第47卷 第3期 气 象 学 报 Vol. 47, No. 3
1989 年 8 月 ACTA METEOROLOGICA SINICA Aug., 1989

大气运动的动能在湍流边界层中的耗散*

赵 鸣

(南京大学大气科学系)

在大气能量学中，大气平均运动的动能通过湍流摩擦力转化为脉动运动的能量并最终转化为内能的"变性能量"是大气动能的"汇"，正确估计其大小对研究动能的收支，以至天气系统的生衰，发展均有一定意义[1]。此项由于与湍流通量有关，因而难于从大尺度气象参数计算。以往的研究中[2-6]，或是将动能平衡方程中其余各项算出，而将此项作为余项估计出，或用地转风由粗浅的边界层模式算出。实际上，此项不仅与地转风有关，也与大气层结、斜压性，地面粗糙度等有关。本文运用边界层相似理论和阻力定律，用上述这些大尺度参数通过数值方法计算变性能量，得出它与这些参数的关系，改进了对变性能量的认识。本文只限于研究边界层内的能量耗散；边界层外也有湍流，但由于理论不成熟，在此不讨论。

1. 模 式

如所周知，边界层单位面积气柱内的变性能量可以写成：

$$T_\tau=\int_0^h\left(\tau_x\frac{\partial u}{\partial z}+\tau_y\frac{\partial v}{\partial z}\right)dz=\int_0^h\left[\frac{\partial(\tau_x u)}{\partial z}+\frac{\partial(\tau_y v)}{\partial z}\right]dz-\int_0^h\left(u\frac{\partial\tau_x}{\partial z}+v\frac{\partial\tau_y}{\partial z}\right)dz=$$

$$=-\int_0^h\left(u\frac{\partial\tau_x}{\partial z}+v\frac{\partial\tau_y}{\partial z}\right)dz \tag{1}$$

τ_x,τ_y为切应力分量，h为边界层顶高度。

定常边界层运动方程可写为：

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\tau_x}{dz}+f(v-v_g)=0 \tag{2}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\tau_y}{dz}-f(u-u_g)=0 \tag{3}$$

或：

$$\frac{d}{dz}K\frac{du}{dz}+f(v-v_g)=0 \tag{4}$$

$$\frac{d}{dz}K\frac{dv}{dz}-f(u-u_g)=0 \tag{5}$$

u_g,v_g为地转风的二个分量。(2) 式乘$u-u_g$，(1) 式乘$v-v_g$相加得：

$$u\frac{d\tau_x}{dz}+v\frac{d\tau_y}{dz}=u_g\frac{d\tau_x}{dz}+v_g\frac{d\tau_y}{dz} \tag{6}$$

代入(1)式得：

$$T_\tau=-\int_0^h\left[u_g\frac{d\tau_x}{dz}+v_g\frac{d\tau_y}{dz}\right]dz=u_{g0}\tau_{x0}-v_{g0}\tau_{y0}+\int_0^h\left[\tau_x\frac{du_g}{dz}+\tau_y\frac{dv_g}{dz}\right]dz$$

$$=V_{g0}\tau_0\cos\alpha+\int_0^h\left[\tau_x\frac{du_g}{dz}+\tau_y\frac{dv_g}{dz}\right]dz \tag{7}$$

* 本文于1987年11月11日收到，1988年1月26日收到修改稿。

其中u_{g0},v_{g0}为地面地转风分量,V_{g0}为地面地转风速，α为地面风矢（即地面切应力矢τ,的方向）与地面地转风矢的夹角，是一个边界层内参数，与V_{g0},层结，z_0,f等有关。τ_0为地面切应力大小,也与这些参数有关。故T,为上述这些因子的函数。(7) 式中右端第二项只在斜压情况下不为零。我们将设法把(5)式所示的T,用V_{g0},f,z_0，宏观稳定度参数$\Delta\theta$（边界层上下界之间的位温差）或$S=\frac{g\Delta\theta}{fV_g\bar{T}}$,斜压性参数$\eta_x=-\frac{k^2}{f^2}\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\theta}{\partial y}$，$\eta_y=\frac{k^2}{f^2}\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\theta}{\partial x}$计算出来。其中$k$为卡门常数。$x$ 方向指向地面风方向。

我们先用边界层数值模式检验 (7) 式中右端二项的大小。模式方程为(4)，(5)式，其中K取：

$$K=l^2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2-\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right]^{1/2} \tag{8}$$

而位温θ满足：

$$\frac{d}{dz}K\frac{d\theta}{dz}=R \tag{9}$$

此处已设动量和热量的湍流交换系数相等。(9) 式中的R是辐射引起的温度变化，我们采用下述Yamamoto[7]的简单参数化方案：

$$R=\delta\gamma(T-T_s) \tag{10}$$

T_s为下垫面温度，$\gamma=0.5\times10^{-5}s^{-1}$，当$T-T_s>0$时$\delta=1$，否则$\delta=0$。(4)、(5)中的$u_g$,$v_g$在斜压时是高度的已知函数，可由$\eta_x$，$\eta_y$求出。(8) 式中$l$为混合长，取常用的Blackadar的形式[8]。此组方程的边界条件是：

$$u=u_{gh},\ v=v_{gh},\theta=\theta_h,\quad 当z=h \tag{11}$$

$$u=v=0,\theta=\theta_0\qquad 当z=0 \tag{12}$$

下标h表h处值，0 表地面值。我们在$\frac{\partial\theta}{\partial x}=0$,$\frac{\partial\theta}{\partial y}=\pm10\mathrm{K}/10^3\mathrm{m}$,$V_{g0}=10,20\ m/s$，$f=10^{-4}s^{-1}$，$\Delta\theta=\pm10\ \mathrm{K},20\ \mathrm{K}$,$z_0=10^{-4}\mathrm{m}$（代表水面）的情况下求解(4)、(5)、(8)、(9)、(10)，得到 (7) 式中右端第二项比第一项要小 1 到 2 个量级，因而证明，(7)式可写为：

$$T_\tau=V_{g0}\tau_0\cos\alpha \tag{13}$$

τ_0，α 为边界层内参数，相似理论可以将其表为V_{g0},z_0,f,η_x,η_y,S 的函数，因而我们可用这些外参数来计算 T_τ。这比从数值模式寻找T,要方便，也便于与大尺度模式结合使用。

按斜压及非中性时边界层的阻力定律[1]，有：

$$\sin\alpha=\frac{u_*}{kV_{g0}}A(\mu,\eta_x,\eta_y) \tag{14}$$

$$\ln\mathrm{Ro}=\mathrm{B}(\mu,\eta,\eta_x,\eta_y)-\ln\frac{u_*}{V_{g0}}+\sqrt{\frac{k^2}{\left(\frac{u_*}{V_{g0}}\right)^2}-A^2(\mu,\eta_x,\eta_y)} \tag{15}$$

$R_0=\frac{V_{g0}}{fz_0}$为Rossby数。μ 为稳定度参数，$u_*=\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$为摩擦速度。$\mu$与宏观稳定度参数 $S=\frac{g\Delta\theta}{\bar{\theta}fV_{g0}}$间有如下关系：

$$\mu=k^3S\left(\frac{\mu_x}{V_{g0}}\right)^{-1}\left[\ln\left(\mathrm{R}_0\frac{u_*}{V_{g0}}\right)-C(\mu,\eta_x,\eta_y)\right]^{-1} \tag{16}$$

在A，B，C作为μ，η_x，η_y的函数为已知的情况下，从 (14)—(16) 式由 S，V_{g0}，z_0，f，η_x，η_y 求 u_*，α，从而得τ_0，由(13) 式得T_τ。

我们用Юрданов[9]的A，B，C表达式：

$$A(\mu,\eta_x,\eta_y,\eta_y)=A(\mu)-\frac{\eta_x-\eta_y}{2A(\mu)} \tag{17}$$

$$B(\mu,\eta_x,\eta_y)=B(\mu)+\frac{\eta_x+\eta_y}{\alpha A(\mu)} \tag{18}$$

$$A(\mu)=\frac{20}{\sqrt{|\mu|}} \qquad \text{当}\mu<-10 \tag{19}$$

$$B(\mu)=\ln|\mu|-\frac{4.2}{\sqrt{|\mu|}}+0.4 \qquad \text{当}\mu<-10 \tag{20}$$

$$A(\mu)=2.6\sqrt{\mu} \qquad \text{当}\mu>10 \tag{21}$$

$$B(\mu)=\ln\mu-2.6\sqrt{\mu}+0.7 \qquad \text{当}\mu>10 \tag{22}$$

$$C(\eta_x,\eta_y,\mu)=\ln|\mu|-\frac{4.2}{\sqrt{|\mu|}}+3.2 \qquad \text{当}\mu<-10 \tag{23}$$

$$C(\eta_x,\eta_y,\mu)=\ln\mu-3.9\sqrt{\mu}-1.3 \qquad \text{当}\mu<10 \tag{24}$$

(17)—(22) 中的$A(\mu)$、$\beta(\mu)$是正压时的值。上面各式中η_x，η_y中x轴沿地面风向。在给定地转风时，地面风向是待求的，宏观气象参数只能给出固定方向x'，y'上的$\frac{\partial\theta}{\partial x'}$，$\frac{\partial\theta}{\partial y'}$。不失一般性，设地面地转风向指向东，取其为$x'$轴，于是$\eta_{x'}=-\frac{k^2g\partial\theta}{f^2\theta\partial y'}$和$\eta_{y'}=\frac{k^2g\partial\theta}{f^2\theta\partial x'}$设作为已知量给定，而有：

$$\eta_x=\eta_{x'}\cos\alpha+\eta_{y'}\sin\alpha \tag{25}$$

$$\eta_y=-\eta_{x'}\sin\alpha+\eta_{y'}\cos\alpha \tag{26}$$

由 (14)—(26) 式求α及μ_*步骤如下：先假定一个合适的第一近似α值，由(25)、(26) 求η_x，η_y，由(16) 式求μ，因 (16) 式中C及$\frac{u_*}{V_{g0}}$均是μ函数，故需用数值方法求解联立方程 (15)—(24)。这样得到的η_x,η_y,μ，$\frac{u_*}{V_{g0}}$为第一近似值。然后由 (14) 求α第二近似，再由 (25、(26) 得η_x,η_y第二近似，再解μ，u_*第二近似……。一般二、三次迭代即可使前后二次的α值相差在1度之内，求出μ_*,α后，由 (13) 得T_τ。

若令$\eta_x=\eta_y=0$，则同法可求正压时T_τ。若层结中性，则斜压时可用[10]：

$$A=A_0-0.25\eta_x+0.06\eta_y \tag{27}$$

$$B=B_0+0.06\eta_x+0.25\eta_y \tag{28}$$

A_0，B_0为中性正压时A，B值，按Deacon[11]，$A_0=4.7$，$B_0=1.9$。用(27)、(28)式同法可求中性T_τ。

2.变性能量与外参数关系

1) T_τ与稳定度S的关系

图1是5种不同S，即$S=\pm180$，±360，720（相当于$V_{g0}=10$ m/s，$f=10^{-4}s^{-1}$，$\Delta\theta=\pm5$ K，±10 K，20K）及$S=0$（中性）时，4种斜压情况（$\eta_{x'}=\pm10$ $K/10^6$m，$\eta_{y'}=\pm10$ K/10^6m）及正压情况下的变性能量，并取了2种粗糙度（10^{-1}及10^{-4}m）进行计算。由图可见，T_τ随稳定度的增加迅速减少，在图1稳定度范围内，不稳定时T_τ要比稳定时大1—2个量级。故稳定度是决定T_τ的重要因子。因为不稳定时，在其他参数相同时，湍流强，有最大的湍应力及最小的α角，故T_τ大。

2) T_τ与粗糙度关系

由图1见，不论何种稳定度及斜压参数，z_0愈大，则T_τ愈大，这种差别在不稳定时更显著。例如$S=-180$时，陆上($z_0=10^{-1}$ m)要比海上T_τ大3倍左右。这是因由于z_0大，则τ大，虽然α也增加，但其影响没有τ大而造成。稳定时，因τ本身已很小，因而z_0影响也就小。

3) 地转风速对T_τ的影响

V_{g0}因影响τ及α，也影响T_τ。表1是在$f=10^{-4}$ s^{-1}，$z_0=0.1$ m，$V_{g0}=30$，10 m/s，$\Delta\theta=\pm5$

表 1 V_{g_0}对T_r的影响

V_{g_0}(m/s)	10				30			
$\Delta\theta K$	−10	−5	5	10	−10	−5	5	10
S	−360	−180	180	360	−120	−60	60	120
$T_r\left(\frac{J}{m^2 s}\right)$	4.54	3.31	0.336	0.187	58.56	42.29	17.13	11.41

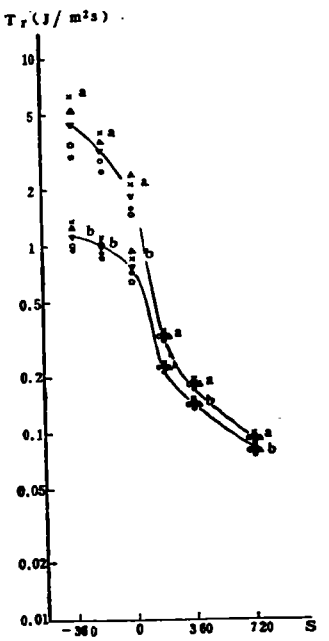

图 1 单位截面边界层气柱中的变性能量随稳定度S、粗糙度、斜压参数的变化
($f=10^{-4}s^{-1}$, $V_{g_0}=10$ m/s)
a: $z_0=10^{-1}$ m, b: $z_0=10^{-4}$ m
· $\frac{\partial\theta}{\partial y'}=10$ K/10⁶m $\quad \frac{\partial\theta}{\partial x'}=0$
× $\frac{\partial\theta}{\partial y'}=-10$ K/10⁶m $\quad \frac{\partial\theta}{\partial x'}=0$
△ $\frac{\partial\theta}{\partial y'}=0$ $\quad \frac{\partial\theta}{\partial x'}=10$ K/10⁶m
○ $\frac{\partial\theta}{\partial y'}=0$ $\quad \frac{\partial\theta}{\partial x'}=-10$ K/10⁶m
▽正压

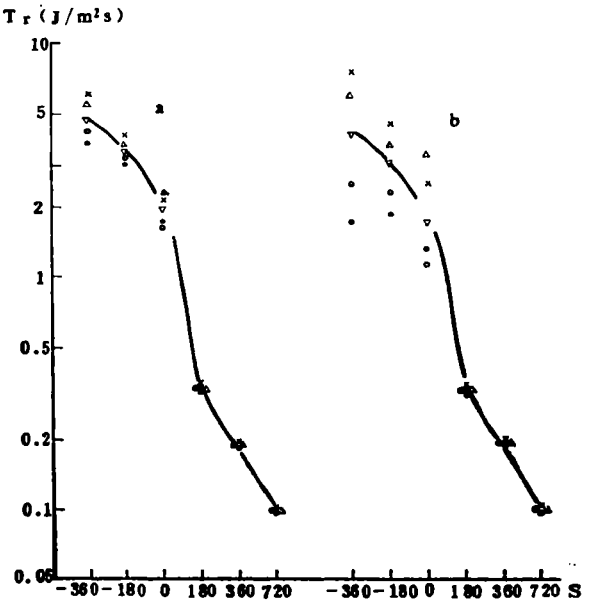

图 2 不同纬度处单位截面边界层的气柱中的变性能量随S及斜压参数的变化
(a: $f=1.3\times10^{-4}s^{-1}$, b: $f=0.7\times10^{-4}s^{-1}$; 斜压性图例同图 1)

K, ±10 K时(相应于 $S=\pm60, \pm120, \pm180, \pm360$)正压时的$T_r$(斜压时特征类似);

可见在同样的$\Delta\theta$下, 地转风速虽然只相差3倍, 但T_r相差却达1—2个量级。这种差别在稳定时尤为显著, 这由于稳定时主要是机械湍流, 而地转风速正是影响了机械湍流。总的说, 地转风速也是影响T_r的一个重要因子, 在众多因子中, 它与稳定度是最重要的。

4) 斜压性的影响

从图1上4种不同斜压参数及正压时的对比, 可见斜压性影响主要出现在不稳定及中性时, 稳定时因T_r本身已小, 故差别亦小。

从不稳定及中性来分析, 可见 $\frac{\partial\theta}{\partial y'}<0$ 及 $\frac{\partial\theta}{\delta x'}>0$ 两种情况T_r大于正压时, 而$\frac{\partial\theta}{\partial y'}>0$及$\frac{\partial\theta}{\partial x'}$

<0时比正压时小。解释是：$\frac{\partial\theta}{\partial y'}<0$，则地转风速随高度增大，边界层顶风速将大于地面地转风速，此时边界层内风速及地面切应力，u_*均应更大，同样可解释$\frac{\partial\theta}{\partial y'}>0$的情况。$\frac{\partial\theta}{\partial x'}>0$，热成风使$\alpha$角变大，$\frac{\partial\theta}{\partial x'}<0$反之，但它们对$T_r$的影响要看它们对角$\alpha$及地面切应力的影响共同决定。在图1所示斜压参数下，前者使T_r比正压时大，后者则反之。若斜压参数取值不同，此时结论可能会改变。

5）纬度的影响

取$V_{g0}=10$ m/s，$z_0=10^{-1}$ m，$S=0$，±180，±360，720，$f=1.3\times10^{-4}$ s^{-1}及0.7×10^{-4} s^{-1}，结果见图2。可见稳定时，由于T_r本身小，纬度的差异带来的变化可忽略。在不稳定及中性时，正压时的结果可见T_r随纬度降低而略减少，这是因纬度降低，则Ro数变大，按正压边界层理论，此时τ_0变小，故T_r变小，只是这种变化较小，远不如V_{g0}，z_0，S等明显。斜压时，则斜压参数不同，f的影响亦不同。在高纬，对$\frac{\partial\theta}{\partial y'}<0$及$\frac{\partial\theta}{\partial x'}>0$，$T_r$比低纬略小，而对$\frac{\partial\theta}{\partial y'}>0$及$\frac{\partial\theta}{\partial x'}<0$则反之。且低纬处不同斜压性之间差别也大些。

3. 动能耗散的时间尺度

刚金[6]假定大气中动能的耗散集中于边界层内，求出了动能耗散的时间尺度。现用本文结果与之比较。为简单起见，只讨论正压情况。考虑均质大气，标高$H=8000$m，设$V_g=10$ m/s，$f=10^{-4}$ s^{-1}，则单位面积总动能为520000 J/m^2，考虑$\Delta\theta=0$ K，±5 K，±10 K，我们可求出相应的T_r，设此动能耗散速度不变，则可求出动能全部耗散完的时间，见表2。可见稳定度不同，P差别很大，稳定不稳定时可相差一个量级以上，文献[6]中在$V_g=10$ m/s时得出$P=100$ h，它既未考虑层结，又未考虑粗糙度。若考虑这些因子，则本文结果更精确些，并得到了具体气象参数的影响。与表2比，[6]的结果只反映了大气的平均状况。

表2　动能全部耗散的时间P

$\Delta\theta(K)$	S	T_r(J/m^{2}s)	P(h)
-10	-360	4.543	31.8
-5	-180	3.307	43.7
0	0	1.870	77.2
5	180	0.336	429.9
10	360	0.187	772.4

4. 结　　语

本文从边界层动力学的相似理论及阻力定律出发，给出根据宏观外参数来求边界层中动能耗散的方法及结果，得到了层结，斜压性，粗糙度，地转风速及纬度的影响，改进了变性能量的计算方法。本文方法可直接应用到大尺度模式中以估计边界层的动能耗散，因而对大气动能平衡的研究，对从能量观点研究天气系统的发展，维持有一定意义。

参 考 文 献

[1] Bhumralkar, C. M., A survey of parameterization technique for the PBL in atmospheric circulation models, *R-1653 ARPA. ORDER* No. 189-1, 1975.

[2] Pai, S. Y. T., and P. J., Smith, A kinetic energy climatology of flow regimes associated with 500 mb waves over North America in winter and spring, *Mon. Wea. Rev.*, **109**,1862-1878,1981.

[3] Fuelberg, H. E., and J. R., Scoggins, Kinetic energy budget during the life cycle of intense convective activity, *Mon. Wea. Rev.*, **106**,637-653,1978.

[4] Robertson, F. R., and P. J., Smith, The kinetic energy budget of two severe storms producing extratropical cyclone, *Mon. Wea. Rev.*, **108**,127-143,1980.

[5] Kung, E. C., and W, E., Baker, Energy transformation in middle-latitude disturbances, *Q. J. Roy. Met. Soc.*, 101,793-815,1975.
[6] 刚 金等，动力气象学基础(下册)，中译本，高等教育出版社，533,1958。
[7] Yamamoto, G., A. Shimanuki, M. Aida, and N. Yasuda, Diurnal variation of wind and temperature field in the Ekman layer, 气象集志，51,377-387,1973.
[8] Zhao, M., The theoretical distribution of wind in PBL with circular isobars, *Boundary-Layer Meteorol.*, 26,209-226,1983.
[9] Йорданов, Д. Л., В. П, Пененко, и А. Е. Алояи, Параметризачия стратифицированного бароклинного ППС для численного моделирования атмосферых процессов, *Изв. ФАО*, 14, 815-823,1978.
[10] Йорданов, Д. Л., Параметризация влияния бароклинности в ППС, *Изв. ФАО*, 10, 783-786, 1974.
[11] Deacon, E. L., Geostrophic drag coefficient, *Boundary-Layer Meteorol.*, 5,321-340,1973.

THE DISSIPATION OF THE ATMOSPHERIC KINETIC ENERGY IN THE TURBULENT BOUNDARY LAYER

Zhao Ming
(*Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University*)

Abstract

The dissipation of the kinetic energy caused by turbulent friction is difficult to be evaluated in atmospheric energetics. In this paper, based on the parameterization method in the modern boundary layer dynamics, a method for calculating the dissipation from the external parameters including geostrophic wind speed, the bulk stratification parameter for the boundary layer, the baroclinity parameters, the roughness of the ground and the Coriolis parameter is suggested, and the numerical results for the relations between the dissipation and these parameters are obtained, improving the knowledge about the dissipation of the kinetic energy. The methods in this paper can be applied in the large and mesoscale models to evaluate the disspation of the kinetic energy caused by the turbulent friction in the boundary layer.