

超长波活动若干问题的分析*

沙文钰 张穗民

(空军气象学院)

超长波和 Rossby 长波的动力学特征不同^[1,2]。许多作者^[3-10]采用沿纬圈方向分离出波数为 1, 2, 3 波的波动进行研究超长波的特征, 得到有一定实践意义的结论。在理论分析上, 章基嘉^[2]从 Burger 模式出发, 首次得到超长波活动很有意义的动力学特性。实际大气运动中, 各种尺度的波动总是重叠在一起, 彼此作用, 互为影响。但超长波受地形、热源及比它更小的波能量反馈控制的, 是一个被动系统^[11]。因此在准地转近似下, 有可能将超长波单独处理。

本文在准地转模式中, 引入全流函数, 采用类似[2]的处理, 所得到大尺度波动的相速和振幅变化率, 除地形和热源的控制作用和[2]类同外, 大气斜压性对超长波的控制作用与[2]不同, 即得到的超长波活动规律更具有普遍性。

1. 求解相速和振幅变化公式

描述大尺度运动的涡度方程和热力学方程, 经线性化后可写成如下的形式:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \Delta \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial \psi}{\partial p} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\sigma}{f_0} \omega = -\frac{Rq}{pc_r f_0} \quad (2)$$

其中 ψ 为扰动流函数, \bar{u} 为基本气流, σ 为静力稳定度参数, q 为对单位质量空气的加热率, 其余是常用符号。

在垂直方向上取三层模式, 把(1)式写在 1, 3, 5 等压面上, (2)式写在 2, 4 等压面上。设大气上下边界处垂直速度 ω 分别为零和 ω_6 , 又令 $q_2 = q_4 = q$, 于是得到下列方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial}{\partial x}\right) \Delta \psi_1 + \beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = f_0 \frac{\omega_2}{p_2} \quad (3a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x}\right) \Delta \psi_3 + \beta \frac{\partial \psi_3}{\partial x} = f_0 \frac{\omega_4 - \omega_2}{p_2} \quad (3b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_5 \frac{\partial}{\partial x}\right) \Delta \psi_5 + \beta \frac{\partial \psi_5}{\partial x} = f_0 \frac{\omega_6 - \omega_4}{p_2} \quad (3c)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x}\right) \psi' + \bar{u}_2' v_2 - \frac{p_2}{f_0} \sigma_2 \omega_2 = \frac{Rq}{C_r f_0} \quad (4a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_4 \frac{\partial}{\partial x}\right) \psi'' + \bar{u}_4' v_4 - \frac{p_2}{f_0} \sigma_4 \omega_4 = \frac{Rq}{2 C_r f_0} \quad (4b)$$

* 本文于 1984 年 7 月 12 日收到, 1985 年 7 月 8 日收到修改稿。

这里, $\psi' = \psi_1 - \psi_3$, $\psi'' = \psi_3 - \psi_5$, $\bar{u}_7 = \bar{u}_3 - \bar{u}_1$, $\bar{u}_7^* = \bar{u}_5 - \bar{u}_3$, $p_2 = 1000/3\text{hPa}$ 。为简化起见, 暂令: $\bar{u}_1 \approx \bar{u}_4 \approx \bar{u}_5$, $v_2 \approx v_4 \approx v_5$ 。由(3a)~(3b)和(3b)~(3c)分别解得 ω_2 和 ω_4 , 然后把 ω_2 、 ω_4 代入(4a)、(4b)式, 便得到

$$\begin{aligned} & \frac{2p_2}{3f_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta \psi' + \frac{p_2}{3f_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta \psi'' - \frac{f_0}{p_2 \sigma_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi' \\ & + \frac{2p_2 \beta}{3f_0} \frac{\partial}{\partial x} \psi' + \frac{p_2 \beta}{3f_0} \frac{\partial}{\partial x} \psi'' - \frac{f_0}{p_2 \sigma_2} \bar{u}_7^* v_3 = -\frac{\omega_2}{3} - \frac{Rq}{p_2 \sigma_2 c_p} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{p_2}{3f_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta \psi' + \frac{2p_2}{3f_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta \psi'' - \frac{f_0}{p_2 \sigma_4} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi'' \\ & + \frac{p_2 \beta}{3f_0} \frac{\partial}{\partial x} \psi' + \frac{2p_2 \beta}{3f_0} \frac{\partial}{\partial x} \psi'' - \frac{f_0}{p_2 \sigma_4} \bar{u}_7^* v_3 = -\frac{2\omega_4}{3} - \frac{Rq}{2p_2 \sigma_4 c_p} \end{aligned} \quad (6)$$

现设

$$\omega_s = -\rho_s g \mathbf{v}_s \cdot \nabla \eta \quad (7)$$

$$\eta = \bar{\eta} \exp[i(kx - \delta_\eta)], \quad q = \bar{q} \exp[i(kx - \delta_q)] \quad (8)$$

其中 ρ_s 、 \mathbf{v}_s 分别为地面层空气密度和风速矢, η 为地形高度。 $\bar{\eta}$ 、 \bar{q} 和 δ_η 、 δ_q 分别为 η 和 q 的振幅和位相角。

设方程(5)和(6)式的解的形式为

$$\psi' = A(t) e^{i[kx - \delta'(t)]}, \quad \psi'' = B(t) e^{i[kx - \delta''(t)]} \quad (9)$$

(9)式中, k 为纬向波数, A 、 B 和 δ' 、 δ'' 分别为高、低空波动的振幅和位相角, 均是 t 的函数。

将方程(7)~(9)式代入方程(5)、(6)式, 经过繁冗的运算, 可得到关于 C' 、 C'' 和 $\frac{dA}{dt}$ 、 $\frac{dB}{dt}$ 的四个方程。再把这四个方程联立进行求解, 最后便求得如下高、低空波动的相速和振幅变化公式。

$$\begin{aligned} c' = \bar{u}_2 - \frac{3p_2^2 \sigma_2 (p_2^2 \sigma_2 k^2 + 2f_0^2) \beta}{s} - \frac{3p_2^2 \sigma_2 f_0^2 \beta}{s} \frac{B}{A} \cos(\delta' - \delta'') + \\ \left[\frac{3f_0^2 (2p_2^2 \sigma_2 k^2 + 3f_0^2)}{ks} v_2 \bar{u}_7 - \frac{3p_2^2 \sigma_2 k^2 f_0^2}{ks} v_4 \bar{u}_7^* \right] \frac{1}{A} \sin \delta' + c'_{\eta} + c'_{q} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} = \frac{3p_2^2 \sigma_2 f_0^2 \beta k}{s} B \sin(\delta'' - \delta') + \left[\frac{3p_2^2 \sigma_2 k^2 f_0^2}{s} v_2 \bar{u}_7 - \frac{3f_0^2 (2p_2^2 \sigma_2 k^2 + 3f_0^2)}{s} \right. \\ \left. v_4 \bar{u}_7^* \right] \cos \delta' + \left(\frac{dA}{dt} \right)_{\eta} + \left(\frac{dA}{dt} \right)_{q} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} c'' = \bar{u}_4 - \frac{3p_2^2 \sigma_4 (p_2^2 \sigma_2 k^2 + 2f_0^2) \beta}{s} - \frac{3p_2^2 \sigma_4 f_0^2 \beta}{s} \frac{A}{B} \cos(\delta' - \delta'') + \\ \left[\frac{3f_0^2 (2p_2^2 \sigma_2 k^2 + 3f_0^2)}{ks} v_4 \bar{u}_7^* - \frac{3p_2^2 \sigma_4 k^2 f_0^2}{ks} v_2 \bar{u}_7 \right] \frac{1}{B} \sin \delta'' + c''_{\eta} + c''_{q} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} = \frac{3p_2^2 \sigma_4 f_0^2 \beta k}{s} A \sin(\delta' - \delta'') + \left[\frac{3p_2^2 \sigma_4 k^2 f_0^2}{s} v_2 \bar{u}_7 - \frac{3f_0^2 (2p_2^2 \sigma_2 k^2 + 3f_0^2)}{s} \right. \\ \left. v_4 \bar{u}_7^* \right] \cos \delta'' + \left(\frac{dB}{dt} \right)_{\eta} + \left(\frac{dB}{dt} \right)_{q} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $S = 3p_2^2 \sigma_2 \sigma_4 k^4 + 6p_2^2 \sigma_2 k^2 f_0^2 + 6p_2^2 \sigma_4 k^2 f_0^2 + 9f_0^4$, c'_{η} 、 c''_{η} 、 $\left(\frac{dA}{dt} \right)_{\eta}$ 、 $\left(\frac{dB}{dt} \right)_{\eta}$ 和 c'_{q} 、 c''_{q} 、 $\left(\frac{dA}{dt} \right)_{q}$ 、 $\left(\frac{dB}{dt} \right)_{q}$ 分别为地形和冷热源对高低空波动的相速及振幅变化的作用项。

$$C'_{\eta} = \frac{3p_2^2 \sigma_2 \bar{\eta} \rho_s g \bar{u}_0 f_0^3}{s} \frac{1}{A} \cos(\delta' - \delta_{\eta})$$

$$\left(\frac{dA}{dt} \right)_{\eta} = \frac{3p_2^2 \sigma_2 \bar{\eta} \rho_s g \bar{u}_0 f_0^3 k}{s} \sin(\delta' - \delta_{\eta})$$

$$\begin{aligned}
 C''_n &= \frac{3p_2\sigma_4\bar{\eta}\rho_0g\bar{u}_0f_0(p_2^2\sigma_2k^2+2f_0^2)}{s} \frac{1}{B} \cos(\delta''-\delta_n) \\
 \left(\frac{dB}{dt}\right)_n &= \frac{3p_2\sigma_4\bar{\eta}\rho_0g\bar{u}_0f_0(p_2^2\sigma_2k^2+2f_0^2)k}{s} \sin(\delta''-\delta_n) \\
 C'_q &= \frac{3\bar{q}Rf_0(p_2^2\sigma_2k^2-4p_2^2\sigma_4k^2-6f_0^2)}{kC_p s} \frac{1}{A} \sin(\delta'-\delta_q) \\
 \left(\frac{dA}{dt}\right)_q &= -\frac{3\bar{q}Rf_0(p_2^2\sigma_2k^2-4p_2^2\sigma_4k^2-6f_0^2)}{C_p s} \cos(\delta'-\delta_q) \\
 C''_q &= \frac{3\bar{q}Rf_0(2p_2^2\sigma_4k^2-4p_2^2\sigma_2k^2-3f_0^2)}{2kC_p s} \frac{1}{B} \sin(\delta''-\delta_q) \\
 \left(\frac{dB}{dt}\right)_q &= -\frac{3\bar{q}Rf_0(2p_2^2\sigma_4k^2-4p_2^2\sigma_2k^2-3f_0^2)}{2C_p s} \cos(\delta''-\delta_q)
 \end{aligned}$$

方程(10)–(13)式中可见,大尺度波动的相速和振幅变化主要受控于大气斜压性、大地形及冷热源的作用。这三者的作用均与 k 的平方或立方成反比。换言之,它们对小波数,即超长波活动的作用显得较大,而对长波影响较弱。所以,从准地转模式出发,可以单独讨论超长波的活动规律。同时从上述结果来看,大地形和冷热源对超长波的控制作用与文献[2]相比较,其形式基本一致,本文对此不再赘述。但大气斜压性对超长波活动的作用与[2]明显不同,正是本文所要讨论的内容。

2. 热量经向输送对超长波振幅的影响

为讨论方便起见,取 $s \approx 3p_2^4\sigma_2\sigma_4k^4$, 大气斜压性对超长波活动的作用表示为

$$C' = \left(\bar{u}_2 - \frac{\beta}{k^2} \right) - \frac{f_0^2\beta B}{p_2^2\sigma_4k^4A} \cos(\delta' - \delta'') - \frac{f_0^2}{p_2^2k^3A} Q' \sin \delta' \quad (14)$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{f_0^2\beta B}{p_2^2\sigma_4k^3} \sin(\delta'' - \delta') + \frac{f_0^2}{p_2^2k^2} Q' \cos \delta' \quad (15)$$

$$C'' = \left(\bar{u}_4 - \frac{\beta}{k^2} \right) - \frac{f_0^2\beta A}{p_2^2\sigma_2k^4B} \cos(\delta' - \delta'') - \frac{f_0^2}{p_2^2k^3B} Q'' \sin \delta'' \quad (16)$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{f_0^2\beta A}{p_2^2\sigma_2k^3} \sin(\delta' - \delta'') + \frac{f_0^2}{p_2^2k^2} Q'' \cos \delta'' \quad (17)$$

其中, $Q' = \frac{1}{\sigma_4} v_4 \bar{u}_T' - \frac{2}{\sigma_2} v_2 \bar{u}_T'$, $Q'' = \frac{1}{\sigma_2} v_2 \bar{u}_T'' - \frac{2}{\sigma_4} v_4 \bar{u}_T''$.

由上列式中,大气斜压状态下,超长波活动除了受控于基本气流,高低空超长波位相差外,还受控于超长波本身尺度及其活动过程中所引起的热量经向输送。后者[2]没有反映出来。下面就大气通常处于稳定状态($\sigma_2 > 0, \sigma_4 > 0$)下,讨论热量输送对高低空振幅变化情况。

(15)、(17)式右边第二项就是热量经向输送对超长波振幅变化作用之项。实际大气的平均西风量一般向上是递增的,即 $\bar{u}_T' < 0, \bar{u}_T'' < 0$, 由此可见,振幅变化决定于高低空热量输送之差值($\cos \delta' > 0, \cos \delta'' > 0$)。根据文献[12],有 $2\sigma_4 \approx \sigma_2$, 一般有 $|\bar{u}_T'| > |\bar{u}_T''|$ 。所以当高、低空有热量向北输送时,即 $v_4 \bar{u}_T' < 0, v_2 \bar{u}_T'' < 0$, 则高层 $Q' > 0$, 超长波振幅随时间增大;低层 $Q'' > 0$, 超长波振幅也随时间增大。当高、低空有热量向南输送时,即 $v_4 \bar{u}_T' > 0, v_2 \bar{u}_T'' > 0$, 在高层, $Q' < 0$, 则产生减幅;在低层, $Q'' < 0$, 同样发生减幅,这种情况下有能量转移给长波^[5,6]。

若低空热量向北输送 ($v_4 \bar{u}_T' < 0$), 高空向南输送 ($v_2 \bar{u}_T'' > 0$), 则 $Q' < 0$, 即高层减幅, 而低层 $Q'' > 0$, 发生增幅。反之,低空热量向南输送,高空向北输送,则高层增幅 ($Q' > 0$), 低层减幅 ($Q'' < 0$)。

综上所述,对流层凡是有热量向北(南)输送,其结果使超长波增幅(减幅)。这和文献[13]的结论一致,同时和实际大气情况相符。众知,中高纬热量经向输送以感热为主。我们视感热经向输送近似表示为大气热量南北输送,所计算的对流层下部(1000–500 hPa)的感热经向输送与超长波振幅变化的关系

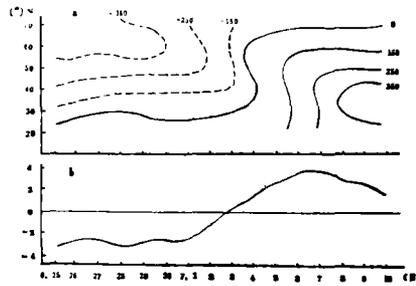


图 1 1979 年 1000—500 hPa 超长波(1—3 波)感热经向输送(a)及 30—50°N 500 hPa 超长波振幅距平(b)变化(感热单位: $\times 10^6 \text{kJ/s} \cdot \text{kPa}$, 距平单位: $\times 10 \text{gPm}$)

如图 1 所示。图中示出,感热由北向南输送时期(图 1a 中负值),超长波的振幅减幅(图 1b 中负距平),反之热量由南向北输送时期(图 1a 中正值),则产生增幅(图 1b 中正距平)。尤其感热输送南北转变日期与振幅距平符号转变日期大致吻合,尽管振幅变化还受其他因素影响,但从此图中也确实反映了热量输送对超长波扰动的贡献还是较明显的。

3. 热量经向输送对超长波移速作用

从(14)、(16)式中,由热量经向输送而产生的附加相速可表示为

$$C'_0 = -\frac{f_0^2}{p_0^2 k^2 A} Q' \sin \delta', \quad C''_0 = -\frac{f_0^2}{p_0^2 k^2 B} Q'' \sin \delta'' \quad (18)$$

(18)式中, $f_0^2/p_0^2 k^2 = \text{常数}$, 因此由热量经向输送而产生的附加相速是由高、低空热量输送差值所决定,且还和超长波本身强度(振幅)有关。

很明显,如对流层有热量向北输送($Q' > 0, Q'' > 0$),便产生向西的附加相速($C'_0 < 0, C''_0 < 0$)。反之,产生向东的附加相速。由于向东(西)的附加相速和振幅成反比,根据上节分析,热量向北输送,会使振幅增大,因此向西的附加相速逐渐减小。同样,热量向南输送,振幅渐渐变小,向东的附加相速逐渐增大。上述过程反映了发展(减弱)的超长波扰动不断地把热量由南(北)向北(南)输送,其结果使平均经向温度梯度减小(增大),也即使平均有效位能减小(增大),致使超长波的扰动减弱(发展),于是热量输送过程和上述反过来。在无外界热源、汇时,对流层超长波热量经向输送一方面反映了扰动场和平均场的能量转换过程^[13],另一方面也反映了指数循环的某种物理过程。

4. 结 语

许多气象学者^[14-16]在研究超长波或阻塞形势时,比较注重外力对超长波的控制作用。诚然外力作用固然重要,但从本文分析的结果来看,忽略大气斜压状态下热量经向输送过程的作用是有局限性的,它不仅对超长波相速和振幅变化有作用,而且还反映了指数循环的某些物理过程。

参 考 文 献

- [1] Burger, A.P., Scale considerations of planetary motion of the atmosphere, *Tellus*, 10, 195—205, 1958.
- [2] 章基嘉, 超长波活动规律的定性分析, *大气科学*, 2, 99—108, 1979.
- [3] 陆菊中、林春育, 对流层上部温度场变化特征与梅雨期旱涝关系, *气象科学*, 1—2, 101—111, 1982.
- [4] 陈受钧, 大型天气转变过程中北半球波谱的分析, *气象学报*, 32, 308—321, 1962.
- [5] 章基嘉、彭永清, 王鼎良, 季节转换期间北半球大气超长波与长波的演变, *气象*, 1, 1—4, 1980.
- [6] 仇永炎等, 一年四季 500 毫巴角动量输送波谱的周期变化, *中期天气预报文集*, 气象出版社, 54—61, 1981.
- [7] 余鹤书、李晓东, 关于准静止性超长波向移动性超长波转换与东亚寒潮的关系, 72—76, 同[6].

- [8] 朱抱真, 大尺度热源、热汇和地形对西风带的定常扰动(一), 气象学报, **28**, 122—140, 1957。
- [9] 沙文钰, 异常梅雨季节转换期北半球 100 毫巴环流特征及其谱分析, 南京大学学报(自然科学版), **21**, 394—404, 1985。
- [10] 沙文钰, 500 毫巴角动量输送和能量变化的波谱与晴阴天气过程关系的分析, 空军气象学院学报, **1**, 52—60, 1984。
- [11] 曾庆存, 数值天气预报的数学物理基础, 276—283, 科学出版社, 1981 年。
- [12] 朱抱真, 大地形和热源的动力控制与超长波活动关系的初步研究, 气象学报, **34**, 285—298, 1964。
- [13] 朱抱真、王斌, 有限振幅超长波的发展及对流层大气环流的指数循环, 中国科学, **1**, 71—84 1981。
- [14] Charney, J. G., and J.G. Devore, Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1205—1216, 1979。
- [15] Egger, J., Dynamics of blocking highs, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1788—1801, 1978。
- [16] 朱正心、肖洁, 阻塞形势动力机制的数值试验, 气象学报, **42**, 129—137, 1982。

SOME ASPECTS OF ULTRA-LONG WAVES ACTIVITIES

Sha Wenyu Zhang Suimin

(*Institute of Meteorology, P. L. A. Air Force*)

Abstract

In this paper, the influences of topography and heating on the ultra-long waves are discussed by means of a quasigeostrophic three-layer baroclinic model. A linearized model is obtained by introducing a kind of total stream function. The wave speed and the variety rate of amplitude with time is solved from this model. The physical causes of both are discussed and the more general characteristics are obtained.