大气非线性波动方程的解*

刘式达　刘式适

（北京大学地球物理系）

提　　要

本文从非线性大气运动方程出发，用比较简洁的方法，求得了大气非线性惯性波、非线性重力内波和非线性 Rossby 波的周期解，这些解反映了非线性大气波动的特色。分析指出：对有限振幅的惯性波和重力内波，振幅大的波传播越快，而有限振幅的非线性 Rossby 波，振幅大、波长长的波传播越慢；本文还分析了这些解的某些可能的实际意义。

这些非线性波的研究提供了解非线性方程的新的途径，而且，它可以与大家熟悉的线性波动进行比较。对于天气预报和大气湍流的研究都有一定的意义。

一、引　　言

最近十几年来，关于非线性孤立波（Solitary wave 或 Soliton）和非线性椭圆余弦波（Cnoidal wave）已经引起许多物理领域的重视。Scott[1] 在 1973 年将这两方面的研究作了较为系统的概括。在大气科学方面，最早从事这方面工作的是 Long[2]（1964）和 Benney[3]（1966），他们研究的是具有水平速度切变的正压Rossby波，认为其振幅满足KdV方程（即 Korteweg-de Vries 方程）。Redekopp[4]（1977）对斜压层结大气中的 Solitary Rossby 波作了研究，寻得其振幅满足 MKdV 方程（即修正的 KdV 方程）。Kawahara[5] 在研究随机不均匀性对非线性波的影响时，求得调制波的振幅满足 Schrödinger 方程。Maslove 和 Redekopp[6]在研究无界区域层结流体的非线性内波时，求得其振幅满足BDO方程（即 Benjamin-Davis-Ono 方程）。所有这些研究都是采用多尺度扰动分析法，选取适当的小参数和色散参数，在非线性因子和色散因子平衡时求得合适的解。

对非线性方程的这些研究工作是很有意义的，但得到的非线性方程（例如 KdV 方程，MKdV 方程，Schrödinger方程）的解是熟知的，而得到这些方程用了比较复杂的方法，本文在已知的大气线性波动的基础上，加入非线性平流项，分析非线性大气波动，并用比较简洁的方法求得某些非线性波动的解。

二、非线性惯性波

大气中的非线性惯性波主要是扰动在 Coriolis 力的作用下形成的，在局地坐标系中，描写一维非线性惯性波的方程组可以写为

* 本文于 1980 年 9 月 2 日收到，1981 年 7 月 13 日收到修改稿。

$$\begin{cases}\partial u/\partial t+u\,\partial u/\partial x-fv=0\\ \partial v/\partial t+u\,\partial v/\partial x+fu=0,\end{cases}\tag{1}$$

式中 u 为东西风速，v 为南北风速，$f=2\,\Omega\sin\varphi$(Ω 为地球自转角速度，φ 为纬度)为 Coriolis 参数，设为常数。

将上式线性化，很易求得小振幅的线性的惯性波的波速为

$$c=\overline{u}\pm f/k,\tag{2}$$

式中 $\overline{u}$ 为基本西风，k 为 x 方向的波数。

由上式看出：线性的大气惯性波是色散波。下面，我们计入非线性平流项，求(1)的波动解。设

$$u=U(\xi),\quad v=V(\xi),\quad \xi=x-ct,\tag{3}$$

c 为非线性惯性波的波速，在对 ξ 微商或积分时设为常数。

将(3)代入到(1)得到

$$\begin{cases}(U-c)U'-fV=0\\ (U-c)V'+fU=0\end{cases}\tag{4}$$

其中“$'$”代表对 ξ 的微商

(4)之第一式乘 U，第二式乘 V，相加有

$$(U-c)(U^2+V^2)'=0.\tag{5}$$

设 $U\neq c$，则得到

$$U^2+V^2=D^2\tag{6}$$

D 为与 ξ 无关的常数，相当于振动的振幅。于是可设

$$U=D\sin\theta,\quad V=D\cos\theta,\tag{7}$$

其中 θ 是 ξ 的函数。

(7)代入到(4)之任一式都可得到

$$(U-c)d\theta/d\xi=f;\tag{8}$$

或

$$(D\sin\theta-c)d\theta=fd\xi.\tag{8'}$$

两边积分得到

$$\theta=-\frac{1}{c}(f\xi+D\cos\theta)-\alpha=-\frac{1}{c}(f\xi+V)-\alpha,\tag{9}$$

式中 α 为积分常数。

(9)代入到(7)便求得非线性惯性波方程(1)的隐式解为

$$\begin{cases}U(\xi)=-D\sin(f\xi/c+V/c+\alpha)\\ V(\xi)=D\cos(f\xi/c+V/c+\alpha);\end{cases}\tag{10}$$

或

$$\begin{cases}u(x,t)=-D\sin\left(\frac{f}{c}(x-ct)+v/c+\alpha\right)\\ v(x,t)=D\cos\left(\frac{f}{c}(x-ct)+v/c+\alpha\right).\end{cases}\tag{10'}$$

(10) 或 (10′) 仅管是隐式解，但它具有非线性波的一般特色；即振幅或频率漂移(Amplitude shift 或 Frequency shift)。这是由于存在位相差 v/c 的缘故。不过，其基本

圆频率仍然为 f。

为了确定振幅 D，我们可以直接去解方程组(4)。由(4)消去 V 得到

$$(U-c)^2U''+(U-c)U'^2+f^2U=0, \tag{11}$$

这是 U 的非线性常微分方程。

令

$$W\equiv U-c, \tag{12}$$

则(11)化为

$$W(WW''+W'^2)+f^2W+f^2c=0; \tag{13}$$

或

$$W(W^2)''+2f^2W+2f^2c=0. \tag{13'}$$

上式两边乘以 W'，并对 ξ 积分，注意

$$\begin{cases}\int W'd\xi=W+C,\\ \int WW'd\xi=\frac{1}{2}W^2+C, & (C\text{为积分常数})\\ \int WW'(W^2)''d\xi=\frac{1}{4}[(W^2)']^2+C,\end{cases} \tag{14}$$

则得到

$$[(W^2)']^2+4f^2W^2+8f^2cW=A; \tag{15}$$

或

$$(dW^2/d\xi)^2=A-8f^2cW-4f^2W^2; \tag{15'}$$

或

$$2WdW/\sqrt{A-8f^2cW-4f^2W^2}=d\xi. \tag{15''}$$

(15)，(15′)，(15″)中 A 为积分常数。

上式两边积分，并注意

$$\int\frac{xdx}{\sqrt{\alpha+\beta x+\gamma x^2}}=\frac{\sqrt{\alpha+\beta x+\gamma x^2}}{\gamma}+\frac{\beta}{2\gamma\sqrt{-\gamma}}\sin^{-1}\left(\frac{\beta+2\gamma x}{\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}\right),\ (\gamma<0) \tag{16}$$

则求得

$$\frac{\sqrt{A-4f^2W(W+2c)}}{2f^2}+\frac{c}{f}\sin^{-1}\left(\frac{2f(W+c)}{\sqrt{A+4f^2c^2}}\right)=-\xi+B, \tag{17}$$

B 是积分常数。

将(12)代入上式，求得(11)的隐式解为

$$\sin^{-1}\left(\frac{2fU}{\sqrt{A+4f^2c^2}}\right)+\frac{\sqrt{A+4f^2(c^2-U^2)}}{2fc}=-\frac{f}{c}\xi-\alpha; \tag{18}$$

或

$$u(x,t)=-\frac{\sqrt{A+4f^2c^2}}{2f}\sin\left(\frac{f}{c}(x-ct)+\frac{\sqrt{A+4f^2(c^2-u^2)}}{2fc}+\alpha\right), \tag{18'}$$

式中 $\alpha=-fB/c$.

若取 $A=0$，则上式化为

$$u(x,t)=-c\sin\left(\frac{f}{c}(x-ct)+\frac{\sqrt{c^2-u^2}}{c}+\alpha\right). \tag{19}$$

(18′)与(10′)第一式比较即有

$$D=\sqrt{A+4f^2c^2}/2f, \tag{20}$$

在 $A=0$ 时，$D=c$.

上式说明：非线性惯性波的另一特色是：振幅随波速 c 的增加而增加，因此，振幅越大的惯性波，波传播也越快。

三、非线性重力内波

大气中重力内波主要是在稳定层结下的扰动在重力作用下形成的，在 (x,p) 坐标系中，描写非线性重力内波的方程组可以写为

$$\begin{cases}\partial u/\partial t+u\,\partial u/\partial x=-\partial\phi/\partial x\\ \partial u/\partial x+\partial\omega/\partial p=0\\ \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\partial\phi}{\partial p}\right)+u\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial\phi}{\partial p}\right)+\sigma\omega=0,\end{cases} \tag{21}$$

其中 u 为东西风速，ω 为垂直 p 速度，ϕ 为重力位势，$\sigma=\dfrac{R}{g}(\Gamma_d-\Gamma)R\overline{T}/p^2=1/g^2\rho^{-2}\cdot N^2\left(R\right.$ 为气体常数，$\overline{T}$ 为平均温度，Γ 为垂直减温率，Γ_d 为绝热垂直减温率，$N=\sqrt{\dfrac{g}{T}(\Gamma_d-\Gamma)}$ 是 Brunt-Väisälä 频率$\left.\right)$为静力稳定度参数，设为常数。

将(21)线性化，很易求得小振幅的线性的重力内波的色散关系为

$$c\equiv\nu/k=\overline{u}\pm c_0,\quad c_0=\sqrt{\sigma/n^2}, \tag{22}$$

式中 $\overline{u}$ 为基本西风，k,n 分别是 x,p 方向上的波数，ν 为圆频率，c_0 即是相对于基本气流而言重力内波的传播速度。

下面，我们求非线性重力内波方程组(21)的波动解。与(3)类似，设

$$u=U(\varphi),\quad \omega=\Omega(\varphi),\quad \phi=\Phi(\varphi),\quad \varphi=kx+np-\nu t, \tag{23}$$

将上式代入到(21)得到

$$\begin{cases}(-\nu+kU)U'=-k\Phi'\\ kU'+n\Omega'=0\\ (-\nu+kU)n\Phi''+\sigma\Omega=0,\end{cases} \tag{24}$$

其中“′”“″”分别代表对 φ 的一阶微商及二阶微商。

(24)的第二式积分一次有 $\Omega=-\dfrac{k}{n}\cdot U$（取积分常数为零），并代入到第三式消去 Ω，上式化为

$$\begin{cases}(-\nu+kU)U'=-k\Phi'\\ (-\nu+kU)\Phi''=\sigma k/n^2\cdot U.\end{cases} \tag{25}$$

以(22)代入，上式改写为

$$\begin{cases}(U-c)U'=-\Phi' \\ (U-c)\Phi''=c_0^2U.\end{cases} \tag{26}$$

若令

$$V=-\frac{1}{c_0}\cdot\Phi' \tag{27}$$

则(26)又可改写为

$$\begin{cases}(U-c)U'-c_0V=0 \\ (U-c)V'+c_0U=0.\end{cases} \tag{28}$$

(28)在形式上与(4)类似，但这里“′”是对 φ 的微商。

(28)之第一式乘 U，第二式乘 V，相加有

$$(U-c)(U^2+V^2)'=0. \tag{29}$$

设 $U\neq c$，则得到

$$U^2+V^2=D^2, \tag{30}$$

D 为与 φ 无关的常数，代表振动的振幅。于是可设

$$U=D\sin\theta,\quad V=D\cos\theta, \tag{31}$$

其中 θ 是 φ 的函数，

(31)代入到(28)之任一式都可得到

$$(U-c)d\theta/d\varphi=c_0; \tag{32}$$

或

$$(D\sin\theta-c)d\theta=c_0d\varphi. \tag{32'}$$

两边积分得到

$$\theta=-\frac{1}{c}(c_0\varphi+D\cos\theta)-\alpha=-\frac{1}{c}(c_0\varphi+V)-\alpha, \tag{33}$$

式中 α 为积分常数。

将(33)代入到(31)，求得 U,V 的隐式解为

$$\begin{cases}U(\varphi)=-D\sin(c_0\varphi/c+V/c+\alpha) \\ V(\varphi)=D\cos(c_0\varphi/c+V/c+\alpha).\end{cases} \tag{34}$$

以 V 代入到(27)，以 U 代入到 $\Omega=-\frac{k}{n}\cdot U$，则求得 Φ 和 Ω 的隐式解为

$$\begin{cases}\Phi(\varphi)=-c_0\int V\,d\varphi=-c_0\int D\cos(c_0\varphi/c+V/c+\alpha)d\varphi \\ \Omega(\varphi)=\frac{k}{n}\cdot D\sin(c_0\varphi/c+V/c+\alpha).\end{cases} \tag{35}$$

对 U，Φ，Ω，解改写为

$$\begin{cases}u(x,p,t)=-D\sin(c_0\varphi/c+V/c+\alpha) \\ \phi(x,p,t)=-c_0\int D\cos(c_0\varphi/c+V/c+\alpha)d\varphi,\ (\varphi=kx+np-\nu t) \\ \omega(x,p,t)=\frac{k}{n}\cdot D\sin(c_0\varphi/c+V/c+\alpha).\end{cases} \tag{36}$$

这就是非线性重力内波方程(21)的隐式解。与惯性波一样，它同样具有振幅和频率漂移，而且基本圆频率仍是 c_0/k（基本波速仍是 c_0）。

与惯性波一样，为了确定振幅 D，可直接解方程组(26)或(28)。从(28)消去 V，并

令

$$W \equiv U - c, \tag{37}$$

得到

$$W(WW'' + W'^2) + c_0^2 W + c_0^2 c = 0, \tag{38}$$

它与(13)形式相似，所以，我们立刻求得大气重力内波的非线性方程(21)关于 u 的隐式解为

$$u(x,p,t) = -\frac{\sqrt{A + 4c_0^2 c^2}}{2c_0}\sin\left(\frac{c_0}{c}(kx + np - \nu t) + \frac{\sqrt{A + 4c_0^2(c^2 - u^2)}}{2c_0 c} + \alpha\right), \tag{39}$$

式中 A，α 均为常数。

若取 $A=0$，则上式化为

$$u(x,p,t) = -c\sin\left(\frac{c_0}{c}(kx + np - \nu t) + \frac{\sqrt{c^2 - u^2}}{c} + \alpha\right) \tag{40}$$

(39)与(36)之第一式比较有

$$D = \sqrt{A + 4c_0^2 c^2}/2c_0, \tag{41}$$

在 $A=0$ 时，$D=c$.

上式也说明：大气非线性重力内波的振幅与波速 c 成正比，因此，振幅越大的重力内波，波传播越快。若把振幅比拟为系统的强度，像夏天积雨云这样的小尺度系统，重力内波起主要作用，它应是强度越强，移速越快，这也是定性地与实际一致的。

四、非线性 Rossby 波

一般认为，Rossby 波主要是由于 Rossby 参数 $\beta \equiv df/dy$ 的作用所形成的。在 (x, y, p) 坐标系中，描写 Rossby 波的方程组(一个涡度方程，另一个是连续性方程)可以写为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) + u\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) + \beta v = 0 \\ \partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0, \end{cases} \tag{42}$$

其中 u，v 分别为东西风速和南北风速，β 取为常数。

将涡度方程线性化，求得小振幅的线性的 Rossby 波的色散关系为

$$c \equiv \nu/k = \overline{u} - \beta/k^2, \tag{43}$$

这就是 Rossby 公式，其中 $\overline{u}$ 为基本西风，k 为 x 方向的波数，ν 为圆频率，c 为波速。

下面，我们求非线性 Rossby 波方程(42)的波动解，设

$$u = \overline{u} + U(\theta),\quad v = V(\theta),\quad \theta = kx + ly - \nu t, \tag{44}$$

其中 k，l 分别是 x，y 方向上的波数。

将上式代入到(42)得到

$$\begin{cases} k(-\nu + k\overline{u} + kU)V'' + \beta V = 0 \\ kU' + lV' = 0, \end{cases} \tag{45}$$

其中“$'$”代表对 θ 的微商。

对上式之第二式积分一次有 $U = -l/k \cdot V$（取积分常数为零），并代入到第一式消去 U 得到

$$k(\nu-k\overline{u}+lV)V''=\beta V, \tag{46}$$

这是 V 的非线性方程。

设 $\nu-k\overline{u}+lV\neq 0$，则有

$$V''+\left(\frac{-\beta}{k(\nu-k\overline{u}+lV)}\right)V=0, \tag{47}$$

这是 V 的非线性常微分方程。

若去掉分母中的 lV 一项，这相当于假定南北无限宽，则上式化为

$$V''+\left(\frac{-\beta}{k(\nu-k\overline{u})}\right)V=0, \tag{48}$$

这就是线性 Rossby 波所满足的常微分方程。由于这里 V'' 表示 V 对 θ 的二阶微商，则上式表征振动要求 $\nu-k\overline{u}<0$，且 $-\dfrac{\beta}{k(\nu-k\overline{u})}=1$，这就是 Rossby 公式(43)。

下面，我们求解非线性方程(47)。

首先，我们若把 $-\beta/k(\nu-k\overline{u}+lV)$ 视为 θ 的已知函数，则(47)表征振动要求

$$\nu-k\overline{u}+lV<0, \tag{49}$$

而且，在 $l\to 0$ 时，上式应转化为线性振动的要求，即

$$\nu-k\overline{u}<0. \tag{50}$$

对(47)两边同乘以 $2V'$，并对 θ 积分，注意

$$\begin{cases}\displaystyle\int 2V'V''d\theta=V'^2+C\\ \displaystyle\int\frac{VV'}{(\nu-k\overline{u})+lV}d\theta=\frac{V}{l}-\frac{\nu-k\overline{u}}{l^2}\ln|(\nu-k\overline{u}+lV)|+C,\end{cases} \tag{51}$$

（C 为积分常数）

则得到

$$V'^2=\frac{2\beta}{kl}\left\{V-\frac{\nu-k\overline{u}}{l}\ln|(\nu-k\overline{u}+lV)|\right\}+B, \tag{52}$$

式中 B 为积分常数。

考虑(49)和(50)，上式可改写为

$$V'^2=\frac{2\beta}{kl}\left\{V-\frac{\nu-k\overline{u}}{l}\ln\left(1+\frac{lV}{\nu-k\overline{u}}\right)\right\}+A, \tag{53}$$

A 为任意常数。

对(52)或(53)准确求解几乎是不可能的，但若将 $\ln\left(1+\dfrac{lV}{\nu-k\overline{u}}\right)$ 作 Taylor 展开：

$$\ln\left(1+\frac{lV}{\nu-k\overline{u}}\right)=\frac{lV}{\nu-k\overline{u}}-\frac{1}{2}\left(\frac{lV}{\nu-k\overline{u}}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{lV}{\nu-k\overline{u}}\right)^3-\cdots, \tag{54}$$

代入到(53)，取到包含 V^3 的项为止，则(53)蜕化为

$$V'^2=-\frac{2}{3}\frac{\beta l}{k(\nu-k\overline{u})^2}V^3+\frac{\beta}{k(\nu-k\overline{u})}V^2+A. \tag{55}$$

将上式对 θ 微商两次，设 $V'\neq 0$，即得到下列著名的 KdV 方程

$$V''' + \frac{2\beta l}{k(\nu - k\overline{u})^2} V V' - \frac{\beta}{k(\nu - k\overline{u})} V' = 0. \tag{56}$$

(55)改写为

$$V'^2 \doteq -\frac{2}{3} \cdot \frac{\beta l}{k(\nu - k\overline{u})^2} P(V), \tag{57}$$

其中

$$P(V) \equiv V^3 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\nu - k\overline{u}}{l} V^2 + B, \tag{58}$$

是 V 的三次多项式，$B = -\frac{3}{2} \cdot \frac{k(\nu - k\overline{u})^2}{\beta l} A$.

为了保证 V 是有界的周期函数，三次方程

$$P(V) = 0, \tag{59}$$

的三个根必须是分立的单实根。不妨设它的三个根为 V_1, V_2, V_3，它们满足

$$V_1 > 0, V_2 < 0, V_3 < V_2 < 0, \tag{60}$$

因而(57)改写为

$$V'^2 = -\frac{2}{3} \cdot \frac{\beta l}{k(\nu - k\overline{u})^2} (V - V_1)(V - V_2)(V - V_3). \tag{61}$$

这个非线性方程是可以准确求解的，它的解是

$$V(\theta) = V_2 + (V_1 - V_2) cn^2 \sqrt{\frac{\beta l}{6k(\nu - k\overline{u})^2}(V_1 - V_3)}\ \theta; \tag{62}$$

或

$$v(x, y, t) = V_2 + (V_1 - V_2) cn^2 \sqrt{\frac{\beta l}{6k(\nu - k\overline{u})^2}(V_1 - V_3)}\ (kx + ly - \nu t). \tag{62'}$$

其中 $cn(\ )$ 表 Jacobi 椭圆余弦函数。在这个意义上，我们称由(62)或(62′)表征的非线性 Rossby 波为 Rossby 椭圆余弦(Cnoidal)波。

由 Jacobi 椭圆余弦函数的性质可知：Rossby 椭圆余弦波的波长为

$$\lambda = 2/k \cdot \sqrt{6k(\nu - k\overline{u})^2/\beta l(V_1 - V_3)} \cdot K(m) \tag{63}$$

其中

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 t}} dt \tag{64}$$

是第一种完全椭圆积分。模数 m 满足

$$m^2 = \frac{V_1 - V_2}{V_1 - V_3}, \tag{65}$$

而 Rossby 椭圆余弦波的振幅为

$$\hat{V} = V_1 - V_2. \tag{66}$$

考虑到三次代数方程(59)的根与系数的关系有

$$V_1 + V_2 + V_3 = \frac{3}{2} \frac{\nu - k\overline{u}}{l} < 0, \tag{67}$$

从而求得 Rossby 椭圆余弦波的色散关系为

$$\nu-k\overline{u}=\frac{2l}{3}(V_1+V_2+V_3), \tag{68}$$

或

$$c\equiv\nu/k=\overline{u}+\frac{2l}{3k}(V_1+V_2+V_3), \tag{69}$$

上式与(43)不同，它不包含 β，但含有振幅的因素，例如：

若取 $V_1=\hat{V}/2$，$V_2=-\hat{V}/2$，$V_3=-3\hat{V}/4$，则求得

$$c=\overline{u}-l/k\cdot\hat{V}/2; \tag{70}$$

若取 $V_1=\hat{V}/2$，$V_2=-\hat{V}/2$，$V_3=-\hat{V}$，则求得

$$c=\overline{u}-l/k\cdot 2\hat{V}/3; \tag{71}$$

无论(70)，(71)都说明：Rossby 椭圆余弦波不但波长越长的波，波速越小，而且，振幅越大的波，波速也越小，甚至倒退。这些都更能解释我们经常见到的振幅大，波长长的切断、阻塞系统往往不动或向西倒退的天气事实。关于 Rossby 椭圆余弦波，我们将另文详细阐述。

五、讨　　论

本文用比较简洁的方法求得了某些非线性波动方程的解，这些解虽然说明了一些问题，但是很初步的。不过，本文的目的还在于探讨解非线性方程的可能性，并提供解非线性方程的某些方法。在此基础上进一步比较非线性波与线性波，从而得到非线性作用的某些结论。关于大气中的椭圆余弦波(Cnoidal wave) 和孤立波 (Solitary wave)，我们将另文阐述。

本文初稿完成后，承学报审稿同志提出若干宝贵意见，对本文定稿有不少帮助，谨此致谢。

参 考 文 献

[1] Scott, A. C., Proceedings. IEEE, 61, 1443, 1973.
[2] Long, R. R., *J. Atmos. Sci.*, 21, 197, 1964.
[3] Benney, D. J., *J. Math. & Phys.* 45, 52, 1966.
[4] Redekopp, L. G., *J. Fluid Mech.* 82, 725, 1977.
[5] Kawahara, *J. Phys. Soc. Japan*, 41, 1402, 1976.
[6] Maslowe & Redekopp, L. G., Geophy. and Astro. Fluid Dynamics, 1979.
[7] Whicham, G. B., Linear and Nonliner Waves, 1974.
[8] Christie, D. R., Muirhead, K. J. & Hales, A. L., *J. Atmos. Soc*, 35, 805, 1978.
[9] Redekopp, L. G., *J. Atmos. Sci.*, 35, 790, 1978.
[10] Weidman, P. D., U.A.H. CCCP, *Физика Атмосферы и Океака*, 13, 305, 1977.
[11] Fu, L. L. & Flievl, G. R., Dynamics of Atmos. and Oceans, 4, 247, 1979.

THE SOLUTION OF THE NONLINEAR WAVE EQUATION IN ATMOSPHERE

Liu Shi-da and Liu Shi-kuo

(Department of Geophysics, Peking University)

Abstract

In this paper, the nonlinear wave equation in atmosphere is discussed. The solutions of the nonlinear inertia wave, internal gravity wave and Rossby wave have been found by simple method. These solutions are different from linear wave in atmosphere.

The study of the nonlinear waves is very important for the weather prediction and the atmospheric turbulence.