

半地转三段 k 模式边界层运动*

徐 银 梓 赵 鸣

(南京大学大气科学系)

提 要

本文在半地转近似下,取湍流粘性系数 k 为三段式: $k_1 z (z_0 \leq z < h_1)$ 、 $k_2 (h_1 \leq z < h_2)$ 、 $k_3 (h_2 \leq z)$,把行星边界层分为三层加以研究,得到了各层的风速分布和边界层顶的垂直速度的解析表达式,改进了 Wu and Blumen^[1]把半地转近似引入边界层的工作。特别是使近地层的流速符合对数律,且边界层中风向与自由大气底部的风向间的最大夹角只有 30° 左右,这些都与实际更为一致。本文还把正压、中性大气中的解推广到斜压、层结大气中去。

一、引 言

经典边界层理论认为,在行星边界层中,气压梯度力、柯氏力和湍流粘性力三力平衡。Wu and Blumen 将半地转近似(又称地转动量近似)引入了边界层,即加进半地转惯性力,这样就成了四力平衡。在物理上更为合理,在数学上也是较为方便的。因为所得到的方程仍为线性方程。这使经典边界层理论有了很大的改进。但湍流粘性系统 k 只取一个常数值(以下称这样的模式为单一 k 模式)是亟待改善的。一方面这不符合实际 k 分布,再则 k 如何定也未讨论过。实际观测表明,从地面到二、三百米, k 是渐增的,然后又渐减。为此,我们取三段 k (以下称这样的模式为三段 k 模式),即把边界层分为三层。按通常的分法,例如折断模式^[2],边界层分为近地层(或称常值通量层)和 Ekman 层两层。本文仍取第一层为近地层,且仍取 $k = k_1 z$,而把 Ekman 层再分为两层,分别取 $k = k_2, k = k_3$ 。由此求出了在地转动量近似下的解,并且各段 k 的确定也是较客观的。

需要说明的是, k 虽然是间断的,但在研究过程中,保证了两点:一是风速的连续性,一是粘性应力的连续性。因此,从物理上考虑,三段 k 模式是合理的,在数学上也是简单可行的,避免了繁杂的特殊函数的出现。

二、定解问题和风速的求解

设行星边界层大气为正压的、中性的。引入半地转近似后,控制方程可写为

* 本文于 1986 年 10 月 27 日收到,1987 年 3 月 23 日收到修改稿。

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) u_g = -f v_g + f v + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) v_g = f u_g - f u + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 f 为柯氏参数, 取为常数, (u_g, v_g) 为地转风, k 为湍流粘性系数, 其他符号同惯常意义。 k 取三段式如下:

$$k = \begin{cases} k_1 z & (\text{第一层, } z_0 \leq z < h_1) \\ k_2 & (\text{第二层, } h_1 \leq z < h_2) \\ k_3 & (\text{第三层, } h_2 \leq z) \end{cases} \quad (2)$$

k_2 可以取为 $k_1 h_1$, 经验地估计 k_3 , 使 $k_3 < k_2$, 后面将给出由地转风来决定 k_1 的关系式。

上、下边界条件为

$$\begin{cases} z \rightarrow \infty, u, v \text{ 有限} \\ z = z_0, u = 0, v = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中 z_0 为粗糙度。

由于近地层很薄, 故类似于折断模式, 可设第一层中风速 (u_1, v_1) 满足下列方程

$$k_1 z \frac{\partial u_1}{\partial z} = \alpha_1, \quad k_1 z \frac{\partial v_1}{\partial z} = \alpha_2 \quad (z_0 \leq z < h_1) \quad (4)$$

式中, α_1, α_2 为待定常数。

在 Ekman 层中, 运动方程可改写为

$$\begin{aligned} k_n \frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} + a_1 u_n + b_1 v_n = c_1, \quad k_n \frac{\partial^2 v_n}{\partial z^2} + a_2 u_n + b_2 v_n = c_2 \\ (\text{第二层, } n=2, \text{ 第三层, } n=3) \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{\partial u_g}{\partial x}, b_1 = f - \frac{\partial u_g}{\partial y}, c_1 = f v_g + \frac{\partial u_g}{\partial t} \\ a_2 = -f - \frac{\partial v_g}{\partial x}, b_2 = -\frac{\partial v_g}{\partial y}, c_2 = -f u_g + \frac{\partial v_g}{\partial t} \end{cases} \quad (6)$$

由于边界层是正压的, 地转风便与 z 无关, 故(5)式为关于 z 的常微分方程。

我们利用在两个内界面(即 $z = h_1$ 和 $z = h_2$)上风速连续和湍流应力连续来列出衔接条件, 有

$$\begin{cases} z = h_1, u_1 = u_2, v_1 = v_2 \\ k_1 z \frac{\partial u_1}{\partial z} = k_2 \frac{\partial u_2}{\partial z}, k_1 z \frac{\partial v_1}{\partial z} = k_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} \\ z = h_2, u_2 = u_3, v_2 = v_3 \\ k_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = k_3 \frac{\partial u_3}{\partial z}, k_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} = k_3 \frac{\partial v_3}{\partial z} \end{cases} \quad (7)$$

我们的定解问题由泛定方程(4)式+(5)式和定解条件(3)式+(7)式组成。

由方程(4)式和下边界条件, 很易求得第一层风速的形式解为

$$u_1 = \frac{\alpha_1}{k_1} \ln \frac{z}{z_0}, \quad v_1 = \frac{\alpha_2}{k_1} \ln \frac{z}{z_0} \quad (8)$$

这就是中性层结下著名的对数律风速分布。

略去粘性力, 可求得自由大气底部即边界层顶部的风速(u_T, v_T)为

$$\begin{cases} u_T = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{D^4}, & v_T = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D^4} \\ D^4 = a_1 b_2 - b_1 a_2 \end{cases} \quad (9)$$

由方程(5)式和上边界条件, 求得第二、第三层风速的形式解为

$$\begin{cases} u_2 = u_T + \alpha_3 e^{\tau_2 z} + \alpha_4 e^{-\tau_2 z} + \alpha_5 e^{\bar{\tau}_2 z} + \alpha_6 e^{-\bar{\tau}_2 z} \\ v_2 = v_T + \alpha_3 A e^{\tau_2 z} + \alpha_4 A e^{-\tau_2 z} + \alpha_5 \bar{A} e^{\bar{\tau}_2 z} + \alpha_6 \bar{A} e^{-\bar{\tau}_2 z} \\ u_3 = u_T + \alpha_7 e^{-\tau_3 z} + \alpha_8 e^{-\bar{\tau}_3 z} \\ v_3 = v_T + \alpha_7 A e^{-\tau_3 z} + \alpha_8 \bar{A} e^{-\bar{\tau}_3 z} \end{cases} \quad (10)$$

式中的横线“—”表示取共轭复数, 且

$$\begin{cases} r_2 = \frac{D}{\sqrt{2} k_2} (1+i), & r_3 = \frac{D}{\sqrt{2} k_3} (1+i) \\ A = -\frac{a_1 + i D^2}{b_1} \end{cases} \quad (11)$$

$\alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_8$ 为待定复常数。由衔接条件可列出 8 个代数方程, 正好能求得 8 个待定常数如下:

$$\begin{cases} \alpha_1 = 2 k_2 \operatorname{Re}\{E_1 A\}, & \alpha_2 = 2 k_2 \operatorname{Re}\{E_1\} \\ \alpha_3 = D_1 + C_1 C_2 D_2, & \alpha_4 = C_2 D_2 \\ \alpha_5 = \bar{\alpha}_3, & \alpha_6 = \bar{\alpha}_4, \alpha_7 = D_2, \alpha_8 = \bar{\alpha}_7 \end{cases} \quad (12)$$

式中

$$\begin{cases} C_1 = \frac{k_2 r_2 H + 1}{B^2 (k_2 r_2 H - 1)}, & C_2 = \frac{B_1}{2 B_2} \left(1 + \frac{k_3 r_3}{k_2 r_2}\right) \\ D_1 = \frac{\bar{A} u_T - v_T}{B(\bar{A} - A)(k_2 r_2 H - 1)}, & D_2 = \frac{B_1 D_1}{B_1^{-1} + B_1 C_1} \left(\frac{B_2^{-1}}{B_1^{-1} + B_1 C_1}\right)^{-1} \\ E_1 = r_2 B (D_1 + C_1 C_2 D_2) - r_2 B^{-1} C_2 D_2 \\ H = \frac{1}{k_1} \ln \frac{h_1}{z_0}, & B = e^{\tau_2 h_1}, B_1 = e^{\tau_2 h_2}, B_2 = e^{\tau_2 h_3} \end{cases} \quad (13)$$

至此, 已求得三层中的风速分布为

$$\begin{cases} u_1 = 2 h_1 \operatorname{Re}\{E_1\} \ln \frac{z}{z_0}, & v_1 = 2 h_1 \operatorname{Re}\{E_1 A\} \ln \frac{z}{z_0} \\ u_2 = u_T + 2 \operatorname{Re}\{(D_1 + C_1 C_2 D_2) e^{\tau_2 z} + C_2 D_2 e^{-\tau_2 z}\} \\ v_2 = v_T + 2 \operatorname{Re}\{[(D_1 + C_1 C_2 D_2) e^{\tau_2 z} + C_2 D_2 e^{-\tau_2 z}] A\} \\ u_3 = u_T + 2 \operatorname{Re}\{D_2 e^{-\tau_3 z}\} \\ v_3 = v_T + 2 \operatorname{Re}\{D_2 e^{-\tau_3 z} A\} \end{cases} \quad (14)$$

由熟知的混合长理论知

$$k_1 = \kappa V_* \quad (15)$$

此处 κ 为 Von-Karman 常数, 通常取 0.4, V_* 为摩擦速度:

$$V_* = \left[\left(k \frac{\partial u_1}{\partial z} \right)^2 + \left(k \frac{\partial v_1}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/4} = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{1/4} \quad (16)$$

于是可得到:

$$k_1^2 = 4 \kappa^4 h_1^2 [(Re\{E_1\})^2 + (Re\{E_1 A\})^2] \quad (17)$$

由于 E_1 中包含地转风, 故上式是联系 k_1 和地转风的一个关系式。

欲回到单一 k 模式解, 只须令

$$h_1 = z_0 = 0, k_2 = k_3 = k \quad (18)$$

此时, 第一层退化为 Ekman 层的下边界, 而

$$\begin{cases} u_2 = u_3 = u_T \left(1 - \exp\left(-\frac{D}{\sqrt{2k}} z\right) \cos \frac{D}{\sqrt{2k}} z \right) - c_1 D^{-2} \exp\left(\frac{-D}{\sqrt{2k}} z\right) \sin \frac{D}{\sqrt{2k}} z \\ v_2 = v_3 = v_T \left(1 - \exp\left(-\frac{D}{\sqrt{2k}} z\right) \cos \frac{D}{\sqrt{2k}} z \right) - c_2 D^{-2} \exp\left(\frac{-D}{\sqrt{2k}} z\right) \sin \frac{D}{\sqrt{2k}} z \end{cases} \quad (19)$$

此式与 Wu and Blumen 的 (23 a) 和 (23 b) 实质上完全一样, 只是我们这儿没有无因次化而已。若再略去地转动量, 即在 (6) 式中取 u_g, v_g 为零, 则又可得到经典 Ekman 螺线解。

三、边界层顶的垂直速度

垂直运动与云和降水有着密切的关系, 边界层顶的垂直运动又是联结自由大气和边界层的重要枢纽。因此, 求得垂直速度对动力学是很重要的。

将已求得的各层风速代入连续方程, 然后从 z_0 积分到边界层顶即可求得边界层顶的垂直速度 W_T 为

$$\begin{cases} W_T = W_T^{(1)} + W_T^{(2)} + W_T^{(3)} + W_T^{(4)} \\ W_T^{(1)} = - \left(\frac{\partial u_T}{\partial x} + \frac{\partial v_T}{\partial y} \right) (z_T - h_1) \\ W_T^{(2)} = - \frac{1}{k_1} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y} \right) \left[h_1 \left(\ln \frac{h_1}{z_0} - 1 \right) + z_0 \right] \\ W_T^{(3)} = - 2 Re \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha_3}{r_2} (B_1 - B) - \frac{\alpha_4}{r_2} (B_1^{-1} - B^{-1}) \right] \right. \\ \quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\alpha_3}{r_2} (B_1 - B) - \frac{\alpha_4}{r_2} (B_1^{-1} - B^{-1}) \right) A \right] \right\} \\ W_T^{(4)} = - 2 Re \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_7}{r_3} B_2^{-1} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_7}{r_3} B_2^{-1} A \right) \right\} \end{cases} \quad (20)$$

式中 z_T 为边界层顶的高度。通常取边界层中风速与自由大气底部的半地转风速 (u_T, v_T) 第一次平行时的高度为 z_T 。

上式表明, 影响边界层顶垂直速度的有四项。第一项为边界层顶散度项, 此项与粘性无关, 与边界层厚度成正比, 这是经典 Ekman 解中没有的。第二项为近地层贡献项, 此项与近地层散度垂直切变成正比, 因为

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y} = k_1 z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) \quad (21)$$

这一项是 Wu and Blumen 的解中未曾出现的。第三、第四项分别为第二层、第三层中的涡度和粘性作用项,它们与地转涡度有关,这一点从下面与经典 Ekman 理论的对比中可明显看出。

在条件(18)下,可得到

$$W_T = - \left(\frac{\partial u_T}{\partial x} + \frac{\partial v_T}{\partial y} \right) \left(z_T - \frac{\sqrt{2k}}{2D} \right) + \frac{\sqrt{2k}}{2} \left\{ D^{-3} \left(\frac{\partial c_1}{\partial x} + \frac{\partial c_2}{\partial y} \right) + \left(u_T \frac{\partial}{\partial x} D^{-1} + v_T \frac{\partial}{\partial y} D^{-1} \right) + \left(c_1 \frac{\partial}{\partial x} D^{-3} + c_2 \frac{\partial}{\partial y} D^{-3} \right) \right\} \quad (22)$$

此式与 Wu and Blumen 的(30)式实质上完全一样。若再略去地转动量近似,则有

$$W_T = \xi_s \sqrt{\frac{k}{2f}} \quad (23)$$

这就是经典 Ekman 理论中所说的边界层顶垂直速度与地转涡度 ξ_s 成正比的表达式^[3]。

四、气旋与反气旋的例子

我们以气旋和反气旋为例,计算风速和边界层顶垂直速度,并将本解与 Wu and Blumen 的解进行比较。为此取 Wu and Blumen 的(56)式,即

$$\Phi = \pm \left[1 - \frac{\alpha}{2} (x^2 + y^2) \right] e^{-\frac{\alpha}{2} (x^2 + y^2)} \quad (24)$$

取正号为反气旋,取负号为气旋。 Φ 为无因次偏差位势高度。参数的取值也同 Wu and Blumen 一样,这样易于看出两种解的区别。取 $\alpha = 0.5$, $f = 10^{-4} \text{s}^{-1}$, $R_0 = 0.3$ 。我们在作图时已回到有因次量,取水平尺度为 10^6m ,因而速度尺度便为 30ms^{-1} 。

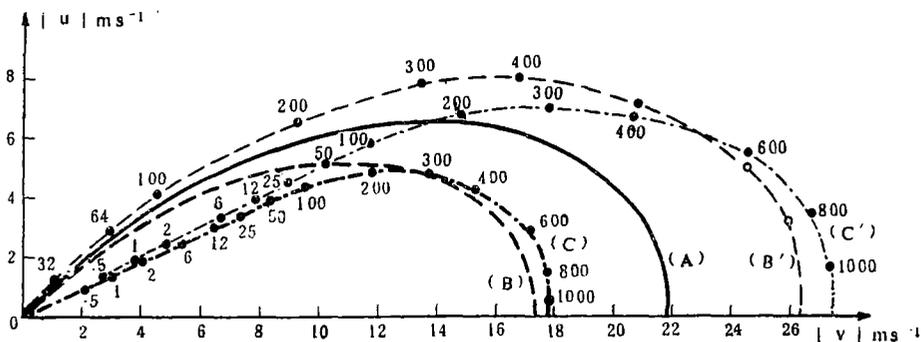


图 1 三种解中的 u, v 分布
(经典 Ekman 解: (A); 单-k 模式解: (B) 气旋, (B') 反气旋; 三段 k 模式解: (C) 气旋, (C') 反气旋, $z_0 = 0.1 \text{m}$, $h_1 = 50 \text{m}$, $h_2 = 250 \text{m}$)

图 1 的 u, v 分布图,是在点 $(x, y) = (10^6 \text{m}, 0)$ 进行计算的。可见,在近地层中,三段 k 解比单一 k 解的风速要大得很多。这是由于前者取 $k = k_1 z$, 而 $k_1 z \frac{\partial u_1}{\partial z} = \text{常}$

数，当 z 很小时， $\frac{\partial u_1}{\partial z}$ 便很大。而后者却认为 k 不变，于是两解的风速切变值相差甚殊。故三段 k 解的风速就大多了。另外，三段 k 解的风速与自由大气底部风速的最大

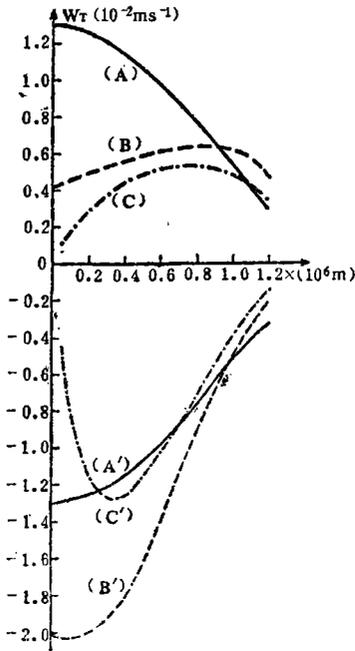


图 2 三种解中的 W_T
 (经典Ekman解: (A) 气旋, (A') 反气旋;
 单一 k 模式解: (B) 气旋, (B') 反气旋;
 三段 k 模式解: (C) 气旋, (C') 反气旋)

夹角只有 30° 左右，而单一 k 解却在 45° 左右。这都说明三段 k 解与实际更接近。

图 2 是垂直速度分布图。可见，三段 k 解和单一 k 解具有同样的特点：气旋和反气旋的 W_T 是不对称的，经典解却反映不出这个特点。说明非线性平流项对 W_T 有显著的贡献，它使气旋中的辐合上升明显减弱了。三段 k 解与单一 k 解最明显的区别在于反气旋中，后者过分扩大了非线性平流项的作用，前者对此进行了修正。例如，随着 x 的减小，特别是在中心附近，单一 k 解的 W_T 达到最大值，这是极不合理的。众所周知，粘性作用是由于风速有切变才产生的，本个例中，中心附近的地转风近于零，地面风也是零，因而 k 趋于零，摩擦作用引起的垂直速度必为零，加之此处边界层顶散度项为零，可说明三段 k 解所示的中心附近 W_T 趋于零是合理的。

五、斜压性和层结性

仿照秦曾灏^[4-6]等人的做法，我们把正压推广为斜压，把中性层结推广到稳定和不安定层结中去，可进一步提高精确度。

设自由大气底部的温度场为已知，且设温度的水平梯度不随高度而变。于是有

$$\begin{cases} u_g(z) = u_{gT} - \tilde{u}, & v_g(z) = v_{gT} - \tilde{v} \\ \tilde{u} = -\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y} (z_T - z), & \tilde{v} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} (z_T - z) \end{cases} \quad (25)$$

式中 u_{gT} , v_{gT} 为边界层顶的地转风， \tilde{u} , \tilde{v} 为热成风，它是 z 的线性函数，因而地转风也是 z 的线性函数。此时，热成风的二阶导数为零，所以粘性对它无影响。

将运动方程改写为

$$\begin{cases} k_n \frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} + a_{1n} u_n + b_{1n} v_n = c_1 \\ k_n \frac{\partial^2 v_n}{\partial z^2} + a_{2n} u_n + b_{2n} v_n = c_2 \quad (n=2,3) \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} u_1 = h_1 \frac{\partial u_{T2}}{\partial z} + 2 h_1 \operatorname{Re}\{r_2 B \alpha_3 - r_2 B^{-1} \alpha_4\} \ln \frac{z}{z_0} \\ v_1 = h_1 \frac{\partial v_{T2}}{\partial z} + 2 h_1 \operatorname{Re}\{(r_2 B \alpha_3 - r_2 B^{-1} \alpha_4) A_2\} \ln \frac{z}{z_0} \\ u_2 = u_{T2} + 2 \operatorname{Re}\{\alpha_3 e^{\tau_2 z} + \alpha_4 e^{-\tau_2 z}\} \\ v_2 = v_{T2} + 2 \operatorname{Re}\{(\alpha_3 e^{\tau_2 z} + \alpha_4 e^{-\tau_2 z}) A_2\} \\ u_3 = u_{T3} + 2 \operatorname{Re}\{\alpha_7 e^{-\tau_3 z}\} \\ v_3 = v_{T3} + 2 \operatorname{Re}\{\alpha_7 A_3 e^{-\tau_3 z}\} \end{cases} \quad (31)$$

当令热成风为零时, (31) 式便化为正压解(14)式。

对于近地层中中性大气成立的风速分布对数律, 在稳定和不稳定层结大气中是不成立的。我们采用 Businger^[7] 的普适函数:

$$\varphi\left(\frac{z}{L}\right) = \begin{cases} 1 + 4.7 \frac{z}{L} & (\text{稳定层结}, L > 0) \\ \left(1 - 15 \frac{z}{L}\right)^{-1/4} & (\text{不稳定层结}, L < 0) \end{cases} \quad (32)$$

来解决这个问题。式中 L 为莫宁-奥布霍夫长度。此时(4)式化为

$$k_1 z \frac{\partial u_1}{\partial z} = \alpha_1 \varphi\left(\frac{z}{L}\right), k_1 z \frac{\partial v_1}{\partial z} = \alpha_2 \varphi\left(\frac{z}{L}\right) \quad (33)$$

由此可得

$$u_1 = \frac{\alpha_1}{k_1} \left[\ln \frac{z}{z_0} - \psi\left(\frac{z}{L}\right) \right], v_1 = \frac{\alpha_2}{k_1} \left[\ln \frac{z}{z_0} - \psi\left(\frac{z}{L}\right) \right] \quad (34)$$

式中

$$\psi = \begin{cases} 2 \ln \frac{1+\xi}{2} + \ln \frac{1+\xi^2}{2} - 2 \operatorname{arctg} \xi + \frac{\pi}{2} \\ \left(\xi = \left(1 - 15 \frac{z}{L}\right)^{1/4}, \quad L < 0 \right) \\ -4.7 \frac{z}{L} \quad (L > 0) \end{cases} \quad (35)$$

于是, 衔接条件要作相应的变化, 然后用与前述完全类似的方法, 可求得层结、斜压大气中的解为

$$\begin{cases} u_1 = h_1 \frac{1}{\varphi\left(\frac{h_1}{L}\right)} \left[\frac{\partial u_{T2}}{\partial z} + 2 \operatorname{Re}\{r_2 B \alpha_3 - r_2 B^{-1} \alpha_4\} \right] \left[\ln \frac{z}{z_0} - \psi\left(\frac{z}{L}\right) \right] \\ v_1 = h_1 \frac{1}{\varphi\left(\frac{h_1}{L}\right)} \left[\frac{\partial v_{T2}}{\partial z} + 2 \operatorname{Re}\{(r_2 B \alpha_3 - r_2 B^{-1} \alpha_4) A\} \right] \left[\ln \frac{z}{z_0} - \psi\left(\frac{z}{L}\right) \right] \end{cases} \quad (36)$$

u_2, v_2, u_3, v_3 同(31)式, 但正压时的 H 要改为 H' 。

$$H' = \frac{1}{k_1 \varphi\left(\frac{h_1}{L}\right)} \left[\ln \frac{h_1}{z_0} - \psi\left(\frac{h_1}{L}\right) \right] \quad (37)$$

六、结 论

我们在半地转近似下,采用三段 k 模式,求得了正压、中性条件下的行星边界层中的风速和边界层顶的垂直速度的解析表达式(14)式和(20)式。改进了经典Ekman解和单一 k 模式解。特别是近地层的风速增大了,风速与边界层顶的风速的偏差角减小了。这些都与实际情况更加接近。还有,气旋的摩擦辐合上升有所减弱,反气旋中心附近的摩擦辐散下沉更是大大减弱了。最后求得了层结大气、斜压大气条件下的风速表达式(36)式,使精确度有所提高。

致谢: 本文的完成得到伍荣生教授的热心指导,特此感谢。

参 考 文 献

- [1] Wu, R., and W. Blumen, An analysis of Ekman boundary layer dynamics incorporating the geostrophic momentum approximation, *J. A. S.*, 39, 1774—1782, 1982.
- [2] 卮. C. 刚金等著, 动力气象学基础, 下册, 435, 高等教育出版社, 1958.
- [3] J. R. 霍尔顿著, 动力气象学引论, 92, 科学出版社, 1980.
- [4] 秦曾灏、刘秦玉、封少林, 海洋大气边界层风场的非线性动力诊断模式的数值试验, *海洋学报*, 8, 6, 678—685, 1986.
- [5] Isozaki, I., T. Uji., Numerical model of marine surface wind and its application to the prediction of ocean wind waves, *Paper in met. and Geophys.*, 25, 197—231, 1974.
- [6] Overland, J. E., and W. H. Gemmill, Prediction of marine winds in the New York Bight, *M. W. R.*, 105, 1003—1008, 1977.
- [7] Businger, J. A., J. C. Wyrgaard, Y. Izumi and E. F. Bradley, Flux-profile relationship in the atmosphere surface layer., *J. A. S.*, 28, 181—189, 1971.

THE MOTIONS IN THE BOUNDARY LAYER UNDER THE GEOSTROPHIC MOMENTUM APPROXIMATION INCORPORATING A THREE-SECTION K DISTRIBUTION

Xu Yinzi Zhao Ming

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)

Abstract

By use of geostrophic momentum approximation, the analytical expressions of the wind distribution within the planetary boundary layer and the vertical velocity at the top of the boundary layer are obtained when the distribution of eddy transfer coefficient k divide into three sections as follows: $k_1 z$ ($z_0 \leq z < h_1$), k_2 ($h_1 \leq z < h_2$), k_3 ($h_2 \leq z$). The results are in agreement with the observations. In particular, the wind profile in the surface layer ($z_0 \leq z < h_1$) coincides with the logarithmic distribution. The maximum of the angles between the wind near the surface and the wind at the bottom of the free atmosphere is only about 30° . This work improves Wu and Blumen's work^[1] which introduced the geostrophic momentum approximation to the boundary layer. The solutions in barotropic and neutral conditions have been also extended to the baroclinic and stratified atmosphere.