第 48 卷 第 1 期　　气 象 学 报　　Vol. 48, No. 1
1990年 2 月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Feb.,1990

有关大气湍流的几个问题*

刘 式 达

(北京大学地球物理系)

浑沌(chaos)概念的提出，有关大气湍流的若干问题有深入讨论的必要。根据我们近几年研究对如下问题提出自己见解，供深入讨论：确定的动力系统可以描述大气湍流，大气湍流可以用有限维动力系统来研究，速度切变$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$有两重性，稳定层结下可以出现湍流，Lorenz 方程的意义及局限性，湍流发生的临界 Richardson 数，大气湍流是无序吗？白天和晚上大气湍流发生的过程不同。

1. 确定性的动力系统可以描述大气湍流

自从气象学家 Lorenz[1]提出浑沌概念(确定性的非周期流)以来，有关大气湍流的研究正在深入。确定性的动力系统中可以出现浑沌这种随机的现象是一个重要的新概念。

例如 Lorenz 方程

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -P_r x + P_r y \\ \dot{y} &= R_a x - y - xz \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned} \tag{1}$$

其中方程中的系数 P_r，R_a 和 b 都是确定量，但当 Rayleigh 数 Ra 超过某个临界值就会出现浑沌。现在已经确信，非线性耗散系统中出现浑沌是普遍的[2]。大气湍流是用旋转地球上的 Navier-Stokes 方程来描述的，该方程是偏微分方程，出现湍流是确信的，而且已经将湍流算了出来[3]。

过去把湍流这样的随机现象看成是大量自由度系统中外部的涨落所造成，现在愈来愈清楚，随机的原因在内部[4]，确定的非线性动力系统在某些情况下是一种信息源[5]，初始条件的信息最终丧失完尽。所以研究大气湍流及其发生完全可以用确定的动力系统或规则来描述。

2. 大气湍流可以用有限维动力系统研究

象 Navier-Stokes 这样的偏微分方程可以说是无限维的，因为其解可以用从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的无穷多个模的付氏积分表示，而 Lorenz 方程是它的三维截谱形式。但是 Navier-Stokes 方程却存在有限维的奇怪吸引子，它是较长时间状态演变的归宿[6]，它的特征是有正的 Lyapunov 特征指数[7]。例如 Lorenz 吸引子的 3 个 Lyapunov 特征指数是

$$LE_1 > 0, \quad LE_2 = 0, \quad LE_3 < 0 \tag{2}$$

$LE_1 > 0$ 代表局部不稳定性、形态要转换，而 $LE_1 + LE_2 + LE_3 < 0$ 代表整体稳定(耗散性)。这种不断伸长和折迭的结果必然形成多层次的具有分数维的结构，已经证明 Navier-Stokes 方程就具有分数维的奇怪吸引子[8]。

用有限维动力系统来描述湍流这是可以确信的，但是描述大气湍流的发生和充分发展的湍流究竟用多大的维数，这倒是可以探讨的问题。

* 本文于 1988 年 9 月 6 日收到，1989 年 4 月 10 日收到修改稿，该文是国家自然科学基金资助课题。

3. 速度切变$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$有两重性

描述大气湍流的方程组中四个无因次控制参数[9]：雷诺数 R_e，里查逊数 R_i，普朗特数 P_r 和长高比 β。与大气湍流的特色有关的是 R_i 数，它可以表示为

$$R_i=\frac{\frac{z}{\bar{\theta}}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2}=\frac{N^2}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2} \tag{3}$$

该数中层结$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$在白天和晚上起不同的作用， 这已经是大家熟知的。但是速度切变$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$由于在(3) 式中以平方项出现，过去很多人认为它只有一重性：$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$是湍流能量的来源。

根据我们分析[10,11]，层结和切变在垂直运动方程中的作用可以写成如下方程：

$$\ddot{z}-\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\dot{z}+N^2 z=0 \tag{4}$$

从振动概念上讲，(4)式中 z 前面的系数 N^2 的正负是起正、负恢复力的作用。 而 $\dot{z}$ 前的系数 $-\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ 的正负是起正、负阻尼的的作用。 速度切变$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$本身就含有阻尼的概念，速度快的流体让速度慢的快点走，而慢的则让快的等它。因此$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$有两重性：既可以向湍流提供能量，又可以起阻尼作用。

我们正是利用$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ 具有阻尼的一面，在 Lorenz 方程中加大阻尼使 $P_r=0.7$ 或 $P_r=1$ 时仍可以出现浑沌的[12]。即使$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$是湍流的能源这一方面，也可以从(4) 式说明是负阻尼，但是很多人是不同意这种提法的。

4. 稳定层结下可以出现湍流

当$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}>0$ 的这种稳定条件下为什么会出现湍流？夜间长波辐射、 速度切变以及内重力波就起关键作用。我们在 Lorenz 方程中加进能源后在 $R_a<0$(即 $N^2>0$)时又出现了浑沌就说明了这一点[12]。

过去把大气湍流看成只发生在三处：边界层，急流区和积云，这种看法是不全面的。 实际上边界层以上的对流层内，大气层结是稳定的，湍流和重力内波是间隙分布又是间歇出现的[13]。我们最近在理论分析中找到一个间歇湍流区的条件[14]。

$$0<\frac{\pi^2}{R_e^2}(R_e-\pi^2)=R_i<\frac{1}{4} \tag{5}$$

说明该区域中湍流和重力内波可以间歇存在。若初始 $R_i>\frac{1}{4}$时只有重力内波，它将其贮存的能量起动并组织对流并供给湍流，最终使 $R_i<\frac{1}{4}$，满足条件(5) 而发生湍流。实际上对流层内大气层结的分布常常是在$R_i=\frac{1}{4}$左右来回摆动的[15]，湍流和内波分层并间歇出现是正常的现象。

5. Lorenz 方程的意义及局限性

Lorenz 方程(1)是利用 Bohssinesq 近似条件下的大气运动方程截谱而得到的。它包含了温度平流

和温度层结以及阻尼这三个因素，事实上这个方程可以通过更简洁的方式推导出。利用垂直运动及热力学方程的无因次形式[9]

$$\frac{\partial w}{\partial t}=\pi-\frac{1}{R_e}w$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t}+w\frac{\partial \pi}{\partial z}=-R_i w-\frac{1}{P_r R_e}\pi \tag{6}$$

(6)式中的各式中的右端最后一次是阻尼项，若在(6)式中无温度平流次$w\frac{\partial \pi}{\partial z}$，则(6)式可以合并成(4)式。

令
$$w=\frac{\sqrt{2}}{P_r R_e}X\sin z$$

$$\pi=\frac{\sqrt{2}}{P_r R_e^2}Y\sin z-\frac{1}{P_r R_e^2}Z\sin 2z \tag{7}$$

则(6)式可以化成截谱形成，将结果乘以 $P_r R_e$ 则导得

$$\begin{aligned}\dot{X}&=-P_r X+P_r Y\\ \dot{Y}&=R_a X-Y-XZ\\ \dot{Z}&=XY-Z\end{aligned} \tag{8}$$

其中

$$R_a=-P_r R_e^2 R_i \tag{9}$$

(8) 式就是 Lorenz 方程，和(1)式差别仅仅是取 $b=1$。

我们在考虑基本场和扰动场的相互反馈的动力系统[16]中，若只考虑扰动场，则该系统也化为 Lorenz 系统(1)。所以 Lorenz 方程抓住了湍流发生的一些基本要素，有一定意义。

但是由于(1)式中只有扰动场的相互作用，而没有基本场和扰动场的相互作用，因而具有局限性。同时从(9)式看出，$R_a>0$ 相当于 $R_i<0$，所以 Lorenz 方程只讨论大气不稳定层结下的湍流问题。

6. 湍流发生的临界 R_i 数

关于大气湍流发生的临界 R_i 数，曾有各种说法，有的说是 0，有的说是 1。更多的是根据分层流线性稳定性分析的 Miles 定理而导得的$R_i=\frac{1}{4}$[17]。虽然各种模式具有局限性，从我们分析[16,18]看出，临界 R_i数大致在$\frac{1}{4}$左右。若$R_i>\frac{1}{4}$似乎主要是重力内波形态，但 $R_i<\frac{1}{4}$时也不一定全是湍流，有多种形态的吸引子。

从研究边界层相似理论分析得出临界R_i数是$\frac{1}{4.7}=0.22$[18]，这也和 1/4 相近。由于大气运动的复杂性，R_i 数稍稍大于 1/4 而出现湍流也是不足为怪的。要从理论上找出统一普适的临界 R_i 数是困难的，也是不完全必要的。

7. 大气湍流是否有序

关于有序无序问题，涉及普利高津的名言“非平衡是有序之源”。这里的“序”是指复杂的结构，笼统谈有序和无序是无意义的。从平衡热力学上讲，无序是指熵的极大[19]。从熵的观点看，和无序的平衡结构不同的非平衡结构当然就是有序的了。大气湍流是否有序还是无序应从不同的层次和不同的角度来看。气体均匀充满一个盒子的状态从微观上讲(分子杂乱无章排列)是无序状态，但从高一层次上看则是有序的均匀状态。浑沌和湍流状态，从宏观层次上看风速记录是杂乱无章的无序状态，积云内部充

满了大大小小的湍流涡旋。但从更高层次的巨观上看，湍流的外部却是很美丽的。积雨云的外观是很状观的。正象树木和雪花的内部有大大小小排列的树枝或雪晶，排列很不规则，但从巨观上看树木和雪花都很美丽。

有序和无序也是相对的，看你从什么角度去看，用二维 Navier-Stokes方程去模拟湍流，从流函数角度看是很有序的，但从涡度场上看却显得无序[20]。

8. 白天和晚上大气湍流发生的过程不同

应该说，无论是白天还是晚上大气湍流总是间歇的[21]。白天边界层内湍流占优，晚上边界层内以及白天晚上的边界层以上对流层内，波动状态和湍流状态共存。根据我们最近分析[22]，白天边界层内$R_i<\frac{1}{4}$，常常是由极限环演变成二维环面再演变成大气湍流的，这是著名的 Rulle-Takens 通向湍流的道路。晚上$R_i>\frac{1}{4}$，随着 R_i 数由大到小，内重力波的周期不断加长，可能不断发生周期倍分岔，这是著名 Feigenbaum 通向湍流的道路，且通用常数就是 Feigenbaum 常数。

参 考 文 献

[1] Lorenz, E. N., Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.*, 20, 130, 1963.
[2] Takens, F., Detecting strange attractors in turbulence, Dynamical system and turbulence, Lecture notes in Mathematics 898, Springer, 1980.
[3] Franceschini, V., Sequences of infinite bifurcations and turbulence in a five-mode truncation of the Navier-Stokes equations, *J. Stat. Phys.*, 21, 707—726, 1979.
[4] Wolfram, S., Theory and Application of Cellular Automata, world Scientifiic, 1986.
[5] Shaw, S., Strange attractors, chaotic behaviour, and information flow, Zeitshrift fur naturforshung, telf A, 36a, 80—112, 1981.
[6] Arnold, V. I., Mathematical methods of classical mechanics, Springer, 1978.
[7] Haken, H., Advanced Synergetics, Springer, 1984.
[8] Constantin, P., Attractors representing turbulence flow, Memoirs of the American mathematical society, 314, 67, 1985.
[9] Panofsky, H. A., Atmospheric Turbulence, ISBM, 1984.
[10] 刘式达、刘式适，大气中对流的分岔和突变模型，力学学报，16，1，10—18，1984。
[11] 刘式达、陈家宜、王淑芳、刘式适，关于一类层结切变流的分类及非线性解，力学学报，16，2，121—132，1984。
[12] 刘式达，内波动力学中的浑纯和大气湍流的发生，中国科学(B)，5，542—550，1986。
[13] Frish, U., A Simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence, *J. Fluid Mech.*, 87, 719—736, 1978.
[14] 刘式达，对大气湍流发生问题的探讨，中国科学(B)，6，669—676，1987。
[15] Van Zandt, Vertical profiles of refractivity turbulence structure constant:comparison of observations by the sunset radar with a new theoretical model, *Radio Sci.*, 13, 819—829, 1978.
[16] 刘式达、潘乃先、陈家宜、郑祖光，波和湍流的相互作用，大气科学，1,1—7，1988。
[17] 易家训，分层流，流体力学和应用数学讲座(1)，科学出版社，1983。
[18] Monin, A. S., Statistical Fluid Mechanics, MIT, 1971.
[19] Nicolis, J. S., Dynamics of hierarchical systems, an evolutionary approach, springer, 1986.
[20] Hasegawa, A., Self-organization in continuous media, Advances in Physics, 34, 1—42, 1985.
[21] 邵庆秋、陈家宜、刘式达，大气湍流的间歇性，大气科学 11，331—336，1987。
[22] 郑祖光、刘式达、刘月新，大气湍流发生的非线性机制，中国科学（B)，5，553—560，1989。

SOME PROBLEMS ON ATMOSPHERIC TURBULENCE

Liu Shida

(Department of Geophysics, Peking University)

Abstract

Since the concept of chaos was put forward, some problems of atmospheric turbulence should be further investigated. In this paper, author's opinions on following problems are put forward: (1) the atmospheric turbulence can be described by deterministic dynamical system, (2) the atmospheric turbulence can be investigated in terms of finite dimension dynamical system, (3) the velocity shear $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ have dual character, (4) turbulence can occur in stable stratified condition, (5) how is the critical Richardson number? (6) the universality and limitation of Lorenz equation, (7) are atmospheric turbulence disorder? (8) the different route to turbulence at daytime and at night.