

季风低压角动量收支的研究*

江敦春

(南京大学大气科学系)

提 要

本文给出移动坐标系中角动量收支方程,并采用 FGGE IIIb 资料,对发生在印度地区1979年8月6—11日的季风低压作了角动量收支的诊断分析,得到:(i)在低压发展期间,角动量的时间变率为正,低压减弱期为负。(ii)水平侧边界角动量输送是系统角动量的主要来源,而高层东风和低层西风的增强、减弱,则是影响这种输送的重要因素。(iii)在气压场不对称的情况下,侧边界附近的气压力矩是另一个重要的角动量源。(iv)摩擦力矩是主要的角动量汇。据此,可以推论,对于印度季风扰动的发展、维持,水平侧边界输送和边界附近气压力矩的作用最为重要。

一、引 言

对印度地区季风低压过去有很多人作过研究,其中有的对其结构作诊断分析^[1,2],有的是计算其动能收支^[3],还有的从能量转换角度进行研究^[4]。然而,还没有对季风低压作角动量收支方面的分析。本文借助于1979年 FGGE IIIb 季风试验资料,计算和分析这个地区季风扰动的角动量收支,并得到一些有意义的结果。

二、绝对角动量收支方程

1. 一般化收支方程

根据文献[5]的思路,在如图1所示的 x, y, z 坐标系(随低压中心一起移动)中,有限区域内任意量 f 的收支积分 F 定义为:

$$\begin{aligned} F(t) &= \int_0^{z_r} \int_0^x \int_0^y \rho f dx dy dz \\ &= \int_V \rho f dV \end{aligned} \quad (1)$$

式中, ρ 为空气密度, z_r 为大气顶高度, $dV = dx dy dz$ 为收支体积元。利用三维的Leinitz定则,且考虑到收支体积不变,由(1)式可得到:

* 本文于1986年4月6日收到,1986年6月30日收到修改稿。

$$dF/dt = \int_V \frac{\delta}{\delta t}(\rho f) dV \quad (2)$$

在移动坐标系中, 连续方程为:

$$\frac{\delta}{\delta t} \rho + \nabla \cdot [\rho(\mathbf{V} - \mathbf{C}_0)] + \frac{\delta}{\delta z}(\rho w) = 0 \quad (3)$$

式中, $\frac{\delta}{\delta t}$ 相对坐标系中局地时间微商, \mathbf{C}_0 为系统轴线 (通过涡旋中心的铅直线) 的移速, $(\mathbf{V} - \mathbf{C}_0)$ 为相对于低压中心的风速。

对任一物理量 f 有,

$$\rho df/dt = \rho [\delta f/\delta t + (\mathbf{V} - \mathbf{C}_0) \cdot \nabla f + w \delta f/\delta z] \quad (4)$$

由(3)、(4)式合并, 得到:

$$\frac{\delta}{\delta t}(\rho f) = \rho df/dt - \nabla \cdot [\rho f(\mathbf{V} - \mathbf{C}_0)] - \frac{\delta}{\delta z}(\rho w f) \quad (5)$$

把(5)式代入(2)式, 则:

$$dF/dt = \int_V (\rho df/dt) dV - \int_V \nabla \cdot [\rho f(\mathbf{V} - \mathbf{C}_0)] dV - \int_V \frac{\delta}{\delta z}(\rho w f) dV \quad (6)$$

方程(6)是移动坐标系中的一般化收支方程。它的左端可看作系统(如低压)物理量 F 的个别变化; 其右端第一项代表特性 f 的源或汇。对质量收支这一项为零, 对角动量收支这一项与内部力矩有关, 而对能量收支这一项与能量产生、转换、耗散或与气流穿越等压线做功机制有关。第二项为侧边界输送辐合项 L_r , 表示系统与环境的相互作用。通过侧边界输送, 环境场中的质量、角动量、湿度和动能等可与涡旋的进行交换。最后一项为收支区域某气层内的垂直输送辐合项 V_r 。(6)式是一个应用普遍的诊断方程, f 通常取为质量、系统的绝对角动量、动能、内能及位能(有效位能)等。

2. 绝对角动量收支方程

在涡旋系统内部, 单位质量空气的绝对角动量为 $q_{az} = \mathbf{R} \times (\mathbf{V}_a - \mathbf{C}_{0a})$, 但在气旋、台风、龙卷等系统中空气质点是绕自身之轴旋转, 所以研究这类系统绝对角动量只需选用它沿轴向的铅直分量 (以下称为绝对角动量), 即 $f = q_{az} = \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \times (\mathbf{V}_a - \mathbf{C}_{0a})]$ 。于是, 绝对角动量时间变率为:

$$\frac{df}{dt} = \frac{d}{dt}(q_{az}) = \mathbf{K} \cdot \left[\mathbf{R} \times \frac{d}{dt}(\mathbf{V}_a - \mathbf{C}_{0a}) \right] \quad (7)$$

因为在绝对坐标系中有

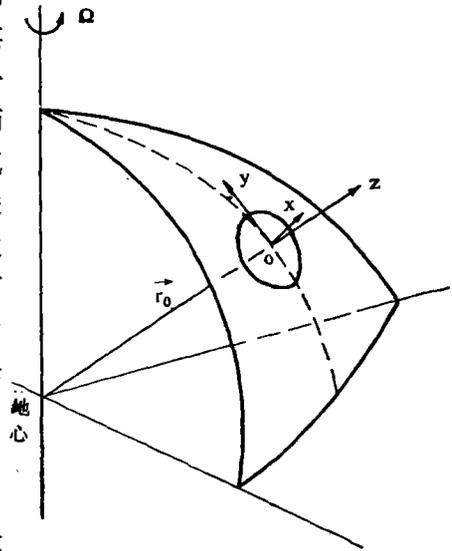


图 1 坐标系示意图

$$\frac{d\mathbf{V}_a}{dt} = -\rho^{-1}\nabla P + \mathbf{g}_a + \mathbf{F} \quad (8)$$

$$\frac{d\mathbf{C}_{0a}}{dt} = \frac{d\mathbf{C}_0}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{C}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_0) \quad (9)$$

把(7)、(8)、(9)式代入(6)式,并根据两种坐标 (x, y, z) 与 (x, y, p) 的变换关系,得到 P (气压)坐标下的角动量收支方程:

$$\frac{dG_a}{dt} = S_P(q_a) + S_I(q_a) + S_F(q_a) + L_T(q_a) + V_T(q_a) \quad (10)$$

其中,(10)式左端 $\frac{dG_a}{dt}$ 为收支区域总的绝对角动量随时间的变化;右端依次为:

$$\text{气压力矩} \quad S_P = -\frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \times \nabla \phi] dAdP$$

$$\text{惯性力矩} \quad S_I = -\frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \times (\frac{d\mathbf{C}_0}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{C}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_0))] dAdP$$

$$\text{摩擦力矩} \quad S_F = \frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \times \mathbf{F}] dAdP$$

$$\text{侧边界输送项} \quad L_T = -\frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} \nabla \cdot [q_a(\mathbf{V} - \mathbf{C}_0)] dAdP$$

$$\text{垂直输送项} \quad V_T = -\frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} \frac{\delta}{\delta P} (q_a \omega) dAdP$$

这里 $q_a = \mathbf{K} \cdot [\mathbf{R} \times (\mathbf{V}_a - \mathbf{C}_{0a})]$, $G_a = \frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} q_a dAdP$, ϕ 等压面位势高度, A 为收支区域的水平范围, P_0 为地面气压, P_T 为大气层顶气压, \mathbf{r}_0 为地心到系统中心的位置矢, \mathbf{R} 为离开系统中心向外的位置矢, \mathbf{V}_a 和 \mathbf{C}_{0a} 为分别是空气质点和系统轴移动的绝对速度(脚标 a 表示绝对坐标系下的量), \mathbf{F} 为摩擦力, $\boldsymbol{\Omega}$ 为地球自转角速度, g 为重力, $\omega = \frac{dP}{dt}$ 为垂直运动速度。

为比较,取下式直接计算边界层内摩擦力矩,

$$S_F = - \int_A \int_{850}^{P_0} \left(x \frac{\partial \tau_y}{\partial P} - y \frac{\partial \tau_x}{\partial P} \right) dAdP \quad (11)$$

取地面摩擦应力 $\tau_{0x} = \frac{P_0}{RT_0} C_D u_0 |\mathbf{V}_0|$, $\tau_{0y} = \frac{P_0}{RT_0} C_D v_0 |\mathbf{V}_0|$, 并设边界层顶(850 hPa)的摩擦应力为地面的 1/10。这里 C_D 为拖曳系数,取 $C_D = 2 \times 10^{-3}$,其余符号均为常用量。(10)式对于极坐标而言,其中:

$$S_F = -\frac{1}{g} \int_A \int_{P_T}^{P_0} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} d\tau d\theta dP \quad (12)$$

$$L_T = \frac{1}{g} \oint_l \int_{P_T}^{P_0} [q_a(\mathbf{V} - \mathbf{C}_0)_n] dl dP \quad (13)$$

式中, σ 为收支区域的水平圆面积, l 为 σ 的周界长, n 为周界法线方向(向内为正)。其余几项在作计算时应作相应的变换。

三、资料与方法

本文选取个例是发生在 1979 年 8 月 6—11 日印度地区一季风低压。使用 FGGEIII b 资料,取地面(~ 1000 hPa)、850,700,500,400,300,200,100 hPa 的 ϕ, u, v (风矢 V 在东西方向和南北方向的分量)、 T (温度)。绝对角动量收支区域是以各时刻低压中心为参考点(即坐标原点),取水平范围 $(6 \times 1.875^\circ) \times (6 \times 1.875^\circ)$, 垂直方向为 100—1000 hPa。垂直速度是由连续方程求得,并按文献[6]作修正。 C_0 以低压实际移动速度给定; dG_a/dt 作为相邻连贯图次上的角动量差计算; L_T, V_T 和 S_P 项用空间中央差分,并在相邻的两图次上求平均; S_P 作为(10)式余项计算。首先,对各位势面计算(10)式各项,并取区域平均,然后对各层进行积分(即如对物理量 F , 区域平均 $F_K = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_i$, 垂直积分 $F = \frac{1}{g} \sum_{K=2}^8$ $\frac{1}{2}(F_{K-1} + F_K)\Delta P_{K-1,K}$, K 为某一位势面, m 为水平区域内格点数, ΔP 为相邻位势面的气压差)。对于极坐标系,取半径为 $3 \times 1.875^\circ$ 水平圆形区域,将 FGGE III b 资料按八方位角内插到极坐标系中所有格点(格矩 1.875°)上,计算步骤除 L_T 项以外,均与直角坐标系的计算类似。

四、个例的天气形势

图 2 是这次季风低压的移动路径及其强度的变化,图 3 为 8 月 9 日 00 时(GMT, 以下同)700 和 200 hPa 上的流线。这次过程是,8 月 6 日 00 时在孟加拉湾北部有一小低压,强度为 -72.5 gpm(指 1000 hPa 的位势高度,以下同),在未来两天内气压继续下降,8 月 8 日 00 时这系统已变成一个深低压,中心位于 $21.5^\circ N, 83.0^\circ E$, 强度为 -109.1 gpm, 之后季风低压的强度逐渐减弱,并移向印度西北地区。这期间季风槽稳定,约呈东西走向(由 $23.5^\circ N, 70.0^\circ E$ 到 $20.5^\circ N, 95.0^\circ E$); 季风槽南侧西风急流明显,在高层 200 hPa 有强的东风带, $15^\circ N$ 附近的东风急流明显。在季风低压西移过程中,这支东风急流逐渐向西向北抬升。除此以外,整个对流层的中上层形势在低压发展过程中没有变化。

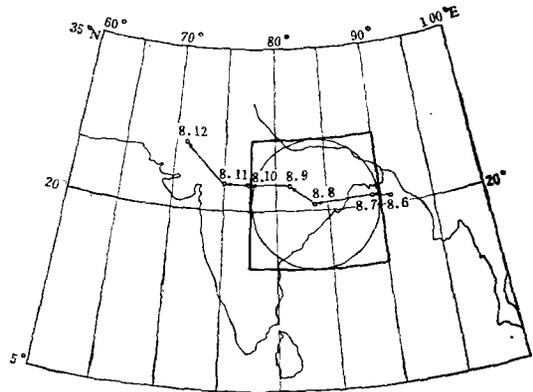


图 2 季风低压路径及强度变化
(方框和圆形区为 8 月 8 日计算的水平区域)

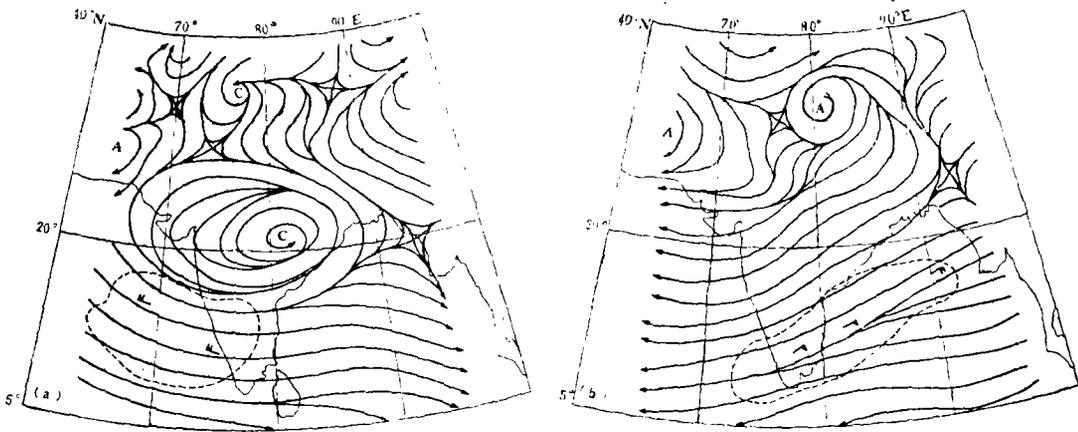


图 3 8月9日00时700(a)和200(b)hPa 流线
(虚线为 >20 m/s 的等风速线)

五、结果分析

下表和图 4 给出了直角坐标下低压发展期间(以 8 日为代表)和低压减弱期(以 10 日为代表),时间区域平均角动量收支各项的垂直分布和气柱的积分值。由于上下边界垂直速度为零,故表内气柱角动量通量的垂直散度为零。图 4 为(10)式各项的时间剖面。当然,根据这些计算结果,要分离出单个天气系统的影响是不可能的,但可以分析它与大尺度环境场的相互作用。为此,讨论一下这些计算结果,

1. 绝对角动量时间变化项 dG_a/dt

由上述图表,可以看到这一项的主要特征: 1) 角动量 G_a 随低压发展而增大,随其减弱而减小,在低压发展最盛时(8日),对流层中低层 G_a 达到最大。2) 角动量变化 dG_a/dt , 在低压发展时为正,减弱期为负。前者增大主要表现在对流层中低层,后者减小在中上层较明显。上述的特征,表明角动量变化是衡量低压强度变化一个良好指标。然而,在低压发展过程中角动量为何出现如此变化? 与哪些因子有关?

2. 绝对角动量侧边界输送 L_r

侧边界输送基本特征,在低压发展期间,200 hPa 以上有角动量向外输送,200 hPa 以下有向内输送,其中以 700 hPa 以下气层内的输入最为强烈,占气柱总输入的 71%; 在低压减弱期,低层仍有角动量输入,但中上层已转为明显的角动量输出,整层气柱的净输入较低压发展时大为减小。可以看出,侧边界输送是低压发展期低层角动量增大的唯一来源项。下面将进一步讨论这种侧边界输送。

3. 绝对角动量的垂直输送 V_r

与角动量变化 dG_a/dt 相比,侧边界输送还不能说明低压发展时高层角动量增大,表明还与其它因子有关。看一下角动量垂直输送,在低压发展时该项在中低层明显辐散,高层为明显辐合,而且这种辐合一直在高层持续存在。如考虑到,由大尺度上升运动引起的凝结潜热释放,在对流层中层最大,则上述的三个特征正如所预料的一致。与 dG_a/dt

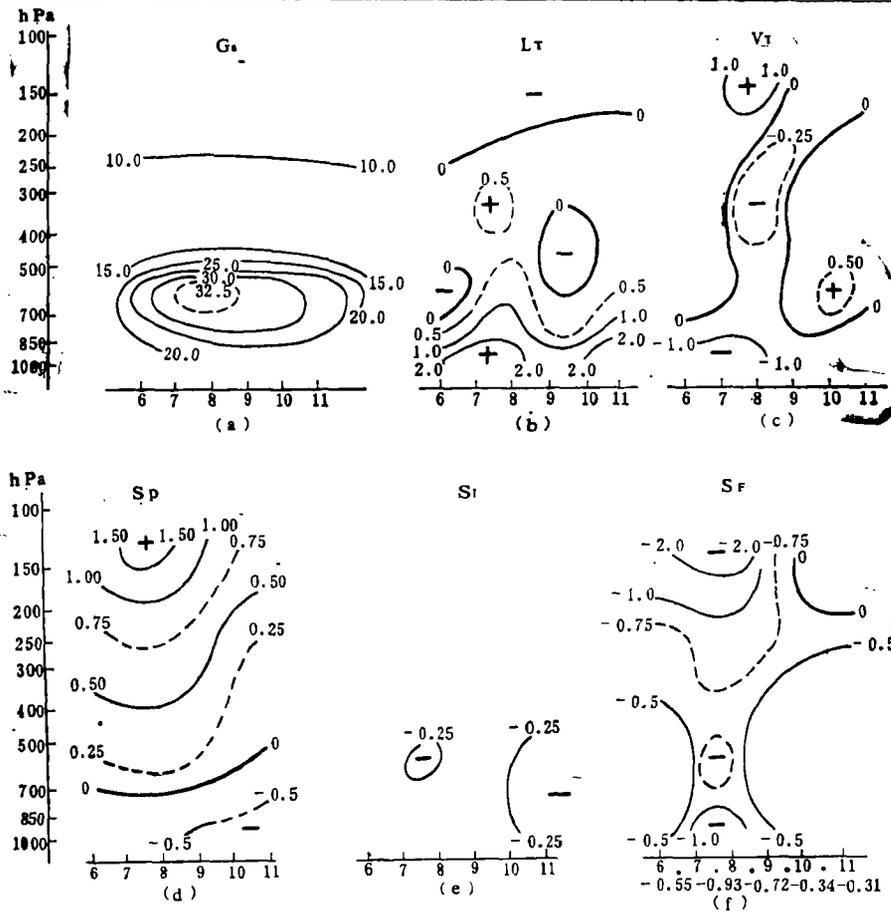


图4 绝对角动量 G_a 及(10)式右端各项时间剖面
 (侧边界输送向内为正,垂直输送以辐合为正,各项单位分别同表说明。
 (f)底部五个数据的单位同 S_p)

相比,这种高层辐合可部分解释上层角动量增大。但是,在低压减弱期情况与上述有差异,即在对流层中层有显著的辐合,这表明此时低压区内垂直运动方向与发展时的不同。

4. 气压力矩项 S_p

以各层看, S_p 在对流层低层为负,中上层为正,而且在发展盛时,这个正值更明显。从整个气柱看,在低压发展时, S_p 仅次于侧边界输送 L_τ 项,成为低压区域角动量另一较大的源项;在低压减弱时,这一项仍为正,表明它起着阻碍系统减弱的作用。由 S_p 的表示式,出现这样大的值,无疑与收支范围内气压场明显不对称相关。

5. 惯性力矩 S_i

为简便,计算 S_i 时只考虑了 $2\Omega \times C_0$ 和 $\Omega \times (\Omega \times r_0)$ 的作用,且假定了上下层的 C_0 相同。结果指出,在低压增强或减弱时, S_i 在对流层中低层与其它各项相比,在数值上具有相同量级,说明系统移动对 dG_a/dt 有一定的负作用。但是,惯性力矩不能与收支范围内任何实际力等同,它对系统不起任何强迫作用,只反映在非对称的流场中系统移动对 dG_a/dt 的影响。

6. 摩擦力矩 S_F

由图 4f 和表内数值,因摩擦引起的角动量汇显著,其中以低压发展时边界层内的和高层的 S_F 最为明显。值得指出,在低压发展时 S_F 最强,这是因为在系统发展最盛时风最大,摩擦又随风速增加而增大。其次,在对流层高层出现较大的 S_F ,这乃是所取的收支区域高层处于东风急流附近,风速水平切变大,湍流作用强,这与文献[7]所指出的情形类似。图 4f 底部给出的五个数据是由(11)式直接求得的边界层(850—1000 hPa)摩擦力矩 S_F ,与图 4f 相应的层次中数值相比,它们的量级相同,数据也接近。这说明把 S_F 视为(10)式的余项处理有误差,但作为一种估算方法还是可取。

然而,对于极坐标说,上述的情况是否有很大差异? 计算结果表明(图略),极坐标下的 G_a, L_T, V_T 和 S_I 与直角坐标下的在数值上相近,在时间剖面图上它们的分布形态也基本一致。这说明取直角坐标系来讨论角动量收支,其结果并不影响物理过程的实质。但是,值得指出,在极坐标系中由于取封闭边界,平的位势面上气压力矩项恒为零;在直角坐标系中,如在气压场不对称的情况下,即使在无山脉存在,气压力矩不能为零,因为此时含有侧边界附近气压梯度力的作用。这使我们认识到,侧边界附近这种气压力矩对涡旋维持、发展具有重要意义,它为系统发展过程提供了另一重要的角动量源。

根据直角坐标下的计算结果,可以得到低压发展时期的物理图像:低压发展可以其自身旋转轴确定的绝对角动量的聚积来表征,当低压发展时, dG_a/dt 为正(减弱期为负)。这样,低压要维持与发展须通过侧边界有系统地向低压供给角动量。根据本文的分析,这种供给方式有二:其一,在有利的热力与动力条件下,向内的水平环流(主要在对流层中低层)把低压周围环境中的角动量聚积到低压区域,使该地角动量增大。它的一部分消耗于摩擦,另一部分被垂直向上的环流送到对流层高层,并有一部分在高层被水平环流带出低压区域。其二,在气压场不对称的情况下,通过气压力矩的作用使气柱的角动量增大。这种供给方式与前者不同,在中高层明显。

然而,需要指出,对于季风扰动的发展与维持通常认为主要是凝结潜热释放和大尺度系统的相互作用。作者认为,上述的角动量收支的分析应与这些观点一致。因为,凝结潜热释放将引起中高层增暖,导致气压场、水平风场和垂直运动的变化,进而影响角动量侧边界输送及气压力矩等。关于同大尺度系统的相互作用,显然与侧边界输送有关,下面将对此作进一步讨论。

六、水平侧边界角动量输送的进一步分析

上面指出,侧边界输送是低压发展与维持的角动量源之一,但并未说明角动量输送来自何方。为此,首先计算各位势面上收支区域四边界平均的角动量通量,其次计算出东西边界和南北边界上净通量,最后求得气柱总的净通量,并示于图 5。可以见到:1) 低压发展期间,气柱的净通量明显增加(由 651 单位增到 689 单位);在减弱期,净通量明显减小(由原有的 689 降到 220 单位)。2) 低压发展期间,对流层中低层角动量净增加,显然是由穿越西部边界的强西风带所引起(尤其在低层);在对流层高层角动量减小则主要是偏东气流穿越西部边界引起的。在低压减弱期,通量有了显著变化,低层由西部边界进来的

角动量通量显著减弱,高层偏东气流厚度增加,被它带走的角动量也较显著;中层(400—500 hPa)由原来的从西部边界输入转为由东部边界输出。据此,可以认为:从风场看,低层西风(通常与索马里急流相联系)增强和有适当强度的偏东气流是制约印度地区季风低

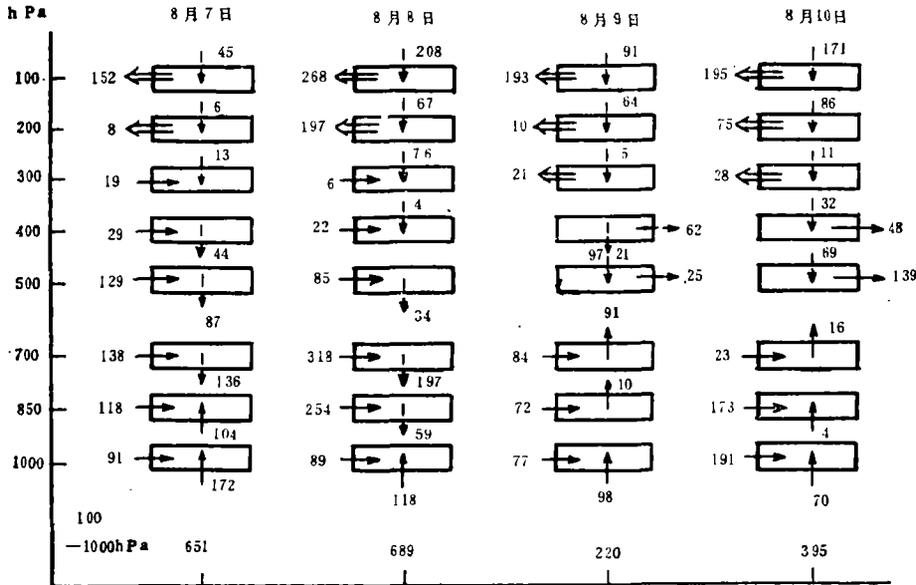


图5 8月7—10日收支区域内角动量净通量
(→各层边界上净通量, $10^{12} \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-2}$;
100—1000 hPa气柱净通量积分, $10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-2} / \text{cm}^2$)

压发展两支重要气流。低层西风增大(季风低压的南半部)使低压区域角动量增加,气旋性环流加强;高层东风带带走气旋性角动量,使反气旋环流加强,加速高空的“抽气”作用,使低层扰动加深。因此,上下层东西风共同作用,使扰动不填塞。表明大尺度天气系统的相互作用对印度地区的季风扰动发展过程起着重要作用。

七、主要结论

根据上述角动量收支的分析,得到以下结论:1) 系统角动量变化 dG_s/dt 是衡量低压强度变化的一个良好指标。2) 影响系统绝对角动量增大的主要因子,首先是侧边界水平角动量输送,其次是气压力矩项的作用,它是低压发展时另一重要的角动量源。3) 边界层和对流层高层的摩擦作用,是系统角动量的主要支出项。④高层东风和低层西风增加或减弱是直接影响角动量侧边界输送两支重要气流。

参考文献

- [1] Krishnamurti, T. N., 等, “季风低压之研究”第一部分, 天气结构, 国外气象参考资料, 第二辑, 38—46, 1975年。
- [2] Godbole, R. V., “季风低压的综合结构”, 国外气象参考资料, 第四辑, 184—196, 1977年。
- [3] Singh, S. S., 等, “1973年印度-苏联季风试验期间印度地区季风环流的动能收支”, 中山大学学报译丛 [1], 热带气象译文集, 59—64, 1982年。

- [4] Krishnamurti, T. N., 等, “季风低压之研究” 第二部分, 动力结构, 国外气象参考资料, 第四辑, 113—128 1976 年。
- [5] Johnson, D. R., and W. K. Downey, Azimuthally averaged transport and budget equations for storms quasi-Lagrangian diagnostics 1. *Mon. Wea. Rev.*, 103, 967—979, 1975.
- [6] O'Brien, J. J., Alternative solution to the classical vertical velocity problem, *J. Appl. Met.* 9, 2, 197—203, 1970.
- [7] 法里科维奇, A. H., “辐合带动力学”, 热带气象译文集, 第八集, 167—180, 1983年。

A CASE STUDY OF THE ANGULAR MOMENTUM BUDGET OF A MONSOON DEPRESSION

Jiang Dunchun

(*Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University*)

Abstract

The angular momentum budget equation in a moving coordinate system is given and the diagnostic analysis of angular momentum budget has been calculated for a monsoon depression over the India region on August 6-11, 1979. The main results are as follows:

(1) The time change rate of angular momentum is positive during the development of the depression and negative during its decay.

(2) The lateral transports are the main source of the angular momentum, while the increase or the decrease of both the eastwind in the upper troposphere and the westwind in the lower level are the important factors affecting the transports.

(3) When asymmetry exists in the pressure field, the pressure torque near the lateral boundaries is another important source of the angular momentum.

(4) The friction torque is a main angular momentum sink.

Thus it comes out that the lateral transport and the pressure torque near the boundaries are of most importance for the development and the maintenance of monsoon perturbations over the India region.