

冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的 定常行星波及其动量通量、热量 通量的计算*

黄 荣 辉

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文应用一个包括 Rayleigh 摩擦、牛顿冷却、水平涡旋热量扩散、定常、准地转、34 层球坐标模式来研究冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的定常行星波。

本文计算了强迫所产生的定常行星波引起的动量通量与热量通量。计算结果与观测结果比较一致。

计算结果表明：最大向北的动量通量与热量通量位于平流层。

一、引 言

关于由地形及定常热源强迫所产生的定常行星波，作者已用 β 平面近似模式来研究中纬度模式大气对地形及定常热源强迫的响应^[1]。然而，在该文中，我们假设运动产生于位于 45°N 的 β 平面里，并且纬向平均风不随纬度而变化。Dickinson 指出水平风速切变对于定常行星波垂直往上传播有很大影响。为此，我们用北半球模式来研究格陵兰高原对冬季北半球定常行星波形成的作用^[2]。同样，定常热源在形成定常行星波起着重要作用，并且似乎比地形强迫作用还要大。因此，我们进一步研究北半球地形与定常热源强迫所产生的定常行星波。

关于大气中扰动所引起的动量输送，热量输送，已有许多著者从实际观测资料来计算这些物理量。但关于平流层以上的扰动所引起的动量输送及热量输送的计算还不很多。特别从理论上计算更少，因此，我们计算定常行星波所引起的动量输送及热量输送。

二、模 式

本文应用包括 Rayleigh 摩擦、牛顿冷却作用与水平涡旋扩散、定常、准地转 34 层球坐标模式。关于模式的详细结构请参考文献[1]。下面只写出所得到模式方程：

* 本文于 1982 年 3 月 11 日收到，1982 年 8 月 28 日收到修改稿。

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}_{n-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \right\}_{n-\frac{1}{2}} \\ + \frac{1}{a} q_{n-\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \phi'_{n-\frac{1}{2}}}{\partial \lambda} = f \left(\frac{\partial \omega}{\partial P} \right)_{n-\frac{1}{2}} - (R_f) \times \\ \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right]_{n-\frac{1}{2}}, \\ n=1, 2, \dots, 35. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}_n \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial P} \right)_n - \left(\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial P} \right)_n \frac{\partial \phi'_n}{\partial \lambda} + \sigma_n \omega_n = - \left(\frac{RH}{c_p P} \right)_n - (\alpha_R)_n \left(\frac{\partial \phi'}{\partial P} \right)_n + \\ (K_T)_n \times \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \tan \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right) \left(\frac{\partial \phi'}{\partial P} \right)_n, \\ n=1, 2, \dots, 34. \end{aligned} \quad (2)$$

上式中 H 是单位时间与单位质量的非绝热加热, R 是气体常数 ($0.287 \text{ KJ} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$), c_p 是定压比热 ($1.004 \text{ KJ} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$), α_R 是牛顿冷却系数, K_T 是水平涡旋扩散系数, R_f 是扰动的 Rayleigh 摩擦系数。在(1)式中

$$q = \left[2 (\Omega_0 + \hat{\Omega}) - \frac{\partial^2 \hat{\Omega}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \varphi} \right] \cos \varphi, \\ \hat{\Omega} = \bar{U} / a \cos \varphi,$$

在推导上面(1)式时, 在计算行星涡度平流中 v' 引进非地转分量(二级近似)(详见附录 A)

对于上边界条件, 我们假设在模式顶 ω 为零, 也就是

$$\omega = 0, \text{ 在 } p = p_i \text{ (或 } z = z_i) \quad (3)$$

假设地表面垂直运动 ω_s 是由气流爬山引起的垂直运动与由于 Ekman 层粘性所产生的 Ekman 抽吸来组成, 即下边界条件是

$$\omega_s = \mathbf{V}_s \cdot \nabla P_G - \frac{p_s \cdot F}{2f} \xi'_s, \text{ 在 } p = p_s (z = 0) \quad (4)$$

\mathbf{V}_s 是在 $p = p_s$ 水平风速矢量, 为了简单起见, $p_s = 1000 \text{ mb}$, F 是摩擦系数, 并将看成常数 ($4 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$), ξ'_s 是地表面的扰动涡度。

对于模式的差分方案与差分方程中所出现的系数均与文献[1]中相同。而模式方程(1)–(2)的任何解可以表达成

$$\phi'(\lambda, \varphi, p) = \text{Re} \sum_{k=1}^K \Phi_k(\varphi, p) e^{ik\lambda} \quad (5)$$

k 是经度方向的波数。Re 是复数的实部

这样可得到关于 $\Phi_k(\varphi, p)$ 的线性代数方程组。为了解这些线性代数方程组, 还需要侧向边界条件, 我们假设 $\Phi_k(\varphi, p)$ 在极地及赤道为零。因而, 如果地形与非绝热加热从实际观测资料得到, 则模式大气对北半球地形与非绝热强迫的响应可以从这些线性代数方程得到。

对于上面所得到的线性代数方程组可以应用 Lindzen and kuo 所提出的方法来

解^[3]。

三、北半球实际地形与定常热源强迫所产生的定常行星波

首先,为了计算模式大气对实际北半球地形与定常热源强迫的响应,我们必须计算实际北半球地形及定常热源的振幅与位相的经向分布。本文应用 Berkofsky and Bertoni 所计算的地形分布^[4],并展成下列富氏级数

$$\begin{aligned} P_G(\lambda, \varphi) &= \hat{P}_G(\varphi) + \sum_{k=1}^{\infty} [(p_A)_k(\varphi)\cos(k\lambda) + (p_B)_k(\varphi)\sin(k\lambda)] \\ &= \hat{P}_G(\varphi) + \sum_{k=1}^{\infty} (\hat{P}_G(\varphi))_k \cos[k\lambda - \alpha_k(\varphi)] \end{aligned} \quad (6)$$

在式中出现的富氏级数的系数是从下面关系来计算:

$$\{(p_A)_k, (p_B)_k\} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} p_G(\cos(k\lambda), \sin(k\lambda)) d\lambda$$

$$(\hat{P}_G(\varphi))_k = [(p_A)_k^2 + (p_B)_k^2]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\alpha_k(\varphi) = \tan^{-1}[(p_B)_k / (p_A)_k] \quad (8)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

这样可得到对于纬向波数 $k = 9$ 的地形振幅值。图 1(A)与 1(B)分别表示纬向波数 $k = 1$ 与 $k = 2$ 的北半球地形振幅值。可以看出北半球地形的最大振幅位于 35°N , 这是因为青藏高原与洛矶山脉的一部分位于这个纬度上。然而,我们同样发现北半球地形在高纬度地区也有一个相对大的振幅。

同样,我们也应用 Ashe 所计算的 1 月份非绝热加热的结果作为冬季北半球实际定常热源^[5],并且按公式(6)展开。这样可得到纬向波数 k 北半球实际定常热源的振幅与位相分布。图 2(A)与 2(B)分别表示纬向波数 $k = 1$ 与 $k = 2$ 的振幅分布。我们假设此值为 500 mb 的非绝热加热量,其垂直分布取与 β 平面近似模式相同,即

$$(\hat{H}_0(\varphi, p))_k = (\hat{H}_0(\varphi))_k \exp\left(-\left(\frac{p - \bar{p}}{d}\right)^2\right) \quad (9)$$

这里,我们假设 $d = 300$ mb, $\bar{p} = 500$ mb,这说明非绝热加热的分布在 500 mb 有一个最大值,并且在 500 mb 上下成指数衰减。

如果我们将上面所得到的实际地形与非绝热加热代入到模式方程,我们就可以得到北半球实际地形与定常热源强迫所产生的定常行星波振幅与位相的垂直分布。图 3 与图 4 分别表示纬向波数 $k = 1$ 与 $k = 2$ 冬季北半球实际地形与定常热源强迫所产生的定常行星波振幅与位相的垂直分布。Van Loon 利用 1964—1970 年对流层的观测资料,1965—1969 年平流层观测资料平均得到 1 月份纬向波数 $k = 1$ 与 $k = 2$ 定常行星波振幅与位相的纬度-高度剖面^[6]。为了比较把它们重复在图 5,图 6。

从图 3—6 可以看到实际地形与定常热源强迫所产生的纬向波数 $k = 1$ 定常行星波的振幅最大值位于 60°N , 38 公里高度上,其值约为 450 米。此外,在 20°N , 15 公里高度上

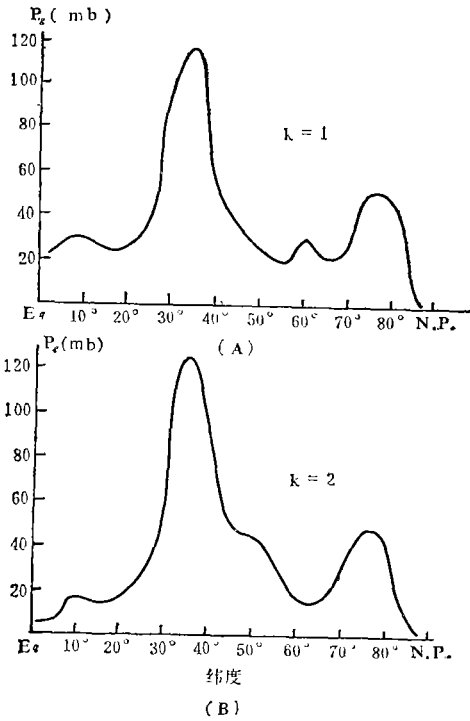


图 1 北半球地形纬向波数 1(A) 与纬向波数 2(B) 的振幅 (mb)

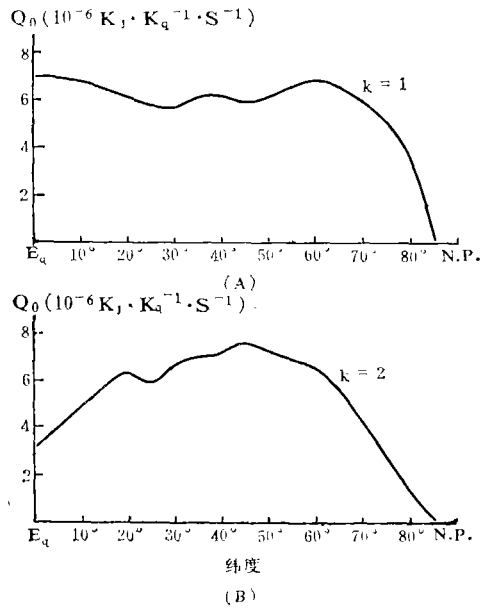


图 2 北半球定数热源纬向波数 1(A) 与波数 2(B) 的振幅 ($\times 10^{-6} K_j \cdot K_q^{-1} \cdot S^{-1}$)

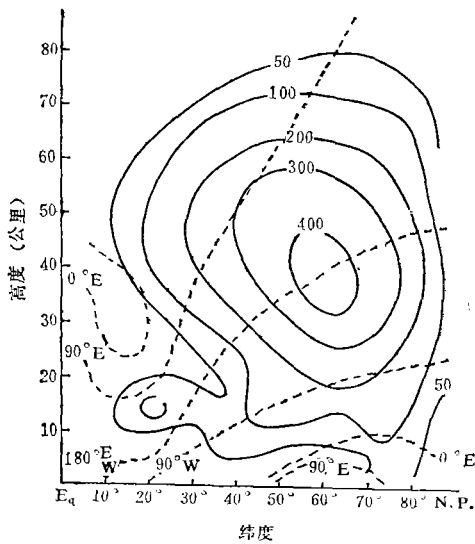


图 3 冬季北半球实际地形与定常热源强迫所产生纬向波数 $k=1$ 定常行星波的振幅(米)(实线)与位相(虚线)的垂直分布

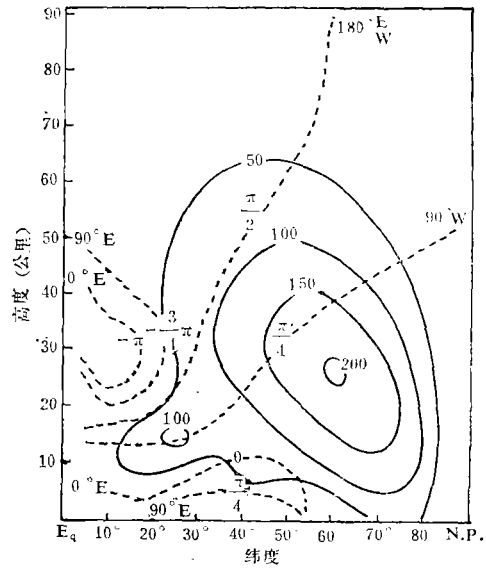


图 4 冬季北半球实际地形与定常热源强迫所产生纬向波数 $k=2$ 定常行星波的振幅(米)(实线)与位相(虚线)的垂直分布

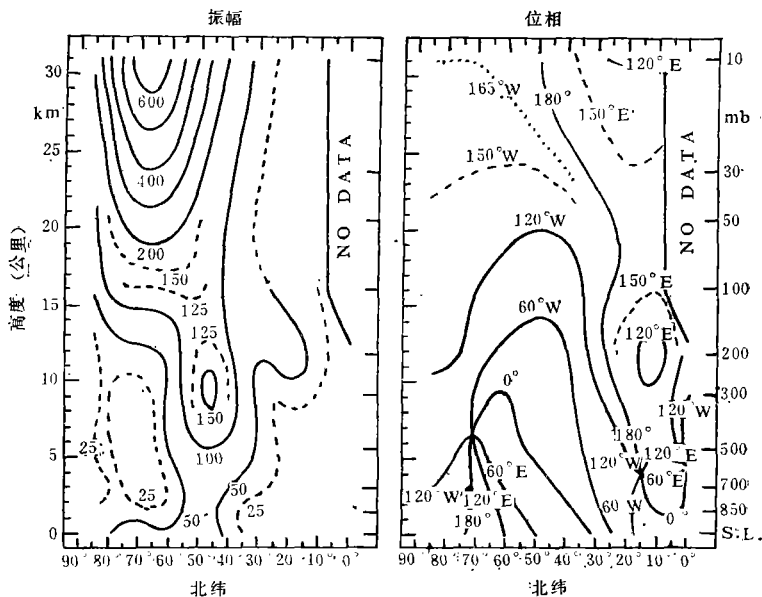


图 5 Van Loon 利用实际观测资料所得到 1 月份纬向波数 1 定常行星波的振幅(米)(左图)与位相(右图)的垂直分布

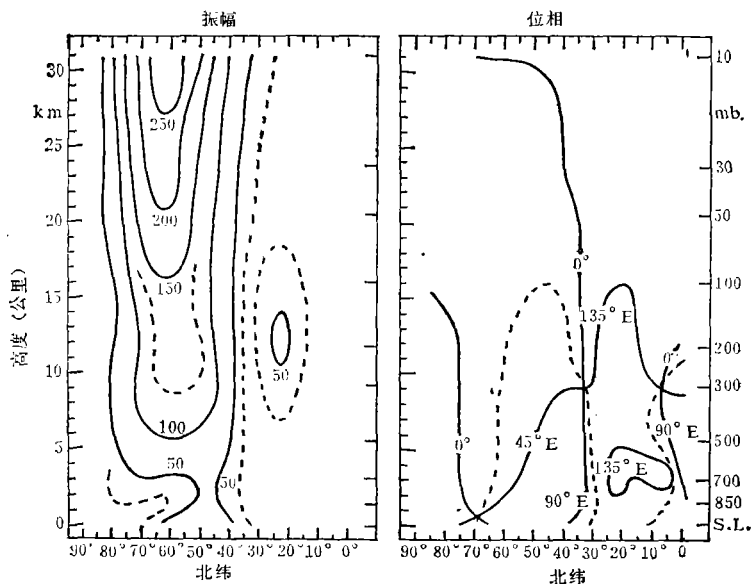


图 6 Van Loon 利用实际观测资料所得到 1 月份纬向波数 2 定常行星波的振幅(米)(左图)与位相(右图)的垂直分布

有一个第二峰值。这与 Van Loon 从观测资料所计算的结果比较一致。对于纬向波数 $k=2$ 定常行星波振幅最大值位于 60°N , 27 公里高度上, 其值大约是 200 米左右。同样, 在 25°N , 15 公里高度上有一个第二峰值。

纬向波数 $k=1$ 与 $k=2$ 定常行星波的位相随高度向西倾斜, 并且, 波数 2 的倾斜要

比波数 1 的倾斜小。其位相的分布情况也与实际观测值一致。

从上面我们可以得出结论：从模式计算得到的定常行星波的振幅与位相的分布和观测结果很一致。

四、涡旋动量通量的计算

上一节中，我们已计算了北半球地形与定常热源强迫所产生的定常行星波的垂直分布。这样，我们很容易地计算出定常行星波在各个纬度带的动量通量。

根据地转风关系，在球坐标系中 u', v' 可用下式来表示

$$u'(\lambda, \varphi, p) = \frac{-1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{\partial \phi'(\lambda, \varphi, p)}{a \partial \varphi} \quad (10)$$

这里 Ω_0 与模式方程中的意义一样，是地球旋转角速度， u' 是东西风的扰动分量

$$v'(\lambda, \varphi, p) = \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \phi'(\lambda, \varphi, p)}{\partial \lambda} \quad (11)$$

v' 是南北风的扰动分量

与(5)式一样，我们把 u', v' 分别用下式来表示：

$$u'(\lambda, \varphi, p) = \operatorname{Re} \sum_{k=1}^K \{ \tilde{U}_k(\varphi, p) e^{ik\lambda} \} \quad (12)$$

$$v'(\lambda, \varphi, p) = \operatorname{Re} \sum_{k=1}^K \{ \tilde{V}_k(\varphi, p) e^{ik\lambda} \} \quad (13)$$

根据动量输送通量的定义， $\overline{u'v'}$ 为下式

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (u' \cdot v') d\lambda \quad (14)$$

把(12)式与(13)式代入(14)式，于是得

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^K (\tilde{U}_k^* \tilde{V}_k) \right\} \quad (15)$$

其中 $(\tilde{U})^*$ 是 \tilde{U} 的共轭复数。把(5)式代入到(10)式与(11)式，再代入到(15)式，这样可得动量通量的表达式如下

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{2} \frac{1}{4 \Omega_0^2 \sin^2 \varphi} \frac{1}{a^2 \cos \varphi} \operatorname{Im} \sum_{k=1}^K k \times \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_k^*}{\partial \varphi} \cdot \Phi_k \right) \right\} \quad (16)$$

上式 Im 是复数的虚部， Φ_k^* 是 Φ_k 的共轭复数。因为本文只计算定常行星波所引起涡旋动量通量，所以计算动量通量时，用纬向波数 1—3 定常行星波所引起动量输送的和就可以。即 $K=3$ ，所以可得

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{2} \frac{1}{4 \Omega_0^2 \sin^2 \varphi} \frac{1}{a^2 \cos \varphi} \operatorname{Im} \sum_{k=1}^3 k \times \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_k^*}{\partial \varphi} \cdot \Phi_k \right) \right\} \quad (17)$$

把(17)式中的微商算符变成差分形式，取格距 $\Delta\varphi = 5^\circ$ 纬度，再利用在第 3 节中所得到的关于 Φ_k 的垂直剖面，就可以得到定常行星波引起的涡旋动量通量的垂直剖面。图 7

就是由模式算得定常行星波引起的涡旋动量通量的垂直剖面。

从图 7 可以看到,大的极向动量通量值位于平流层,其最大值位于 $50^{\circ}-55^{\circ}\text{N}$, 38 公里高度上,其第二峰值位于 20°N , 16 公里高度上。此外,指向赤道的动量通量位于赤道上空平流层低层及在高纬从对流层直到平流层 16 公里高度上。此结果在平流层与 Pyle and Rogers 所计算的结果相同^[7]。由 Pyle and Rogers 所计算的结果可以看到,在冬季,涡旋动量输送通量最大位于 $50^{\circ}-55^{\circ}\text{N}$, 38 公里高度上。Oort 从观测资料计算了对流层与早流层下层的涡旋动量通量^[8]。其计算结果是极向涡旋动量通量位于 $15^{\circ}-50^{\circ}\text{N}$ (其中心位于 35°N), 12 公里高度上,此外,指向赤道的动量通量位于赤道上空对流层及平流层低层。另外,在高纬度的对流层及平流层下层也有一个指向赤道的动量通量。但是,我们所计算的极向动量通量的最大比 Pyle and Rogers 计算结果大。这种差别可能是由于在模式中的下边界条件不同所引起。

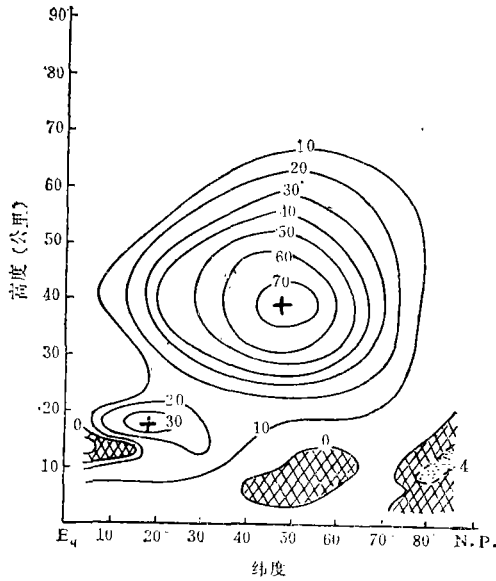


图 7 定常行星波引起的水平涡旋动量通量(米²/秒²)的垂直分布

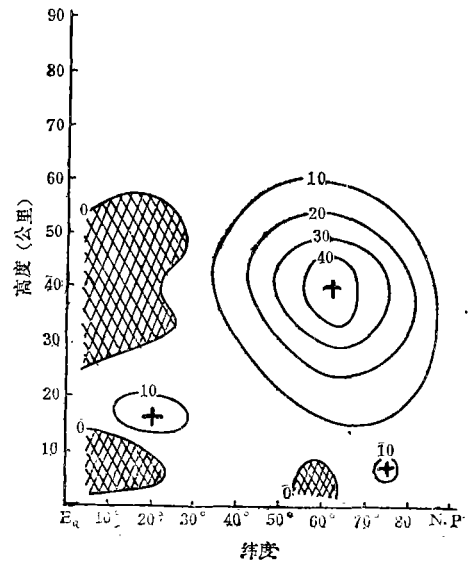


图 8 定常行星波引起的水平涡旋热量通量(度米/秒)的垂直分布

五、涡旋热量通量的计算

上面我们计算了涡旋动量通量。下面,我们计算了涡旋热量通量。

根据静力学方程,温度的扰动量可表示成

$$T'(\lambda, \varphi, p) = -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'(\lambda, \varphi, p)}{\partial p} \quad (18)$$

把 $T'(\lambda, \varphi, p)$ 用一复数形式来表示,可以写成下式

$$T'(\lambda, \varphi, p) = \text{Re} \sum_{k=1}^3 \{ \tilde{T}_k(\varphi, p) e^{ik\lambda} \} \quad (19)$$

与上面一样,利用(14),(15)式的关系,可以得到定常行星波引起的热量输送通量如下:

$$\overline{v'T'} = \frac{1}{2} \frac{1}{2\Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a \cos \varphi} \cdot \frac{p}{R} \sum_{k=1}^3 k \times \text{Im} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_k^*}{\partial p} \cdot \Phi_k \right) \right\} \quad (20)$$

利用与模式相同的差分方案,再利用在第3节中所得到的 Φ_k 的垂直剖面就可以得到定常行星波引起的涡旋热量通量的垂直剖面。图8表示所算得的涡旋热量通量的垂直分布。

从图8同样可以发现极向热量通量最大值位于 65°N ,36公里高度上,在低纬度的对流层的中、下层及平流层中,上层各有一个指向赤道的热量通量。Pyle and Rogers也计算了定常行星波引起的热量输送通量。其计算结果也表明了冬季涡旋热量输送通量最大值位于 65°N ,38公里高度上。我们模式所计算的结果是:在热带对流层有一个指向赤道的热量输送,在高纬度地区也存在一个极向的热量输送。这个计算结果与Oort由实际资料所计算的结果相同。

从上面的计算结果,我们可以定性地解释冬季平流层爆发性增温的机制。冬季,由北半球的大尺度地形及定常热源强迫所产生的定常行星波垂直往平流层上传,使得大量热量向极地输送,这样在高纬度地区的空气温度增高,而在低纬度地区的空气的温度降低,在这种情况下就容易产生爆发性增温。当然至于发生不发生平流层爆发性增温,还要由扰动与基本气流的相互作用来决定。

六、结 论

本文应用一个包括Rayleigh摩擦,牛顿冷却、水平涡旋热量扩散的定常、准地转34层球坐标模式来研究冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的定常行星波。

本文计算了上述强迫机制所产生的定常行星波它所引起的动量输送通量及热量输送通量。其计算结果与观测结果比较一致。

由计算结果表明:由于北半球地形及定常热源强迫所产生的定常行星波通过一定的波导垂直上传到平流层。这样,定常行星波所引起的动量输送、热量输送在平流层最大,并且指向极地,这就给冬季平流层爆发性增温提供了有利条件。

附 录

包括Raileigh摩擦定常、准地转涡度方程可以写成下式:

$$\bar{U} \frac{\partial}{a \cos \varphi \partial \lambda} (\xi') + v' \frac{\partial}{a \partial \varphi} (\bar{\xi} + f) = f \frac{\partial \omega}{\partial p} - R_t \xi' \quad (1)$$

在球面坐标系中 ξ' , $\bar{\xi}$, v' 可以用下式来表示:

$$\xi' = \frac{1}{2\Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \quad (2)$$

$$\bar{\xi} = \frac{1}{2\Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \lambda^2} \right] \quad (3)$$

上两式中 ξ' , $\bar{\xi}$, ϕ' , $\bar{\phi}$ 分别为扰动与基本气流的相对涡度与地转位势。

把方程(2)与(3)代入方程(1),可得下面的涡度方程:

$$\begin{aligned} \hat{\Omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \right\} + \frac{1}{a} q v' \\ = f \frac{\partial \omega}{\partial p} - R, \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

q 与 $\hat{\Omega}$ 分别为下面两式

$$q = [2(\Omega_0 + \hat{\Omega}) - \frac{\partial^2 \hat{\Omega}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \varphi}] \cos \varphi \quad (5)$$

$$\hat{\Omega} = \frac{\bar{v}}{a \cos \varphi} \quad (6)$$

为了得到合理的能量方程,我们在(4)式中的涡度平流中 v' 引进非地转近似,即 $\frac{1}{a} q v'$ 分成两项,

$$\frac{1}{a} q v' = \frac{2 \Omega_0 \cos \varphi}{a} v' + (\text{其它项}) \quad (7)$$

右边第一项表示南北风引起的行星涡度平流。此项在行星尺度的扰动涡度方程中是主要的一项,因此,我们把行星涡度平流项中 v' 分成地转风分量与非地转风分量,即由运动方程可得:

$$v' = \frac{1}{a^2 \Omega_0 \sin \varphi} \left(\frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} - \hat{\Omega} \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \varphi \partial \lambda} \right) \quad (8)$$

把方程(8)代入方程(7),这样就得到下式:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} q v' = \left[2(\Omega_0 + \hat{\Omega}) - \frac{\partial^2 \hat{\Omega}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \varphi} \right] \cos \varphi \times \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a \cos \varphi} \\ \times \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} - \frac{2 \Omega_0 \cos \varphi}{a^2} \times \frac{\hat{\Omega}}{4 \Omega_0^2 \sin \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \varphi \partial \lambda} \end{aligned} \quad (9)$$

$$= \frac{1}{a} q \times \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \cdot \frac{1}{a \cos \varphi} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} - \hat{\Omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) \right] \quad (10)$$

把(10)式代入到(4)式,可得:

$$\begin{aligned} \hat{\Omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \right\} - \hat{\Omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \right. \\ \left. \times \frac{1}{a^2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) \right] + \frac{1}{a} q \times \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a \cos \varphi} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} = f \frac{\partial \omega}{\partial p} - R, \times \\ \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \end{aligned}$$

把上式加于整理可得到下式:

$$\begin{aligned} \hat{\Omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \right\} + \frac{1}{a} q \times \\ \times \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a \cos \varphi} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} = f \frac{\partial \omega}{\partial p} - R, \times \frac{1}{2 \Omega_0 \sin \varphi} \frac{1}{a^2} \left[\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

参 考 文 献

- [1] Huang, Rong-hui and K. Gambo, The response of a model atmosphere in middle latitudes to forcing by topography and stationary heat sources. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, **59**, 220—237, 1981.
- [2] 黄荣辉, 冬季格陵兰高原对北半球定常行星波形成的作用, 大气科学, (即将发表)。
- [3] Lindzen, R. S., and H. L. Kuo, A reliable method for the numerical iteration of a large class of ordinary and partial differential equations. *Monthly Weather Review*, **97**, 773—734, 1969.
- [4] Berkofsky, L., and E. A. Bertoni, Mean topographic charts for the entire earth, *Bulletin of the American Meteorological Society*, **36**, 350—354, 1955.
- [5] Ashe, S., A nonlinear model of the time-average axially asymmetric flow induced by topography and diabatic heating, *Journal of the Atmospheric Sciences*, **36**, 109—126, 1979.
- [6] Von Loon, H., R. L. Jenne and K. Labitzke, zonal harmonic standing waves, *Journal of Geophysical Research*, **78**, 4463—4471, 1973.
- [7] Pyle, J. A., and C. F. Rogers, Stratospheric transport by stationary planetary waves.—the importance of chemical processes, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **106**, 421—446, 1980.
- [8] Oort, A., and E. M. Rasmusson, Atmospheric circulation statistics, NOAA professional paper 5, 1971.

**THE COMPUTATION OF THE MOMENTUM
AND HEAT FLUXES DUE TO STATIONARY
PLANETARY WAVES RESPONDING TO
FORCING BY THE NORTHERN HEMISPHERIC
TOPOGRAPHY AND STATIONARY
HEAT SOURCES IN WINTER**

Huang Ronghui

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

The stationary planetary waves responding to forcing by the northern hemispheric topography and stationary heat sources in winter are investigated by means of a quasi-geostrophic, steady state, 34-level model, with Rayleigh friction, the effect of Newtonian cooling and the horizontal kinematic thermal diffusivity included in a spherical coordinate system.

The momentum and heat fluxes due to stationary planetary waves responding to forcing are computed, and are qualitatively in good agreement with the observed results.

The computed results show that the poleward momentum and heat flux in the stratosphere has a maximum, respectively.