

# 定常积云的云底抽吸与 Haltner 气柱模式\*

王 沛 霖

(中山大学大气科学系)

本文提出积云发展过程中存在着云底抽吸效应。按照气柱模式,云底处质量连续性的要求,发展最强阶段积云的云底抽吸主要取决于云底浮力,一般浓积云的云底抽吸还依赖于云底动力挟卷率。一般情况下,气团内部发展最强阶段的较强的积云的云底抽吸是云底入流的第一近似。

数值计算和对实际积云的吸入量和云高模拟的结果支持了云底抽吸的概念。

作为第一近似,以云底抽吸确定云底升速,使 Haltner 模式具有新的特点,可以在缺乏实测云底升速条件的情况下,应用 Haltner 模式对气团内部最强阶段的较强的积云进行近似模拟。

## 1. 云 底 抽 吸

与 Simpson 模式<sup>[1]</sup>不同,Haltner 模式<sup>[2,3]</sup>主要处理了动力挟卷(也处理了湍流混合),动力挟卷率主要是由云中上升气流来调整的,比较适合于描述云形准定常、大部分外观为柱状的定常阶段的积云。

任一维定常模式的数值模拟都必须给出云底边界条件之一的云底升速,实际上,云底升速资料是不能由常规观测手段取得的,因而这是不可能做到的。由于 Haltner 模式对云底升速相当敏感<sup>[4]</sup>,而且、实测表明云底入流的升速变幅很大,一般为 1—8 m/s<sup>[5,6]</sup>,也见过 10—15 m/s 的例子<sup>[7]</sup>,因此,若人为任意给定云底升速条件,模拟的结果往往并不可靠,这是 Haltner 模式很少能在实际模拟中得到应用的症结所在。

云底入流是积云生成和发展的一个必要条件。在积云的初生阶段,各种抬升机制提供的强度为每秒几厘米到 2 m/s 的云底入流是触发积云生成的必要条件<sup>[8]</sup>,其作用可比拟为“煽风点火”;随着积云的发展,逐渐建立起云底强大的上升入流,其升速一如上述,这可比拟为炉火旺盛时在炉口处的强劲抽风。基于这一类比,称之为云底抽吸。从一维以上时变理论的观点来看,云底抽吸是积云发展过程中流场和温度场相互制约的必然结果。虽然一维定常模式不允许云底以上的动力过程控制云底条件,但是、和炉口抽风原理一样,云下被吸入云中的空气若不受其它强迫作用,则积云在云底边界上也遵守质量守恒原理,由此、可以确定云底抽吸入流。

附录中给出了经过略加修改的 Haltner 模式方程组,将其中的连续方程(A)应用于云底高度上得到云底抽吸入流的速度为

$$W_z = \sqrt{\frac{g \left( \frac{\Delta t_{vD}}{T_{veD}} - l_D \right)}{2 \left( \frac{dN}{dZ} \right)_D + k_2 + \frac{g}{R_d T_{veD}} + \frac{1 + 12.5 Q_D}{T_{veD}} \left( \frac{dT}{dZ} \right)_D}} \quad (1)$$

其中下标“D”和“e”分别指云底和环境,  $\left( \frac{dN}{dZ} \right)_D$  为云底处动力挟卷率,其它为常用符号,  $\Delta t_{vD} = T_{vD} - T_{veD}$ ,分母中第四项已取  $T_{vD} \approx T_{veD}$  和  $\left( \frac{dT_v}{dZ} \right)_D \approx (1 + 12.5 Q_D) \left( \frac{dT}{dZ} \right)_D$ ,  $k_2 = 0.00011 \text{ m}^{-1}$  (按[4]),常可取  $l_D = 0$ 。

\* 本文于 1986 年 1 月 24 日收到,于 1987 年 4 月 7 日收到最后修改稿。

积云发展全过程的挟卷率的观测尚付阙如,Byers 和 Hull 测定过半径约 5 km 的大云的挟卷率为  $2 \cdot 10^{-4} m^{-1}$ , 而 Malkus, Stommsel 和 Ackerman 从半径只约 0.5 km 的小云的各项性质中推算出来的挟卷率为  $10^{-3} m^{-1}$ [9], 在云的中下部动力挟卷是主要的, 如将大云和小云分别视作积云的定常阶段和初生阶段, 则可推论, 随着云的发展和加强, 云中和云底处的动力挟卷率是在减小的, 而 Byers 和 Hull 通过观测还得出浓积云云底处空气是向云内辐合的, 即  $(\frac{dN}{dZ})_D > 0$  (动力吸入), 积雨云云底处空气是向外辐散的, 即  $(\frac{dN}{dZ})_D < 0$  (动力卷出) (见图 1), 从而进一步可以推论, 必然存在从浓积云过渡到积雨云阶段, 在此阶段中, 云底附近系统性入流为零, 即  $(\frac{dN}{dZ})_D = 0$ , 可将这个阶段称为积云最强盛阶段。

(1) 式表明, 气团内部最强盛积云的云底抽吸取决于云底浮力, 也和云底的湍流混合、云内外温度状况有关; 一般浓积云的云底抽吸还和云底动力挟卷率有关。

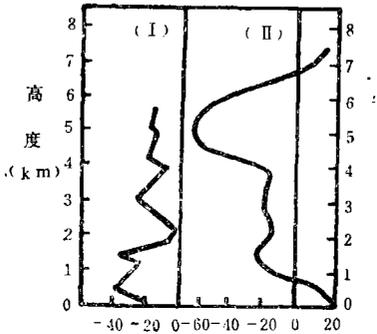


图 1 积云四周气流辐合辐散的垂直分布<sup>[10]</sup>  
(I)浓积云的情况, (II)积雨云的情况, 单位是每12秒面积的百分比)

为了对抽吸入流的升速作一大概估计, 表 1 中给出一定云底条件下, 由(1)式计算的结果。

表 1 为最强盛阶段积云的云底抽吸 ( $W_p$ ) 与云底温度偏差 ( $\Delta t_D$ ) 和 虚温偏差 ( $\Delta t_{vD}$ ) 的关系。(取云底气压  $p_D=900hPa$ ,  $t_{eD}=25^\circ C$ , 云底环境相对湿度  $f_D=80\%$ )

表 1 中所作的估计表明, 在通常云底温度偏差和湿度条件下, 发展最强盛阶段积云的云底抽吸与上述观测的云底升速有相同大小。

在云底抽吸(主要是浮力)的作用下, 云底单位质量空气获得的动能为

表 1

$\Delta t_{vD} (^\circ C)$	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
$\Delta t_D (^\circ C)$	-0.64	-0.60	-0.56	-0.48	-0.42	-0.32	-0.24	-0.17	0.006	0.16	0.32	0.54
$W_p (m/s)$	1.2	2.8	3.9	5.6	6.8	7.9	8.6	9.6	11.1	12.4	13.6	14.7

$$E_p = \frac{1}{2} W_p^2 \tag{2}$$

现在进一步考虑被吸入的空气从地面( $p_0$ )抬升到云底( $p_D$ )的过程中还可能受到的抬升作用, 对气团内部积云, 这种抬升作用, 只考虑机械抬升(辐合、涡动和地形抬升等)和云下浮力做功, 则抬升到云底时单位质量气块具有的动能为

$$E_r = \frac{1}{2} W_i^2 + R_d \int_{p_0}^{p_D} \Delta T_v d \ln p \tag{3}$$

其中  $W_i$  为空气受机械抬升到达云底时的升速, 右边第二项为云下浮力对抬升到云底的空气做功转换而来的单位质量的动能。

抬升到云底高度、并受云底抽吸作用的单位质量空气具有的总动能为  $E = E_p + E_r$ , 即

$$\frac{1}{2} W_D^2 = \frac{1}{2} W_p^2 + \frac{1}{2} W_i^2 + R_d \int_{p_0}^{p_D} \Delta T_v d \ln p, \tag{4}$$

其中  $W_D$  为云底入流的升速, 前已指出过  $W_i$  的大小, 但由于缺少现场探空观测, 很难对浮力做功项给出确切的估值, 不过气团内部午后边界层下部常出现  $\gamma > \gamma_d$ , 而云下附近气层常为  $\gamma < \gamma_d$ , 由于这两种情况相互抵消, 浮力做功项一般是不大的。

现以表 3 中云底抽吸较小的两例的平均值  $\bar{W}_p = 5.25 \text{ m/s}$  和云下总抬升为  $2 \text{ m/s}$  来作一初步估计, 按(4), 云底抽吸产生的单位质量的动能占总动能的 87%, 而  $W_D = 5.62 \text{ m/s}$ , 可见云底抽吸是云底入流升速的第一近似。

## 2. 计算结果

对气团内部发展最强阶段的积云来说, 取云底抽吸作为云底升速的第一近似, 即取  $W_D \approx W_p$ , 这是本文的计算与 Haltiner 不同之处。大气参数的取值范围与 Haltiner 大致相同, 只是云底温度偏差容许取负值(更符合实际情况),  $f_D$  为云底层 500 m 深度的相对湿度,  $f$  为该层以上的相对湿度, 云底气压为 900 hPa, 采用龙格-库塔方法, 取 100 m 步长, 对 Haltiner 模式方程组(见附录)进行数值积分, 结果列于表 2 中。

表 2 最强盛阶段积云的数值结果( $W_D \approx W_p$ )

组别	大气参数	变动参数	$\Delta t_{rD}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$W_D$ (m/s)	$H$ (km)	$W_{\max}$ (m/s)	$l_{\max}$ (g/kg)	$\Delta t_{\max}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\left(\frac{M}{M_D}\right)_{\max}$ (高度) (km)	
1	$\Delta t_D = -0.25 (^{\circ}\text{C})$ $f_D = 80 (\%)$ $f = 80 (\%)$ $\alpha = 0.7 (^{\circ}\text{C}/100\text{m})$	$t_{rD} =$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	10	0.019	1.7	5.6	6.6	3.5	0.8	2.8(3.2)
			20	0.285	6.7	12.4	27.0	6.0	4.4	2.0(5.4)
			30	0.768	10.8	20.2	50.7	9.4	9.8	1.8(6.5)
2	$t_{rD} = 20 (^{\circ}\text{C})$ $f_D = 80$ $f = 80$ $\alpha = 0.7$	$\Delta t_D =$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	-0.45	0.047	2.7	10.8	20.1	5.1	3.1	3.9(5.5)
			-0.2	0.345	7.4	12.7	28.0	6.1	4.6	1.9(5.4)
			0.05	0.643	10.1	13.7	31.9	6.6	5.4	1.6(5.3)
3	$t_{rD} = 20$ $\Delta t_D = -0.45$ $f_D = 80$ $f = 80$	$\alpha =$ ( $^{\circ}\text{C}/100\text{m}$ )	0.7	0.047	2.7	10.8	20.1	5.1	3.1	3.9(5.5)
			0.6	0.047	2.7	7.4	9.7	6.3	1.5	2.3(4.1)
4	$t_{rD} = 20$ $\Delta t_D = -0.45$ $f_D = 80$ $\alpha = 0.7$	$f =$ ( $\%$ )	70	0.047	2.7	9.9	16.8	4.9	2.4	3.4(5.3)
			80	0.047	2.7	10.8	20.1	5.1	3.1	3.9(5.5)
			90	0.047	2.7	11.7	23.5	5.4	3.8	4.4(5.7)
5	$t_{rD} = 20$ $\Delta t_D = -0.45$ $f = 70$ $\alpha = 0.7$	$f_D =$ ( $\%$ )	60	0.63	10.0	12.8	28.7	6.3	4.6	1.5(5.0)
			70	0.338	7.3	11.9	25.2	5.9	3.9	1.8(5.2)
			80	0.047	2.7	9.9	16.8	4.9	2.4	3.4(5.3)

从表 2 中可见, 云底抽吸变幅为 1.7—10.8 m/s, 与上述的实测值比较吻合, 而比 Haltiner 的云底升速取值 1—2 m/s 大得多, 正是由于这一差异, 以及 Haltiner 模式对云底升速的敏感性, 云的发展(云厚  $H$  和最大升速  $W_{\max}$ )比 Haltiner 计算的强, 此外, 下面的结果也与 Haltiner 的不同。

1) 云底温度偏差( $\Delta t_D$ )对积云发展有重要影响(见第二组例子),  $\Delta t_D$  增大, 积云增强; 云底环境湿度减小(云底附近有干层存在), 亦有利于积云发展(见第 5 组例子)。云底温度偏差越大、湿度越小, 则云底虚温偏差越大, 因而云底抽吸越强, 云的发展也越强。

2) 最大质量通量比 $\left(\frac{M}{M_D}\right)_{max}$  平均出现在云底以上 5500 m(约400 hPa),其值变动于 1.5—4.4, 即该高度上从四周吸入云中的空气质量是云底进入质量的 0.5—3.4 倍, 而 Haltiner 的是 1.8—15.4 倍<sup>[2]</sup>, 按照 Byers 和 Hull 的观测, 一块发展旺盛的积云, 在 500 hPa 高度从云四周进入的空气与从云底进入的相等<sup>[10]</sup>。此结果与 Haltiner 的相差甚大, 而与本文结果比较符合, 这一比较说明, 云底抽吸作为云底升速的第一近似的结果比较接近于实际情况, 而 Haltiner 取的云底升速明显偏小, 以致人为过份地夸大了挟卷率。

### 3. 对孤立回波模拟的几个例子

本文选取了盛发长沙周围 50 km 范围内、由雷达观测得到的分散孤立回波中顶高最高的一块为模拟对象, 共三块回波, 另有一块是距长沙约 70 km, 也作了模拟。雷达观测每次持续约 20 min, 采用最

表 3 4 块回波模拟的结果

回 波 观 测					模 拟 结 果						说 明		
编 号	出现时间				实测 顶高 (m)	云底抽吸 $W_p$ (m/s)	云顶高 $Z$ (m)	最大升速 $W_{max}$ (m/s)	最大含 水量 $l_{max}$ (g/kg)	最大温度 偏差 $\Delta t_{max}$ (°C)		最大质量 通量比 $\left(\frac{M}{M_D}\right)_{max}$	
	年	月	日	时 分							出现地点		
1	1976	8	14	16:20	长沙附近	9600	4.0	10290	11.5	8.1	2.1	2.0	第 2, 3 号回波出现在同一次观测中, 2 号回波在长沙以南约 30km (湘潭附近), 3 号回波在长沙东北约 70km (平江附近)
2	1973	8	28	14:25	湘潭附近	11600	6.5	11170	17.4	7.2	2.8	2.71	
3	(同 2)				平江附近	15000	15.2	15380	27.1	8.5	4.5	1.084	
4	1977	7	27	13:13	浏阳附近	16000	14.0	15380	19.8	8.8	4.8	1.007	

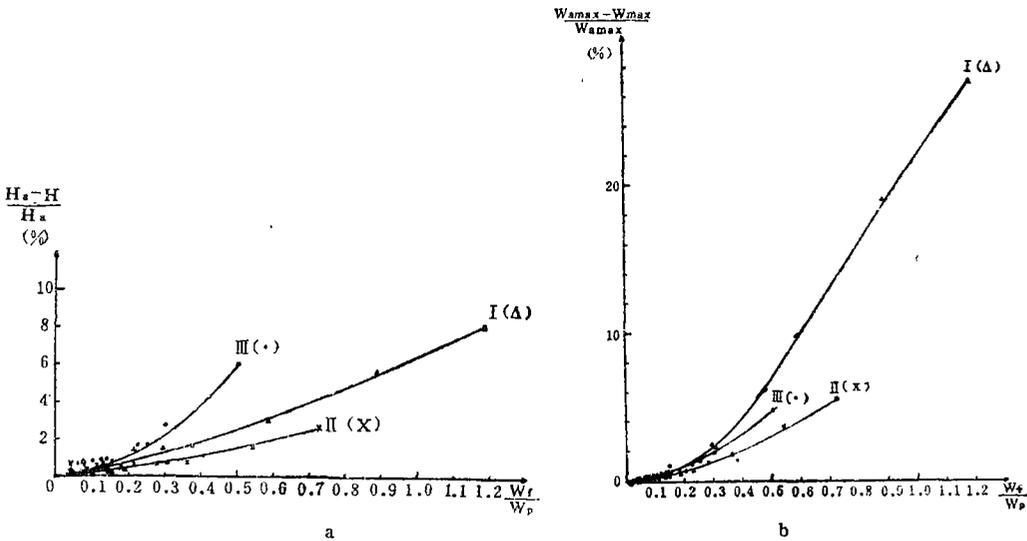


图 2 计及与不计及云下抬升速度  $W_p$  时云厚(图 a)和最大升速(图 b)的相对误差对  $\frac{W_p}{W_{max}}$  的依赖关系

( $H_a$  和  $W_{max}$  为计及  $W_p$  时计算的云厚和最大升速,  $H$  和  $W_{max}$  为不计及  $W_p$  时的相应的计算值;

$\Delta$ (配合曲线 I)和 X(配合曲线 II)为表 2 中第 1 和第 2 组参数的结果,  $\bullet$ (配合曲线 III)为表 3 中使用的资料的结果)

接近回波出现的常规探空资料,云底为抬升凝结高度,在温度-对数压力图解上确定,抬升气块的温度为最靠近回波的气象站地面 08,14,20 时温度和最高温度的曲线内插值,鉴于露点比较保守,取为该站与回波最近点的定时观测值,仍以云底抽吸为云底升速的第一近似值,计算方法同上,结果列于表 3 中。

从表 3 可见,4 例的云底抽吸相差较大,而模拟的云顶高与回波顶高比较一致。最大吸入量分别为云底进入的 100%、170%、8% 和 0.7%,其中第 1,2 块云与 Byers 和 Hull 的发展旺盛的积云的观测值比较一致,并且,云发展越强,则云底抽吸越强(与炉口抽风类似),而挟卷率越小。

#### 4. 采用云底抽吸的气柱模式对云下抬升速度的敏感性的试验

上文已初步说明了云底抽吸是云底升速的第一近似,现在取表 2 中第 1,2 组的大气参数和表 3 中 4 块实测回波模拟采用的资料,分别对云下抬升速度  $W_f$  为 0.0,0.5,1.0,1.5 和 2.0 m/s(云下抬升的通常取值范围)的数值计算结果进行分析,来进一步讨论这个问题。图 2 a 和 b 分别给出了计及和计及  $W_f$  时,云厚和云中最大升速的相对误差对  $\frac{W_f}{W_p}$  比值的依赖关系。

图 2 a 和 b 中三根曲线的斜率表明,相对误差均随  $\frac{W_f}{W_p}$  比值增加而增大,而且不同大气参数下、云的发展对  $\frac{W_f}{W_p}$  有不同的依赖关系。注意图中只有两个点子(在曲线 I 的上端,  $\frac{W_f}{W_p} > 0.8$ )的云厚和最大升速的相对误差分别大于 5% 和 10%,是表 2 的第 1 组参数中  $t_D = 10^\circ\text{C}$  的较弱积云云底抽吸很弱(见表 2)、而云下抬升很强( $W_f = 1.5$  和  $2.0\text{m/s}$ )的两个极端情况的例子。其它的例子都表明,对发展较强的积云或  $\frac{W_f}{W_p} \leq 0.5$  的积云,忽略云下抬升速度时产生的云厚和最大升速的相对误差分别小于 6% 和 8%,而且积云越强、 $\frac{W_f}{W_p}$  越小,则相对误差越小。由此得出,按照这一精确度要求,对较强积云,在一般情况下,模式对云下抬升速度是不敏感的,云底抽吸是云底升速的第一近似。

#### 5. 小 结

按照云底质量连续性的要求,云底抽吸主要是云底浮力作用产生的。由于一维模式的局限性,Haltiner 模式不能处理水平气压梯度力,不过,对发展最强盛阶段的积云,其云底侧向入流为零,意味着云底的水平气压梯度力是可以忽略的;但对一般浓积云,云底挟卷率不为零,表明云底抽吸除浮力作用产生外,还与云底水平气压梯度力有关。

云底抽吸,云下启动与浮力的抬升共同决定了气团内部积云的云底上升入流,但在积云最强盛阶段,云底抽吸是云底入流的第一近似。采用云底抽吸作为云底升速的第一近似,使 Haltiner 模式具有新的特点:云的发展对云下抬升不敏感,而对云底虚温偏差很敏感,可以在缺少云底升速资料的情况下对较强的积云发展的高度进行近似模拟。

数值计算和实例模拟的结果,从三方面支持了云底抽吸的概念:云底抽吸可以产生观测到的云底升速;云外空气的相对吸入量与实测比较吻合;模拟的云高与实测比较一致。

#### 附 录

Haltiner 气柱模式方程组<sup>[3,4]</sup>:

$$\frac{dN}{dZ} = \frac{1}{2} \left[ \frac{g}{W^2} \left( \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} - l \right) - k_2 - \frac{g}{R_d T_{ve}} - \frac{1}{T_v} (1 + 12.5 Q) \frac{dT}{dZ} \right] \quad (A)$$

$$\frac{dW}{dZ} = \frac{1}{1+l} \left[ \frac{g}{W} \left( \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} - l \right) - W \frac{dN}{dZ} - W k_2 \right] \quad (B)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dZ} = & \left\{ \frac{gQ}{R_v T_{ve}} + \frac{gT_v}{LT_{ve}} + \frac{\delta}{2} \left[ \frac{g}{W^2} \left( \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} - l \right) - k_2 - \frac{g}{R_v T_{ve}} \right] \right. \\ & \cdot \left[ \frac{c_p}{L} (T - T_v) + (Q - q_v) \right] + k_2 \left[ \frac{c_p}{L} (T - T_v) + (Q - q_v) \right] \\ & - \frac{L_f}{L} \cdot \frac{l}{dZ} - \frac{L_s}{L} \cdot \frac{(\Delta q)_{w \rightarrow i}}{dZ} \left. \right\} \left\{ -\frac{LQ}{R_v T^2} - \frac{C \cdot l}{L} - \frac{c_p}{L} + \frac{\delta}{2} \right. \\ & \left. \cdot \frac{1 + 12.5 Q}{T_v} \cdot \left[ \frac{c_p}{L} (T - T_v) + (Q - q_v) \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (C)$$

$$\frac{dQ}{dZ} = Q \left( \frac{L}{R_v T^2} \frac{dT}{dZ} + \frac{q}{R_v T_{ve}} \right) \quad (D)$$

$$\frac{dl}{dZ} = -\frac{dQ}{dZ} - (l + Q - q_v) \left( \delta \cdot \frac{dN}{dZ} + k_2 \right) \quad (E)$$

$$\text{其中 } \delta = \begin{cases} 1, & \frac{dN}{dZ} > 0, \quad (\text{动力吸入}) \\ 0, & \frac{dN}{dZ} \leq 0, \quad (\text{动力卷出}) \end{cases}$$

$L_f$  为冻结潜热,  $L_s$  为升华潜热,  $(\Delta q)_{w \rightarrow i}$  为冻结时水面和冰面饱和比湿差。

该模式有三处作了小修改: 1) 以单位距离扩散系数  $k_2$  代替单位时间扩散系数  $k_1$ ; 2) 在含水量方程(E)中加入湍流扩散项; 3) 在热力学方程(C)中加入冰结潜热和冻结时由于水面和冰面饱和比湿差而引起的补充凝华潜热(右式分子中最后两项), 为了和 Haltiner 的结果相比较, 该两项作数值计算时(文中第 3 部份)并未加入, 仅在对实测回波作模拟时加入, 而且假定云中达到  $-20^\circ\text{C}$  时瞬时冻结, 一次引入, 当然这样处理是比较粗糙的。

### 参 考 文 献

- [1] Simpson, J., and Wiggert, Models of precipitation cumulus towers, *Mon. Wea. Rev.*, **97**, 471—489, 1969.
- [2] Haltiner, G. J., On the theory of convective cumulus, *Tellus*, **11**, 4—5, 1959.
- [3] Haltiner, G. J., and E. M. Chase, Some further results on convective currents, *Tellus*, **12**, 393—398, 1960.
- [4] 王沛霖, 气柱模式中积云参量的解公式、计算和讨论, 中山大学学报(自然科学版), 1983, 1, 121—134.
- [5] 梅森, B. J., 云物理简编(中译本), 15—17, 科学出版社, 1983.
- [6] 雷雨顺等, 冰雹概论, 39—46, 科学出版社, 1978.
- [7] 富特, G. B., C. G. 韦特, K.A. 布朗宁, 超级单体风暴中空气运动和雹的生长, 中小尺度天气论文选辑, 188—196, 中国人民解放军气象学校, 1975.
- [8] 北京大学地球物理系气象教研室, 天气分析和预报, 265—268, 科学出版社, 1976.
- [9] 弗列却, N. H., 雨云物理学(中译本), 1—25, 上海科学技术出版社, 1966.
- [10] 巢纪平、周晓平, 积云动力学, 37, 科学出版社, 1964.

## THE PUMPING AT STEADY CUMULUS BASE AND HALTINER'S AIR COLUMN MODEL

Wang Peilin

*(Department of Atmospheric Sciences, Zhongshan University)*

### Abstract

It is presented that there is a pumping effect at the cumulus base in the development process of cumulus. As for the air-mass cumulus at the most development stage, the pumping is mainly produced by the buoyency at the base, and may be taken as the first approximation of the updraft at the base.

The results of numerical calculation and simulating four observed echoes show that using the first approximation, the air-mass cumulus may be approximately simulated by Haltiner's model without the observed ascending speed at the base, and Haltiner's model is characterized by the sensitivity of the development of the cumulus to the virtual temperature excess over environment at the base, and the concept of the pumping is supported.