

## 非线性斜压不稳定问题中的摩擦和对流 凝结加热作用

郑维忠 余志豪

(南京大学大气科学系)

### 提 要

本文用  $\beta$  平面两层准地转斜压模式, 讨论了具有摩擦耗散作用和对流凝结加热作用的斜压不稳定有限振幅问题, 并对所得的有限振幅斜压波的振幅控制方程进行了数值积分。结果指出, 在无耗散作用时, 斜压不稳定波的振幅是周期振荡的。当摩擦耗散作用仅存在于下层时, 不稳定波振幅最终趋于一个为零的平衡态; 当上下层都存在摩擦耗散时, 对流加热强度较弱 (即  $m^* < 1$ ), 则存在着一个振幅为零, 另外两个为非零的多平衡态, 而扰动波振幅最终趋于非零的平衡态。对流加热较强时 (即  $m^* \geq 1$ ), 则仅存在振幅为零的单个平衡态, 扰动波振幅最终趋于这个平衡态。

### 一、引 言

斜压不稳定理论, 其中特别是非线性理论, 近来已取得了较大的进展。例如 Pedlosky<sup>[1-3]</sup> 用一个简单的  $f$  平面两层均质准地转斜压模式, 讨论了扰动与基本流的非线性相互作用, 揭示了在有耗散的系统中, 弱不稳定斜压有限振幅波, 在不同的摩擦作用下, 分别会出现周期的、混沌的和定常的等不同演变现象。

Pedlosky<sup>[3]</sup> 曾将弱  $\beta$  效应 (与相对涡度梯度相比小一个量级) 引进了模式。结果发现, 混沌现象和分周期现象仅出现在适当的摩擦作用和很小的  $\beta$  效应, 对于较强的  $\beta$  效应, 只能出现定常解。上下边界的粘性摩擦作用, 使得系统成为一个耗散的系统。Pedlosky<sup>[4]</sup> 研究了具有不同的 Ekman 层摩擦作用时的有限振幅斜压不稳定动力学问题, 指出了当存在上下层不同的摩擦作用时, 不稳定波振幅最终到达一个不为零的平衡态, 但当上层无摩擦作用时, 不稳定波振幅最终趋于一个为零的平衡态。本文在这些研究的基础上作了改进, 除同时考虑  $\beta$  效应和上下层不同的摩擦作用外, 还考虑由于下边界的摩擦效应所引起的对流凝结加热的影响。结果表明, 当加热强度超过一定强度时, 可使斜压不稳定波振幅的平衡态发生由多态变为单态的现象, 且使平衡态振幅减小为零。

我们曾在文献[5]中讨论了具有摩擦作用和对流加热作用时斜压不稳定线性问题, 指出了这些作用会使临界垂直切变曲线具有长波、中波和短波截断, 以及还会出现正负临界切变曲线对于波数轴的不对称和分支现象, 对流加热作用使斜压稳定性有明显的减小。本文利用多时间尺度方法, 考察在临界切变附近的弱非线性有限振幅波的不稳定问题, 并对所得的振幅控制方程进行数值积分。

\* 本文于 1985 年 8 月 12 日收到原稿, 1986 年 6 月 6 日收到修改稿。

## 二、模式和非线性近似解

我们将层结流体分为两层,上下层的厚度分别为  $D_1$  和  $D_2$ 。考虑摩擦和对流凝结加热后的无量纲准地转涡度方程为<sup>[5]</sup>

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_*} + U_1 \frac{\partial}{\partial x}\right)q_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial x}(\beta + FU_s) = -\epsilon J(\phi_1, q_1) - r_1 \nabla^2 \phi_1 - m^* r_2 \nabla^2 \phi_2 \quad (1a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_*} + U_2 \frac{\partial}{\partial x}\right)q_2 + \frac{\partial \phi_2}{\partial x}(\beta - FU_s) = -\epsilon J(\phi_2, q_2) - r_2 \nabla^2 \phi_2 + m^* r_1 \nabla^2 \phi_1 \quad (1b)$$

其中  $r_1$  和  $r_2$  分别为上下边界摩擦系数,  $m^*$  为对流凝结加热参数,  $F$  为 Froude 数,  $\epsilon$  表征扰动相对于基本状态大小的一个无因次量。这些参数的具体定义可参看文献[5]。

考虑临界切变附近的不稳定,即令

$$U_s = U_c + \Delta, \quad \Delta \ll U_c$$

式中  $U_s \equiv (U_1 - U_2)$  和  $U_c$  分别为纬向流的垂直切变及其临界值,  $\Delta$  为相应的微量。取摩擦系数  $r_1$  和  $r_2$  的最高量级为  $O(\Delta)$ , 引进三个时间尺度

$$t = t_*, \quad T = \Delta^{\frac{1}{2}} t_*, \quad \tau = \mu t_*$$

其中  $\mu = O(r_2)$ 。那么时间导数可写成为

$$\frac{\partial}{\partial t_*} = \frac{\partial}{\partial t} + \Delta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial T} + \mu \frac{\partial}{\partial \tau}$$

将这些表达式代入(1a)和(1b),并将这两式分别相加和相减,整理可得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1(\phi_B, \phi_T) = & -\Delta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial q_B}{\partial T} - \mu \frac{\partial q_B}{\partial \tau} - \frac{\Delta}{2} \frac{\partial}{\partial x} (q_B + q_T) - F \Delta \frac{\partial \phi_T}{\partial x} \\ & -\epsilon J(\phi_B, q_B) - \epsilon J(\phi_T, q_T) - \frac{r_1 + r_2}{2} \nabla^2 \phi_B - \frac{r_1 - r_2}{2} \nabla^2 \phi_T \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2(\phi_B, \phi_T) = & \Delta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial q_T}{\partial T} - \mu \frac{\partial q_T}{\partial \tau} - \frac{\Delta}{2} \frac{\partial}{\partial x} (q_T + q_B) - F \Delta \frac{\partial \phi_B}{\partial x} \\ & -\epsilon J(\phi_B, q_T) - \epsilon J(\phi_T, q_B) - \frac{r_1 + r_2}{2} \nabla^2 \phi_T - \frac{r_1 - r_2}{2} \nabla^2 \phi_B \\ & - m^* r_2 \nabla^2 (\phi_B - \phi_T) \end{aligned} \quad (2b)$$

式中符号见附录 I。与(2)式相应的边界条件为

$$\frac{\partial \phi_B}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \phi_T}{\partial x} = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_B}{\partial t \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi_T}{\partial t \partial y} = 0 \quad (3b)$$

为了方便起见,假定  $\epsilon \sim O(\Delta^{\frac{1}{2}})$ , 从而有

$$O(\mu) \sim O(\epsilon^2) \sim O(r_1) \sim O(r_2)$$

式中符号“ $\sim$ ”表示对  $x$  的平均。方程(2)和边界条件(3)就是用来讨论非线性斜压不稳定问题的基础方程,可用摄动理论来求得该问题的近似解。为此,将  $\phi_B$  和  $\phi_T$  按小参数  $\epsilon$  展开为

$$\begin{bmatrix} \phi_B \\ \phi_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_B^{(1)} \\ \phi_T^{(1)} \end{bmatrix} + \epsilon \begin{bmatrix} \phi_B^{(2)} \\ \phi_T^{(2)} \end{bmatrix} + \epsilon^2 \begin{bmatrix} \phi_B^{(3)} \\ \phi_T^{(3)} \end{bmatrix} + \dots$$

将该展开式代入方程(2)就可求得各展开系数的表达式。对于 $O(\epsilon^0)$ 的近似式为

$$\mathcal{L}_1(\phi_B^{(1)}, \phi_T^{(1)}) = 0 \quad (4a)$$

$$\mathcal{L}_2(\phi_B^{(1)}, \phi_T^{(1)}) = 0 \quad (4b)$$

设解的形式为

$$\begin{bmatrix} \phi_B^{(1)} \\ \phi_T^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_B^{(1)} \\ A_T^{(1)} \end{bmatrix} \frac{1}{2} e^{i\theta} \sin ly + (*) \quad (5)$$

其中 $\theta = k(x - ct)$ ,  $l = n\pi$ ,  $n = 1, 2, \dots$ 星号(\*)表示这项是前一项的共轭。将(5)代入(4)式, 则有

$$C = U + \frac{U_c}{2} - \beta(a^2 + F)/a^2(a^2 + 2F) \quad (6)$$

$$\frac{A_T^{(1)}}{A_B^{(1)}} = \gamma \equiv \frac{\beta + [C - (U + U_c/2)]a^2}{a^2 U_c/2} = \frac{FU_c - a^2 U_c/2}{\beta + [C - (U + U_c/2)](a^2 + 2F)} \quad (7)$$

这就是无摩擦以及无对流加热时的中性解。令

$$A_B^{(1)} = A(T, \tau), \text{ 故 } A_T^{(1)} = \gamma A(T, \tau) \quad (8)$$

由此可见, $O(\epsilon^0)$ 近似只能得到斜压扰动振幅与正压扰动振幅相对之比, 要确定扰动振幅的具体大小, 还需进一步考察更高一阶的近似式。

仿照 Pedlosky<sup>[4]</sup>的方法, 求得方程(2)的 $O(\epsilon)$ ,  $O(\epsilon^2)$ 和 $O(\epsilon^3)$ 阶近似式, 并以波动解代入, 而且在 $O(\epsilon)$ 和 $O(\epsilon^2)$ 近似式中引进由于非线性作用而产生的纬向流的修正量 $\Phi_B^{(i)}(y, T, \tau)$ 和 $\Phi_T^{(i)}(y, T, \tau)$ ( $i=2, 3$ ), 那么消去久期项, 从而可得到各阶近似方程, 再用重组方法<sup>[4]</sup>将这些方程组合成为重组方程。由于 $\Phi_B^{(i)}$ ,  $\Phi_T^{(i)}$ 以及 $A$ 都不是快时间尺度( $t$ )的函数, 故时间导数可写成

$$\frac{\partial}{\partial t_*} = \Delta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial T} + \mu \frac{\partial}{\partial \tau} \quad \text{且} \quad \frac{\partial^2}{\partial t_*^2} = \Delta \frac{\partial^2}{\partial T^2} + 2\Delta^{\frac{1}{2}} \mu \frac{\partial^2}{\partial T \partial \tau} + O(\epsilon^4)$$

令

$$\Phi_B = \Phi_B^{(2)} + \epsilon \Phi_B^{(3)} + O(\epsilon^2) \quad (9a)$$

$$\Phi_T = \Phi_T^{(2)} + \epsilon \Phi_T^{(3)} + O(\epsilon^2) \quad (9b)$$

再取变量代换

$$\begin{cases} t = \sigma t_* \\ \sigma = k[\Delta U_c(2F - a^2)/2(2F + a^2)]^{\frac{1}{2}} \\ \Phi_B = [Fl\epsilon/U_c]\psi_B \\ \Phi_T = [Fl\epsilon/U_c]\psi_T \\ v_n = r_n/\sigma, \quad n=1, 2 \end{cases} \quad (10)$$

则重组方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi_B + \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi_B + \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi_T = 0 \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2F \right) \psi_T + \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi_T + m^* \nu_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\psi_B - \psi_T) \\ + \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi_B = \sin 2ly \{ [(\nu_1 + \nu_2) + \gamma(\nu_1 - \nu_2)] |A|^2 \\ + d|A|^2/dt \} \end{aligned} \quad (11b)$$

$$d^2 A/dt^2 + (B_1 + iB_2)dA/dt + (D_1 + iD_2)A = 0 \quad (12)$$

式中的符号见附录 II。边界条件(3)可写为

$$\partial^2 \psi_B / \partial t \partial y = 0 \text{ 和 } \partial^2 \psi_T / \partial t \partial y = 0 \text{ 在 } y=0, 1 \text{ 上} \quad (13)$$

从(11a)和(11b)可看出摩擦 $(\nu_1 + \nu_2)$ 总是平均纬向位涡的汇,它是起阻尼的作用;含 $(\nu_1 - \nu_2)$ 的项是斜压场 $\psi_T$ 和正压场 $\psi_B$ 的转换项;对流加热项 $(m^*)$ 与摩擦耗散项的作用相反,故它是平均纬向位涡的源;含 $\sin 2ly$ 的位涡通量项只与摩擦作用有关,对流加热对其无贡献,位涡通量只引起斜压平均纬向位涡的变化。此外,从(11a)可知,如果 $\nu_1 = \nu_2$ 且初始条件为 $\psi_B(y, 0) = 0$ ,则不论有无加热作用, $\psi_B$ 恒为零。

### 三、定常解与非定常数值结果

为了使重组方程(11)和(12)中不出现对 $y$ 的偏微商,从而可进行时间演变的定性分析以及对时间进行数值积分,不失一般性,可将 $\psi_B$ 和 $\psi_T$ 按余弦级数展开为

$$\begin{bmatrix} \psi_B \\ \psi_T \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{23} \begin{bmatrix} \psi_m^{(B)} \\ \psi_m^{(T)} \end{bmatrix} \cos(m\pi y) \quad (14)$$

其中 $m$ 仅取奇数,并且设

$$A = R(t)e^{i\phi(t)} \quad (15)$$

式中 $R(t)$ 和 $\phi(t)$ 都为实函数。将(15)代入(12)式,再分离实虚部为

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + B_1 \frac{dR}{dt} + D_1 R - B_2 \frac{L}{R} - \frac{L^2}{R^3} = 0 \quad (16a)$$

$$\frac{dL}{dt} + B_1 L = -D_2 R^2 - \frac{B_2}{2} \frac{dR^2}{dt} \quad (16b)$$

其中 $L = R^2 \frac{d\phi}{dt}$ 可认为是“角动量”。

在没有摩擦作用,即 $\nu_1 = \nu_2 = 0$ 时,从(16a)和(16b)式可得到

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + V(R) \right\} = 0 \quad (17)$$

其中

$$V(R) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{k\Delta}{2\sigma} \right)^2 - 1 - d \cdot N^* R^2(0) \right] R^2 + \frac{dN^*}{4} R^4 - \frac{1}{2} C_0^2 R^{-2}$$

$$N^* = \sum_{m=1}^{23} \left[ \frac{a^2 - F}{a^2} m^2 \pi^2 - (a^2 - 2F) \right] \frac{32 n^2}{(m^2 \pi^2 + 2F)(4n^2 - m^2)^2 \pi^2}$$

$m$  仅取奇数,  $C_0$  为积分常数, 是由初值确定。(17)式指出了无摩擦时“动能” $\frac{1}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2$  与“势能” $V(R)$  之和即总能量是守恒的。因此在斜压不稳定过程中, 总能量没有耗散; 动能与势能相互转化, 扰动波振幅呈周期性振荡的, 振荡周期依赖于初值。

当上边界摩擦作用消失, 即  $\nu_1 = 0$  时, 从(16 a)式可知, 这时仅存在  $R_s$  (下标  $S$  表示相应的定常值) 为零的定常解。这与 Pedlosky<sup>[4]</sup>在  $f$  平面中所得的结果是一致的。当  $\nu_1 \rightarrow 0$  时, 在上层中不再存在位涡耗散的汇, 从(11 b)式可知, 这时定常波的位涡通量为  $\nu_2(1-\gamma)|A|^2$  且不等于零。因此, 为了使波产生作用与平均耗散之间平衡, 定常状态下的波振幅必须为零。

对于  $\nu_1$  和  $\nu_2$  都不为零且  $m^* < 1$  时, 从(16)式可知, 除存在着零的定常解外, 还存在着非零的定常解。在(11)式中分别令时间导数为零, 则有

$$(\psi_m^{(B)})_s = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_2 + \nu_1} (\psi_m^{(T)})_s \quad (18 a)$$

$$(\psi_m^{(T)})_s = Q_m R_s^2 \quad (18 b)$$

式中  $Q_m$  的表示式见附录 III。由(16 b)可得定常状态下的“角动量”为

$$L_s = - (D_2/B_1) R_s^2 \quad (19)$$

将(18 a)、(18 b)和(19)式代入(16 a)式, 再令时间导数项为零, 可得

$$R_s^2 = \left[ 1 + (D_2/B_1)^2 - \frac{D_2 k \Delta}{B_1 \sigma} \right] / \left[ \left( \frac{D_2}{B_1} \right) b Q^{(1)} + d Q^{(2)} \right] \quad (20)$$

式中  $Q^{(1)}$  和  $Q^{(2)}$  的表示式见附录 III。显然, (20)式为绝对值相等且反号的非零定常解, 与原来的零定常解一起, 共有三个定常解。这与 Pedlosky<sup>[3]</sup>在弱  $\beta$  效应以及没有加热情况下的结果是相类似的。他已证明了零解为不稳定的, 当  $\beta$  效应较强时, 两个非零的定常解为稳定的。在这里  $\beta$  效应很强, 它与相对涡度梯度量级相等, 故(20)式的两个非零的定常解是稳定的(在以下数值积分结果中也将证实这一点)。显然, 对流加热作用使得非零的定常解  $R_s^2$  减小。当加热作用增强到  $m^* \gg 1$  时, 从(20)可知不存在实根, 即没有非零的定常解, 而仅存在一个零的定常解。所以对流加热将使不稳定扰动趋向于小振幅扰动的稳定平衡态; 当加热较强时, 甚至趋于振幅为零的平衡态。这是由于对流加热是使得扰动的湿位能转化为动能的内源, 而本模式中又仅仅计及动能的摩擦耗散, 即没有考虑类似牛顿冷却的热能耗散。因此, 在此种耗散系统中对流加热作用自会使稳定平衡态的振幅减小以至趋于零。

采用数值方法, 对方程(11)和(12)进行积分, 其中  $\psi_B$  和  $\psi_T$  用(14)的展开式代入。结果指出, 无摩擦和无加热作用时, 解在  $|R|$  和  $d|R|/dt$  的相平面上的轨迹是呈周期性振荡的。当存在摩擦耗散时, 轨迹是衰减周期振荡并逐渐趋于平衡态。图 1 给出了  $\nu_1 = \nu_2 = 0.2, m^* = 0$  时相平面图。可以看出, 曲线开始从初值 ( $|R_0| = 0.2$ ) 出发几乎呈线性不稳定增长, 然后, 由于非线性作用波振幅不可能无限增长, 而是向下弯曲且不断衰减, 当振幅  $|R|$  达到最小值后又开始逐渐增大, 如此来回振荡最终趋于平衡态。图 2 给出了当

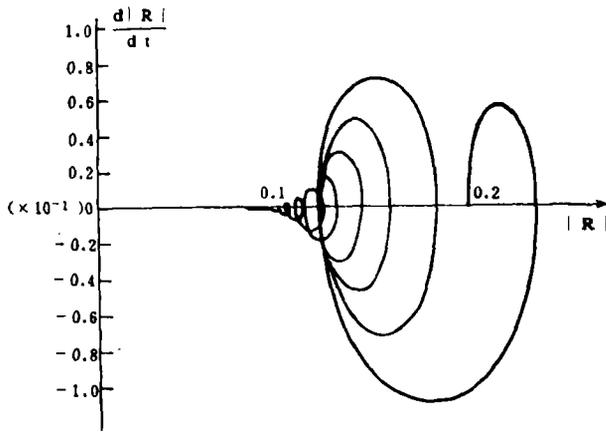


图 1  $\nu_1 = \nu_2 = 0.2$ ,  $m^* = 0.0$ ,  $\epsilon = 0.2$ ,  $\beta = 3.508$ ,  
 $\Lambda = 6.01$ ,  $|R_0| = 0.2$

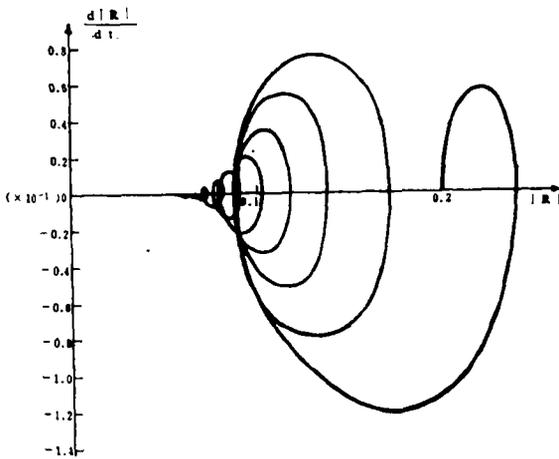


图 2  $\nu_1 = \nu_2 = 0.2$ ,  $m^* = 0.25$ ,  $\epsilon = 0.2$ ,  $\beta = 3.508$ ,  
 $\Lambda = 0.01$ ,  $|R_0| = 0.2$

存在加热作用时的相平面图, 其轨线类似于无加热作用的情况, 但这时的平衡态  $|R_0|$  由于加热作用而减小。当加热作用  $m^* > 1$  时, 解趋于零的平衡态, 如图 3 所示, 其中  $\nu_1 = 0.2$ ,  $\nu_2 = 1.0$  以及  $m^* = 1.0$ 。

#### 四、几点结论

1. 在无摩擦耗散和无加热作用的情况下, 扰动波振幅在相平面上呈周期性振荡。因此, 在无源无耗的两层准地转模式大气中, 有限振幅扰动由于非线性相互作用, 斜压位能与动能相互转换, 其振幅呈周期变化。

2. 当摩擦耗散作用仅存在下层的, 不可能存在非零的平衡态。这表明有限振幅扰动演变至终态, 其能量耗散殆尽, 振幅均将趋于零。如前所述这时波的位涡通量若不为零, 为了使波产生作用与平均耗散之间平衡, 定常状态下的波振幅必须为零。

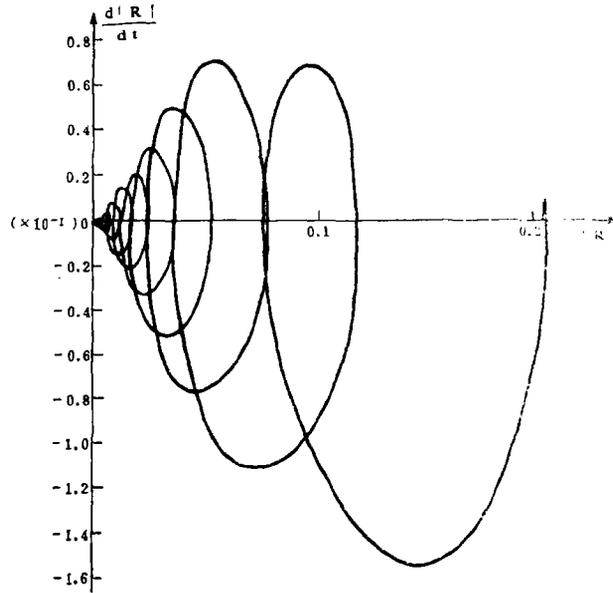


图 3  $\nu_1=0.2$ ,  $\nu_2=1.0$ ,  $m^*=1.0$ ,  $\beta=3.508$ ,  $\epsilon=0.2$ ,  
 $\Delta=0.01$ ,  $|R_0|=0.2$

3. 对流加热作用对扰动与基本流的相互作用有着重要的影响。当上下层摩擦耗散都存在时, 加热作用较弱(即  $m^* < 1$ ) 时, 存在着一个是不稳定的, 二个是稳定的多平衡态, 稳定平衡态的振幅为非零, 其值比之无加热时要小; 而当加热作用较强(即  $m^* \geq 1$ ) 时, 仅存在着一个为零的单个平衡态。

#### 附录 I

$$\mathcal{L}_1(\phi_B, \phi_T) = \frac{\partial}{\partial t} q_B + (U + U_c/2) \frac{\partial q_B}{\partial x} + \frac{U_c}{2} \frac{\partial q_T}{\partial x} + \beta \frac{\partial \phi_B}{\partial x} + FU_c \frac{\partial \phi_T}{\partial x}$$

$$\mathcal{L}_2(\phi_B, \phi_T) = \frac{\partial}{\partial t} q_T + (U + U_c/2) \frac{\partial q_T}{\partial x} + \frac{U_c}{2} \frac{\partial q_B}{\partial x} + \beta \frac{\partial \phi_T}{\partial x} + FU_c \frac{\partial \phi_B}{\partial x}$$

$$\phi_B = (\phi_1 + \phi_2)/2, \quad \phi_T = (\phi_1 - \phi_2)/2$$

$$q_B = \nabla^2 \phi_B, \quad q_T = \nabla^2 \phi_T - 2F\phi_T$$

#### 附录 II

$$B_1 = [(a^2 + F)(\nu_1 + \nu_2) - m^* \nu_2 a^2] / (a^2 + 2F)$$

$$B_2 = k\Delta/\sigma + b \int_0^1 \left[ \frac{a^2 + F}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (a^2 + 2F) \right] \psi_B \sin 2ly dy$$

$$D_1 = -1 + d \int_0^1 \left\{ -\frac{F\gamma}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi_B + \left[ \frac{a^2 - F}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (a^2 - 2F) \right] \psi_T \right\} \sin 2ly dy$$

$$D_2 = -[-(\nu_1 + \nu_2)F\gamma + (\nu_1 - \nu_2)(a^2 - F) + m^* \nu_2 a^2 (1 - \gamma)] \sigma / k\Delta (2F - a^2)$$

$$b = 4kFl\epsilon^2 / U_c \sigma (2F + a^2)$$

$$d = 4Fl\epsilon^2 / U_c \Delta (2F - a^2)$$

## 附录 III

$$Q_m = -\frac{8n}{(4n^2 - m^2)\pi} [(\nu_1 + \nu_2) + \gamma(\nu_1 - \nu_2)] / \left[ \frac{2(1 - m^*)\nu_1\nu_2}{\nu_1 + \nu_2} m^2\pi^2 \right]$$

$$Q^{(1)} = \sum_{m=1}^{23} [(a^2 + 2F) - (1 + F/a^2)m^2\pi^2] \frac{4n}{(4n^2 - m^2)\pi} \cdot \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_2 + \nu_1} Q_m$$

$$Q^{(2)} = \sum_{m=1}^{23} \left\{ \frac{F\gamma}{a^2} m^2\pi^2 \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_2 + \nu_1} + \left[ (a^2 - 2F) - \frac{a^2 - F}{a^2} m^2\pi^2 \right] \right\} \frac{4n}{(4n^2 - m^2)\pi} Q_m$$

## 参 考 文 献

- [1] Pedlosky, J., Finite-amplitude baroclinic waves with small dissipation, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 578—579, 1971.
- [2] Pedlosky, J., Chaotic and periodic behavior of finite-amplitude baroclinic waves, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1177—1196, 1980.
- [3] Pedlosky, J., The effect of  $\beta$  on the chaotic behavior of unstable baroclinic waves, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 717—731, 1981.
- [4] Pedlosky, J., The growth and decay of finite-amplitude baroclinic waves, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1863—1876, 1983.
- [5] 余志豪、郑维忠, 斜压不稳定问题中的摩擦和对流凝结加热作用: 线性理论, 南京气象学院学报, 第2期, 140—151, 1985.

## THE ROLE OF FRICTION AND HEATING OF CONVECTIVE CONDENSATION IN BAROCLINIC INSTABILITY PROBLEM

Zheng Weizhong    Yu Zhihao

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)

### Abstract

By using of the two-level quasi-geostrophic baroclinic model on the  $\beta$ -plane, the finite-amplitude problem of baroclinic instability with frictional dissipation and heating of convective condensation has discussed in this paper. The finite-amplitude equation gained is integrated numerically. It is shown that the amplitude of the unstable baroclinic wave evolves periodically if no dissipation exists, and finally approaches to an equilibrium state in which the amplitude will be zero while the frictional dissipation exists only in lower layer. Under the condition that there is frictional dissipation in both layers, the multiple equilibrium states exist. If the convective heating is weaker ( $m^* < 1$ ), one of the equilibrium states is with zero amplitude and another two are non-zero, and the amplitude of disturbance wave approaches to non zero equilibrium. But, only single equilibrium state of zero amplitude exists if the convective heating is stronger ( $m^* > 1$ ), to which the amplitude of the disturbance wave finally approaches.