 和 2 。

三、初值静力扣除法

一般的静力扣除法，是采用理想的温压场分布进行扣除的。但是，在实际大气中，温压场分布十分复杂，与理想情况相差甚远，因此一般的静力扣除法对气压梯度力计算精度的提高不是十分明显。

这里，我们提出用数值预报初始场作为基本场进行静力扣除的方法，称为初值静力扣除法，基本思想如下：

设实际大气的变化是在初始场上演变的结果，那么对于任意时刻的重力位势 ϕ 和温度 T，我们总可以写成：

$$\phi(x,y,p;t)=\phi_0(x,y,p)+\phi'(x,y,p;t) \tag{15}$$

$$T(x,y,p;t)=T_0(x,y,p)+T'(x,y,p;t) \tag{16}$$

式中 ϕ_0 和 T_0 是初始场的重力位势和温度。ϕ' 和 T' 是 ϕ 和 T 对 ϕ_0 和 T_0 的偏差，t 是预报时间。可见，在初始时刻，$\phi'\equiv T'\equiv 0$。

对于 p 坐标系，ϕ_0 和 T_0 不随时间变化。对于 σ 坐标系，由于地面气压 p_s 的变化，可以引起坐标面上气压 p 的变化，因此，在 σ 面上的某一格点上，ϕ_0 和 T_0 的值也是在变化的。但是这种变化可由诊断关系求得，即

$$T_0(x,y,p)=T_0(x,y,p_0)+\gamma_0\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) \tag{17}$$

$$\phi_0(x,y,p)=\phi_0(x,y,p_0)-R\left(T_0+\frac{\gamma_0}{2}\ln\frac{p}{p_0}\right)\ln\frac{p}{p_0} \tag{18}$$

式中 p_0 为初始时刻 σ 面上的气压值，$\gamma_0=\dfrac{\partial T_0}{\partial\ln p}$ 是初始场的温度递减率。我们知道，对于实际的大气演变来说，由于 p_s 的变化不会非常剧烈，因此坐标面上的气压 p 与初始时刻的气压 p_0 差别不应当很大，或者说差别甚小。因此 T_0 和 ϕ_0 的变化也很小。此时(17)和(18)式可写成：

$$T_0(x,y,p)=T_0(x,y,p_0)+\gamma_0\left(\frac{p-p_0}{p_0}\right) \tag{17'}$$

$$\phi_0(x,y,p)=\phi_0(x,y,p_0)-R\left[T_0(x,y,p_0)+\frac{\gamma_0}{2}\left(\frac{p-p_0}{p_0}\right)\right]\left(\frac{p-p_0}{p_0}\right) \tag{18'}$$

根据一般的 σ 坐标系的定义，气压 p 可表示为

$$p=\sigma p_s^*+p_T \tag{19}$$

式中 p_T 为 σ 坐标系顶层气压，p_s^* 为 σ 坐标系气压厚度，将(19)式代入(17′)和(18′)式后，

可得：

$$T_0(x,y,p)=T_0(x,y,p_0)+\gamma_0\sigma(p_S^*-p_{S0}^*)/(\sigma p_S^*+p_T) \tag{20}$$

$$\phi_0(x,y,p)=\phi_0(x,y,p_0)-R\left[T_0(x,y,p_0)+\frac{r_0}{2}\frac{\sigma(p_S^*-p_{S0}^*)}{\sigma p_S^*+p_T}\right]\cdot\frac{\sigma(p_S^*-p_{S0}^*)}{\sigma p_S^*+p_T} \tag{21}$$

这样可大为简化计算。

根据预报时刻 σ 面上的 ϕ 和 T 以及用(17)和(18)式或(20)和(21)式算出的 σ 面上的初始 ϕ_0 和 T_0，可以求得 ϕ' 和 T'，此时利用(15)和(16)式即可。

由(15)和(16)式可知，p 坐标系中气压梯度力变为两项，即

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial S}\right)_p+\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_p \tag{22}$$

其中 $\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial S}\right)_p$ 即为 σ 面上初始时刻的地转风相应的气压梯度，由于 σ 面上气压的变化也随时间变化。可利用(17)、(18)式或(20)、(21)式求得变化值。但为简单计，可用垂直插值来求得。至于 $\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_p$，则可用变换公式求得。利用(5′)、(12)和(13)、(14)式，我们有：

$$\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_\sigma+R\overline{T'^s}\left(\frac{\partial\ln p}{\partial S}\right)_\sigma \tag{23}$$

$$\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_p=\frac{\partial}{\partial S}\left(\phi'-R\overline{T'}^s\ln\frac{p_0}{p}\right)_\sigma \tag{24}$$

$$\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_\sigma+R\left(\frac{\overline{T'}}{P}\right)^s\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\sigma+R\,(\bar{p}^s-p_0)\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{T'}{p}\right)_\sigma \tag{25}$$

$$\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_p=\left(\frac{\partial\phi'}{\partial S}\right)_\sigma+R\overline{T'}^s\left(\frac{\partial\ln p}{\partial S}\right)_\sigma+R\overline{(\ln p}^s-\ln p_0)\left(\frac{\partial T'}{\partial S}\right)_\sigma \tag{26}$$

式中 p_0 为求导点气压，平均量符号见相应公式中的定义。

值得指出的是，在气压梯度力的计算方法上，Zheng 和 Liou 也曾提出过与初值静力扣除法基本相同的思路和方法[6]。

四、试验方案和检验方法

我们利用上海台风研究所业务数值预报模式[7]，对前面提出的几种气压梯度力方案进行了实例预报检验。

上海台风研究所的业务数值预报模式在垂直方向分为 5 层，水平坐标采用兰勃脱投影，水平格距为300km。模式中除考虑摩擦作用外，其它物理过程基本上没有包含：没有水汽预报方程，也没有地形。我们在用此模式做试验时，将各个试验方案引入模式，对模式的其它技术处理，如水平差分、平滑处理等均未作改动。用这样一个简单的模式做试验，可以排除其它因素对预报质量的影响，便于比较气压梯度力计算方法的优劣。

我们的试验方案如下：

NC：　无地形试验，气压梯度力用(8)式；

EC：　有地形试验，地形最高为4150m，余同 NC；

DT：　气压梯度力用(12)式，余同EC；

CM(1)：气压梯度力用(13)式，余同EC；

CM(2)：气压梯度力用(14)式，余同EC；

CI：　气压梯度力用(23)式，余同EC；

DI：　气压梯度力用(24)式，余同EC；

CMI(1)：气压梯度力用(25)式，余同EC；

CMI(2)：气压梯度力用(26)式，余同EC。

检验方法有以下几种：

1．变高场的相关系数

$$\mathrm{COR\ 1}=\frac{\sum\{[z_f-z_{oo})-\overline{(z_f-z_{oo})}][z_o-z_{oo})-\overline{(z_o-z_{oo})}]\}}{\sqrt{\sum[(z_f-z_{oo})-\overline{(z_f-z_{oo})}]^2\cdot\sum[(z_o-z_{oo})-\overline{(z_o-z_{oo})}]^2}} \tag{27}$$

2．高度场的相关系数

$$\mathrm{COR\ 2}=\frac{\sum(z_f-\bar{z}_f)(z_o-\bar{z}_o)}{\sqrt{\sum(z_f-\bar{z}_f)^2\cdot\sum(z_o-\bar{z}_o)^2}} \tag{28}$$

3．均方根误差

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum(z_f-z_o)^2} \tag{29}$$

4．误差标准差

$$\mathrm{SIDE}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum[(z_f-\bar{z}_f)-(z_o-\bar{z}_o)]^2} \tag{30}$$

式中下标“f”表示预报场，“o”表示同一时刻的实况场，“oo”表示预报个例的初始场。N为检验总格点数，求和在模式内格点上进行。

众所周知，当模式中引入地形后，地面以下的等压面要素需靠外插求得，而外插往往带来误差，因而不好和客观分析场直接进行比较。为了扣除外插误差，我们采用了误差扣除方法。

设 z_{oo} 为初值等压面高度场，$z_{o\sigma}$ 为 σ 面上由 z_{oo} 插值得到的高度场。利用 $z_{o\sigma}$ 可以反插出 z'_{oo}，即某等压面上反插出的高度场。如果插值完全精确，则同 z_{oo} 应无差别。但是，由于正反两次插值，都可能带来误差，因此 z'_{oo} 与 z_{oo} 不相同。有：

$$\Delta z_{oo}=z'_{oo}-z_{oo} \tag{31}$$

又设 $z_{f\sigma}$ 为 σ 面上的高度场，用 $z_{f\sigma}$ 可以插值得到某一等压面上的高度场 z_{fi}，由于反插误差，此 z_{fi} 与真正的等压面高度场 z_i 应有差别。即

$$\Delta z_i=z_{fi}-z_i \tag{32}$$

令 $\Delta z_{oo}=\Delta z_i$，则可得

$$z_i=z_{fi}+z_{oo}-z'_{oo}=z_{oo}+(z_{fi}-z'_{oo}) \tag{33}$$

式中下标“f”表示预报场。

应当指出，由于预报过程中 Δz_i 时刻在发生变化，令 $\Delta z_i=\Delta z_{oo}$ 仍是一种近似，难以从根本上消除外插误差。有必要研究更好的方法。

五、试验结果的讨论

我们用上海台风研究所模式一共计算了 7 个冬季环流型的数值预报个例，积分时间至48 小时。由于有两个个例的客观分析场与实况相差太大，我们只对其中 5 个个例进行了统计检验。表 1 至表 5 是分别对 NC，EC，CM(1)，CM(2)和 DT 方案的统计结果。表中给出了 24，36 和 72 小时的统计数据。统计是分别对 300，500，700，850 hPa 和地面层进行的。表中MAXE和 MAXN 分别为正负误差的极值，最下面两格中，左边表示正或负误差的范围，右边表示统计区域内落入该误差范围的累计格点数。表的右上角为统计范围，括号中分别标出了 y 方向的格点变化范围和 x 方向的格点变化范围。模式的总格点数是 36×24。x 方向有 36 个格点，y 方向有 24 个格点。由表可见，统计范围不包括靠近边界的三圈格点。表中单位为：高度场用 gpm，地面气压用 hPa。

由表 1 至表 5 我们可见一些共同的特点，即大气高层的高度场相关系数(COR 2)比低层的大，说明高层高度场的预报与实况相似性比低层大。但低层变高场的相似性(COR 1)又比高层大，说明低层形势变化趋势的预报效果比高层要好。

将表 1 和其它表比较可以看出，地形的引入普遍地改善了模式的预报效果，并且随着预报时效的增长，预报效果改善更多。例如，对于5 00 hPa 高度场的预报，DT 方案(表 5)

表 1　NC方案的统计结果

(4:21,4:33)

层次	300hPa			500hPa			700hPa			850hPa			地面		
时效	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h
COR 1	0.675	0.642	0.631	0.612	0.640	0.664	0.498	0.559	0.666	0.573	0.650	0.753	0.756	0.625	0.794
COR 2	0.983	0.968	0.952	0.977	0.963	0.944	0.931	0.911	0.907	0.781	0.746	0.797	0.709	0.651	0.587
SIDE	59.65	83.02	91.84	41.44	53.23	60.70	34.04	41.33	42.99	35.42	40.77	40.48	4.326	5.360	5.504
RMSE	65.52	93.07	100.79	48.55	69.40	65.47	42.17	52.40	49.60	40.32	46.76	45.31	4.627	5.694	5.723
MAXE	140	100	220	60	80	200	80	100	180	80	110	140	9	6	17
MAXN	−270	−370	−450	−190	−270	−270	−160	−220	−190	−190	−230	−210	−24	−28	−25
>10	139	161	189	109	71	164	79	56	83	94	99	76	120	220	165
<−10	332	312	306	335	345	293	374	375	367	318	311	285	233	223	236

表 2　EC方案的统计结果

(4:21,4:33)

层次	300hPa			500hPa			700hPa			850hPa			地面		
时效	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h
COR 1	0.695	0.702	0.697	0.687	0.740	0.735	0.677	0.750	0.773	0.778	0.817	0.828	0.849	0.711	0.862
COR 2	0.984	0.971	0.959	0.979	0.968	0.951	0.947	0.934	0.926	0.850	0.822	0.830	0.826	0.593	0.708
SIDE	54.55	73.53	83.03	35.74	43.83	51.85	28.18	32.11	36.08	27.19	31.04	34.49	3.461	5.842	4.873
RMSE	59.77	82.30	87.17	44.25	56.81	56.93	37.18	44.64	42.54	35.34	39.99	40.54	5.223	7.139	6.095
MAXE	140	110	240	70	80	210	90	90	170	70	90	120	5	12	8
MAXN	−260	−340	−340	−140	−190	−190	−110	−160	−150	−140	−170	−160	−18	−32	−25
>10	151	171	191	91	62	149	71	41	86	63	63	79	41	88	94
<−10	329	315	299	383	386	331	381	429	364	399	395	356	447	402	395

表 3 CM(1)的统计结果

(4:21,4:33)

层次	300hPa			500hPa			700hPa			850hPa			地面		
时效	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h
COR 1	0.687	0.691	0.683	0.673	0.721	0.717	0.669	0.742	0.774	0.782	0.821	0.834	0.852	0.726	0.862
COR 2	0.983	0.969	0.956	0.978	0.965	0.947	0.946	0.931	0.926	0.851	0.823	0.841	0.833	0.620	0.707
SIDE	55.41	74.83	85.11	36.75	45.51	53.79	28.52	32.53	35.74	27.00	30.74	33.94	3.404	5.642	4.854
RMSE	60.88	83.76	89.26	45.46	58.40	58.81	37.75	44.98	42.19	35.65	39.83	39.85	5.247	6.989	6.061
MAXE	150	120	240	70	90	220	90	100	170	70	100	130	5	12	7
MAXN	−270	−360	−350	−150	−200	−190	−120	−160	−140	−150	−170	−150	−18	−30	−25
>10	145	167	189	89	70	152	73	49	91	58	62	78	31	80	93
<−10	338	318	309	389	394	333	400	428	372	416	408	362	454	408	394

表 4 CM(2)的统计结果

(4:21,4:33)

层次	300hPa			500hPa			700hPa			850hPa			地面		
时效	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h
COR 1	0.696	0.701	0.696	0.687	0.730	0.735	0.673	0.715	0.787	0.773	0.810	0.821	0.846	0.705	0.858
COR 2	0.981	0.971	0.959	0.970	0.968	0.952	0.917	0.933	0.925	0.818	0.817	0.832	0.822	0.580	0.701
SIDE	54.43	73.66	83.11	35.70	43.83	51.81	28.32	32.40	36.52	27.10	31.52	35.10	3.492	5.062	4.925
RMSE	59.64	82.46	87.40	44.18	56.87	57.03	37.27	44.97	43.16	35.53	40.46	41.26	5.238	7.163	6.152
MAXE	140	110	210	70	80	210	90	90	170	70	90	120	5	12	8
MAXN	−260	−310	−310	−150	−190	−200	−120	−160	−150	−150	−170	−160	−18	−31	−25
>10	152	167	192	96	61	146	68	43	83	61	60	76	40	87	89
<−10	376	311	299	375	392	331	386	434	361	395	404	359	440	308	391

表 5 DT方案的统计结果

(4:21,4:33)

层次	300hPa			500hPa			700hPa			850hPa			地面		
时效	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h	24 h	36 h	48 h
COR 1	0.712	0.705	0.699	0.704	0.704	0.739	0.674	0.741	0.758	0.766	0.811	0.813	0.852	0.744	0.859
COR 2	0.984	0.971	0.958	0.979	0.967	0.949	0.947	0.930	0.920	0.845	0.817	0.825	0.831	0.661	0.726
SIDE	53.50	73.48	83.40	35.17	44.05	51.93	28.25	32.61	37.08	27.92	31.58	35.77	3.396	5.477	4.972
RMSE	59.42	83.00	88.12	64.61	57.99	57.71	38.11	46.12	44.32	36.72	41.23	42.22	5.268	6.882	6.157
MAXE	130	120	260	70	90	230	90	100	180	70	100	130	5	13	9
MAXN	−250	−330	−350	−170	−200	−210	−130	−170	−150	−150	−180	−160	−18	−28	−25
>10	141	152	184	77	59	135	56	41	73	44	32	74	28	66	88
<−10	338	320	310	390	403	347	411	459	392	418	411	384	466	401	396

比NC方案(表 1)的相关系数,分别要高出 7—10%。(COR 1)和 0.2—0.5% (COR 2)。说明对于形势变化的预报,有地形模式比无地形模式好。但是,有地形模式负误差增大,这一点从<−10一栏中的格点数即可看出。究其原因,可能是地形面以下 高 度场或气压场的插值有系统性偏低的现象存在,影响了统计的效果。因此,确实需要研究地形面以下

气象场的插值问题，或者研究低层大气的预报检验方法。

将表 2 与表 3 —表 5 相比较可以看出，在有地形的模式中，EC，CM(1)，CM(2)和DT方案的预报效果是相近的。其原因在于这些方案都出自于差微差二阶精度的坐标变换公式。详细比较后发现，DT方案略好于CM(1)和 CM(2)，而 EC 方案略差一些。但从计算时间来看，DT方案所化费的时间要比其它方案多许多。

图 1 和图 2 是EC，CM(2)和 DT 的均方根误差和相关系数的比较。从图可以直观地看出，无论 24，36 或 48 小时的 RMSE，都是 DT(点划线)最小，CM(2)次之，EC 最大。而 24 和 48 小时的相关系数是 DT 最大，CM(2)次之，EC 则最小。

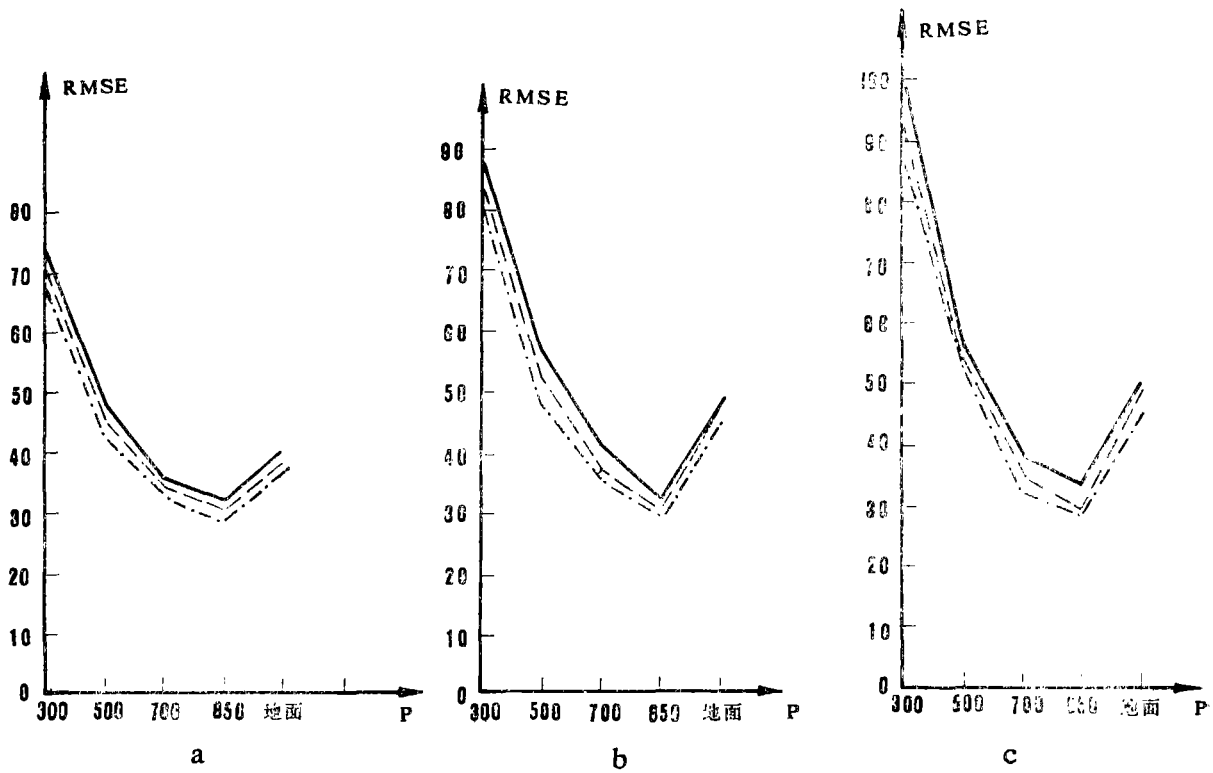


图 1　EC (实线)、CM(2)(虚线)和 DT(点划线)方案 24 h(a)，36 h (b) 和 48 h(c)的均方根误差(单位：gpm或 0.1 hPa)

试验结果表明，初值静力扣除法的四种方案未能达到预想的目的。也就是说，在有地形的模式中采用初值静力扣除法未能改善预报效果。表 6 和表 7 是各种试验方案对 5 00 hPa 槽线的平均预报偏差和地面冷高压活动的预报偏差。表中槽线的预报误差用偏东的经度数和偏北的纬度数表示，负号则表示偏西和偏南。冷高压的位置误差也如此表示，强度误差用 hPa 表示。

由表 6 和表 7 不难看出，对于5 00 hPa 槽线移动的预报来说，初值静力扣除法的效果与无地形时差不多，而对于地面冷高压的预报来说，初值静力扣除法均比无地形时好，但它们的效果都不及其它几种有地形的方案。 4 种初值静力扣除法方案彼此之间的效果相

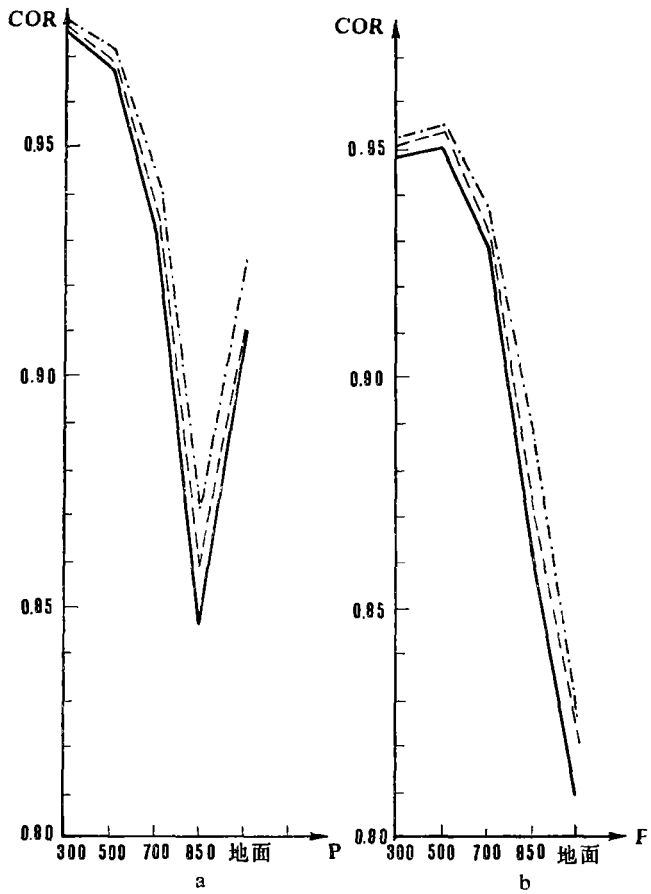


图 2 EC,CM(2)和DT方案 24 h(a)和 48 h(b) 的相关系数
(说明同图 1)

表 6 500hPa槽线的预报偏差

方案 / 时效		NC	EC	DT	CM(1)	CM(2)	CI	DI	CMI(1)	CMI(2)
24 h	东	−5	−1	−1	−2	−1	−5	−5	−6	−5
	北	0	0	0	−1	0	−1	0	−1	−1
36 h	东	−6	−2	−1	−2	−1	−6	−6	−7	−6
	北	−2	−1	−1	−2	−1	−3	−3	−2	−1
48 h	东	−7	−4	−4	−4	−3	−7	−7	−8	−7
	北	−1	−2	−1	−2	−2	−3	−4	−2	−1

表 7 地面冷高压分析

	强度偏差(hPa)			位置偏差(经距)					
时效	24 h	36 h	48 h	24 h		36 h		48 h	
方案				东	北	东	北	东	北
NC	−8	−3	7	−10	7	−9	7	−16	10
EC	0	−1	−2	−4	2	−2	3	−2	2
DT	1	1	−1	−4	2	−1	2	−1	2
CM(1)	0	−1	−2	−4	3	−1	1	−2	−3
CM(2)	0	−1	−1	−3	2	−1	1	−1	2
CI	−4	−5	−2	−5	3	−5	4	−7	−4
DI	−4	−4	−2	−5	3	−5	4	−6	−4
CMI(1)	−5	−5	−3	−5	1	−5	0	−7	−3
CMI(2)	−4	−5	−2	−5	2	−5	1	−6	−3

差不大,说明它们的计算精度也是相当的。

为什么初值静力扣除法达不到预想的结果呢?我们发现其原因可能是地转风场(气压梯度力)垂直插值不准带来的问题。我们进行了两种插值方法的比较。第一种方法

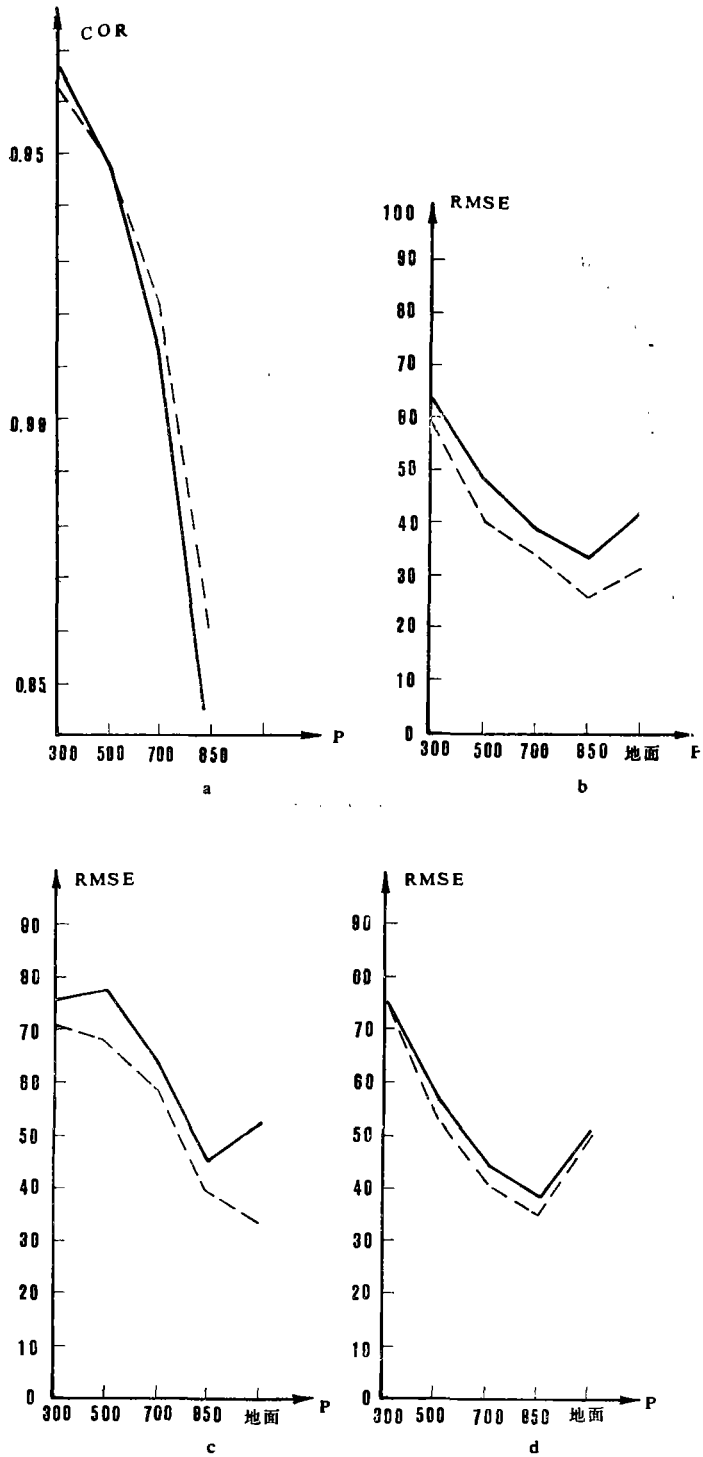


图 3　初值静力扣除法在不同的地转风插值情况下的误差检验

（1988 年 3 月 8 日 08 时为预报初始场）

是先求出初始时刻各坐标面(σ 面)上的地转风,此时,即求得了各 σ 面所对应的各气压上的地转风,并假设各层之间的地转风随 $\ln P$ 成线性分布,以后只要知道 σ 面上的气压值,即可求得相应的初始地转风。第二种方法是先求出等压面上的初始地转风,然后根据 σ 面的气压值,用拉格朗日二次插值方法插出相应的初始地转风。这两种方法所对应的预报效果是不同的,见图 3 。图中 a 是 36 小时预报场的相关系数,b ,c 和 d 是 24 ,36 和 48 小时的均方根误差,单位为 gpm 或 0.1 hPa。图中虚线表示地转风按 $\ln P$ 线性插值,实线表示用拉格朗日插值。从图中可以看到,前者要比后者效果好。看来,初值静力扣除法如何进一步完善的问题,还值得继续研究。

六、总 结

通过预报试验结果的分析和讨论,我们发现,地形的动力作用在有限区域预报模式中是非常重要的。正确引入地形后,500 hPa高空槽的移速和地面冷高压活动的预报效果有明显的改进。

在各种气压梯度力的计算方案中,出自同一个差微差一致性变换公式的几种方案的计算精度基本相当,都能满足有地形模式的预报要求。其中回插到等压面计算的方法(DT)效果最好,但比较费时。经典修正法[CM(1)和 CM(2)]的效果也很好,且节省计算时间。局地等温假定法(即 Corby 格式)也具有较好的效果。

至于初值静力扣除法,从原理上讲应该有较好的效果,但实际试验结果却并不理想,5 00 hPa高空槽的预报效果与无地形时差不多,地面冷高压的预报优于无地形时。其原因可能是初始地转风的插值有误差。尽管如此,初值静力扣除法还值得进一步尝试。我们将继续进行这方面的试验。

参 考 文 献

[1] Phillips, N. A., Coordinate system having some special advantages for numerical forecasting, *J. Meteor.*, **14**, 184-185, 1957.

[2] Corby, G. A., et al., A general circulation model of the atmosphere suitable for long period integrations, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **98**, 809-832, 1972.

[3] 颜宏、钱永甫,有地形数值模式中坐标变换和气压梯度力计算问题的讨论,大气科学,**5**,175-187,1981。

[4] 钱永甫,数值模式中温压场垂直插值和初值处理若干方法的讨论,高原气象。**2**,3,10-20,1983。

[5] 钱永甫等,行星大气中地形效应的数值研究,第二章,科学出版社,1988 年。

[6] Zheng and Liou, Dynamic and thermodynamic influences of the Tibetan Plateau on the atmosphere in a general circulation model, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 1340-1354, 1986.

[7] 郭永润、朱永禔、季明珠,五层原始方程模式的一个业务预报方案及试算结果,数值天气预报文集50-64,气象出版社,1984。

EXPERIMENTS OF COMPUTATIONAL METHODS OF PRESSURE GRADIENT FORCE IN NUMERICAL MODELS WITH TOPOGRAPHY

Qian Yongfu　　Wang Yunfeng

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)

Abstract

New computational schemes of pressure gradient force are developed in this paper based on the coordinate transformation formula with difference-differential-difference consistence. In the mean time the so-called static subtraction method is suggested by using the initial field as the basic one. Several schemes are checked by some forecast experiments with real data. The results show that the new computational scheme is successful, but the initial static subtraction method is not as good as expected. The cause may be the errors in the vertical interpolations of the geostrophic wind.