第46卷 第4期　　气 象 学 报　　Vol. 46, No. 4
1988 年 11 月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Nov., 1988

由平均风速和其标准差估算 Weibull 参数的近似公式及其精度*

胡 文 忠

（内蒙古大学物理系）

在风资源的研究工作中，理论计算结果往往与对样本进行统计处理的结果不一致，原因是多方面的，主要和下列因素有关：1）样本（包括测试仪器的精度、测试方法和数据处理等），2）拟合理论（用什么样的概率分布函数拟合实际观察值分布），3）估算拟合理论中参数的方法和近似公式。本文不涉及前两个问题。

若采用双参数 Weibull 概率分布函数拟合实际观察值分布时，Justus 等人给出了五种估算参数的方法[1]，本文只讨论其中的第三个方法。

1. 理 论 分 析

文献[1]中的第三个方法是由平均风速和其标准差估算 Weibull 参数，它和第一个方法均因估算精度较高，常被广泛使用。Justus 等人给出的估算公式是：

$$K=\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1.086} \tag{1}$$

这里 μ 是风速 V 的期望值，σ 是其标准差。

有人误认为公式(1)是个经验公式，其实它是函数

$$\frac{\sigma}{\mu}=\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{K}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{K}\right)\right]^{1/2}\Big/\Gamma\left(1+\frac{1}{K}\right) \tag{2}$$

的反函数

$$K=f\left(\frac{\sigma}{\mu}\right) \tag{3}$$

的近似表达式。此处 Γ 是通常的伽马函数。

为了导出公式(1)，假定公式(3)具有如下的形式

$$K=\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{\gamma} \tag{3'}$$

则有

$$\gamma=\ln K/\ln\left(\frac{\sigma}{\mu}\right) \tag{4}$$

把公式(2)代入式(4)，消去$\frac{\sigma}{\mu}$，得

$$\gamma=2\ln K/\ln\left[\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{K}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{K}\right)}-1\right] \tag{4'}$$

为了搞清楚 γ 与 K，$\frac{\sigma}{u}$ 之间数值对应关系，先给出一系列 K 值，然后由公式(2)和(4′)分别算出相

* 本文于 1986 年 10 月 28 日收到，1987 年 3 月 25 日收到修改稿。

应的$\frac{\sigma}{\mu}$及 γ 值（见表 1）。

表 1　$\frac{\sigma}{\mu}$，$\frac{\mu}{\sigma}$，γ 及 K 之间的数值对应关系

σ/μ	1.4623	1.2605	1.1129	1.0000	0.9103	0.8368	0.7757	0.7236	0.6789	0.6398
μ/σ	0.6839	0.7933	0.8985	1.0000	1.0985	1.1951	1.2892	1.3819	1.4731	1.5629
γ	−0.9387	−0.9639	−0.9846	−1.0000	−1.0146	−1.0230	−1.0330	−1.0402	−1.0468	−1.0525
K	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
σ/μ	0.6055	0.5747	0.5476	0.5228	0.5003	0.4799	0.4611	0.4438	0.4278	0.4132
μ/σ	1.6514	1.7399	1.8261	1.9128	1.9989	2.0838	2.1686	2.2530	2.3374	2.4201
γ	−1.0578	−1.0613	−1.0659	−1.0687	−1.0713	−1.0739	−1.0760	−1.0778	−1.0792	−1.0812
K	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
σ/μ	0.3992	0.3866	0.3746	0.3633	0.3593	0.3529	0.3429	0.3247	0.3086	0.2937
μ/σ	2.5049	2.5868	2.6696	2.7526	2.7833	2.8333	2.9165	3.0801	3.2406	3.4052
γ	−1.0817	−1.0833	−1.0843	−1.0850	−1.0861	−1.0864	−1.0867	−1.0878	−1.0894	−1.0897
K	2.7	2.8	2.9	3.0	3.04	3.1	3.2	3.4	3.6	3.8

由表 1 可以看出 γ 是变异系数$\frac{\sigma}{\mu}$的单调递增函数。当$\frac{\sigma}{\mu}$的值从 1.4623 减到 0.2937 时，γ 的值则由−0.9387 减为−1.0897。可见 γ 值的变化范围不大，当对估算精度要求不太高时，可以近似地看做常数。

根据文献[2]和内蒙古 105 个气象台（站）的有关资料来看，大多数地区变异系数的取值范围约在 0.5 至 1.0 之间(相应的K值在 1 至 2 之间)。若由公式(1) 估算形状参数K，理论上相对误差可能超过 1%。

2. 几 个 新 公 式

表 1 是用列表法来表示函数关系(3)，因而它是给出新的近似公式的理论基础。表 1 指出形状参数 K是变异系数$\frac{\sigma}{\mu}$的单调递减函数[3]，是$\frac{\mu}{\sigma}$ $\left(\frac{\sigma}{\mu}\text{的倒数}\right)$的递增函数，且$K$和$\frac{\mu}{\sigma}$之间近似地呈线性关系。

分别用分段直线和抛物线拟合曲线

$$K=\psi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) \tag{3''}$$

则可以得到下面几个近似估算式

$$K=1.05\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1} \qquad 0.37\leqslant\frac{\sigma}{\mu}\leqslant1.26 \tag{5}$$

$$K=\begin{cases}1.005\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1} & 0.780\leqslant\frac{\sigma}{\mu}\leqslant1.260\\ 1.134\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1}-0.167 & 0.480\leqslant\frac{\sigma}{\mu}<0.780\\ 1.200\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1}-0.302 & 0.290\leqslant\frac{\sigma}{\mu}<0.480\end{cases} \tag{6}$$

$$K=\begin{cases}0.1432\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-2}+0.7107\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1}+0.1461 & 0.7600\leqslant\frac{\sigma}{\mu}\leqslant1.3700\\ 0.0713\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-2}+0.8969\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1}+0.0244 & 0.5300\leqslant\frac{\sigma}{\mu}<0.7600\\ 0.9711\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1.1140} & 0.3300\leqslant\frac{\sigma}{\mu}<0.5300\end{cases} \tag{7}$$

由公式(5)、(6)和(7)估算形状参数K,理论上相对误差分别不超过5%、0.5%、0.05%(参看表2)。其中公式(5)的估算精度虽然不高,但由于计算比较简单,可做为粗略估算和快速检验K值时使用。(6)及(7)式在估算精度方面显然优于(1)式。

表 2 由各近似公式得到的形状参数

μ/σ	0.6839	0.7933	0.8985	1.0000	1.0985	1.1951	1.2892	1.3819	1.4731
K_2	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000	1.1000	1.2000	1.3000	1.4000	1.5000
K_1	0.6619	0.7777	0.8903	1.0000	1.1076	1.2136	1.3177	1.4209	1.5230
K_5	0.7181	0.8330	0.9434	1.0500	1.1534	1.2549	1.3537	1.4510	1.5468
K_6	0.6873	0.7973	0.9030	1.0050	1.1040	1.2011	1.2956	1.4001	1.5035
K_7	0.6991	0.8000	0.9003	1.0000	1.0996	1.2000	1.3003	1.4000	1.5003

μ/σ	1.5629	1.6514	1.7399	1.8261	1.9128	1.9989	2.0838	2.1686	2.2530
K_2	1.6000	1.7000	1.8000	1.9000	2.0000	2.1000	2.2000	2.3000	2.4000
K_1	1.6241	1.7242	1.8245	1.9232	2.0225	2.1216	2.2196	2.3179	2.4160
K_5	1.6410	1.7340	1.8269	1.9174	2.0084	2.0988	2.1880	2.2770	2.3657
K_6	1.6053	1.7057	1.8060	1.9038	2.0021	2.0998	2.1960	2.2922	2.4016
K_7	1.6003	1.7000	1.8008	1.9000	2.0009	2.1006	2.2002	2.3002	2.4002

μ/σ	2.3374	2.4201	2.5049	2.5868	2.6696	2.7526	2.9165	3.0801	3.2406
K_2	2.5000	2.6000	2.7000	2.8000	2.9000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000
K_1	2.5145	2.6112	2.7107	2.8071	2.9048	3.0030	3.1977	3.3930	3.5854
K_5	2.4543	2.5411	2.6301	2.7161	2.8031	2.8902	3.0623	3.2341	3.4026
K_6	2.5029	2.6021	2.7039	2.8021	2.9015	3.0011	3.1978	3.3941	3.5867
K_7	2.5005	2.5993	2.7009	2.7995	2.8995	3.0001	3.1998	3.4004	3.5983

为了比较各个近似式的估算精度，先给出一系列的$\frac{\sigma}{\mu}$值，然后由第i ($i=1,2,5,6,7$) 个式算出形状参数的值K_i，列在表2中。

尺度参数C，一般由式

$$C=\mu/\Gamma\left(1+\frac{1}{K}\right) \tag{8}$$

计算。由于查Γ函数表比较麻烦，作者根据类似前面所谈的数值分析法亦给出两个近似式

$$C=\begin{cases}1.03\,K\mu & 0.8<K<1\\ 1.07\,\mu & 1<K\end{cases} \tag{9}$$

$$C=\frac{1.0321\,K^2}{(K-0.1863)^2+0.3704}\mu \qquad 0.9\leqslant K\leqslant 2.8 \tag{10}$$

相对误差分别小于7%和0.05%。

式(10)中用了近似式

$$\Gamma\left(1+\frac{1}{K}\right)=\frac{(K-0.1863)^2+0.3704}{1.0321\,K^2} \qquad 0.9\leqslant K\leqslant 2.7 \tag{11}$$

在其它估算Weibull参数的方法中，(9)和(11)式都将适用。

3. 小　　结

本文从双参数Weibull分布函数出发，经过理论分析，用拟合的方法给出几个估算形状参数K和尺度参数C的近似公式。当具体使用这些估算式时，则要用样本的平均风速$\bar{V}$及其标准差S_V分别替代μ和σ。

参 考 文 献

[1] Justus, C. G., W. R. Hargraves, Amil Mikhail and Denise Graber, Method for estimating wind speed frequency distribution, *J. Appl. Meteor.*, 17, 3, 350—353, 1978.
[2] 徐大海，大气边界层内风的若干特性及其应用，空气动力学学报，1984，3，75—85。
[3] Lysen, E. H., Introduction to Wind Energy, CWD 82—1 (2nd Edition), 42—50, May 1983.

FORMULAS AND THEIR ACCURACY FOR ESTIMATING THE WEIBULL PARAMETERS BY AVERAGE WIND SPEED AND STANDARD DEVIATION

Hu Wenzhong
(Department of Physics, Nei Mongol University)

Abstract

In the paper, some formulas for estimating the Weibull parameters of wind speed frequency distribution are given, and the estimation accuracy is discussed.