

一个近地层中的三维随机扩散模式*

杜曙明** 王彦昌 李宗恺

(南京大学大气科学系)

提 要

利用横向 Lagrange 时间尺度 T_{LY} 与稳定度及高度的关系^[1], 本文建立了一个三维随机扩散模式, 并用它模拟了近地层中地面源的扩散过程。模式计算结果表明: 在稳定层条件下该模式比取 T_{LY} 为常数得到的模式有明显的改进, 而在不稳定条件下这一模式改进不大。

一、引 言

统计理论是扩散理论的一个重要组成部分^[2]。早在二十年代, Taylor 就提出了均匀、定常条件下计算脉动量方差的理论公式, 但这样的条件在实际大气中并不满足。

随着高速、大容量电子计算机的产生和发展, 随机数值模拟方法逐渐成为统计扩散理论的一个重要分支。Thompson 首先用随机数值模式研究了地面源扩散问题, 他的模式能够模拟出烟流的一些主要特征, 但由于过于简单, 不能反映出大气中的真实情况。此后, Reid 利用 Euler 铅直速度谱得出了铅直向 Lagrange 时间尺度 T_{LZ} , 在此基础上建立随机模式模拟了地面源的铅直扩散。Wilson 等人^[3]和 Legg 等人^[4]分别研究了脉动铅直速度方差随高度变化时的地面源扩散问题。

上面所提及的工作都只限于讨论中性层结条件下的扩散, 而边界层大气通常是非中性层结的。此外, 对横向扩散的处理还没有人作过细致的研究。下面, 我们利用文献[1]给出的 T_{LY} 建立一个三维随机扩散模式, 该模式不需假定分布形式就能直接给出浓度分布。利用这个模式, 我们还要对非中性层结条件下近地层中地面源扩散问题作进一步的研究。

二、理论与模式

1. 基本理论

随机扩散模式中的一个最为重要的假定是被扩散粒子的脉动速度可以用 Markov 链来表示。以横向脉动速度 v' 为例, 即有

$$v'(t + \Delta t) = v'(t)R_{LY}(\Delta t) + \rho_v \quad (1)$$

其中 Δt 为时间间隔, $R_{LY}(\Delta t)$ 为横向 Lagrange 时间相关系数, ρ_v 为随机量, 通常认为 ρ_v 服从 Gauss 分布, 其平均值为零, 标准差为

$$\sigma_{\rho_v} = \sigma_v \{1 - [R_{LY}(\Delta t)]^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

关于(1)和(2), Hanna^[5]已用大气边界层中的探测资料给予了证明。

* 本文于1986年9月26日收到, 1987年5月5日收到最后修改稿。

** 现在南京气象学院工作

40 年代中期,人们用 Langevin 方程研究布朗运动取得了巨大的成功。考虑到分子扩散与湍流扩散的相似性,近年来,国外一些学者把 Langevin 方程用于研究湍流扩散,结果表明这个方法是可行的^[2]。Legg 等人^[4]从该方程入手,经过一定的物理考虑,得出了与(1)、(2)相同的结果。这从另一个侧面反映了(1)和(2)的正确性。

当 Δt 较小时,一般认为取

$$R_{LY}(\Delta t) = \exp(-\Delta t/T_{LY}) \quad (3)$$

是合适的^[5]。以 v_n 表示 $v'(t)$, v_{n+1} 表示 $v'(t + \Delta t)$, 则我们得到

$$v_{n+1} = v_n e^{-\frac{\Delta t}{T_{LY}}} + \sigma_v (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_{LY}}})^{\frac{1}{2}} \xi_n \quad (4)$$

同样,在铅直方向上有

$$w_{n+1} = w_n e^{-\frac{\Delta t}{T_{LZ}}} + \sigma_w (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_{LZ}}})^{\frac{1}{2}} \eta_n \quad (5)$$

其中 ξ_n, η_n 为均值(为零),方差为 1 的服从 Gauss 分布的随机量。

从上面的式子可以看出,只要给出了 $\sigma_v, \sigma_w, T_{LY}$ 和 T_{LZ} , 我们就可以计算每一时刻的粒子脉动速度,进而模拟粒子的扩散过程。

据研究^[3], σ_w 的铅直梯度将对被扩散粒子施加一个附加的作用力。定义由它引起的速度为粒子飘移速度 $\overline{W}(z)$, 则 $\overline{W}(z)$ 与 σ_w' 的关系为

$$\overline{W}(Z) = \sigma_w T_{LZ} \frac{\partial \sigma_w}{\partial Z} \quad (6)$$

利用后面给出的 σ_w 和 T_{LZ} , 我们可以得出:对于稳定层结, $\overline{W}(Z) = 0$; 对不稳定层结, 有

$$\overline{W}(Z) = (1.3 u_*)^2 \left(-\frac{2}{L} \right) \frac{\kappa Z u_*}{\phi_H \sigma_w^3} \quad (7)$$

其中 κ 为 Karman 常数取为 0.4, u_* 为摩擦速度, ϕ_H 为无量纲位温梯度。

2. 模式

利用作者导出的横向 Lagrange 时间尺度 T_{LY} ^[1], 我们可以建立一个简单的随机扩散模式来模拟近地层中地面源的扩散过程。考虑水平均匀湍流, 平均风场为 1 维, 以释放源所对应的地面点为源点, 平均风向为 X 轴建立直角坐标系, 在此坐标系中, 平均风场为

$$\overline{\mathbf{V}} = (\bar{u}, 0, 0) \quad (8)$$

其中 \bar{u} 由 Businger-Dyer 通量梯度关系的积分给出, 列于表 1 中。

为简单起见, 不考虑 x 方向的脉动速度, 则脉动速度场为

$$\mathbf{V}' = (0, v', w') \quad (9)$$

其中 v' 和 w' 分别由(4)和(5)给出。

污染物在大气中的扩散是脉动风场作用的结果。由于污染物粒子很小, 可以看作是被动被动的。同时考虑到平均风场对粒子的输送作用, 并计入粒子的飘移速度 $\overline{W}(Z)$, 可得粒子在 t_{n+1} 时刻的位置为

$$\begin{cases} X_{n+1} = X_n + \bar{u}(Z) \Delta t \\ Y_{n+1} = Y_n + v'(Z) \Delta t \\ Z_{n+1} = Z_n + [\overline{W}(Z) + W'(Z)] \Delta t \end{cases} \quad (10)$$

把被考虑的空间区域分为若干个立体网格,在源点逐个释放粒子并利用(10)计算每一时间步长上粒子的位置,进而观察该时间步长上粒子处在哪一个网格中。 N 个粒子放完后,将每一网格中所有粒子所停留的时间相加,则这一时间总和就正比于该网格中的污染物浓度。以 DX_i, DY_i, DZ_i 表示第 i 个网格在三个方向上的格距, Q 表示释放源的强度, N 为释放粒子总数, n_i 为经过第 i 个网格的粒子数,则第 i 个网格中的污染物浓度为

$$c_i = \frac{n_i Q}{N DY_i DZ_i \bar{u}(Z)} \quad (11)$$

由(4)和(5)可以看出,每一时间步长上的脉动速度由随机部分和与上一时间步长的相关部分组成。相关部分由上一时间步长的脉动速度给出,随机部分由计算机按照要求(服从 Gauss 分布)产生。

本文中我们取 $DX_i = 10 \text{ m}, DY_i = 2 \text{ m}, DZ_i = 1 \text{ m}, Q = 1$ (这样得到的 C_i 实际上为 $\frac{c_i}{Q}$), $N = 5000, \Delta t = 1 \text{ s}$ 。因为我们所取的湍流参量均为水平均匀的,为节省计算机内存,我们只计算 $Y \geq 0$ 一侧,并只给出地面浓度分布和 $Y = 0$ (即过烟流轴)处的铅直浓度分布。这两个浓度分布对描述烟流扩散是最有意义的。

Briggs^[6]认为,在 Prairie-Grass 试验中,地表对排放源所释放的二氧化硫气体有较强的吸收作用,触地的排放物有很大一部分被草地吸收。为了考虑地面吸收作用对浓度场的影响,我们对下列二种情况进行计算: 1) 地面全反射; 2) 排放物粒子触地时有三分之一的概率被吸收。

在文献[1]中,我们已经讨论了横向 Lagrange 时间尺度,指出, T_{LY} 应随稳定度及高度变化。为了考虑 T_{LY} 对浓度场的影响,我们建立两个模式,模式 I 中用文献[1]给出的 T_{LY} ,模式 II 中则取 T_{LY} 为常数(本文中取为 200 s)。两个模式除了 T_{LY} 不同外,其他完全相同。

3. 模式的输入参数

前面曾经指出,只要已知 $\sigma_v, \sigma_w, T_{LY}$ 和 T_{Lz} 这四个参数,我们就能计算出粒子轨迹,进而解决扩散问题。下面,我们就给出这四个参数。

到目前为止,许多学者研究了近地层中 σ_w 和 σ_v 的分布规律^[2]。现比较公认的是 Wyngaard 对稳定层结的结果和 Panofsky 等人对不稳定层结的结果。这些结果均列于表 1 中。

模式 I 中的 T_{LY} 取作者给出的结果^[1],也列于表 1 中。

对铅直向 Lagrange 时间尺度 T_{Lz} ,我们作如下的推导。利用统计扩散理论中铅直向湍流扩散系数 K_z 的定义

$$K_z = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{2} \sigma_z^2 \right)$$

及 Taylor 公式

$$\sigma_z^2 = 2\sigma_w^2 \int_0^T dt \int_0^t R_{Lz}(\tau) d\tau$$

表 1 模式所需各输入量的表达式

表达式 输入量	层 结 稳 定 层 结	不 稳 定 层 结
σ_v	$1.32 u_*$	$u_* \left(12 - 0.5 \frac{Z_i}{L} \right)^{\frac{1}{3}}$
σ_w	$1.32 u_*$	$1.3 u_* \left(1 - 3 \frac{Z}{L} \right)^{\frac{1}{3}}$
ϕ_H	$1 + 5 \frac{Z}{L}$	$\left(1 - 16 \frac{Z}{L} \right)^{-\frac{1}{2}}$
T_{Lr}	$0.242 \sqrt{Z Z_i} / u_*$	$\frac{0.1275 Z_i}{u_* \left(12 - 0.5 \frac{Z_i}{L} \right)^{\frac{1}{3}}}$
T_{Lz}	$\frac{\chi u_* Z}{\phi_H \sigma_v^2}$	$\frac{\chi u_* Z}{\phi_H \sigma_w^2}$
\bar{u}	$\frac{u_*}{x} \left[\ln \left(\frac{Z}{Z_0} \right) + 5 \frac{Z}{L} \right]$	$\frac{u_*}{x} \left[\ln \left(\frac{Z}{Z_0} \right) - \psi \right]^*$

$$* \quad \psi = 2 \ln \left(\frac{1+x}{2} \right) + \ln \left(\frac{1+x^2}{2} \right) - 2 \operatorname{tg}^{-1} x + \frac{\pi}{2}, \text{ 其中 } x = \left(1 - 16 \frac{Z}{L} \right)^{\frac{1}{4}}$$

可得

$$K_z = \sigma_w^2 T_{Lz} \quad (12)$$

而近地层中湍流热量交换系数

$$K_H = \frac{\kappa u_* Z}{\phi_H} \quad (13)$$

通常,人们认为在大气边界层中质量和热量有相同的被输送性质,即扩散系数与热量交换系数相等,从而有

$$T_{Lz} = \frac{\kappa u_* Z}{\phi_H \sigma_w^2} \quad (14)$$

引入 Businger-Dyer 通量梯度关系中的 ϕ_H 表达式,则 T_{Lz} 就完全确定了。 ϕ_H 的表达式也列于表 1 中。

三、数值模拟的结果与讨论

用前面建立的随机数值模式,我们模拟了 Project Prairie-Grass^[7] 的 No. 18 和 No. 44 两次扩散试验,其中 No.18 为稳定层结下的试验, No. 44 为不稳定层结即对流条件下的试验。源点高度为 0.46 m, 采样高度为 1.5 m, 地面粗糙度为 0.03 m。由近地层的风温观测可定出稳定度参数 M-o 长度 L 和摩擦速度 u_* , 用探空资料可定出边界层高度 Z_i , 均列于表 2。

1. 稳定层结条件下的计算结果及分析

首先,我们给出实测和模拟出的地面浓度分布如图 1-4 所示。从图上可以看出,图 2、图 3 的特征和图 1 基本上一致,图 4 与图 1 则有较大的差异。也就是说,模式 I 比模式 II 有明显的改进。其原因是显然的,模式 II 中取 T_{Lr} 为常数(本文中取为 200 s),这

表 2 两次观测的湍流参量

序号	项目	观测时间	$u_*(\text{m/s})$	$L(\text{m})$	$Z_i(\text{m})$
No. 18		1956. 7. 23. 22:00—22:10	0.303	35.8	300
No. 44		1956. 8. 15. 14:00—14:10	0.644	-25.0	1450

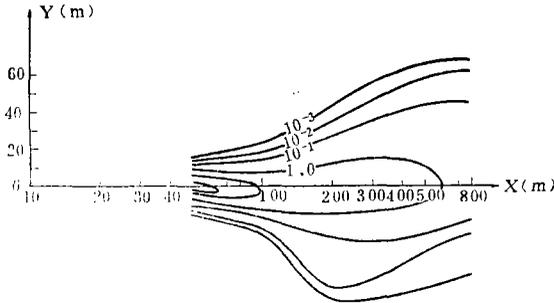


图 1 Prairie-Grass 计划 No. 18 观测的地面浓度分布

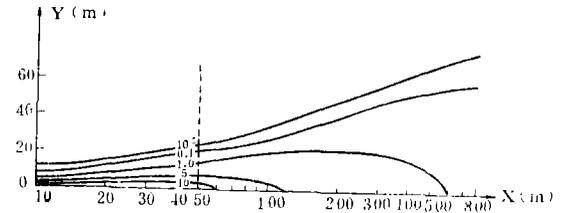


图 2 考虑地面部分吸收用模式 I 模拟 No. 18 观测得到的结果

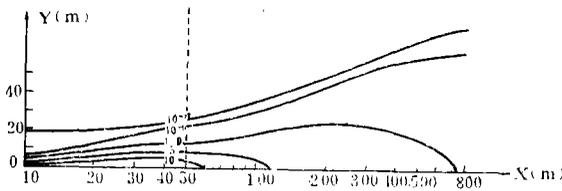


图 3 考虑地面全反射用模式 I 模拟 No. 18 观测得到的结果

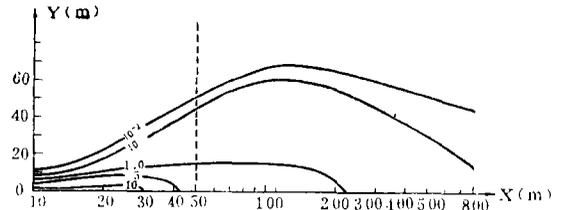


图 4 考虑地面全反射用模式 II 模拟 No. 18 观测得到的结果

样的取法既未反映出当时的层结状况,也未体现出地面对湍流的限制作用。我们知道,横向 Lagrange 时间尺度是一个湍流特征量,它应与稳定度有密切的关系;另一方面,由于地面的存在,湍流在近地面应以小湍流为主,大湍流不易维持,故 T_{LY} 在近地面应为较小值。从 T_{LY} 的表达式可以看出,模式 I 不存在这个问题,故其结果与观测值符合得较好。

采用不同的 T_{LY} 得到的铅直向浓度分布也很不相同。在相同的空间点上,模式 I 比模式 II 得出的值大很多。前面,我们曾经说过,取 T_{LY} 为常数,实际上是去掉了地面对湍流的影响,夸大了横向扩散的作用,这样,模式 II 模拟出的过烟流轴铅直剖面上的浓度值必然会明显地偏小。

图 2 和图 3 分别表示考虑了地面部分吸收和全反射由模式 I 得出的浓度分布。可以看出,地面吸收在近源处几乎不起作用,在远离源处地面吸收作用减小了地面浓度值,但不是十分明显。计算结果还表明,考虑地面吸收只能使过烟流轴铅直剖面上的浓度有很小幅度的减小。由于受对比所需的实测资料的限制,我们只对 $X \leq 800 \text{ m}$ 的区域作了模

拟,但可以推断,在较远的距离上随着距离的增加,地面吸收作用将会明显地增大。这是因为距源越远,粒子到达该处前触地的机会越多,被吸收的可能就越大。

2. 不稳定层结条件下的计算结果及分析

我们分别用模式 I 和模式 II 模拟了 Prairie-Grass 试验的 No. 44 观测。观测及模拟的结果如图 5—8 所示。

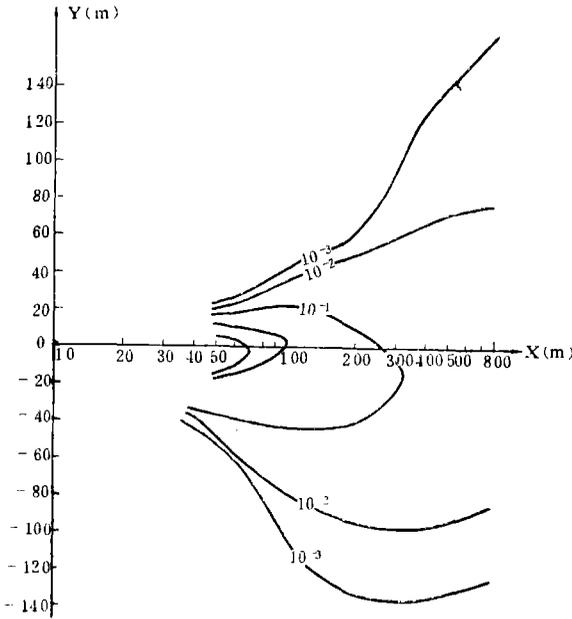


图 5 Prairie-Grass 计划 No.44 观测的地面浓度分布

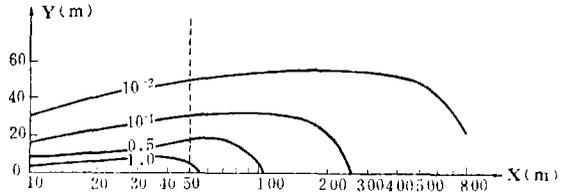


图 6 考虑地面部分吸收用模式 I 模拟 No.44 观测得到的结果

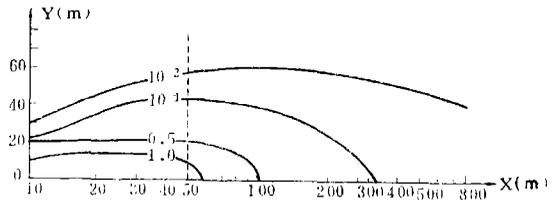


图 7 考虑地面全反射用模式 I 模拟 No.44 观测得到的结果

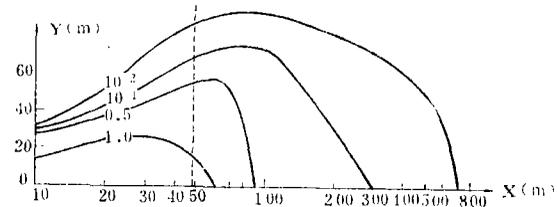


图 8 考虑地面全反射用模式 II 模拟 No.44 观测得到的结果

由图可以看出,在不稳定层结条件下,模式 I 的结果比模式 II 有所改进,但不很明显。前面我们曾经指出:模式 I 和模式 II 的差异在于两个模式中的 T_{LY} 不同。在不稳定层结条件下,两模式的 T_{LY} 虽有所不同,但差别不是很大,这主要表现在模式 I 中的 T_{LY} 也随高度不变且在近地面处仍是一个很大的值。这一点是很不合理的。尽管在层结不稳定时湍流可以发展得很大,但地表对它的限制总是存在的。由此看来,模式 I 中把近地面处湍流的水平特征尺度取为 $1.5 Z_i$ 是不合适的。至于如何取法,有待于今后进一步的研究。

模式 I 的计算结果与实测相符不是很好的另一个原因可能是对流边界层的结构问题。Kaimal 等人^[8]指出:在对流条件下,大气边界层的下半部分以上升气流为主,在上升气流的间隙存在着下沉气流。Deardorff^[9]认为在近地层中下沉气流也是存在的,且其速度很大。因此在对流条件下的近地层中,被扩散粒子总的来说是上升的,但其上升路径呈“之”字形,即要经历上升-下降-上升的过程。本文所取的粒子飘移速度能否表示出真

实的上升过程尚待研究。

从计算结果(地面浓度分布和铅直剖面上的浓度分布)可以看出,考虑触地粒子有三分之一的概率被吸收几乎不影响浓度分布,这是因为在不稳定层结条件下粒子向上的飘移速度较大,使其不易着地,从而被吸收的可能性就小。

四、结 论

本文中我们建立了一个三维随机扩散模式,该模式能直接给出各种层结条件下的浓度分布而不需对浓度分布形式作任何假定。利用这个模式,我们模拟了 Prairie-Grass 计划的两个个例,计算结果表明我们的模式基本上能模拟出浓度的分布特征。在稳定层结条件下,模式 I 比模式 II 有明显的改进,另外,地表的吸收作用能降低远离源处的地面浓度,在近源处作用不明显。在不稳定层结条件下,模式 I 对模式 II 的改进不大,地表的吸收作用在整个采样范围内不明显。

参 考 文 献

- [1] 杜曙明、王彦昌、李宗恺,一种横向扩散参量的计算方法,南京气象学院学报,11,3,292-299,1988。
- [2] Pasquill, F. and F. B. Smith, Atmospheric Diffusion, 3rd ed., Ellis Horwood Ltd, 1983.
- [3] Wilson, J. D., et al, Numerical simulation of particle trajectories in inhomogeneous turbulence II: Systems with variable turbulent velocity scale, *Bound-Layer Meteor.*, 21, 4, 423-441, 1981.
- [4] Legg, B. J., et al, Markov chain simulation of particle dispersion in inhomogeneous flows: The mean drift velocity induced by a gradient in Eulerian velocity variance, *Bound-Layer Meteor.*, 24, 1, 3-13, 1982.
- [5] Neumann, J., Some observations on the simple exponential function as a Lagrangian velocity correlation function in turbulent diffusion, *Atmos. Environ.*, 12, 10, 1965-1968, 1978.
- [6] Briggs, G. A., Lectures on atmospheric diffusion, Nanjing, China, 1985.
- [7] Barad, M. L. (ed.), Project Prairie Grass, *Geophys. Res. Pap.*, 1, 59, 1958.
- [8] Kaimal, J. C., et al. Turbulent structure in the convective boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 33, 11, 2152-2169, 1976.
- [9] Deardorff, J. W., Three Dimensional numerical study of a heated height and mean structure of a heated planetary boundary layer, *Boundary-Layer Meteor.*, 7, 1, 81-106, 1974.

A THREE-DIMENSIONAL STOCHASTIC DISPERSION MODEL IN THE SURFACE LAYER

Du Shuming* Wang Yanchang Li Zongkai

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)

Abstract

By using the relations between lateral Lagrangian time scale and stability and height, a three-dimensional stochastic dispersion model to simulate the dispersion process in surface layer for ground level releases is build up. The results of model computation show that (1) under stably stratified conditions this model is much superior to the model of T_{LY} equal to constant, (2) under unstable conditions, the improvement of model I to model II is not very great.

* Present affiliation: Nanjing Institute of Meteorology.