

## 轴对称加热条件下圆盘实验中波的转变 过程的初步分析\*

付克庄 吴辉碇 方向法等\*\*

(北京大学地球物理系)

### 提 要

对于一控制在中心降冷、边缘加热的旋转圆盘内的流体，增加或减少其温差，可引起流体中波数的转变。本文对四波向三波及三波向四波的转变过程作了较详细的分析，发现在四波向三波转变时，平均经圈环流和西风强度均发生迅速的变化。维持四波时，平均经圈环流为靠近热源处下沉和靠近冷源处上升的反环流。当转变过程发生时，经圈环流转变成正环流，转换完成后则恢复成反环流。在经圈环流变化的同时，西风强度也发生由弱变强而后再由强变弱的转变。三波向四波转变时，经圈环流及西风强度没有上述变化，只有强度的不同。

根据热量输送的计算结果，波数不同，它所产生的热量的涡动输送也不一样，三波时热量的涡动输送较强，四波时热量的涡动输送较弱。最后，我们联系热量输送的特点对上述结果进行了初步的讨论。

### 一、引 言

自 Fultz<sup>[1]</sup>等进行圆盘实验以来，已发现有很多现象，例如纬向风系、急流以及长波等都和实际大气有非常相似之处。当加热条件变化时，模型中环流特点也将发生相应的变化。例如当冷热源温差逐渐加大时，圆盘中长波的波数将逐渐减少，最后过渡为轴对称的纬圈环流。当冷热源的温差逐渐减小时，长波的波数将逐渐增加，到一定的程度将发生类似于大气中指数循环的振动现象。Hide<sup>[2]</sup>及 Fultz<sup>[3]</sup>曾给出这些现象出现的条件。为了了解为什么冷热源温差及旋转等因子的改变能导致波的转变，只了解它们转换的条件还是不够的，应该进一步了解波的转变过程。本文对四波到三波及三波到四波的转变过程作了初步分析。

圆盘中的流体运动，在旋转和加热的基本特点上和大气有类似之处；而在空气和水的物理属性以及地球和圆盘的几何形状、柯氏参数随纬度变化等方面，又不完全相似。因此，机械地追求运动的完全复制是十分困难的。但在实验中旋转和加热等因子所产生的一些现象，则与大气中某些现象相似。如果对实验中的某些现象的本质联系予以揭

\* 本文曾于 1964 年 6 月寄《气象学报》编辑部。经审查后，于 1966 年初送科学出版社出版，后因《气象学报》停刊而未印出。

\*\* 田生春、林锡怀、孙敬懿、刘书宽同志，当时曾作为毕业论文参加了部分的工作。

示,这对进一步了解实际大气的过程应该是十分有益的。我们是本着这一目的来进行这项工作的。

## 二、实验装置、测量与资料处理

我们所采用的仪器由两个同心圆的柱状圆盘组成,内圆盘半径( $r_2$ )5.2厘米,外圆盘半径( $r_1$ )14.4厘米,两圆盘之间盛水,水的深度( $H_0$ )可以任意调节。内圆盘内以冰水混合物作为冷源,外圆盘以能自动控制温度的水作为热源(通过控制电阻丝,可按要求调节热源温度)。整套仪器的旋转速度可根据需要加以控制。

在实验里,对几种波型的流场和温度场进行了测量。表面流场是根据铝粉轨迹的照片而求得。中层流速测量是将涂有碲的金属丝插入圆盘水内要测的高度上,拍摄溶于水碲微粒的轨迹。由于条件的限制,在同一时刻只能观测两个深度的流速。因此,在分析流场结构时,仅给出同时刻的两层流场图。但在计算平均纬圈风速和平均经圈环流时,则先测得表层及距底层2.5厘米处的流速,再在表层流场和上次观测完全相同的条件下,测得表层及距底层0.7厘米处的流速;而后根据它们求得径向、纬向风速,并把它们相互叠置起来,以求得对于同一表层流场的多层的记录。为了避免误差,本文所提供的事实都是经过多次实验所证明的。这种方法在了解沿纬圈的平均状态时,是比较可靠的。

温度的测量由于目前设备的限制,只能同时进行6到7个点的观测。因此,我们只求出了当槽处于准常定状态(即波数和振幅长时期维持不变的运动情况)时的三波和四波结构及热量输送的特点,所采用的方法基本上与 Riehl 和 Fultz 的相似<sup>[4]</sup>。我们将测点安排在某一经度,并同时测得温度测点附近的流场,每隔一定时间间隔观测一次,经过较长时间平均后,计算常定三波、四波时的热量输送(因为根据我们实验条件是轴对称的,流场温度场的长时间平均特点应是轴对称的圆形分布,这时沿某一经度的长时间平均与沿不同纬圈的空间平均应该相等价。我们曾计算了表面流场的长时间的平均分布,通过实例证实了这种推论)。

## 三、四到三波转变时的流场变化

图1到图3给出,相似判据是  $R_{Or}=0.28^{1)}$ ,  $G^{*-1}=6.65 \times 10^{-4}$ <sup>2)</sup> 时的四波向三波转换时各不同深度的流场图。根据观测发现,四波向三波转变所需的时间很短,约两个盘日,而在转变前有一较长的酝酿阶段,约需6—7个盘日。因此,我们只选了几张时间间隔不等的图,来说明转换时表、中层流场的特点。图1a表示转变前的酝酿阶段,它比图1b早6个盘日。比较1a及1b,可见图1b上的四槽振幅已减弱。图1b和1c表示迅速变化时期,它们之间相距仅2/3个盘日。图1c上四个槽中的两个槽加深,另外的两个槽开始合并。图1d比图1c晚4个盘日,到图1d则转变成比较对称的三波。图2a-c分别为图1a,1c和1d的相应时刻距底层2.5厘米深的流场变化图,它和表层变化形势极为相似。图2a上表现出四槽形势,其后四槽振幅减弱,图2b则有两槽合

1)  $R_{Or} = \frac{g\beta h\Delta r T}{(r_1\Omega)^2 f\Delta r}$ , 2)  $G^{*-1} = \frac{r_1\Omega^2}{g}$ , 其中  $g$  为重力加速度,  $\beta$  为介质(实验中为水)的热膨胀系数,  $h$  为深度,  $\Delta r T$  为冷热源壁温差,  $f$  为柯氏参数。

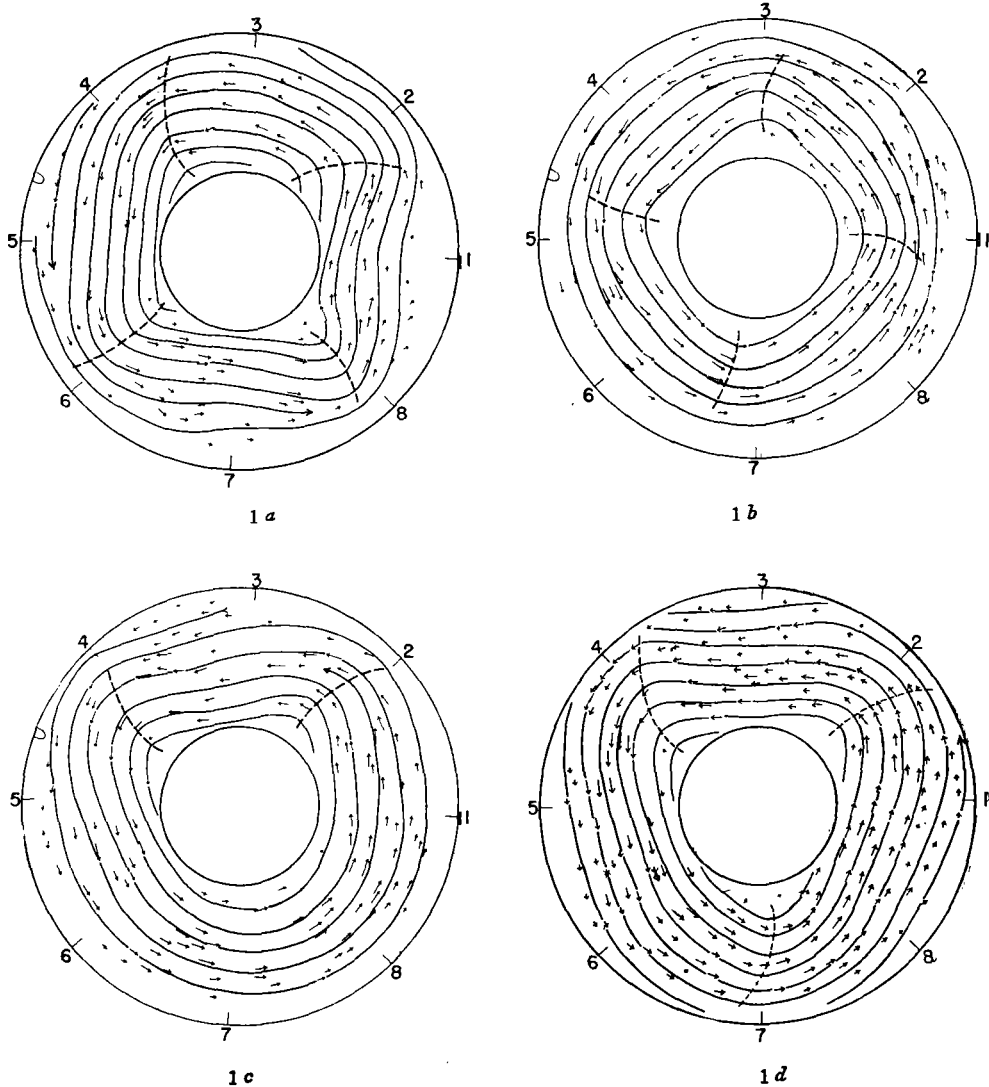


图 1 四向三波转变的表层流场图

(虚线表明表层槽线)

并，到图 2 c 时已变成三槽形式。初步分析发现，在转变前波的稳定阶段与转变过程中某些槽的上下层配置关系是不一样的。在稳定情况下，槽的结构常表现为高层槽落后于低层槽；但在转变前夕和转变过程中，即将被破坏的或正在破坏的槽，却常出现高层槽超前于低层槽的现象。例如在转变的酝酿阶段(图 2 a)，1 到 2 区间的表层槽约超前于距底层 2.5 厘米深的槽达 20 个经度，其它槽则上下基本一致。经过 6 个多盘日，原来在 1 到 2 区间的槽约走了 200 多个经度(根据统计，波速约为 40 经度/盘日)，在图 2 b 上这个槽移到 7 到 8 区间已基本变为平直纬圈环流。

图 3 a—c 给出，距底层 0.7 厘米深度的流场变化图。由于我们对流场的测量只能同时观测两层，图 3 是由另外一组相同条件的实验测得的，这次实验的表层流场的特点和图 1 相似。图 3 上的虚线为该实验的表层槽线。图 3 a 是转变前四波的流场图，图上

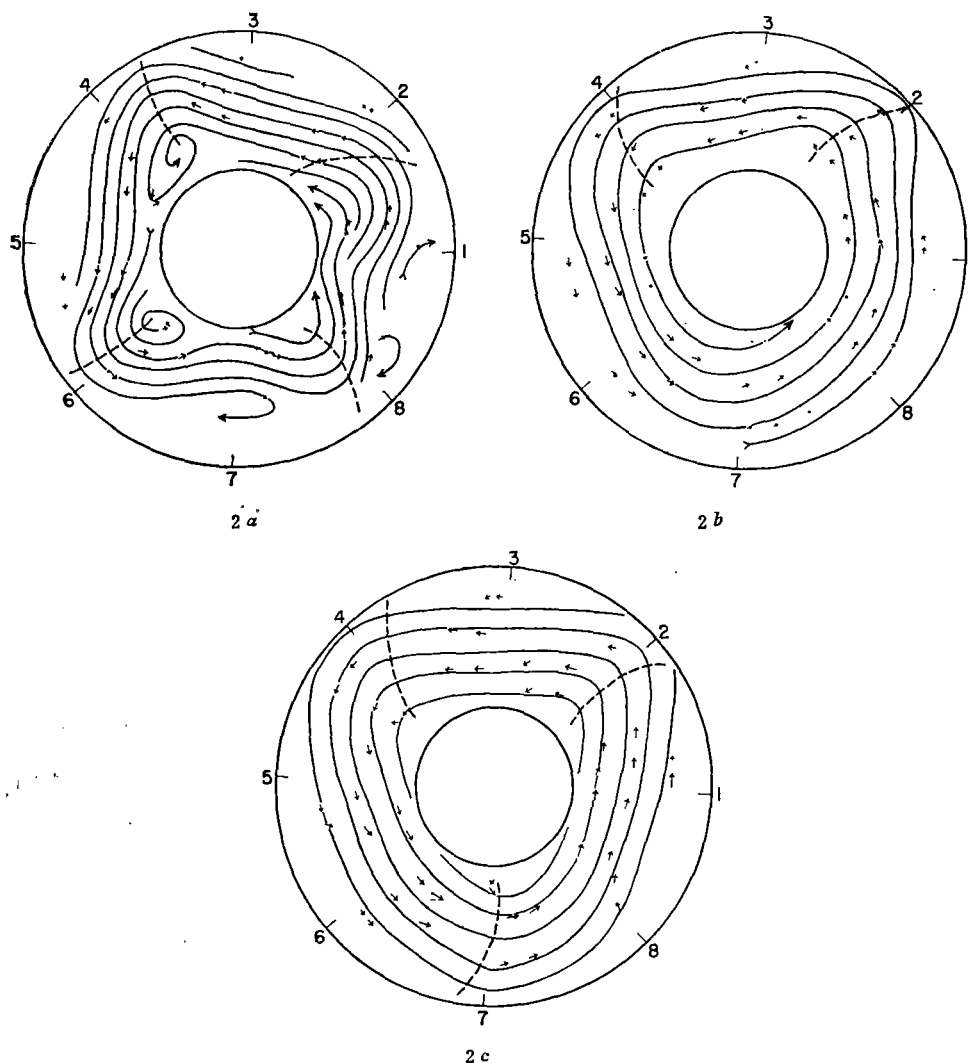


图 2 距底层 2.5 厘米的流场变化图  
(虚线表明表层槽线)

分布着明显的气旋及反气旋式环流；和表层槽线的位置比较起来，可以看到槽前是气旋式环流，槽后是反气旋式的环流，与大气中长波的高低空配合关系相似。图 3 b 是转变阶段的流场图，这时表层四槽中已经有两槽合并成纬向环流，在该地区的底层出现了明显的东风。图 3 c 是三槽建成阶段，这时又出现了表层槽前对应着气旋，槽后对应着反气旋的特点。

#### 四、平均经圈环流与纬向风带的变化

图 4 给出，与图 1—2 同时刻相应的平均经圈环流的变化<sup>1)</sup>。在转变前酝酿阶段(图

1) 平均经圈环流是据下列方法得到的：首先把观测流速分解为纬向流速和经向流速，并求出它们沿纬圈的平均值，而后再根据圆柱坐标的连续方程求出垂直运动。

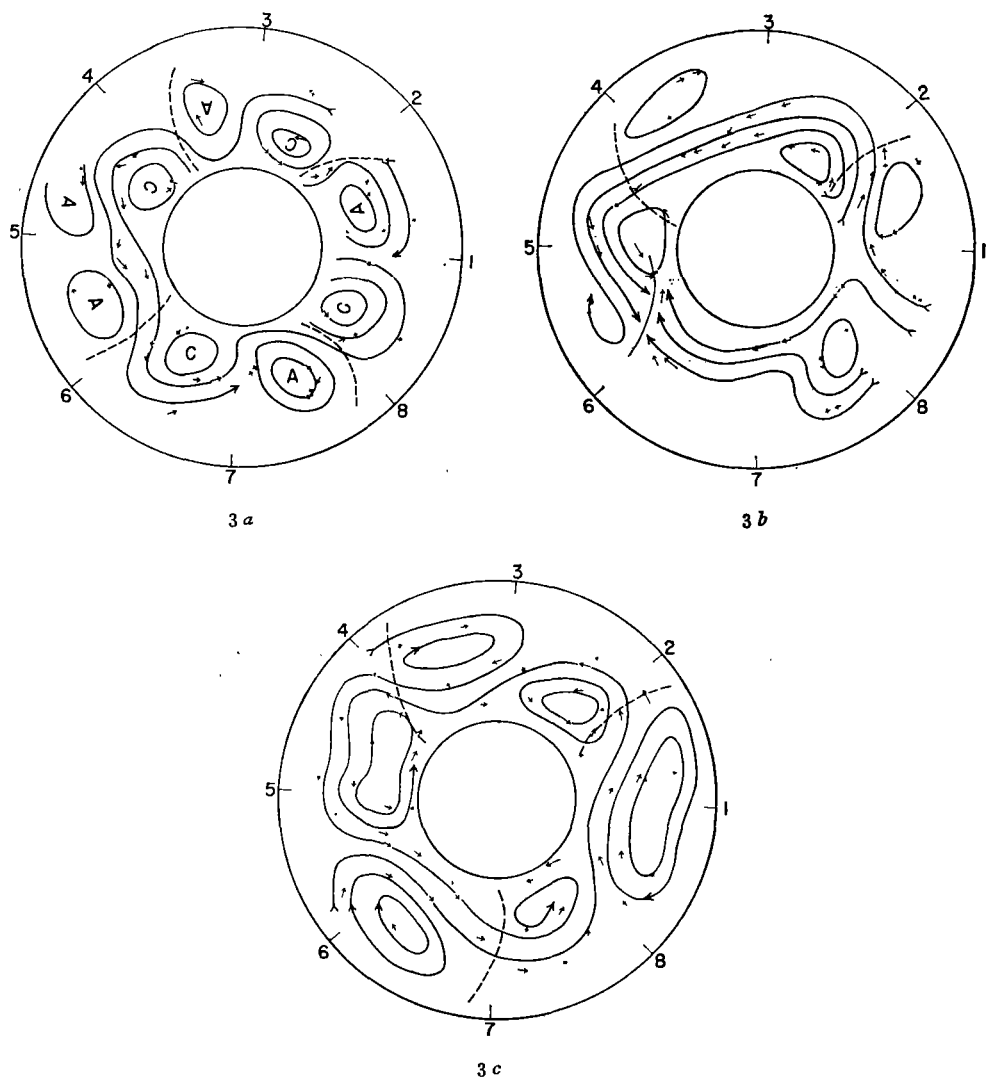


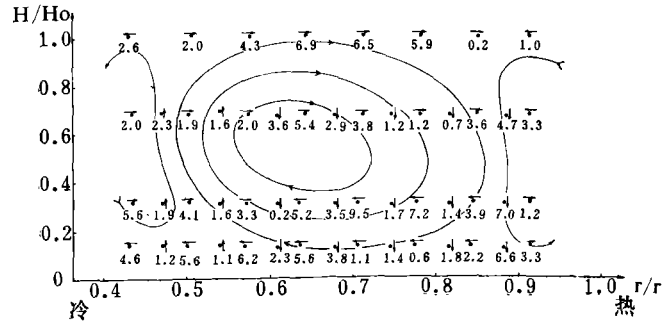
图 3 距底层 0.7 厘米深度的流场图

4 a), 中间纬度从  $0.50^{1)}$  到  $0.85$  的很大范围内, 上层是北风, 下层是南风, 构成一个明显的反环流。在热源及冷源的附近, 风向有所改变。如果考虑到热源边界上升、冷源边界下沉, 在边界上似乎可以绘出两个正环流。平均经向风速的无量纲的量级为  $10^{-3}$ , 这与大气的无量纲的量级相同<sup>2)</sup>。

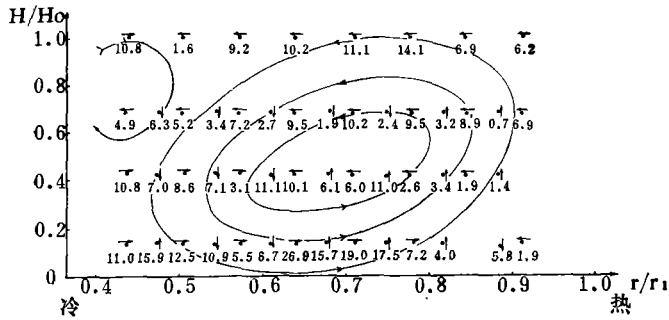
垂直速度的数量级与经向速度相同, 只是数值上比经向风速小一半, 这和圆盘中垂直尺度与水平尺度的比和实际大气所对应的数值比较起来要大一些有关。在四槽的振幅

1) 半径的无量纲数  $\frac{r}{r_1}$ ,  $r_1$  为 74.4 厘米。

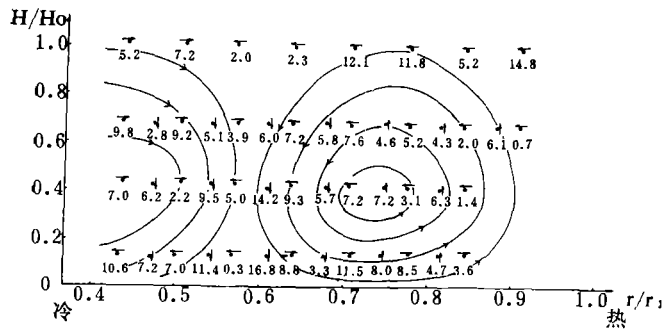
2) 取大气的平均经向风速为 0.5 米/秒, 地球自转的切向速度在纬度  $45^\circ$  时为 325 米/秒。  $V/C_E = 1.5 \times 10^{-3}$ , 其中:  $V$  为平均经向风速,  $C_E$  为参考速度(此处取中纬地球自转切向速度)。



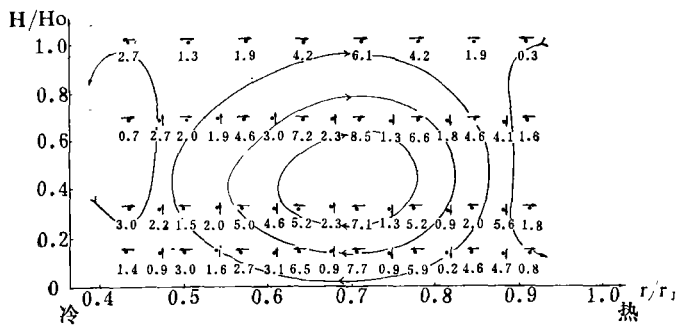
4a



4b



4c



4d

图 4 四到三波时平均经圈环流  
( $V, W$  均以无量纲数表之, 图中  $V, W$  数据乘以  $10^{-3}$ )

逐渐减弱时,平均经圈环流亦发生明显变化。图 4b 上层几乎全部是南风,下层为北风,整个范围内为一正环流所控制。图 4c 是对应于两槽已经合并时的平均经圈环流,在 0.60 到 0.92 的范围内是一正环流,0.36 到 0.60 的范围内主要是反环流。在定常三槽时,图 4d 上 0.50 到 0.85 又重新出现反环流。

比较图 4b 和图 1b, 可以看到一个值得注意的现象: 即当四波尚未破坏时,在中纬度的反环流已转变为正环流。其它条件下的实验也同样证实这一点。例如另一次实验(旋转速度为  $0.29 \text{ 秒}^{-1}$ ,  $R_{Or}=0.24$ ,  $G^{*-1}=1.22 \times 10^{-3}$ ), 流场变化特点和图 1 稍为不同。即两个波的合并现象不明显,表现为一个波迅速消失,当转速较快时常出现这种转换特点。由表层纬向风随时间变化(图 5), 可见在定常四波时(前 5 个盘日), 中纬度 0.50 到 0.85

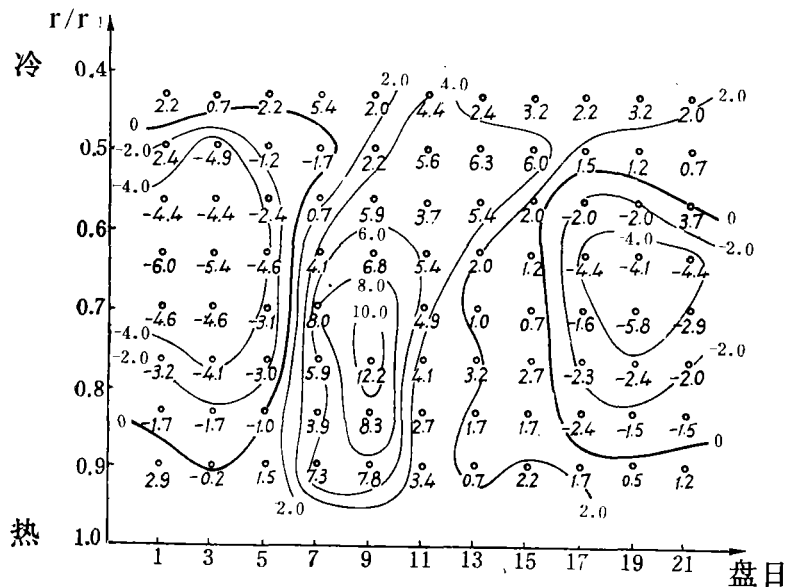
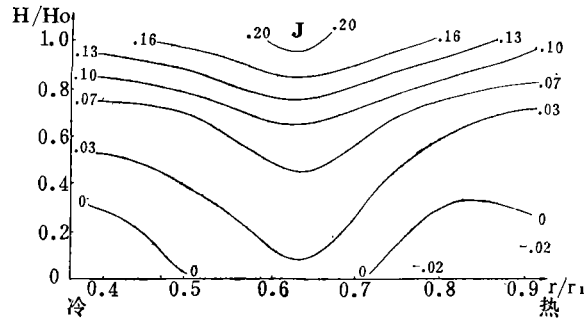


图 5 表层纬向风随时间变化

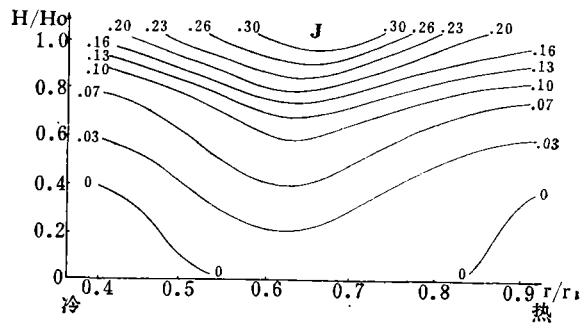
的范围内都是北风,只有靠冷热源附近有个别南风。到第 7 盘日时四波的振幅有些收缩,第 13—15 盘日波的破坏十分明显。在这期间,风向已由原来的北风转为南风。直到第 17 盘日三波建成后,表层又由南风转为北风。因此,不同条件的实验都表明: 正环流的变化是先于波的转变而出现。

与图 1 对应时刻的纬向环流的变化,由图 6 可以明显看出。图中的值以无量纲数表示,在四槽时(图 6a),最大西风中心的无量纲数是 0.20。图 6b 是对应着经圈环流由反环流转变成正环流时的西风剖面图,这时西风中心增强到 0.30,等  $u$  线较密。对应着两槽合并时(图 6c),西风中心减弱到 0.26。到三槽时(图 6d),随着反环流的出现,西风中心又减弱到 0.23。它和大气里西风急流的无量纲数的量级是相同的<sup>1)</sup>。

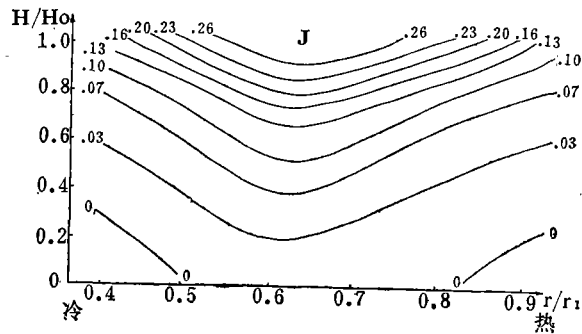
1) 选取大气里西风急流中心为 70 米/秒,无量纲数为 0.24。



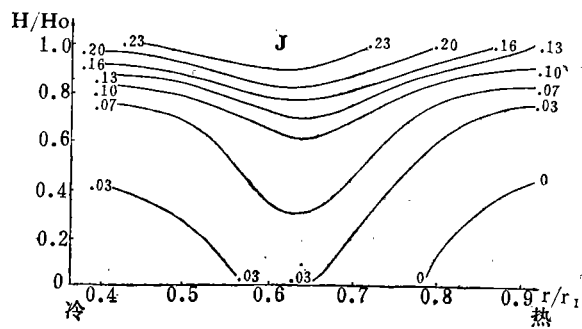
a



b



c



d

图 6 西风剖面图



### 五、三到四波转变时经圈环流与纬向风带的变化

当降低冷热源温差时，则三波逐渐过渡到四波。这时旋转速度为  $0.31 \text{ 秒}^{-1} R_{OT} = 0.068$ ， $G^{*-1} = 1.41 \times 10^{-3}$ 。由图 7 *a-c* 可见：在三槽中有一大槽加宽，图 7 *b* 上加宽的大槽分裂成两个小槽，图 7 *c* 上分裂后的槽逐渐加强形成不对称的四槽形势。针对

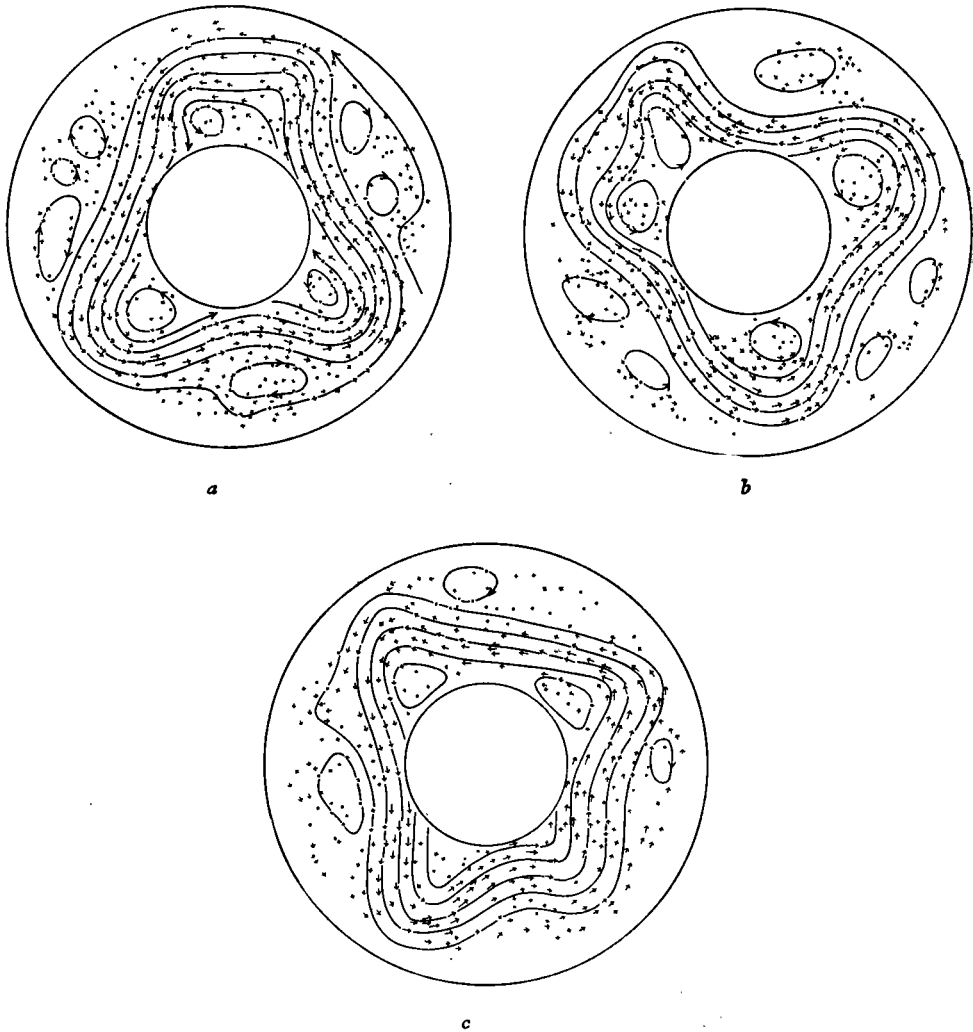
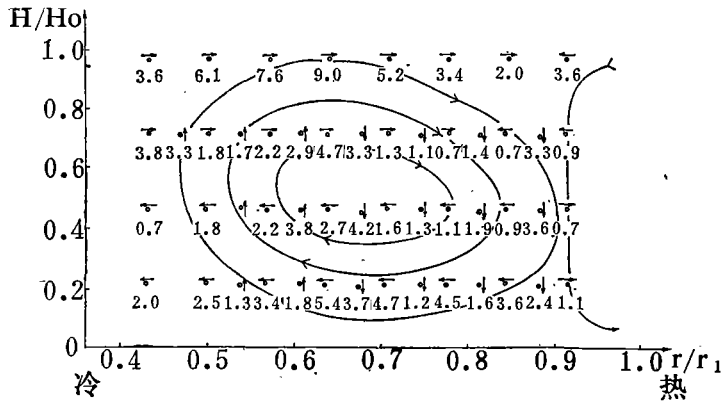
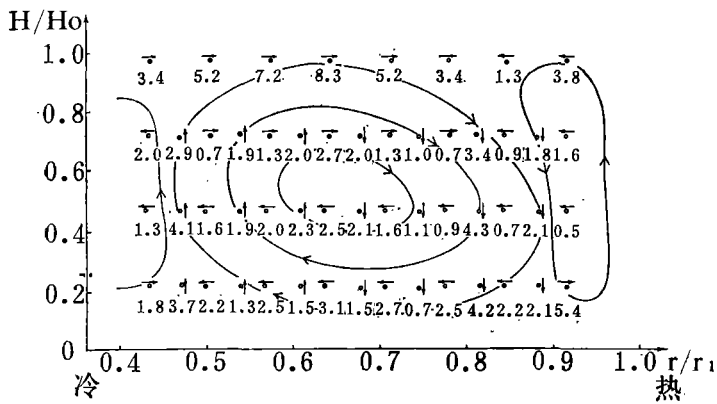


图 7 三到四波的流场变化

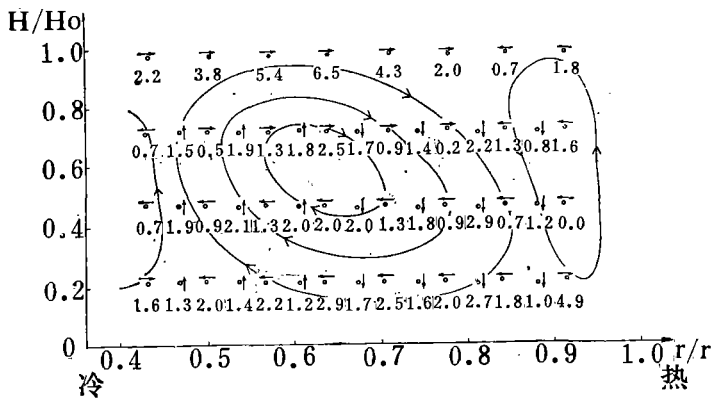
上述的过程，计算了平均经圈环流与纬向风带的变化。图 8 *a-c* 给出与图 7 各流场相应时刻的平均经圈环流，这三张图都表明在  $0.50$  到  $0.85$  的中纬度地带是一个明显的反环流。比较图 8 *a-c* 各层经向风速的数值，则可看到图 8 *a* 的  $v$  值大于图 8 *b* 上的  $v$  值，而图 8 *b* 上的  $v$  值大于图 8 *c* 的  $v$  值，它说明由三波向四波转变时经向风速逐渐减弱。图 9 *a-c* 是相应各阶段的西风剖面图。图 9 *a* 与图 9 *b* 时间间隔较近，西风强度变化不大。到图



a



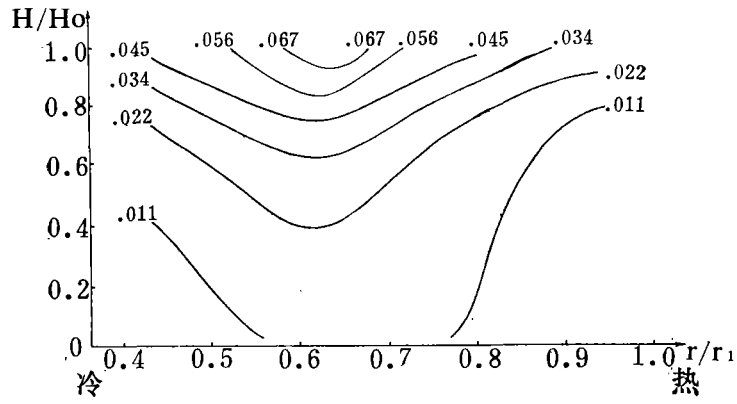
b



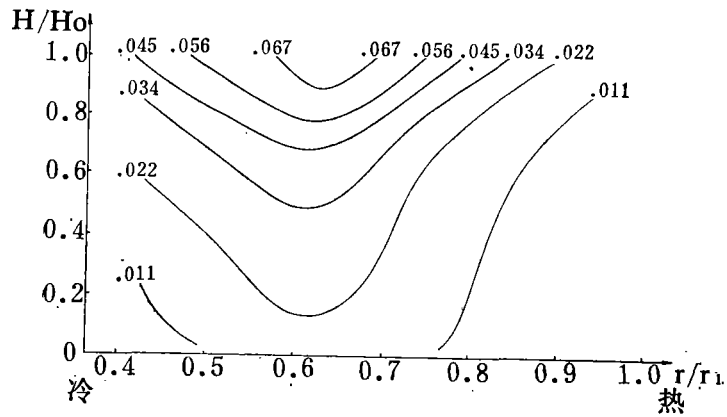
c

图 8 三到四波平均经圈环流变化  
 (v, w 均以无量纲数表之, 图中 v, w 数据乘以 10<sup>-3</sup>)

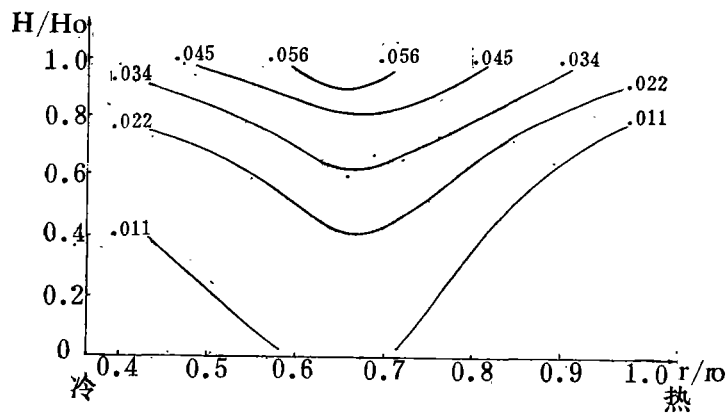
9 c 时西风逐渐减弱，与四到三波时西风迅速增强后又减弱的情形完全不同。



a



b



c

图 9 三到四波西风变化 ( $u$  以无量纲数表示)

## 六、稳定四槽三槽时的热量输送

在实际大气中,高、低纬的辐射热量收支是不平衡的。在高纬有热量的支出,低纬有热量的累积,因而必然有由低纬向高纬的热量输送,White<sup>[5]</sup>等从热量平衡的观点讨论了大气环流维持的机制。在园盘中,园盘外壁不断收入热量,内壁不断支出热量,这时也将有热量由热源输向冷源。现根据实际计算,来了解园盘中热量输送的过程。关于它的计算方法,已在第二节中作过说明。由于观测的限制,我们只能讨论稳定四波、三波时的热量输送值。图 10 给出稳定四波和三波时的热量输送值,由图可见:

1. 总热量输送值都是由热源指向冷源,三波时的总输送要比四波大。在这个例子中,当冷热源壁温差是  $4.0^{\circ}\text{C}$  以下时,维持四波形式,温差达到  $4.5^{\circ}\text{C}$  以上时,才过渡成三波。所以,三波的总热量输送比四波大,这与三波时外界加热强度也大是一致的。

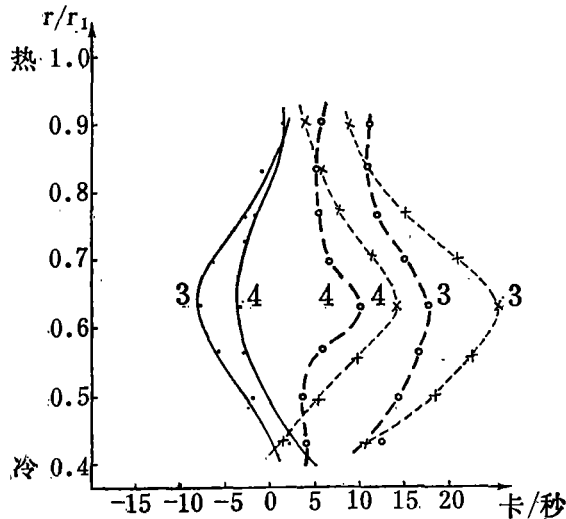


图 10 热量输送随纬度的变化

图中: 带圆圈的虚线表示总热量输送、带×虚线表示涡动输送、实线表示经圈环流输送  
(图中数字 3 和 4 分别表示 3 波和 4 波的热量输送)

2. 无论在三波还是四波时,涡动热量输送在中纬度起主要作用,经圈环流热量输送在中纬度很大范围内是负的。因此,由外部的加热降冷所要求的热量输送必须由涡动输送来完成。

3. 四波时的涡动热量输送与经圈环流的热量输送的绝对值都比三波小。四波时的涡动输送最大值是 14 卡/秒,而三波时的最大值是 25 卡/秒。

这里由于温度观测的误差,热量输送可能在量上不十分准确,但稳定三波和四波的大小对比上还是可靠的。

## 七、实验结果的初步讨论

上面的实验结果表明, 在环流形势变化前, 平均经圈环流与纬向风带先发生变化。经圈环流由反环流转变为正环流, 而后又转变为反环流; 纬向风带则由弱变强, 而后变弱。为什么在波的转变中会伴随着上述变化呢? 为了弄清楚这个问题, 我们首先应了解在常定的四波或三波的情况下是怎么维持反环流的。

在实际大气中, 中纬度平均经圈环流为一反环流。很多作者指出<sup>[6-9]</sup>, 这种反环流是和大型扰动的存在分不开的。陈秋士<sup>[9]</sup>把大尺度运动中的热成风平衡看成是在热成风不断建立和不断破坏中维持的。当用这种观点来考察形势变化过程时, 可把变化过程分为很多小的阶段; 在每个阶段中先考察热成风平衡的破坏, 而后再考察它向热成风平衡的调整。该文<sup>[9]</sup>中曾用这种方法讨论了大型扰动和平均经圈环流联系的物理过程, 指出: 加热场的南北差异和热量的南北大型涡动输送可引起南北平均温度梯度 $\left(-\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\right)$ 的改变, 而动量涡动输送通量的散度 $\left(-\frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial \bar{u}}\right)$ 随高度的变化可引起纬向西风随高度变化 $\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)$ 的改变。当这两者的改变不相一致时, 可造成平均纬向环流的热成风的不平衡。这种不平衡产生适应过程使它向热成风平衡调整, 并且它是通过造成平均经圈环流来实现的。因此, 中纬度的反环流就是在这种过程中产生和维持的。我们现在也类似地用这种观点, 讨论圆盘实验中经圈环流的变化。在常定四波时, 如图 10 所见, 南北热量的涡动输送有一定的强度。这时, 涡动输送的作用大于加热的作用(在维持平衡的情况下, 加热作用应和总热量输送相同), 使得南北温差减小。另一方面, 我们也可以根据大型扰动对纬向动量输送的结果, 来讨论流场上纬向环流随高度变化 $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)$ 的改变。Riehl 等<sup>[10]</sup>曾计算过园盘中定常波动时大型扰动对纬向动量输送的结果, 指出在园盘里大型扰动对纬向动量的输送很小。也就是说, 园盘中由于扰动动量输送所引起纬向环流流场上热成风 $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)$ 的改变可以不计。这样把流场上热成风 $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)$ 的改变和温度场热成风的改变结合起来, 我们就可以看出, 在每一瞬间, 可造成温度场上的热成风 $\left(\frac{\partial u_{\theta}}{\partial z}\right)$ , 和南北温度梯度有关, 小于流场上热成风 $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)$ 。因此引起非热成风的产生, 这时自然伴随着向热成风调整。根据热成风的调整规律, 当流场上热成风随高度改变大于温度场上的热成风时, 调整过程是通过反环流来实现的。因此, 在常定四波、三波时应维持反环流。从热量平衡来看, 反环流将抵消一部分涡动热量输送, 使南北加热和总热量输送相当。当南北温差加大后, 由南北加热作用所造成的南北温度梯度的作用增大。而在常定四波时, 热量涡动输送能力似乎有一定的限制, 它只能造成一定强度的南北温度梯度的减小。因此, 当加热作用不断加强发展到某一时刻后, 可能使加热作用在绝对量上大于热量的扰动输送, 这时它们的共同作用可造成南北温度梯度增加。如前所述<sup>[10]</sup>, 动量输送的作用仍很小。所以, 把温度场的改变和流场的改变结合起来加以考察时, 温度场上热成风的变化(指南北温度梯度增大)将大于流场上热成风的变化。这时将通过正环流来实现向热成风的调

整, 图 5 b, 5 c 中的正环流可能就是在这种情况下产生的。也就是说, 这种正环流是由于四波的扰动热量输送能力不够而引起南北温差加大所强迫形成的。

在园盘中, 似乎准定常波动状态总是和反环流相联系的。当正环流出现后, 会引起扰动系统振幅减弱。这时, 南北热量输送主要靠正环流维持。这种依靠经圈环流传递热量的过程似乎是不稳定的, 不能持久, 很快就引起扰动的新发展, 并迅速转变成常定的三波状态。在三波时, 由于它的热量扰动输送的能力是大于四波的, 扰动热量输送和南北加热的共同作用仍造成南北温差的减小, 如图所示, 又恢复到南北热量输送靠大型扰动维持的情形。这样, 在热成风不断破坏和不断适应的过程中, 又恢复成反环流。

三波到四波转变时, 也可用同样的观点加以讨论, 但它和四波到三波时不一样。因为, 三波时的热量输送能力比四波大, 在南北加热作用减少后, 显然不可能再出现南北温差增加所强迫的正环流现象。另外, 维持三波似乎需要一定量的热量涡动输送。当热量涡动输送减少时, 三波将不再维持而转换为四波。

上面只是对园盘中波的转变过程的初步定性讨论, 更精确的论证还有待于继续研究。

此外, 我们还应看到, 上述四波到三波的转换过程也是一种特殊形式的大形势转换。在这种转换中, 经圈环流和热量输送都有显著的改变。在大气中大形势转换时, 把经圈环流和热量输送联系起来讨论将是很有意义的工作。

致谢: 本文工作中曾得到谢义炳教授和叶笃正教授的指导和帮助, 谨致以衷心的感谢。

### 参 考 文 献

- 1] Fultz, D., *Advances in Geophysics*, **7** (1961), 10—44.
- [2] Hide, R., *Phil. Tran. Roy. Soc. Lon.*, A 250 (1958), 441—478.
- [3] Fultz, D. 等, *Meteo. Monographs*, **4** (1959), №21 104.
- [4] Riehl, H. and Fultz, D., *Quar. Jour. Roy. Met. Soc.*, **83** (1957), 215—232.
- [5] White, R. M., *Quar. Jour. Roy. Met. Soc.*, **77** (1951), 188—199.
- [6] Phillips, N. A., *Tellus*, **6** (1954), 272—286.
- [7] Phillips, N. A., *Quar. Jour. Roy. Met. Soc.*, **82** (1956), 123—164.
- [8] Kuo, H. L. (郭晓岚), *J. Met.* **13** (1956), 561—568.
- [9] 陈秋士, *气象学报*, **33** (1963), 51—63, 153—162.
- [10] Riehl, H. and Fultz, D., *Quar. Jour. Roy. Met. Soc.*, **84** (1958), 389—416.

## AN ANALYSES OF THE CHANGES OF THE LONG- WAVES IN A STEADY ROTATING DISHPAN EXPERIMENT

Fu Ke-zhuang   Wu Hui-ding   Fang Xiang-fa

(Department of Geophysics, Beijing University)

### Abstract

In our experiment, the fluid is contained between two concentric rotating dishpans, the inner one is a cold source and the outer a heat source. The increase and decrease of the temperature difference between the heat and cold source may effect the changes of the wave number of fluid flow in a steady rotating dishpans. It is analysed carefully that the four-waves flow changes into three-waves and vice versa. We observe that the mean meridional circulation and the intensity of mean zonal current vary rapidly during the changes from the four-waves flow into three-waves. In the steady four-waves flow, the mean meridional circulation is indirect, with a descending motion near the cold source and an ascending motion near the heat source, as shown in Fig. 4. However, at the beginning of the transformation from the four-waves flow into three-waves, the mean meridional circulation changes rapidly into direct (Fig. 4). As soon as the three-waves flow has been formed, the indirect mean meridional circulation is reproduced. The mean zonal flow is also changed with the mean meridional circulation. At beginning it intensifies and then it weakens. During the transformation from three-waves flow into four-waves, the variations described above in mean meridional circulation and zonal flow do not occur, but the variations in intensity may also appear.

It is calculated that the heat transfer by large-scale eddies is different between three-waves and four-waves steady current. The heat transfer by eddies of three-waves is larger than that of four-waves.

Some explanations of these results of the experiment are discussed. It seems that the variations of meridional circulation and heat transfer by large-scale eddies may play an important role in the medium range variations of the general circulation of the atmosphere.