第49卷 第1期 气 象 学 报 Vol. 49, No. 1
1991年2月 ACTA METEOROLOGICA SINICA Feb., 1991

组合法确定近地面层湍流通量和通用函数*

胡隐樵 奇跃进

(中国科学院兰州高原大气物理研究所)

提 要

本文发展了确定近地面层湍流通量的组合法，得到了它们的一般表达式。并用这种方法确定近地面层MO相似性函数。利用ITCE的观测资料作为实例计算，结果表明这种方法是可行的。

一、引 言

近地面层湍流通量同平均廓线关系的研究最终归结为Monin-Obukhov(以后简记为MO)相似性通用函数的研究[1,2]。为了确定MO通用函数形式，人们作了大量的野外观测研究[3-7]。特别要指出的是美国空军剑桥实验室(AFCRL)在Kansas所进行的观测[6]是相当成功的。为建立湍流通量同廓线的关系并确定MO通用函数，一般都是在进行风、温、湿的梯度观测的同时直接观测动量、感热和潜热等湍流通量。用曳力板可以直接观测动量通量，用Lysimeter可以直接得到潜热通量[7]。但是这种方法的误差较大。涡旋相关法可以直接观测动量，感热和潜热通量[3,4,6]，这种方法精度是相当高的。但是这种方法价格昂贵，操作复杂，而且由于超声脉动仪等感应头及其支架对气流的扰动将引起严重观测误差[8-10]。

本文发展了Thom[11,12]首先提出的组合法，利用它确定感热、潜热和动量并进一步确定MO通用函数。这一方法的优点是价格低廉，并减小了感应头及其支架对气流扰动所造成的湍流通量观测误差。实际观测资料的计算表明，这种方法也能达到足够的精度。

二、基 本 原 理

根据MO相似性理论[1,2]在粗糙表面上近地面层有关系式

$$\frac{\partial u}{\partial Z}=\frac{u_*}{k_M(Z-d)}\Phi_M\left(\frac{Z}{L}\right) \qquad Z>h \tag{1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z}=\frac{\theta_*}{k_H(Z-d)}\Phi_H\left(\frac{Z}{L}\right) \qquad Z>h \tag{2}$$

$$\frac{\partial q}{\partial Z}=\frac{q_*}{k_W(Z-d)}\Phi_W\left(\frac{Z}{L}\right) \qquad Z>h \tag{3}$$

* 本文于1989年3月11日收到，1989年6月14日收到修改稿。
** 该文是国家自然科学基金委员会资助的"黑河地区地气相互作用试验研究"项目研究结果之一。

其中 d 是位移高度；h 是表面粗糙物的平均高度；u，θ 和 q 是平均风速、位温和比湿；u_* 是摩擦速度，θ_* 和 q_* 是位温和比湿的特征尺度；$k_{M,H,W}$ 是 Karman 常数；$\Phi_{M,H,W}(Z/L)$ 是 MO 相似性通用函数，亦即无因次梯度，它是层结稳定度 $\zeta=Z/L$ 的函数，这里 L 为 MO 长度，它的定义是

$$L=-\frac{u_*^3}{k_M\frac{g}{\overline{T}}\frac{H+0.07\lambda E}{\rho c_p}} \tag{4}$$

其中 H 和 λE 是感热和潜热通量。感热、潜热和动量通量同特征尺度有如下关系

$$H=-\rho c_p u_*\theta_* \tag{5}$$

$$\lambda E=-\rho\lambda u_* q_* \tag{6}$$

$$\tau=\rho u_*^2 \tag{7}$$

以上各式中 ρ 是空气密度；g 是重力加速度；$\overline{T}$ 为平均绝对温度；c_p 是空气的等压比热；λ 是水的汽化潜热。

另一方面在地表面上有能量平衡方程

$$A\equiv R-G-P-S=H_S+\lambda E_S \tag{8}$$

方程中 H_S 和 λE_S 是地表面感热和潜热通量；A 为地表面可利用能量，而 R，G，P 和 S 分别为净辐射、地热流量、植物光合作用消耗的能量和地表层贮藏的能量。

再定义 Bowen 比

$$\beta=H/\lambda E \tag{9}$$

由(1)—(3)、(5)、(6)、(9)式可以得到

$$H=H_0\cdot F_H \tag{10}$$

$$\lambda E=\lambda E_0\cdot F_W \tag{11}$$

$$\beta=\beta_0\alpha_W \tag{12}$$

其中 $F_H=(\Phi_M\Phi_H)^{-1}$，$F_W=(\Phi_M\Phi_W)^{-1}$ 分别为感热和潜热的层结影响函数；$\alpha_W=\Phi_W/\Phi_H$；H_0，λE_0，u_{*0} 和 β_0 是未加层结订正时的感热、潜热、摩擦速度和 Bowen 比，它们分别为

$$H_0=-\rho c_p k_M k_H(Z-d)^2\frac{\partial u}{\partial Z}\frac{\partial\theta}{\partial Z}=-\rho c_p u_{*0}\theta_{*0} \tag{13}$$

$$\lambda E_0=-\rho\lambda k_M k_W(Z-d)^2\frac{\partial u}{\partial Z}\frac{\partial q}{\partial Z}=-\rho\lambda u_{*0}q_{*0} \tag{14}$$

$$u_{*0}=k_M(Z-d)\frac{\partial u}{\partial Z} \tag{15}$$

$$\beta_0=\frac{H_0}{\lambda E_0} \tag{16}$$

贴近地面处层结近于中性，H_0，λE_0 相当于中性条件下的通量值。根据常通量层的假定，这时 $H_0=H_S$，$\lambda E=\lambda E_S$。利用这些假定，并考虑(10)、(11)、(13)和(14)式后由(8)式得到层结影响函数的能量平衡表达式：

$$F=\frac{A}{H_0+\lambda E_0} \tag{17}$$

和层结影响函数的动力学表达式

$$F=\frac{c_p\frac{\partial\theta}{\partial Z}F_H+\lambda\frac{\partial q}{\partial Z}F_W}{c_p\frac{\partial\theta}{\partial Z}+\lambda\frac{\partial q}{\partial Z}} \tag{18}$$

利用(18)、(9)和(16)式可以得到 F_H 和 F_W 以层结影响函数 F 的表达式，再将其代入(10)和(11)式得到

$$H=H_0F\frac{\left(1+\frac{1}{\beta_0}\right)}{\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} \tag{19}$$

$$\lambda E=\lambda E_0F\frac{(1+\beta_0)}{(1+\beta)} \tag{20}$$

由(1)、(2)、(5)、(13)和(15)式可以得到：

$$u_*=u_{*0}\left[F\frac{\left(1+\frac{1}{\beta_0}\right)}{\alpha_M\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}\right]^{1/2} \tag{21}$$

其中 $\alpha_M=\frac{\Phi_M}{\Phi_H}$。

将(1)—(3)式变形得到 MO 通用函数表达式：

$$\frac{\Phi_M}{k_M}=\frac{(Z-d)}{u_*}\frac{\partial u}{\partial Z} \tag{22}$$

$$\frac{\Phi_H}{k_H}=\frac{(Z-d)}{\theta_*}\frac{\partial\theta}{\partial Z} \tag{23}$$

$$\frac{\Phi_W}{k_W}=\frac{(Z-d)}{q_*}\frac{\partial q}{\partial Z} \tag{24}$$

而 Karman 常数由条件

$$\Phi_{M,H,W}\Big|_{\frac{Z}{L}}=1 \tag{25}$$

确定。

(17)、(19)—(24)式共 7 个方程对 F，H，λE，u_*，Φ_M，Φ_H 和 Φ_W 7 个未知量是闭合的。而 A，H_0，λE_0 和 u_{*0} 可由净辐射、地热流量等地表能量观测资料以及风、温、湿的梯度观测资料直接计算得到。这样原则上就可以确定湍流通量和 MO 通用函数。这种方法将能量平衡法和空气动力学法紧密结合，所以称之为“组合法”[11,12]。由于这 7 个未知量之间有非线性的隐函数关系，直接求解是困难的，原则上可以用迭代法求解。

三、计算方法和资料的选用

为了进一步用实际观测资料验证这种方法的可行性，我们作了一些近似假定来简化计算方案。这些假定是

1．温度和水汽的通用函数一般可以认为相等，即 $\Phi_H=\Phi_W$，在此假定下有 $\beta=\beta_0$，$F=F_H=F_W$，则(19)和(20)式成为简单形式

$$H=H_0\cdot F \tag{26}$$

$$\lambda E=\lambda E_0\cdot F \tag{27}$$

2．不稳定层结条件下Businger-Dyer近似(简称 BD 关系)是很好的[6,13]；即

$$\zeta\equiv\frac{Z}{L}=R_i \tag{28}$$

式中R_i为Richardson数，可用差分公式计算：

$$R_i=\frac{g}{\bar{T}}\left[\frac{\Delta\theta}{\bar{Z}\ln\left(\frac{Z_{i+1}}{Z_i}\right)}\right]\left[\frac{\bar{Z}\ln\left(\frac{Z_{i+1}}{Z_i}\right)}{\Delta u}\right]^2 \tag{29}$$

这里 $\bar{Z}=\sqrt{Z_{i+1}Z_i}$为两层的几何平均高度。由(4)和(28)式得 u_*的计算公式：

$$u_*=\left[-k_M\frac{g}{\bar{T}}\frac{H_0F}{\rho c_p}\frac{\bar{Z}}{R_i}\right]^{\frac{1}{3}} \tag{30}$$

3．地表可利用能量一般可忽略植物光合作用消耗的能量P，定常条件下也可忽略地表层贮藏的能量，再利用常通量层假定后(17)成为

$$F=\frac{R-G}{H_0+\lambda E_0} \tag{31}$$

通用函数有差分形式

$$\frac{\Phi_M}{k_M}=\frac{\Delta u}{u_*\ln\left(\frac{Z_{i-1}}{Z_i}\right)} \tag{32}$$

$$\frac{\Phi_H}{k_H}=\frac{u_*\Delta\theta}{\frac{-H_0F}{\rho c_p}\ln\left(\frac{Z_{i+1}}{Z_i}\right)} \tag{33}$$

$$\frac{\Phi_W}{k_W}=\frac{u_*\Delta q}{\frac{-\lambda E_0F}{\rho\lambda}\ln\left(\frac{Z_{i+1}}{Z_i}\right)} \tag{34}$$

至此，用风、温、湿梯度观测资料从(13)、(14)和(29)式可直接计算H_0、λE_0和 R_i，用净辐射和地热流量观测资料从(31)式计算层结影响函数 F。再由(26)、(27)和(30)式就可直接计算H，λE 和 u_*。最后从(32)—(34)式得到各通用函数；这样，在不稳定层结条件下可很方便地以显示计算得到湍流通量和各通用函数。

Thom[11]首先提出的组合法仅建立了方程(26)、(27)和(31)式，所以只能确定感热和潜热通量，无法确定MO 通用函数。显然，我们所发展的组合法不仅能确定感热和潜热通量，同时可以确定动量通量和MO 通用函数。其理论更为完整，用途也更大。

我们利用“国际湍流比较实验”(ITCE)[14,15]的观测资料作为实例计算。利用这种资料作为实例的原因是：1) 他们有完整的风、温、湿梯度观测、净辐射和地热流量观测，这些资料适应我们的整个方案的需要；2) 还有涡旋相关法和梯度廓线观测得到的 MO 通用函数。我们可以用这些结果作为标准同组合法得到的湍流通量和通用函数进行比较，以便检验组合法的合理性；3) ITCE是一次国际合作的观测研究，资料的可靠性较高，争议较少。这份资料也得到较广泛的研究。因此用这种资料检验组合法，其可信度是较高的。

在实际计算中，选用风、温、湿梯度；净辐射、地热流量；涡旋相关法得到的动量，感热和潜热等都完整无缺的共15组资料。由于ITCE试验都是白天进行的，只有不稳定层结条件下的结果，所以我们的检验也只能限于不稳定条件下的情况。根据Francey[16]的研究，该次试验白天地表面能量平衡值约为$-20\ WM^{-2}$，它相当于地表面层的热量贮藏值S，所以我们在(30)式中对可利用能量作了相应的订正。

还要指出的是，由于资料量太少，为此可以应用的资料尽可能用上。所以有些湍流通量可达20个数据。为了将计算得到的通用函数用最小二乘法拟合成解析曲线，资料显得不足。而每组资料却有五层风、温、湿，所以每两层可以作一次计算，其结果就多于20个，扩大了有效可利用的资料。后面的结果表明，这些取舍本质上没有影响所得的结论。

四、计算结果分析

下面具体分析一些计算结果。组合法计算得到的结果用下标"C"表示，涡旋相关法的结果用下标"E"表示。然后将这两种独立得到的结果进行比较，还用线性回归分析了他们之间的相关性。并以涡旋相关法作为标准，分析了组合法得到的各量相对误差。

图1给出了感热H(图1a)、潜热λE(图1b)和摩擦速度u_*(图1c)。图中标出了组合法与涡旋相关法得到的各量之间的相关系数γ、剩余标准差S和相对误差。结果表明相关系数是相当高的。感热的相关系数竟达0.98，摩擦速度的相关系数低些，也有0.89。

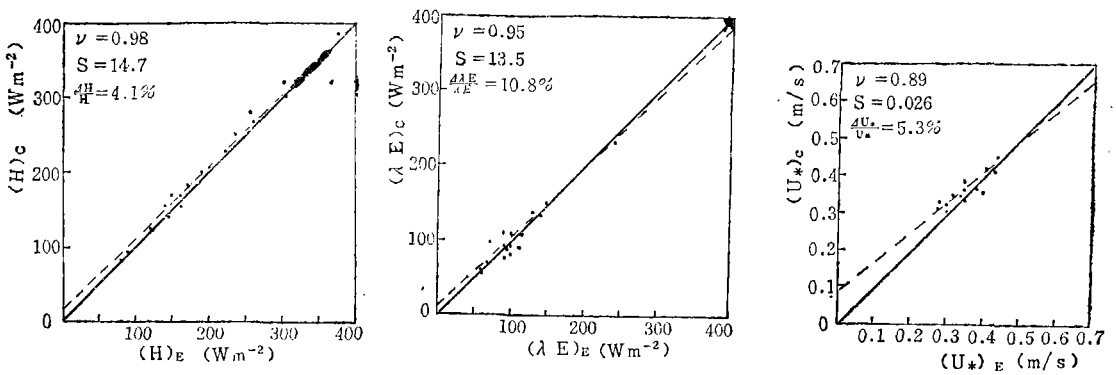


图1 组合法(下标C)同涡旋相关法(下标E)得到的感热H(图a)、潜热λE(图b)和摩擦速度u_*(图c)的比较

图2是通用函数Φ_M，Φ_H和Φ_W。该图中也给出了组合法与涡旋相关法的相关系数和剩余标准差。各通用函数的相关系数皆不如湍流通量的相关系数高。因为通用函数是湍流通量的导出量，组合法计算时传递误差不断扩大，降低了其精度。

最后，我们将通用函数拟合成下面曲线：

$$\frac{\Phi_M}{k_M}=\left(1-\gamma_M\frac{Z}{L}\right)^{-\beta_M} \tag{35}$$

$$\frac{\Phi_H}{k_H}=\left(1-\gamma_H\frac{Z}{L}\right)^{-\beta_H} \tag{36}$$

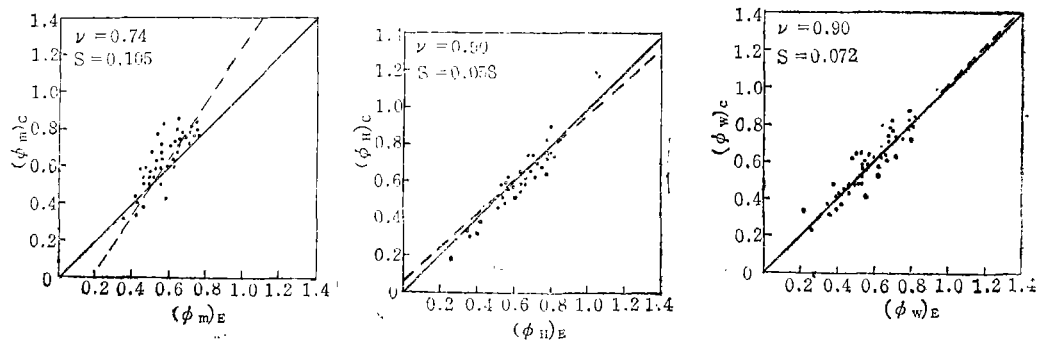


图 2　组合法和涡旋相关法求得的 MO 通用函数Φ_M(图a)、Φ_H(图b)和Φ_W(图 c)的比较

$$\frac{\Phi_W}{k_W}=\left(1-\gamma_W\frac{Z}{L}\right)^{-\beta_W} \tag{37}$$

拟合曲线时取Karman 常数：$k=k_M=k_H=k_W=0.4$，$\beta_M=\frac{1}{4}$，$\beta_H=\beta_W=\frac{1}{2}$。

图 3 是$\Phi_{M,H,W}$作为Z/L 的函数图象。图中给出了相应的组合法拟合曲线和 Dyer[16] 用涡旋相关法拟合的曲线。并且列出了数据点与拟合曲线之间的相关系数 γ 和剩余标准差S。$(\Phi_H)_C$略低于$(\Phi_H)_E$，$(\Phi_M)_C$同$(\Phi_M)_E$ 以及$(\Phi_W)_C$ 同$(\Phi_W)_E$ 几乎重合。可见组合法得到的通用函数同涡旋相关法的结果是相当吻合的。Φ_M，Φ_H 和Φ_W 相应的剩余标准差也相当小，Φ_M 的剩余标准差略大一些。

以上结果总体来看，组合法计算得到的感热和潜热以及通用函数与 涡旋 相关法的结果吻合相当好。组合法求得的三种通用函数的拟合曲线与涡旋相 关 法的 结 果也相当一致。只是组合法计算得到的摩擦速度和通用函数 Φ_M 与涡旋相关法的结果相 关系数低一些。尤其是Φ_M的相关系数只有 0.74。这种情况可能是采用 BD 近似计算 u_* 所造成的。严格地说 R_i 与 ζ 应有关系[19]

$$R_i=\frac{\Phi_H}{\Phi_M^2}\zeta \tag{38}$$

(28)式的近似实质上假定了

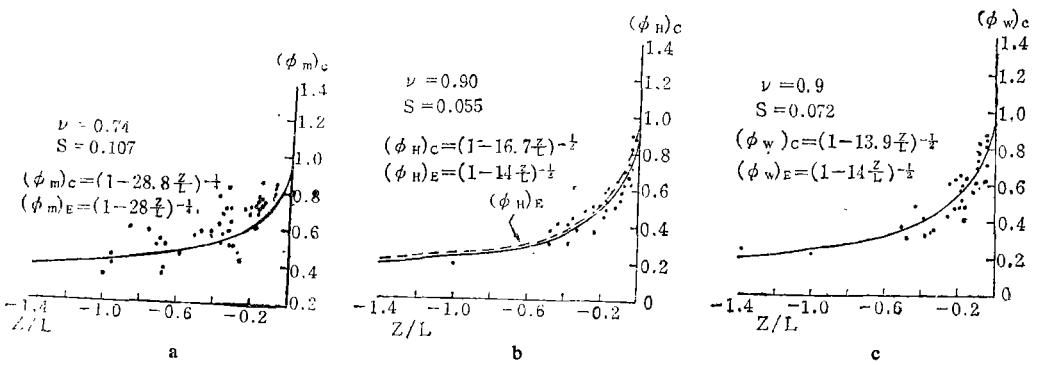


图 3　通用函数 Φ_M(图 a)、Φ_H(图 b)和 Φ_W(图 c)的拟合曲线

$$\frac{\Phi_M^2}{\Phi_H}=1 \tag{39}$$

这一近似显然会造成(30)式计算 u_* 的误差。

五、结 束 语

本文建立了组合法确定湍流通量和通用函数的一般表达式。用组合法确定湍流通量无需事先知道相似性通用函数，比空气动力学法确定湍流通量方便得多。在不稳定条件下经过一定的近似处理验证了这种方法的合理性和可行性，结果是令人满意的。这种方法比涡旋相关法价格低廉，观测和计算较方便，感应头支架的气流扰动直接造成的湍流通量误差也较小。

组合法不仅有以上优点，同其它间接确定湍流通量的方法比较，其精度也最高。文献[12]中对此作了较为详细的分析和比较。

由于资料本身的限制，本文未能进行稳定层结条件下的验证。为了简化计算方案，本文用了一些近似假定，必将带来一些误差。所以得到的结果可以认为是第一级近似。我们可以将第一级近似结果再用第二节指出的严格方案作进一步修正。事实上目前所得结果其误差已在 Francey[16]，Dyer[14,15] 所分析的各种仪器测量误差范围内或接近于测量误差。所以无论是稳定条件下的验证工作或更严格的计算方案验证工作都需要更完整的和精确的资料。

本文用组合法确定通用函数仅是一个尝试。目前对组合法本身研究也较少，从其优点来看是值得进一步研究的。

参 考 文 献

[1] Monin, A. S., and A. M. Obukhov, Dimensionless characteristics of turbulence in atmospheric surface layer, *Dokt. Akad. Nauk, S. S. S. R.*, **93**, 223—226, 1963.

[2] Monin, A. S., and A. B. Obukhov, Basic turbulent mixing laws in the atmospheric surface layer, *Trudy Geofiz. Inst. Akad. Nauk. S. S. S. R.*, **24**, 163—187, 1951.

[3] Zilitinkevich, S. S., and D. V. Chjalikov, On the determination of the universal wind and temperature profiles in the surface layer of the atmosphere, *Izv. Acad. Sci. S. S. S. R., Atmos. and Oceanic Phys.*, **4**, 294—302, 1968.

[4] Dyer, A. J., and B. B. Hicks, Flux gradient relationships in the constant flux layer, *Quat. J. Roy. Meteor. Soc.*, **96**, 715—721, 1970.

[5] Webb, E. K., Profile relationships: The log-linear range, and extension to strong stability, *Quart J. Roy. Meteor. Soc.*, **96**, 67—90, 1970.

[6] Businger, J. A., J. C., Wyngaard, Y. Izumi and E. F. Bradley, Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer, *J. Atmos. Sci.*, **23**, 181—189, 1971.

[7] Pruitt, W. O., D. L. Morgan and E. J. Lourence, Momentum and mass transfers in the surface bourdary layer, *Quart. J. Roy. Meteor, Soc.*, **99**, 370—386, 1973.

[8] Dyer, A. J., Flow distortion by supporting structres, *Bound.-Layer Meteor.* **20**, 243—251, 1981.

[9] Wyngaard, J. C., The effect of probe-induced flow distortion on atmospheric turbulence measurements, *J. Appl. Meteor.*, **20**, 784—794, 1981.

[10] Hoystrom, U., Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer: A Re-Evalution, *Bound.-Layer Meteor.*, **42**, 55—78, 1988.

[11] Thom, A. S., J. B. Stewatt, H. R. Oliver and J. H. C. Gash, Comparison of aerodynamical and

energy budget estimates of fluxes over a pine forest. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **101**, 93-105, 1975.

[12] 胡隐樵，近地面层湍流通量观测误差的比较，大气科学，**14**，215—224，1990。

[13] Businger, J. A., A note on the businger-dyer profiles, *Bound.-Layer Meteor.*, **42**, 145—151, 1988.

[14] Dyer, A. J., J. R. Garratt, R. J. Francey, I. C. McIlroy, N. E. Bacon, E. F. Bradley and O. T. Denmead, (Australia), Tsvang, L. R., Y. A. Volkov, B. M. Koprou and L. R. Elagina, (U. S. S. R), Sahashi, K., N. Monji, T, Hanafusa and O. Tsukamoto, (Japan), Frenzen P., B. B. Hicks and M. Wesely, (U. S. A.), Miyake, M (Canada), and W., Show (U. S. A.), An international turbulence comparision experiment (ITCE 1976), *Bound.-Layer Meteor.*, **24**, 181—209, 1982.

[15] Dyer, A. J., and E. F. Bradley, An alternative analysis of flux-gradient relationships at the 1976 ITCE, *Bound.-Layer Meteor.*, **22** 3—19, 1982.

[16] Francey, R. J., and J. R. Garratt, Interpretation of flux-profile observations at ITCE (1976), *J. Appl. Meteor..*, **20**, 603—618. 1981.

THE COMBINATORY METHOD TO DETERMINE THE TURBULENT FLUXES AND THE UNIVERSAL FUNCTIONS IN THE SURFACE LAYER

Hu Yinqiao　Qi Yuejin

(*Lanzhou Institute of Plateau Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

A combined method of determining the turbulent fluxes in surface layer has been developed and general representations have been obtained.The universal functions of the Monin-Obukhov similarity in surface layer can be determined using the method. The results calculated by using ITCE data indicate that the method is feasible.