第41卷 第2期　　气 象 学 报　　Vol. 41, No. 2
1983年5月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　May, 1983

层状冷云数值模式*

胡志晋　　秦 瑜　　王玉彬

(国家气象局气象科学研究院)　(北京大学地球物理系)　(内蒙古气象局气象科学研究所)

提　　要

为了研究层状冷云自然降水和人工降水的机制建立了一维非定常的数值模式。考察了宏微观参数和冰的凝华、淞附和繁生等过程对云中要素分布和降水的影响。并作了不同条件下播云的数值试验。

一、引　　言

层状冷云是我国北方冬半年的主要降水来源，也是人工降水的对象。近年来国内外对层状冷云的大量观测[1-4]表明，系统性降水层状云内冰晶浓度一般较高，云内过冷水层较薄，过冷水含量较小。资料表明降水强度同云中过冷水总量有反相关[5]。气流上升速度与云内各种要素的分布有明显相关[3]。对于这些特点应该从理论上予以研究和说明。针对这些特点如何进行人工降水也需要从理论上予以探讨。赵柏林[6]曾对非封闭系统层状冷云降水过程及其人工催化作过定性讨论。Elliot[7]和Wexler[8]提出过比较简单的一维定常的层状云降水模式。Буйков[9]提出的一维非定常的层状冷云降水模式着重探讨了各种不同成冰过程对冷云降水的影响。本文考虑了冰晶淞附增长过程和各种温度下冰晶凝华速率的不同，提出了一维非定常参数化模式。用模式计算结果考察各种宏微观参数对云中要素分布和降水的影响，并同探测结果作了初步比较。

二、模　　式

由于层状云中要素的水平分布较为均匀，本文只考虑水汽及水成物在垂直方向上随时间的变化。云中温度和上升气流均取定常，分别随高度呈湿绝热分布和抛物线分布。有

$$W(z)=W_M\left[1-\left(\frac{2z-H}{H}\right)^2\right] \tag{1}$$

其中 W_M 为最大升速，H 为云厚。

考虑云中水汽 Q_V、液态水量 Q_W、冰水量 Q_i 的局地变化、平流输送、湍流输送以及凝结(蒸发)、凝华、淞附和冰核活化四种微物理过程。本文模式中除冰水量外引进冰雪晶浓度 N_i，提出独立的方程。整个方程组为

* 本文于1981年12月4日收到，1982年4月12日收到修改稿。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q_V}{\partial t}+W\dfrac{\partial Q_V}{\partial z}-K\dfrac{\partial^2 Q_V}{\partial z^2}=-\text{凝结}-\text{凝华}-W\Gamma_N q_0 \\ \dfrac{\partial Q_W}{\partial t}+W\dfrac{\partial Q_W}{\partial z}-K\dfrac{\partial^2 Q_W}{\partial z^2}=+\text{凝结}-\text{淞附} \\ \dfrac{\partial Q_i}{\partial t}+W\dfrac{\partial Q_i}{\partial z}-K\dfrac{\partial^2 Q_i}{\partial z^2}=+\text{凝华}+\text{淞附}+W\Gamma_N q_0+\dfrac{\partial Q_i V_i}{\partial z} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial t}+W\dfrac{\partial N_i}{\partial z}-K\dfrac{\partial^2 N_i}{\partial z^2}=W\Gamma_N+\dfrac{\partial N_i V_i}{\partial z} \end{cases} \tag{2}$$

其中

$$\text{凝结(或蒸发)}=\frac{4\pi N_W r_W(Q_V/Q_{SW}-1)}{L_W/K_1T\left(\dfrac{\epsilon L_W}{RT}-1\right)+\dfrac{RT}{\epsilon D_1 E_W}} \tag{3}$$

$$\text{凝华}=N_i a_1\left(\frac{Q_i}{N_i}\right)^{a_2}\frac{Q_V-Q_{Si}}{Q_{SW}-Q_{Si}} \tag{4}$$

$$\text{淞附}=\begin{cases} J_2\cdot 2.05\cdot 10^6 N_i^{-\frac{1}{2}}Q_i^{\frac{3}{2}}Q_W & r_i\leqslant 100\ \mu\text{时} \\ J_3\cdot 4.8\cdot 10^3 Q_i Q_W & r_i>100\ \mu\text{时} \end{cases} \tag{5}$$

$$\text{冰核活化率}=W\Gamma_N=W\frac{dN_N}{dz}=W\frac{dT}{dz}\cdot\frac{dN_N}{dT} \tag{6}$$

$$\text{冰核浓度的温度谱}\quad N_N=\frac{N_0}{\rho}\cdot 10^6\exp[-\beta(T-273)] \tag{7}$$

式中云滴浓度 $N_W=300$ 个/毫克，平均半径 $r_w=J_1\sqrt[3]{\dfrac{3Q_W}{4\pi N_W}}$。我们采用 Koenig[10] 对凝华率的表达式。a_1，a_2 两系数是温度的函数。目前对淞附过程的研究尚很不充分。本文用类似于雨滴碰并的表达式乘以校正系数 J_2，J_3。冰晶通过冰核活化而生成。按北京观测资料[11]取 $N_0=6.53$，$\beta=0.34$。冰雪晶落速参照 Nakaya 和 Terada 的测量结果取

$$V_i=\begin{cases} 3.5\cdot 10^4 r_i^{3/2} \\ 35 \end{cases}\ \text{厘米/秒}\quad \text{当}\ r_i\begin{cases} \leqslant 10^{-2} \\ >10^{-2} \end{cases}\ \text{厘米} \tag{8}$$

r_i 为冰雪晶的平均立方根半径。云底固态降水的强度为

$$I=\rho V_i Q_i \tag{9}$$

累计降水量

$$W=\sum I\cdot\Delta t \tag{10}$$

假定在初始时刻，整层水汽达到水面饱和，液态和固态降水均为零。上、下边界保持水面饱和，液态水为零。固态水在上边界为零，下界连续。给定云厚、云下界温度、上升气流极大值(W_M)和湍流交换系数($K=20\times 10^4$厘米^2/秒)。用龙格-库塔法计算出温度垂直分布，并算出上升气流、空气密度、饱和水汽比湿及活化冰核浓度随高度的分布。这些量在解方程时不变。用迎风格式的简单差分法求解方程组。步长取 $\Delta z=100$ 米，$\Delta t=10$ 秒。在DJS-6 和-18 计算机上作了数值试验。

三、自然降水的数值试验

取云厚为3000米，云底温度为0°C，W_M 为10厘米/秒，淞附率 $J_2=J_3=0.8$ 作为基本情况作计算。结果如图1所示。液态水开始随着云的发展而增大，60分时在云的中部达到最大。以后由于冰相的发展而逐渐减小。150分后趋于稳定。此时云中出现了无过冷水区，只在云的中部和云顶附近有少量液态水。这同美国及苏联的实测[3,12]一致。冰雪晶的水量和浓度随时间是逐渐增大的。垂直分布的极大值逐渐从云的上部移到云底。云底在50分时开始出现降水，150分时达最大，以后趋于定常。（见图2）稳定时的冰雪晶浓度的垂直分布同[1-3]的实测结果一致。

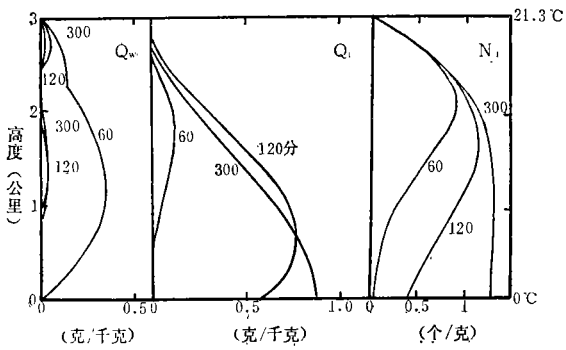

图 1 3000米厚云的液水量、冰水量冰晶浓度的高度分布

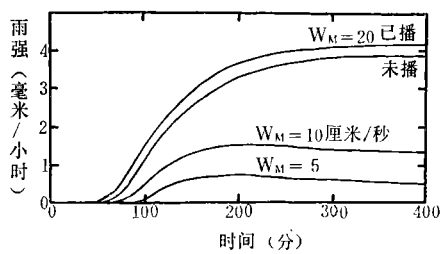

图 2 不同上升气流情况下降水强度随时间的变化

为了研究淞附过程的重要性，我们取 $J_2=J_3=0.2,0.5$ 同0.8比较。其值在过程初期对冰水量 Q_i 值有影响，后期影响甚小。因为后期液态水量很小，淞附量也小。淞附率对液水含量 Q_W 值有影响。J_2,J_3 越大，Q_W 的最大值越小，且减小得越快，并出现更厚的无水层。由于没有考虑繁生过程，淞附率对冰晶浓度没有影响，对降水强度的影响很小。

我们取上升气流 W_M 为5,10,20厘米/秒同10厘米/秒作了比较。结果列于表1和图2。上升气流越强，冰雪晶水量、浓度和降水强度越大。它们的百分比增量甚至大于升速增量的百分比。看来在层状冷云降水中，升速起着关键性的作用，它影响着水份供应率和冰核活化率。这和Heymsfield的观测结果[3]一致。表1还表明：升速越大，过冷水越少，无水层也越厚。这一结果同Wexler[8]模式只考虑碰并过程的计算结果得出降水强度越大，含水量越大的情况相反。采用不同云厚的数值试验也得出类似的结果（见表2）。云厚越大，云顶温度降低，冰核浓度加大，降水效率提高，降水强度加大，但液水量减小，乃至冰晶化，升速和云厚是云的基本宏观参数。从计算结果来看，两者对降水强度的作用都很大。且降水越强，云中液水总量越小。这一结果虽出一般意料，但它和Лесков[5]的观测结果一致。这说明层状冷云的降水是云中水份不断供应转化的结果，而并不取决于云中瞬间存在的液水储量。至于美国[3-4]观测到对流胞内和山地迎风坡过冷水较多的结果，由于其升速很大，超过一般雪晶的落速，本文模式已不适用。

表 1

最大升速	最大 Q_W（克/千克）		在 400 分时				
W_M(厘米/秒)	100 分	400 分	无水层个数	最大 Q_i（克/千克）	最大 N_i（个/克）	均立方根半径 r_i(微米)	雨强 I（毫米/小时）
5	0.123	0.050	4	0.385	0.607	552	0.62
10	0.0457	0.042	8	0.858	1.310	558	1.38
20	0.036	0.024	15	2.451	3.059	597	3.94

注：按 100 米厚一层，3000 米云厚共 30 层。

四、人工降水的数值试验

我们在数值试验中采用冰核浓度 N_0 成量级地增加的办法模拟人工播撒催化剂作用。结果列于表 2。表中给出 400 分钟时的雨强和累计雨量。总的看来降水增加在 10%左右。其中以云顶温度在 −20°C 左右为最有效。对同样 3000 米厚的云，升速大的自然降水强，人工增加降水的绝对量较大，而相对量较小。这同苏联层状云人工降水试验结果一致[5,12]。从表 1、表 2 看来，上升气流强的云有自然降水强、效率高、冰晶多、无水层厚等特点。但催化后仍有一定的绝对增量。这说明人工增水的水份来源不完全出自冰-水转化，而且可来自冰-汽转化。图 3 给出在 300 分钟时云厚 3500 米的自然云和催化云中水汽的水面饱和差 $Q_{SW}-Q_V$ 随高度分布。曲线 $Q_{SW}-Q_{Si}$ 乃是冰云中饱和差的极限情况。由图可见催化云中水汽更接近于冰面饱和。其中有量级在 0.1 克/千克的水汽通过凝华转化为降水。看来虽然云中过冷水含量大是人工催化的有利条件，但过冷水少的云仍有一些潜力。

表 2　在 400 分时自然降水及人工播撒增量

云厚（公里）	上升速度(厘米/秒)	云顶温度（°C）	雨强（毫米/小时）	雨量（毫米）
3.0	10	−21.3	1.38/0.09/6.5%	6.89/0.90/13.1%
3.0	20	−21.3	3.94/0.19/4.8%	16.95/1.49/8.8%
1.5	10	−9.5	0.61/0.02/3.3%	3.12/0.20/6.4%
2.0	10	−13.5	0.86/0.03/3.5%	4.43/0.24/5.4%
2.5	10	−17.3	1.13/0.09/8.0%	5.73/0.63/11%
3.0	10	−21.3	1.38/0.09/6.5%	6.86/0.90/13%
3.5	10	−25.4	1.54/0.09/5.8%	7.71/0.92/11.9%
4.0	10	−29.3	1.17/−0.01/−0.9%	8.60/0.32/3.7%

注：雨强、雨量 3 数据分别为自然降水/播撒增量/增量百分比。

上述模拟相当于地面燃烧碘化银的催化方法。我们采用在云顶下某一定高度上瞬时增加一定数量的冰核方法来模拟飞机播云。图 4,5 给出了自然云和催化云的液水量和冰晶随高度和时间的变化。云厚为 2000 米，淞附率 0.5，升速 W_M 为 10 厘米/秒，云顶温度 −17.4°C。在 50 分时，于 1800 米处的 100 米厚度层内播入 500 个/克的冰核。这相当于

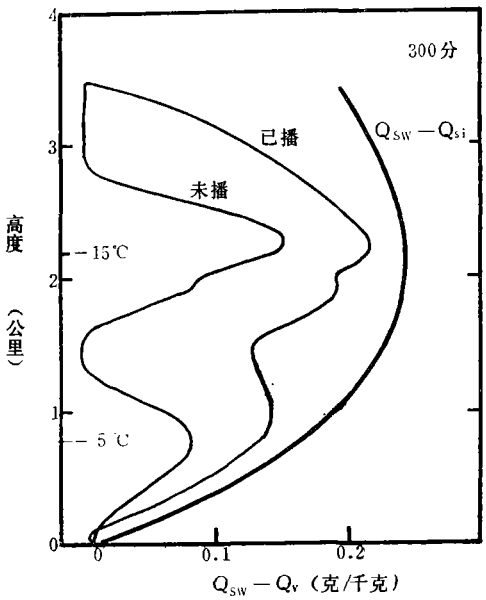

图 3 自然和催化云中水汽与水面饱和差随高度的分布

在云层中播入 5×10^{13}个/平方公里冰核。以每克干冰产生 10^{12} 个冰晶计算，相当于投放 50 克/平方公里干冰的剂量。从图 5 可见，催化后冰晶迅速增加，并向下扩展，在 100—200 分钟时出现了全云冰晶化。300 分钟后云内又逐渐恢复到自然云的状态。图 6 给出云底降水的变化。约在播撒后 30 分钟，降水很快增强，100 分钟降水强度最大。以后又逐渐减小，在一段时间内略小于自然降水。400 分钟后恢复到自然状态。总的降水量有明显的增加。对应于剂量为 50,500,1000 个/克分别有增量 0.39,0.97,1.21 毫米。百分比为9%,24%,30%。所以在一定播撒限量内，剂量越大，增水量越多。在云层初生、发展、稳定等不同发展阶段作等量播撒，增水量分别为 0.97 ,1.07, 0.84 毫米，(24%, 16%, 10%)。以发展阶段的播撒增水量最大。另对云顶温度为－28.6℃的云作了相仿的数值实验。在 50 分和 300 分分别播 500 个/克的冰核，结果增加降水 0.32 和 0.24 毫米。百分比分别为 7%,3%。效果都比云顶温度为－17.4℃差。这同“播云温度窗”[13]的说法是一致的。

由于本文假定云上界水汽保持水面饱和，升速为零，故水汽和冰核的利用率可能偏高，增水值也可能偏大。

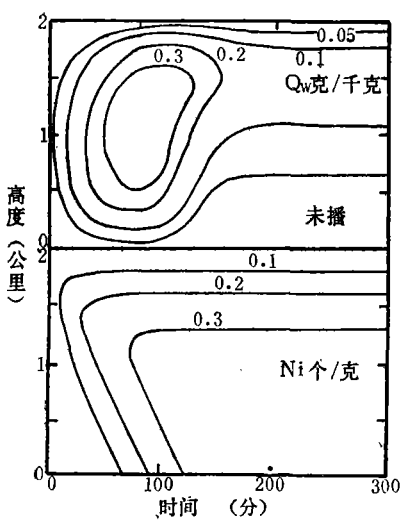

图 4 2000 米厚自然云中液水量和冰晶浓度的时高分布

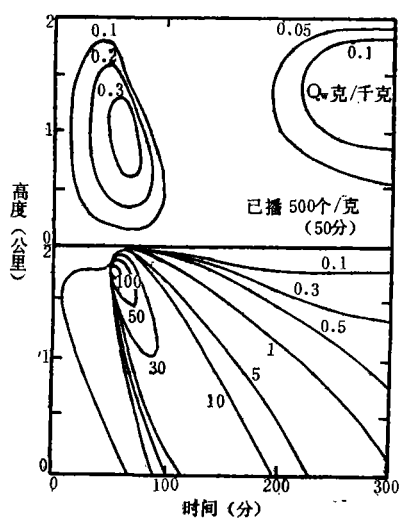

图 5 2000 米厚催化云中液水量和冰晶浓度的时高分布

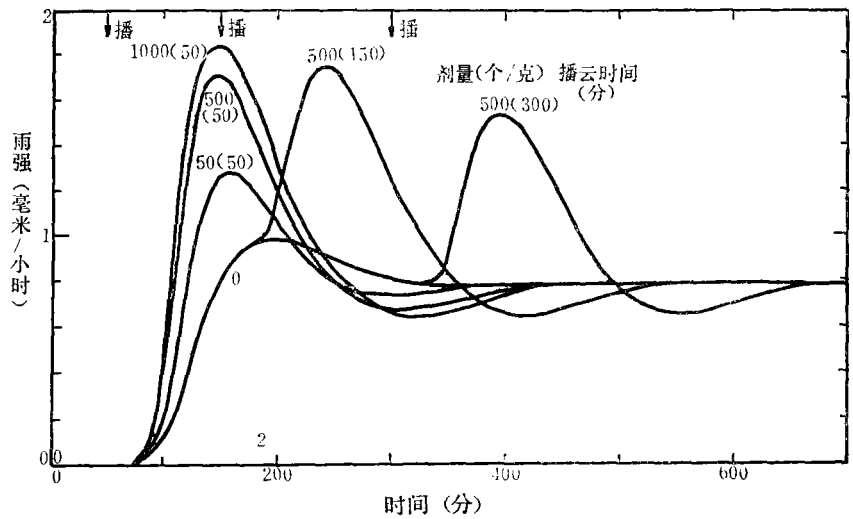

图 6a　不同催化条件下雨强随时间的变化

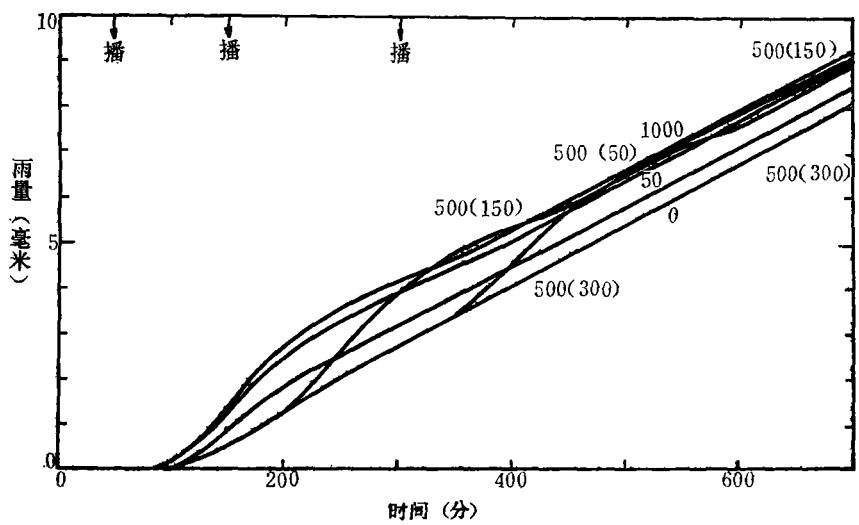

图 6b　不同催化条件下降水量随时间的变化

五、冰晶繁生过程的模拟

大量观测事实表明：在过冷云中，冰晶浓度往往超过冰核浓度，除去冰晶沉降等因素外，冰晶在其增长过程中可能存在繁生过程。Hallet-Mossop[14] 在实验室中作的模拟发现霰在淞附过冷水的过程中能够产生次生的冰晶粒子。本文在原模式中按他们的实验结果，给出了单位时间，单位质量云体的冰晶繁生率。假定云滴服从赫尔吉安-马逊公式谱分布，有：

$$n(r)dr=cr^2e^{-br}dr$$

单位质量空气中所含直径大于 24 微米的云滴数为

$$N(r\geqslant 12\mu)=\int_{12}^{\infty}cr^2e^{-br}dr=N_W\exp(-0.0012b)\left[\frac{1}{2}(0.0012b)^2+0.0012b+1\right]$$

$$b=\left(80\pi\frac{N_W}{Q_W}\right)^{1/3} \tag{11}$$

按实验结果在－5°C繁生率最大。霰粒与大于 24 微米的过冷水滴每 250 次碰撞可产生一个次生冰晶。有繁生率为

$$\text{繁生}=\frac{1}{250}\cdot\frac{N(r\geqslant 12\mu)}{Q_W}\cdot\text{淞附(个/克·秒)} \tag{12}$$

令高于－3°C和低于－8°C温度层繁生为零，繁生层内的繁生率按(12)作线性内插。

图 7 给出了云厚 3000 米，$W_M=10$ 厘米/秒的云在有繁生时的冰晶浓度随时间和高度的变化。云发展到 90 分钟时，于 800 米高度上出现了冰晶浓度的极大，达到 14.15 个/克，比不考虑繁生时多 13.67 个/克，相对增量达 28 倍。但冰晶浓度随时间很快减小，渐趋于无繁生情况。在云的初生、稳定阶段、以及在云的上部，不论考虑繁生与否，两者之冰晶浓度值是一致的。繁生过程发生在一定的温度区，且要求有足够量的大云滴。随着淞附-繁生作用增大，云水量连同大云滴量迅速减小，甚至趋于冰晶化。这种负反馈作用使淞附-繁生过程迅速减小。在没有充足的液水补给下，显著的冰晶繁生作用只在一段时间内出现，表现出阶段性。就整个云的发展过程看，冰晶的平均浓度将远小于上述的极大值，与实际观测的平均冰晶浓度还是相近的。

表 3 给出繁生的数值试验结果。对比了不同淞附率、云顶温度和上升气流的关系。列出了繁生层(500—1200米)中冰晶浓度的极大值和出现的时间，及比不考虑繁生时对应时间高度上的绝对增量。可以看出冰晶浓度极值对于淞附率并不敏感。J_2 在其他数值试验中取 0.5 还是可行的。对云顶温度较高的云，考虑繁生比不考虑繁生冰晶浓度的增量较高。如对 2000 米的云，绝对增量达 18.60 个/克，相对增加达两个量级。云顶温度高，因核化所生之冰晶数少，利于积累过冷水，从而增大繁生作用。冰晶繁生随上升气流增大而加大。对 2500 米厚的云，W_M 分别为 5，10，20 厘米/秒。繁生而达的增量为 6.46，16.04，32.4 个/克。

从云底降水看，考虑繁生作用会使降水强度峰值出现时间提前。但数值并无变化，整个过程之总降水也无明显变化。繁生使一段时间内降水粒子浓度增加，但尺度相应减小。

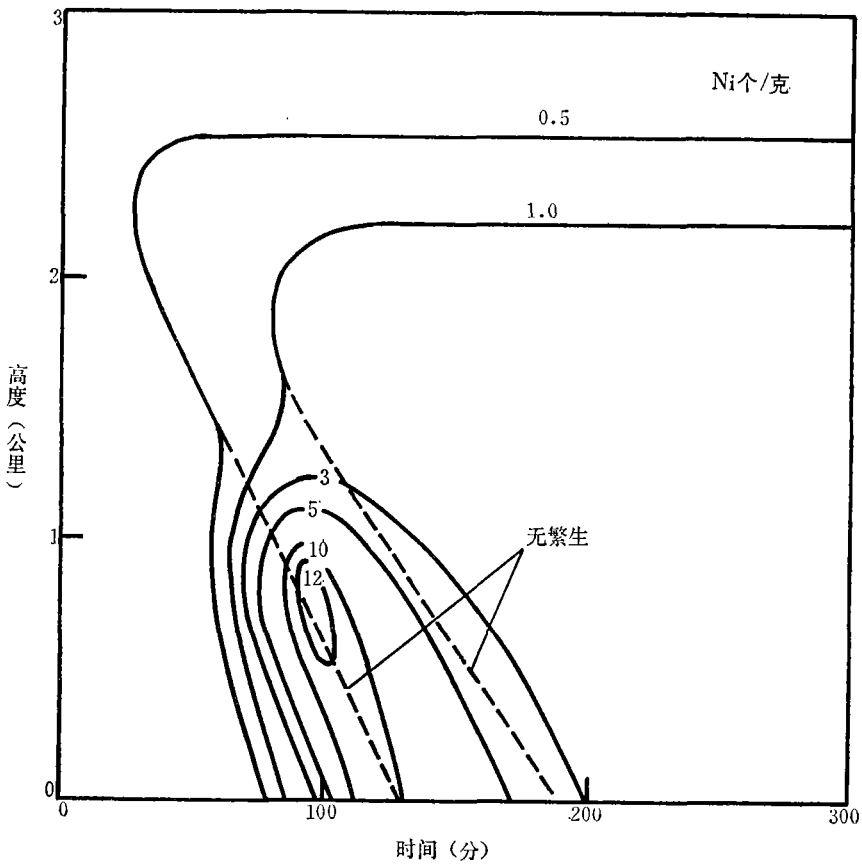

图 7　考虑繁生时，冰晶浓度的时高分布

表 3　考虑繁生作用的冰晶极大浓度

云顶高度（米）	云顶温度（°C）	上升气流（厘米/秒）	淞附率 J_2，J_3	冰晶浓度极大（个/克）	绝对增量（个/克）	出现时间（分）	300分时云底冰晶数（个/克）
3000	−21.3	10	0.2	12.00	11.26	120	1.58/1.29
3000	−21.3	10	0.5	14.15	13.67	90	1.44/1.29
3000	−21.3	10	1.0	13.99	13.67	80	1.36/1.29
2500	−17.3	5	0.5	6.62	6.46	130	0.74/0.17
2500	−17.3	10	0.5	16.29	16.04	100	1.19/0.36
2500	−17.3	20	0.5	32.72	32.40	90	3.54/0.84
2000	−13.5	10	0.5	18.70	18.60	120	2.16/0.11
2500	−17.3	10	0.5	16.29	16.04	100	1.19/0.36
3000	−21.3	10	0.5	14.15	13.67	90	1.44/1.29

（注：有繁生/无繁生）

对 2000 米厚的云在考虑繁生同时，仿前作播云试验。在 150 分时作 500 个/克剂量播撒，在 400 分时的雨量相对增量为 16%。是不考虑繁生时的相对增量的一半。

应该指出 Hallet-Mossop 实验是霰和过冷水滴在相对速度 1.4 米/秒—3 米/秒时淞附的结果。本文的冰粒子尺度和相对速度都小于该实验值。这样计算所得的繁生冰晶浓度会偏高。

在本模式云中，云底取为 0°C，是纯冷云情况。可设想如在冷云下有较深的暖云，且有较强的上升气流。在过冷区中可长时间维持大液水量。那么繁生的作用会大大加强，且能有较长的持续时间，因而能大大增加冰晶浓度和降水。这种情况可以发生在大范围层状云中有强上升气流的泡状区和积状云中。这是需要进一步研究的。

参 考 文 献

[1] 游来光等，春季吉林地区层状冷云中冰晶形成与雪晶增长特点，气象学报，35,423,1965。

[2] 孙可富等，1963 年 4—6 月吉林地区降水性层状云中冰晶和雪晶，气象学报，35,265,1965。

[3] Heymsfield A. J., Precipitation development in stratiform ice clouds, A microphysical and dynamical study, *J. of Atmos. Sci.*, **34**,367,1977.

[4] Hobbs P. V., The nature of winter clouds and precipitation in the Cascade Mountains and their modification by artificial seeding, Part I: Natural conditions, *J. of Appl. Meteorol.* **14**,783, 1975.

[5] Лесков, Предварительные результаты сопоставления количества полученных осадков и водозапасов засеяных облаков, *Труды Унигми*, **106**,38,1971.

[6] 赵柏林、丁荣良，雨层云人工增雨的可能性（一）非封闭系统的冰水转化问题，气象学报，33,382,1962。

[7] Elliot R. D., California storm characteristics and weather modification, *J. of Meteorol.*, **15**,486, 1958.

[8] Wexler R., D. Atlas, Moisture supply and growth of stratiform precipitation, *J. of Meteorol.*, **15**, 531,1958.

[9] Буиков М. В,. А. М. Пирнач, Численное моделнрование микрофизических процессов образования осадков в смещенных слоистообразнных облаках, *Изв. АН. СССР., Серия Физика Атмосферы и Океана*, **11**,469,1975.

[10] Koenig, L. R., Parameterization of ice growth for numerical calculations of cloud dynamics, *Monthly Weather Review*, **100**,417,1972.

[11] 游来光、石安英，北京地区 1963 年春季冰核浓度变化特点的观测分析，气象学报，34,548. 1964。

[12] Лесков, Результаты воздействий на облака холодного периода года с целью увеличения осадков, *Труды Укр. НИГМИ*, **163**,5,1978.

[13] Grant L. O., A. M. Kahan, Weather modification for augmenting orographic precipitation, "Weather and climate modification", John Wiley & Sons, Inc., 1974.

[14] Mossop S. C., Production of secondary ice particles during the growth of graupel by riming, Quart. J. Roy. Meteoro. Soc., 102,45,1976.

AN NUMERICAL MODEL OF THE COLD STRATIFIED CLOUDS

Hu Zhijin

(Academy of Meteorological Science, NMB.)

Qin Yu

(Dept. of Geophysics, Peking University)

Wang Yubin

(Institude of Meteorological Science, Nei Monggol AR)

Abstract

An one-dimensional time dependent numerical model has been dcveloped to study the mechanism of natural and artificial precipitation from the cold layer clouds. The effects of various parameters for macro- and micro-scale, sublimation, riming and multiplication on cloud physics elements and precipitation are examined and the effects of seeding are simulated.