

天气尺度系统稳定性结构、相路 特征的分岔及热源时间振荡 影响问题的探讨*

徐 祥 德

(南京气象学院)

提 要

本文研究了有关天气系统突变的非线性因子的影响效应,指出环境大尺度基本流场的平流输送及不同尺度系统的能量转换可能对天气尺度系统异变起了重要作用;由大气扰动偏离与趋于平衡态的过程,看出扰动发展与衰减的速率与平流输送、不同尺度能量转换的非线性作用有关,还研究了扰动稳定性结构与相路特征的分岔问题和热源对扰动解的影响效应,揭示出热源时间振荡与大气扰动存在着非线性的相关,可能导致扰动的突变。

一、引 言

大气扰动稳定性结构分岔问题是天气预报研究的重要环节之一。天气实践中有时相对稳定的大尺度环境流场上的天气尺度涡旋会突然发生、发展,引起大范围的暴雨天气,基本气流上的小扰动往往也会突然加深成为西风槽,对于上述现象动力不稳定理论仍有一定局限性,尤其并未涉及扰动偏离平衡态的演变过程,扰动发展的速率与稳定性结构的分岔问题。

扰动能量方程固然能用于诊断,但其解的特征及稳定性结构需要进一步探讨,本文利用了简化的扰动能量方程,导出了天气尺度扰动的稳定性结构及相路特征之分岔,讨论了天气突变的动力、热力因素。本文的结论初步揭示了扰动稳定性结构分岔的不同尺度非线性动力、热力作用有关因素,同时进一步讨论了国内外学者提出的有关大气动力学中的外源强迫与非线性作用理论¹⁾。

二、简化形式大气扰动的动力系统

Poincaré-Ляпунов (Liapunov) 稳定性理论可应用在线性或非线性动力系统的相路拓朴结构研究上。本文考虑有限区域(开系)天气尺度系统初期流场、温度场扰动振幅随时间演变特征,且对于短期问题,大尺度环境场假定为空间函数,扰动场假设为类似常用的波动解形式的时空分离变量的函数结构,

* 本文于1985年6月10日收到,1986年1月20日收到修改稿。

1) 丑纪范,大气动力学新进展,兰州大学1984年讲义。

$$\text{即} \quad \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{\omega} \\ \bar{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{U}(x, y, p) \\ \bar{V}(x, y, p) \\ \bar{\omega}(x, y, p) \\ \bar{T}(x, y, p) \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \omega' \\ Q' \\ T' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B(t)U'(x, y, p) \\ B(t)V'(x, y, p) \\ \alpha^* B(t)\omega'(x, y, p) \\ Q(t)\tilde{Q}(x, y, p) \\ A(t)T'(x, y, p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中“—”为大尺度基本场, “'”为天气尺度扰动场(可采用空间滤波^[1]), α^* 为有关参数。

在上述假定下, 将有限区域(开系)的扰动动能、扰动有效位能的方程写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial K'}{\partial t} = & - \int_{\tau} \left(\bar{u} \frac{\partial K'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial K'}{\partial y} \right) ds - \int_{\tau} \left(\overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{v}'^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right. \\ & \left. + \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \overline{u'\omega'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} + \overline{v'\omega'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} \right) ds - \int_{\tau} \frac{R}{P} \overline{T'\omega'} ds \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A'}{\partial t} = & - \int_{\tau} \left(\bar{u} \frac{\partial A'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial A'}{\partial y} \right) ds - \int_{\tau} \frac{c_p}{[T]} \left(\overline{u'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \overline{v'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right. \\ & \left. + \overline{\omega'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial p} \right) ds + \int_{\tau} \frac{R}{P} \overline{T'\omega'} ds + \int_{\tau} \frac{\overline{T'Q'}}{[T]} ds \end{aligned} \quad (4)$$

式中 τ 为有限区域范围的固定空间, $[\]$ 表示有限区域面积总平均, Q' 项为该区域非绝热加热, 式中 K' , A' 为扰动动能、扰动有效位能。

$$\begin{aligned} K' &= \frac{1}{2} \int_{\tau} (\overline{u'^2 + v'^2}) ds \\ A' &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \frac{C_p}{[T]} (\overline{T'^2}) ds \end{aligned} \quad (5)$$

将假设(1)、(2)代入方程(3)、(4)可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dB^2(t)}{dt} \int_{\tau} (\overline{U'^2 + V'^2}) ds = & -B^2(t) \left[\int_{\tau} \left(\bar{U} \frac{\partial K'^*}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial K'^*}{\partial y} \right) ds \right. \\ & + \int_{\tau} \overline{U'^2} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \overline{U'V'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \overline{U'V'} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \\ & \left. + \overline{V'^2} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \alpha^* \overline{U'\omega'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial p} + \alpha^* \overline{V'\omega'} \frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right) ds \Big] \\ & - B(t)A(t) \int_{\tau} \alpha^* \frac{R}{P} \overline{T'\omega'} ds \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dA^2(t)}{dt} \int_{\tau} \frac{C_p \bar{T}'^2}{[T]} ds = & -B(t)A(t) \left[\int_{\tau} \frac{c_p}{[T]} \left(\overline{U'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \alpha^* \overline{\omega'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial p} \right. \right. \\ & \left. \left. + \overline{V'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) ds + \int_{\tau} \alpha^* \frac{R}{P} \overline{\omega'T'} ds \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -A^2(t) \int_{\tau} \left(\bar{U} \frac{\partial A'^*}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial A'^*}{\partial y} \right) ds \\
 & + A(t) Q(t) \int_{\tau} \frac{T' \bar{Q}'}{[T]} ds
 \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned}
 K'^* &= \frac{1}{2} \int_{\tau} (\overline{U'^2 + V'^2}) ds \\
 A'^* &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \frac{c_p}{[T]} \overline{T'^2} ds
 \end{aligned} \quad (8)$$

$B(t)$ 、 $A(t)$ 为流场, 温度场扰动量振幅函数。由(6)、(7)式可见, 上述能量方程能定性分析问题, 但它们彼此并非独立, 客观上存在互相影响问题。

经整理, 方程(6)、(7)可写为

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B(t) \\ A(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a} & \tilde{b} \\ \tilde{c} & \tilde{d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B(t) \\ A(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{h} Q(t) \end{pmatrix} \quad (9)$$

其中 \tilde{a} , \tilde{b} , \tilde{c} , \tilde{d} , \tilde{h} 为动力、热力因素及非绝热项有关的系数,

$$\begin{aligned}
 \tilde{a} &= -\frac{1}{2 K'^*} \int_{\tau} \bar{\mathbf{V}}_k \cdot \nabla K'^* ds - \frac{1}{2 K'^*} \int_{\tau} (\overline{U' \mathbf{V}'_k} \cdot \nabla \bar{U} + \overline{U' \mathbf{V}'_k} \cdot \nabla \bar{V}) ds \\
 \tilde{b} &= -\frac{1}{2 K'^*} \int_{\tau} \alpha^* \frac{R}{P} \overline{\omega' T'} ds \\
 \tilde{c} &= -\frac{1}{2 A'^*} \int_{\tau} \frac{c_p}{[T]} (\overline{U' T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \overline{V' T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \alpha^* \overline{\omega' T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial p}) ds \\
 & \quad + \frac{1}{2 A'^*} \int_{\tau} \alpha^* \frac{R}{P} \overline{\omega' T'} ds \\
 \tilde{d} &= -\frac{1}{2 A'^*} \int_{\tau} \bar{\mathbf{V}}_k \cdot \nabla A'^* ds \\
 \tilde{h} &= \frac{1}{2 A'^*} \int_{\tau} \frac{T' \bar{Q}'}{[T]} ds
 \end{aligned} \quad (10)$$

若暂不考虑非绝热项, 则方程(9)可写为

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B(t) \\ A(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a} & \tilde{b} \\ \tilde{c} & \tilde{d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B(t) \\ A(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

三、扰动振幅的求解及热源分布、时间振荡的影响效应

对于方程(11)可以作为两个变量的自治系统, 其存在一平衡点为

$$(B, A) = (0, 0) \quad (12)$$

即为零解

相应非零解的特征方程为

$$\tilde{\lambda}^2 + \tilde{p}\tilde{\lambda} + \tilde{q} = 0 \tag{13}$$

其中

$$\tilde{p} = -(\tilde{a} + \tilde{d}) \tag{14}$$

$$\tilde{q} = \tilde{a}\tilde{d} - \tilde{b}\tilde{c}$$

特征根解为

$$\tilde{\lambda}_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ -\tilde{p} \pm \sqrt{\Delta} \right\} \tag{15}$$

其中 $\Delta = \tilde{p}^2 - 4\tilde{q}$ ，若 $\Delta \neq 0$ ，方程(11)的通解可写为

$$\begin{aligned} & (\tilde{\lambda}_1 \neq \tilde{\lambda}_2) \\ & \begin{pmatrix} B(t) \\ A(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_1^* \end{pmatrix} e^{\frac{1}{2}(-\tilde{p} + \sqrt{\Delta})t} + \begin{pmatrix} C_2 \\ C_2^* \end{pmatrix} e^{\frac{1}{2}(-\tilde{p} - \sqrt{\Delta})t} \end{aligned} \tag{16}$$

式中 C_1, C_2, C_1^*, C_2^* 均为常数。

上式即为不考虑非绝热项，大气扰动振幅的解，其与参数 \tilde{p}, \tilde{q} 的动力、热力因素显著相关。

由(10)、(14)式可得 \tilde{p}, \tilde{q} 参数为如下表达式：

$$\begin{aligned} \tilde{p} = & \frac{1}{2K'^*} \int_{\tau} \left(\bar{U} \frac{\partial K'^*}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial K'^*}{\partial y} \right) ds + \frac{1}{2A'^*} \int_{\tau} \left(\bar{U} \frac{\partial A'^*}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial A'^*}{\partial y} \right) ds \\ & \tag{A} \tag{B} \\ & + \frac{1}{2K'^*} \int_{\tau} \left(\bar{U}'^2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{U}'\bar{V}' \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{U}'\bar{V}' \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V}'^2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \right. \\ & \tag{C} \\ & \left. + \alpha^* \bar{U}'\omega' \frac{\partial \bar{U}}{\partial P} + \alpha^* \bar{V}'\omega' \frac{\partial \bar{V}}{\partial P} \right) ds \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \tilde{q} = & \frac{1}{4K'^*A'^*} \left[\int_{\tau} \left(\bar{U} \frac{\partial K'^*}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial K'^*}{\partial y} \right) ds + \int_{\tau} \left(\bar{U}'^2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{U}'\bar{V}' \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right. \right. \\ & \tag{A} \tag{B} \\ & \left. \left. + \bar{U}'\bar{V}' \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V}'^2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \alpha^* \bar{U}'\omega' \frac{\partial \bar{U}}{\partial P} + \alpha^* \bar{V}'\omega' \frac{\partial \bar{V}}{\partial P} \right) ds \right] \int_{\tau} \left(\bar{U} \frac{\partial A'^*}{\partial x} \right. \\ & \left. + \bar{V} \frac{\partial A'^*}{\partial y} \right) ds - \frac{1}{4K'^*A'^*} \left[\int_{\tau} \frac{c_p}{[T]} \alpha^* \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial P} - \frac{R[T]}{c_p P} \right) \omega' T' ds \right. \\ & \tag{C} \\ & \left. + \frac{c_p}{[T]} \left(\bar{U}' T' \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{V}' T' \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) ds \right] \int_{\tau} \alpha^* \frac{R}{P} \omega' T' ds \end{aligned} \tag{18}$$

若考虑简化的形式，可假设

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \bar{U}(y, p) \\ \bar{V} &= 0 \\ \bar{T} &= \bar{T}(y), \end{aligned} \tag{19}$$

且先不考虑层结稳定性因素， \tilde{p}, \tilde{q} 表达式(17, 18式)可进一步简化为如下形式：

$$\tilde{p} = \frac{1}{2K'^*} \int_{\tau} \left(\overline{U'V'} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial y} + \alpha^* \overline{U'\omega'} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial P} \right) ds \quad (20)$$

$$\tilde{q} = \frac{-1}{4K'^*A'^*} \int_{\tau} \frac{c_p}{[T]} \overline{V'T'} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} ds \int_{\tau} \alpha^* \frac{R}{P} \overline{\omega'T'} ds \quad (21)$$

其中(20)、(21)式即为(17)、(18)的一种特殊简化形式。

由方程(11)的解(16)式的讨论^{1), [2]}, 可将解的相路拓扑结构综合为 $\tilde{p}-\tilde{q}$ 图(图1所示)。

根据 $\tilde{p}-\tilde{q}$ 图我们可以找到反映扰动稳定性结构及相路拓扑特征的动力、热力条件, 了解系统演变、突变的天气因子。

下面我们进一步研究考虑了非绝热因子的方程(9)的扰动解。

将方程(9)的第一式对 t 微商得

$$\frac{d^2 B}{dt^2} = \tilde{a} \frac{dB}{dt} + \tilde{b} \frac{dA}{dt} \quad (22)$$

将方程(22)及方程(9)第一式代入方程(9)第二式得

$$\frac{d^2 B}{dt^2} - (\tilde{a} + \tilde{d}) \frac{dB}{dt} + (\tilde{a}\tilde{d} - \tilde{c}\tilde{d})B = \tilde{b}\tilde{h}Q(t) \quad (23)$$

上式为二阶非齐次常微分方程, 其对应齐次方程的通解已求得, 即(16)式, 采用参数变异法可设

$$B(t) = c_1(t)e^{\tilde{\lambda}_1 t} + c_2(t)e^{\tilde{\lambda}_2 t} \quad (24)$$

求得

$$c_1(t) = - \int_{t_0}^t \frac{e^{\tilde{\lambda}_2 t'} \tilde{b} \tilde{h} Q(t')}{\begin{vmatrix} e^{\tilde{\lambda}_1 t'} & e^{\tilde{\lambda}_2 t'} \\ \tilde{\lambda}_1 e^{\tilde{\lambda}_1 t'} & \tilde{\lambda}_2 e^{\tilde{\lambda}_2 t'} \end{vmatrix}} dt' + \alpha \quad (25)$$

$$c_2(t) = \int_{t_0}^t \frac{e^{\tilde{\lambda}_1 t'} \tilde{b} \tilde{h} Q(t')}{\begin{vmatrix} e^{\tilde{\lambda}_1 t'} & e^{\tilde{\lambda}_2 t'} \\ \tilde{\lambda}_1 e^{\tilde{\lambda}_1 t'} & \tilde{\lambda}_2 e^{\tilde{\lambda}_2 t'} \end{vmatrix}} dt' + \beta$$

因此扰动解为

$$B(t) = \alpha e^{\tilde{\lambda}_1 t} + \beta e^{\tilde{\lambda}_2 t} - e^{\tilde{\lambda}_1 t} \int_{t_0}^t \frac{\tilde{b} \tilde{h} e^{-\tilde{\lambda}_1 t'} Q(t')}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1)} dt' + e^{\tilde{\lambda}_2 t} \int_{t_0}^t \frac{\tilde{b} \tilde{h} e^{-\tilde{\lambda}_2 t'} Q(t')}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1)} dt' \quad (26)$$

由上式可知, 考虑了非绝热因素的扰动问题, 其解既包含了绝热问题的相应解(16)式又存在非绝热热源的非线性影响效应。

1) 刘式适, 动力气象学, 北京大学1983年讲义。

若假设非绝热源振幅随时间变化为

$$Q(t) = \tilde{A} e^{\tilde{\lambda}_3 t} \quad (27)$$

将(27)式代入(26)式可得

$$B(t) = \alpha e^{\tilde{\lambda}_1 t} + \beta e^{\tilde{\lambda}_2 t} + \frac{\tilde{b} \tilde{h} \tilde{A}}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1)(\tilde{\lambda}_3 - \tilde{\lambda}_1)(\tilde{\lambda}_3 - \tilde{\lambda}_2)} [(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1) e^{\tilde{\lambda}_1 t} - (\tilde{\lambda}_3 - \tilde{\lambda}_1) e^{\tilde{\lambda}_3 t} e^{\tilde{\lambda}_2(t-t_0)} + (\tilde{\lambda}_3 - \tilde{\lambda}_2) e^{\tilde{\lambda}_3 t} e^{\tilde{\lambda}_1(t-t_0)}] \quad (28)$$

由(28)式可见,其扰动解的非绝热加热部分包括了线性与非线性两部分影响,更有意义的是热源扰动时间振荡与大气扰动存在着非线性相互作用,这体现了非绝热因子时间变化的影响,其与长期过程中热源的强迫作用的现象相类似。

另外,若热源的时间演变指数 $\tilde{\lambda}_3$ 与绝热问题的扰动解特征参数 $\tilde{\lambda}_1$ 或 $\tilde{\lambda}_2$ 相等时(或相近时),扰动的演变将出现突变现象,即

$$B(t) \rightarrow \infty \quad (29)$$

$$\tilde{\lambda}_3 \rightarrow \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2$$

这里

$$\tilde{\lambda}_3 = \frac{1}{2} (-\tilde{p} + \sqrt{\Delta})$$

或

$$\tilde{\lambda}_3 = \frac{1}{2} (-\tilde{p} - \sqrt{\Delta}) \quad (30)$$

其中 \tilde{p}, Δ 与平流输送及不同尺度系统相互作用效应有关。

若考虑某区域非绝热加热处于相对定常状态,仅存在非绝热加热的空间函数 $\tilde{Q}'(x, y, p)$, (2)式,

$$Q(t) = \tilde{A} \leftarrow \text{const.} \quad (31)$$

将(31)式代入(26)式可得

$$B(t) = \left(\alpha + \frac{\tilde{b} \tilde{h} \tilde{A} e^{-\tilde{\lambda}_1 t_0}}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1) \tilde{\lambda}_1} \right) e^{\tilde{\lambda}_1 t} + \left(\beta - \frac{\tilde{b} \tilde{h} \tilde{A} e^{-\tilde{\lambda}_2 t_0}}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1) \tilde{\lambda}_2} \right) e^{\tilde{\lambda}_2 t} + c$$

$$= \alpha^* e^{\tilde{\lambda}_1 t} + \beta^* e^{\tilde{\lambda}_2 t} + c \quad (32)$$

其中 c 为常数,

$$\alpha^* = \alpha + \frac{\tilde{b} \tilde{h} \tilde{A} e^{-\tilde{\lambda}_1 t_0}}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1) \tilde{\lambda}_1}$$

$$\beta^* = \beta - \frac{\tilde{b} \tilde{h} \tilde{A} e^{-\tilde{\lambda}_2 t_0}}{(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1) \tilde{\lambda}_2} \quad (33)$$

由(32)式可见扰动解的形式与(16)式相近,但其非绝热项的有关参数 \tilde{h} 及扰动能量转换函数 \tilde{b} , 即(10)式,均对扰动解存在非线性影响效应,体现了非绝热空间分布对扰动解的影响。

若简化(32)式为如下形式,且代入 \tilde{h}, \tilde{b} 表达式,

$$B(t) \propto \left(\alpha - \frac{\bar{A} e^{-\bar{\lambda}_1 t_0} \int_r \alpha^* \frac{R}{p} \omega' T' ds \int_r \frac{T' \bar{Q}'}{[T]} ds}{4 K' A' (\bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_1) \bar{\lambda}_1} \right) e^{\bar{\lambda}_1 t} \quad (34)$$

上式表明热源空间函数 $\bar{Q}'(x, y, p)$ 的影响效应与扰动动能转换有关, 实际积云云团的对流状况与非绝热效应密切相关的, 该项表现了次天气、中小尺度系统对天气尺度扰动的影响效应。

四、不同尺度系统的影响因素对天气系统演变的强迫效应

类似非绝热加热场的强迫作用, 对于天气尺度系统而言, 大尺度环境流场的平流输送及不同尺度能量的转换也同样起着一种强迫作用, 其可能对于大气扰动的突变存在显著的影响效应。本文导出的 \bar{p}, \bar{q} 参数(17)、(18)式反映了上述因子。

由图 1 可见, 在 $\bar{p}-\bar{q}$ 图的分岔 ($\bar{p}=0$ 或 $\bar{q}=0$), 上述与 \bar{p}, \bar{q} 参数相关的平流输送及能量转换项稍有改变, 相路拓扑结构大有差异, 系统演变可从趋于平衡态跳跃到偏离平衡态的相反方向。

对照 $\bar{p}-\bar{q}$ 图可发现: 参数 $\bar{p}<0$ 或 $\bar{q}<0$ 均属结构不稳定, $\bar{p}>0$ 同时 $\bar{q}>0$ 为第一象限属结构稳定区, 其它象限均属不稳定区, 对于结构稳定性的分岔为:

$$\bar{p}>0 \text{ 时 } \bar{q}=0 \text{ 为分岔 } \begin{cases} \bar{q}>0 & \text{稳定} \\ \bar{q}<0 & \text{不稳定} \end{cases} \quad (35)$$

$$\bar{q}>0 \text{ 时 } \bar{p}=0 \text{ 为分岔 } \begin{cases} \bar{p}>0 & \text{稳定} \\ \bar{p}<0 & \text{不稳定} \end{cases} \quad (36)$$

由此可见在分岔附近 \bar{p}, \bar{q} 参数有微小的变化, 即可引起扰动稳定性结构发生突变, 且 \bar{p}, \bar{q} 参数取决于大尺度平流输送及不同尺度能量的转换, 因此处于分岔附近相应的扰动状态演变是很不稳定的, 若实际预报中盲目根据初始扰动状态外推未来扰动的变化, 可能导致预报的失败。因此, 研究天气突变的因子可从稳定性结构的分岔入手。

根据(17)、(18)式, 参数 \bar{p} 的(A)、(B)项反映了大尺度环境流场对扰动动量、热量的输送, 实际天气中江淮气旋发生区与低空西南气流有显著相关, 暴雨区的位置与急流、 Ω 型锢囚高能舌有关, 参数 \bar{p} 的(C)项也反映了大尺度流场与天气尺度扰动能量转换, 例如 $\left(\overline{U'V'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)$ 项表示西风槽为曳式槽^[3]将有利于结构不稳定, 另外 $\left(\alpha^* \overline{V'\omega'} \frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)$ 说明槽前上升运动与偏南低空急流也符合 $\bar{p}<0$ 的不稳定情况。参数 \bar{q} 为平流输送与能量转换的非线性组合形式, 由于乘积形式的构造, 意味着相乘的两积分因素只要其中一积分项有利于不稳定就可能致 $\bar{q}<0$, 但对于稳定性结构分岔问题必须 \bar{p}, \bar{q} 参数同时考虑, 若诸因素均为扰动加强项, 则无疑 $\bar{p}<0$ 仍属不稳定结构。 \bar{q} 参数的(C)项为与稳定度有关的能量转换项, 若平均场为层结不稳定, 能量转换将有利于结构不稳定 ($\bar{q}<0$)。 \bar{q} 参数的(D)项为 \bar{K} 与 K', A' 与 K' 两类能量转换因素的非线性组合形式, 简化该项 \bar{q} 得上述

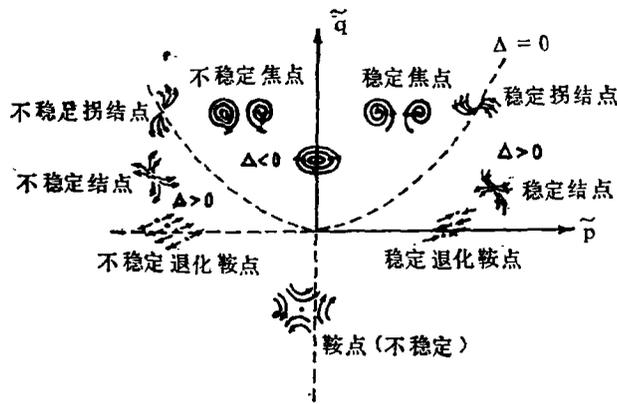


图 1 $\tilde{p}-\tilde{q}$ 图

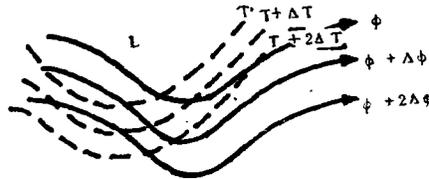


图 2 温度槽落后于气压槽的湿压场配置

(21)式,即

$$\tilde{q} \propto - \int_r \frac{c_p}{[T]} \overline{T'V'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} ds \int_r \alpha^* \frac{R}{p} \overline{\omega'T'} ds \quad (37)$$

式中 $\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$ 为大尺度环境温度场 y 方向梯度,如 $\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} < 0$ 及中纬度温度槽落后于流场槽(图 2),槽前 $T' > 0, V' > 0, \omega' < 0$,槽后相反 $T' < 0, V' < 0, \omega' > 0$,由本文导出的 \tilde{q} 参数(37)式可知,两类能量转换因素的共同作用将有利于 $\tilde{q} < 0$,导致结构的不稳定,若冷槽超前流场,根据 ω 方程温度平流上升运动的相关关系,槽前的上升运动将显著减弱或出现下沉运动,(37)式两类能量转换积分项的总效应促使 $\tilde{q} > 0$,出现稳定结构的趋势。

对照 $\tilde{p}-\tilde{q}$ 图,不同 \tilde{p}, \tilde{q} 参数,扰动解不仅表现为稳定与不稳定的结构上的差异,而且扰动解趋于或偏离平衡态的相路特征有显著不同,其表现为稳定与不稳定的焦点,拐点、结点、鞍点、退化鞍点等特征,如图 1 所示呈椭圆、螺旋线、双曲线,拐点曲线、直线。以上相路特征表示系统演变状态,某种程度描述了系统发展或衰减的情况,也涉及系统偏离、趋于平衡态演变速率。由图 1 可见以上相路特征也存在相应的分岔($\tilde{q} = 0, \Delta = 0$)。

为方便起见,这里先只讨论 $\tilde{q} > 0$,且 $\tilde{p} < 0$ 属第二象限不稳定结构的情况(图 3,1)。

由图 3 可知, $\Delta < 0$ 解呈螺旋线偏离平衡点, $\Delta > 0$ 解呈结点曲线偏离平衡点,可见同属不稳定结构偏离平衡点的相路特征大有差异,这意味着扰动发展快慢各不相同,其中 $\Delta = 0$ 为此相路特征的分岔。

本文研究目的在于了解引起偏离平衡点相路特征差异的动力、热力因子。这里先不考虑平流输送等项,只涉及有关能量转换项简化的 \tilde{p}, \tilde{q} 形式(参考(20)、(21)式),因此 Δ

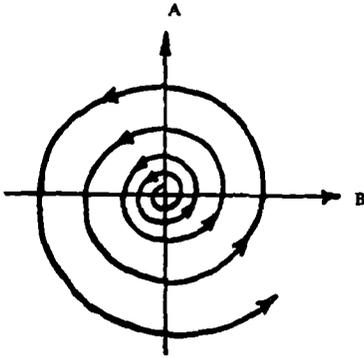


图 3a 不稳定焦点(螺旋)偏离平衡点相迹

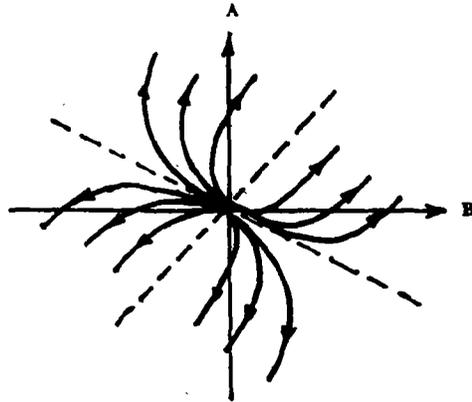


图 3b 不稳定结点偏离平衡点的相迹

也可简化为

$$\Delta = \frac{1}{4K'^{*2}} \left(\bar{U}'\bar{V}' \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 - 4 \left[-\frac{1}{4K'^{*}A'^{*}} c^* \left(\bar{V}'\bar{T}' \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) (\bar{\omega}'\bar{T}') \right] \quad (38)$$

$$\text{其中 } c^* = \frac{c_p \alpha^* R}{[T]p}$$

对于不同相路特征的判据可写为

$$\Delta \leq 0 \left. \begin{array}{l} \text{螺旋线} \\ \text{结点曲线} \end{array} \right\} \text{偏离平衡点} \quad (39)$$

即

$$\bar{p}^2 \leq 4 \bar{q} \quad (40)$$

$$\frac{1}{4K'^{*}} \left(\bar{U}'\bar{V}' \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 \leq -\frac{c^*}{A'^{*}} \left(\bar{V}'\bar{T}' \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) (\bar{\omega}'\bar{T}') \left. \begin{array}{l} \text{螺旋线} \\ \text{结点曲线} \end{array} \right\} \text{偏离平衡点} \quad (41)$$

由(41)式可知,不等式左端为 \bar{K} 与 K' 的能量转换项,右端为 \bar{A} 与 A' , K' 与 A' 的能量转换项。

对照(图1)可知,即使斜压状态不利于扰动发展 ($\bar{q} > 0$),若扰动属正压不稳定状态 ($\bar{p} < 0$),且正压不稳定扰动能量转换大于斜压“阻抗”部分(参照(39),(41)式),扰动将以不稳定结点曲线类型偏离平衡点(图3b),反之将以螺旋曲线类型偏离平衡点(图3a)。显然,系统偏离平衡点的相路特征取决于动力、热力因子及其它们的相互关系。

根据本文导出的判据(41)式可知,同属不稳定结构(图1第二象限),但在不同的动力、热力因子的影响下,扰动偏离平衡点的相路特征表现了螺旋线偏离与结点类型曲线偏离平衡点的不同状态,判据(41)式可能有助于我们对天气扰动不稳定状态发展的快慢过程及其影响因素的探讨。

本文有关天气尺度系统稳定性结构分岔及热源影响的讨论揭示了大气扰动异变的动力、热力因子,本文的研究力图从动量、热量的平流及能量转换因素来认识大气的有关非线性因子影响的实际效应,由上述简化模式得出的结论可能对实际预报的大气扰动突变问题提供了研究线索,同时对大气扰动偏离与趋于平衡态的演变过程的物理机制有所认识,本文的讨论可能对中长期热源振荡的影响(热源时间演变的周期特征与大气扰动的非

线性相互作用问题)的研究提出了一些信息,但本文的探讨仍是初步的,很多问题有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 陈受钧, 次天气尺度与天气尺度系统间动能交换的诊断分析, 气象学报, 39, .4, 408—415, 1981。
- [2] 陈予恕, 非线性振动, 天津科学技术出版社, 1983。
- [3] 郭晓岚, 大气动力学, 江苏科学技术出版社, 1981.3。

A STUDY ON THE STABILITY STRUCTURE OF SYNOPTIC SCALE SYSTEMS, THE BIFURCATION PROBLEM OF THE PHASE PATH CHARACTERISTICS AND THE INFLUENCE OF THE TIME-OSCILLATION OF HEAT SOURCE

Xu Xiangde

(*Nanjing Institute of Meteorology*)

Abstract

The purpose of this paper is to discuss stability structure and bifurcation of phase path characteristics of synoptic scale system. The analysis results show that catastrophe of the synoptic scale disturbance can be caused by the nonlinear effects of barotropic, baroclinic instability and advection of ambient large scale flow. Also, foregoing nonlinear effects on velocity of development and decay of the system are presented in the processes deviating from equilibrium state or approaching to it. It has been found that there is a resonance phenomenon between the time-oscillation of heat source and the atmospheric disturbance.