

## 自然云中的冰水转化过程\*

赵柏林 冯志耀

(北京大学地球物理系)

### 提 要

本文讨论了在自然过冷云中的冰水转化过程,和降水元产生的情况。从计算的结果指出,过去用的静止、等温、或冰核均匀的冰水转化过程,不能很好地反映真实的云中状况。上升气流,或冰核谱、非等温效应等对于冰水转化过程有很大的影响。

### 一、引 言

根据 Bergeron 学说,当云中冰水共存时,由于冰水表面饱和水汽压不同,将使水滴蒸发,冰晶增长,长到一定大小的冰晶将化为降水元下落,破坏了云中的胶性稳定态。所以过冷云中的冰水转化过程对降水元的产生具有重要的作用。为此,曾有不少工作对于过冷云中的冰水转化过程进行了研究<sup>[1-4]</sup>。但是他们都在不同程度上假定了过程是在静止、封闭、恒温的体系中进行的,故而他们的工作只能做为初级近似。在研究自然云中冰水转化时,必须注意以下几点。(1)云体不是稳定静止的,是存在着上升气流的。由于上升气流使空气团的状态不断地改变,使得冰水转化过程不是在恒温的情况下进行。这会影响到饱和度的变化,影响冰水转化的过程。(2)云中成冰核的数目不是常数,一般是随高度成指数增加的,因而使得云中的冰晶不是单谱而是广谱的。(3)冰水转化过程的系统不是封闭的,一方面在云体中存在着对于冰晶、水滴、水汽的湍流传输作用,一方面长到足够大的冰晶将化为降水元落下来而不再参与原空气团中的冰水转化作用;这些都会造成系统中水分平衡的变化。(4)在冰晶升华增长与水滴蒸发(或凝结)时,要考虑到由于水滴及冰晶的相变,引起滴表面(和冰晶表面)与周围空气间温度的不同,及由此相变所造成的空气温度的变化。(5)冰晶升华长大以后,要考虑冰晶对于水滴的碰并增长。而在过去的一些工作中,对于这些因素未能予以充分讨论。鉴于冰水转化问题的重要,我们企图依据上述因子(除湍流传输另有工作讨论外)重新探索这个问题。以期有助于自然过冷云降水效率和人工增雨可能性的衡量。

### 二、过冷云中的冰水转化过程

过冷云中冰晶生成的主要机制是:(1)原已存在于大气中的自然成冰核,在足够低的温度下将吸附水汽凝华成冰。(2)小水滴在过冷的温度下自然晶化成冰。这两者产生冰晶的机率都是随着温度的降低而增加的,所以随着上升气流云中不断地有新的冰晶诞生。这些冰晶在云中不断地增长,即出现了云中冰水转化的局面。在冰水转化过程中,水分

\* 本文于1964年10月28日收到。

的变化是由水滴蒸发(或凝结)、冰晶升华及空气团由于上升而造成状态改变的综合结果。以下分别进行讨论。

### 1. 空气团上升而造成水分状态的变化

在云中存在有上升气流的情况下, 上升的空气团不断地改变水分状态。它一方面取决于上升气流速度, 一方面受冰晶与水滴相变的情况所影响。

(1) 温度的变化 气团内温度的变化, 一方面为气团上升膨胀做功所造成的, 一方面为水滴及冰晶相变时潜热的变化所造成的; 所以气团内温度的变化为:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{Ag}{c_p} \frac{dz}{dt} + \frac{L_w}{c_p} \frac{dq_w}{dt} + \frac{L_i}{c_p} \frac{dq_i}{dt}, \quad (1)$$

其中  $A = 0.24 \times 10^{-7}$  卡/尔格, 即热功当量,  $L_w$ ,  $L_i$  为水及冰的相变潜热,  $q_w$ ,  $q_i$  为单位质量空气中水滴和冰晶的含水量,  $c_p$  为空气的比热,  $g$  为重力加速度,  $T$  为温度。

(2) 水汽压的变化 空气团内水汽压的变化, 一方面为水滴及冰晶相变所造成的, 一方面为气团体积膨胀所造成的。按比湿  $q$  的定义

$$q = \epsilon \frac{e}{p}, \quad (2)$$

其中  $e$  是水汽压,  $p$  是空气压力,  $\epsilon = 0.622$ 。

于是

$$\frac{de}{dt} = \frac{p}{\epsilon} \frac{dq}{dt} + \frac{e}{p} \frac{dp}{dt}. \quad (3)$$

由水滴及冰晶相变所造成的比湿变化为:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{dq_w}{dt} - \frac{dq_i}{dt} \quad (4)$$

所以

$$\frac{de}{dt} = \frac{p}{\epsilon} \left[ -\frac{dq_w}{dt} - \frac{dq_i}{dt} + \frac{\epsilon e}{p^2} \frac{dp}{dt} \right]. \quad (5)$$

(3) 过饱和度的变化 按过饱和度的定义为:

$$S_w = \frac{e - E_w}{E_w} \quad (6)$$

由此

$$\frac{dS_w}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{e - E_w}{E_w} \right) = \frac{1}{E_w} \frac{de}{dt} - \frac{e}{E_w^2} \frac{dE_w}{dt}, \quad (7)$$

其中  $S_w$  为相对于平面水面上的过饱和度,  $E_w$  是对水面上的饱和水汽压力。

按 Clausius-Clapeyron 方程有:

$$\begin{aligned} \frac{dE_w}{dt} &= \frac{dE_w}{dT} \frac{dT}{dt} = \frac{\epsilon L_w E_w}{RT^2} \frac{dT}{dt} \\ &= \left( -\frac{Ag}{c_p} \frac{dz}{dt} + \frac{L_w}{c_p} \frac{dq_w}{dt} + \frac{L_i}{c_p} \frac{dq_i}{dt} \right) \frac{\epsilon L_w E_w}{RT^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

将(5),(8)式代入(7)式, 并利用静力学方程  $dp = -\rho g dz$  和气体状态方程  $p = \rho RT$ , 我们有过饱和度变化方程为:

$$\frac{dS_w}{dt} = \left( -\frac{g}{RT} + \frac{A\epsilon L_w g}{c_p R T^2} \right) w - \left( \frac{\epsilon L_w^2}{c_p R T^2} + \frac{p}{\epsilon E_w} \right) \frac{dq_w}{dt} - \left( \frac{\epsilon L_i L_w}{c_p R T^2} + \frac{p}{\epsilon E_w} \right) \frac{dq_i}{dt} \quad (9)$$

其中,  $w$  为垂直运动速度,  $R$  是干空气气体常数.

## 2. 水滴蒸发(或凝结)造成空气团中水分的变化

水滴的凝结增长方程可写为<sup>[6]</sup>:

$$r_w \frac{dr_w}{dt} = \frac{S_w}{f_w \rho_w}, \quad f_w = \frac{L_w^2}{x R_* T^2} + \frac{R_* T}{D E_w}, \quad (10)$$

$r_w$  为水滴半径,  $\rho_w$  为水的密度,  $x$  为热传导系数,  $D$  为扩散系数,  $R_*$  是水汽的气体常数.

空气团单位质量空气中水滴含水量的变化为:

$$\frac{dq_w}{dt} = 4\pi \rho_w r_w^2 \frac{N_w}{\rho} \frac{dr_w}{dt} = \frac{4\pi r_w S_w N_w}{f_w \rho}, \quad (11)$$

其中  $\rho$  为空气密度,  $N_w$  为水滴浓度(个/厘米<sup>3</sup>).

## 3. 冰晶升华造成空气团中水分状态的变化

冰晶的升华增长方程为<sup>[6]</sup>:

$$r_i \frac{dr_i}{dt} = \frac{S_i}{f_i \rho_i}, \quad f_i = \frac{L_i^2}{x R_* T^2} + \frac{R_* T}{D E_i}. \quad (12)$$

其中  $r_i$  为冰晶的半径,  $S_i$  为相对冰面上的过饱和度, 等于  $\frac{e - E_i}{E_i}$ ,  $E_i$  为对冰面上的饱和水汽压,  $\rho_i$  是冰晶的密度.

空气团单位质量空气中冰晶含水量的变化为:

$$\frac{dq_i}{dt} = \int_0^t 4\pi \rho_i r_i^2 \frac{dr_i(t, t')}{dt} \frac{1}{\rho} \frac{dN_i(t')}{dt'} dt' = \int_0^t \frac{4\pi S_i r_i(t, t')}{f_i \rho} (-\gamma w) \frac{dN_i(t')}{dT} dt', \quad (13)$$

其中  $N_i$  为成冰核的浓度,  $\gamma$  为温度递减率.

冰晶升华增长到  $r_i \geq 40\mu$  以后, 应考虑到冰晶与水滴碰并的作用, 所以完整的冰晶增长方程为:

$$\frac{dr_i}{dt} = \frac{S_i}{f_i \rho_i r_i} + \frac{\pi}{3} \frac{\rho_w}{\rho_i} E r_w^3 v_i N_w, \quad (14)$$

其中  $v_i$  为冰晶的下落速度,  $E$  为冰晶对水滴的捕获系数,  $f_i$  同前(12)式.

综合上述(9)–(11), (13), (14)式及碰并方程:

$$\frac{dN_w}{dt} = -N_i N_w E \pi r_i^2 v_i \quad (15)$$

六个方程, 组成了过冷云中冰水转化的完整方程组.

## 三、计算结果

对于冰水转化过程方程组(9)–(11), (13)–(15)式, 采用折线差分法(步长为1秒), 借助电子计算机计算求解. 在计算中选用的参数如下:  $\gamma = 6.84$  度/公里, 起始气压 700 毫巴, 起始时云中水滴平均半径  $\bar{r}_w = 10\mu$ , 浓度  $N_w = 250$  个/厘米<sup>3</sup>, 平均捕获系数  $E = 0.4$ , 取  $\rho_i = \rho_w = 1$  克/厘米<sup>3</sup>,  $\rho = 0.96 \times 10^{-3}$  克/厘米<sup>3</sup>, 冰晶下落速度采用 Gunn 的实验资料,  $v_i = -23.5 + 0.97 \times 10^4 r_i$  厘米/秒, 成冰核的浓度取 Smith, Heffernan 观测的

资料 (如图 1 所示)<sup>[5]</sup>, 用两根指数曲线逼近它。在浓度较大的情况下,  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.582t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>, 起始温度  $t_0 = -15^{\circ}\text{C}$ , 垂直气流速度为 0.5 米/秒, 1 米/秒, 2 米/秒。浓度较小的情况下  $N_i = 1.053 \times 10^{-7} e^{-0.523t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>, 由于成冰核浓度很低, 故起始温度  $t_0 = -20^{\circ}\text{C}$ , 垂直气流速度为 1 米/秒, 共计四种情况, 进行计算, 计算结果如图 2—5 中所示。由计算结果可归纳出如下二方面特点。

(1) 冰水转化过程 由计算的结果看来, 云中冰水转化所需要的时间是相当长的, 初始时水滴和冰晶同时得到增长, 以后水滴蒸发现象就逐渐地出现了。在不同的垂直气流的情况下, 冰水转化过程进行完毕需要的时间也不同, 终结时所在的高度也不同。对于成冰核浓度较大的情况下 ( $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>),  $w = 0.5$

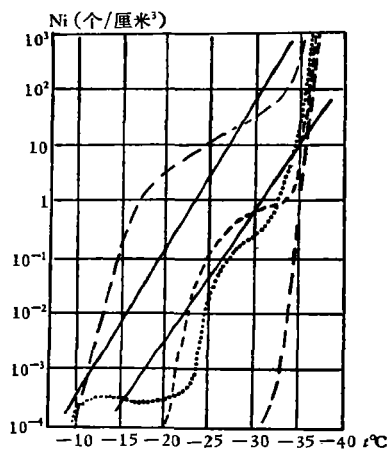
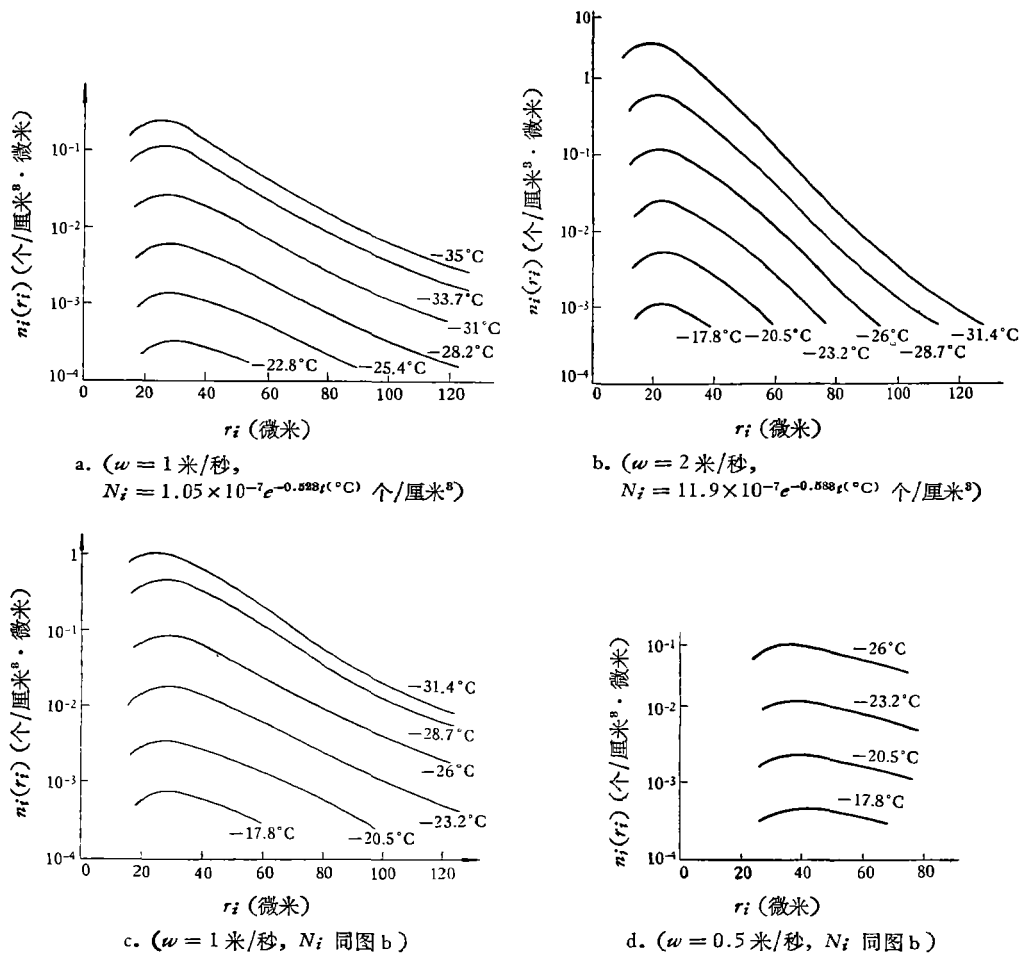
图 1 成冰核谱分布<sup>[5]</sup>

图 2 各高度上的冰晶谱分布

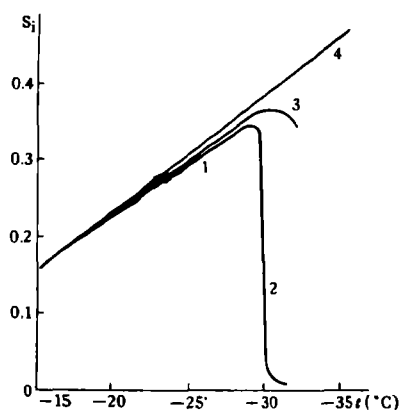


图3 云中冰面过饱和度的变化

1.  $w = 0.5$  米/秒  
 2.  $w = 1.0$  米/秒  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>  
 3.  $w = 2.0$  米/秒  
 4.  $w = 1.0$  米/秒  $N_i = 1.05 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>

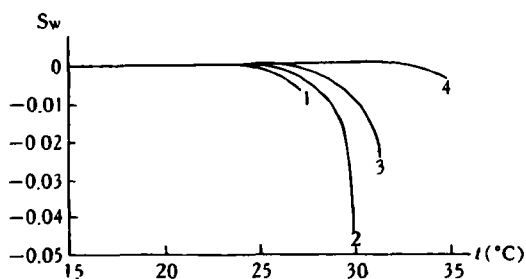


图4 云中水面过饱和度的变化

1.  $w = 0.5$  米/秒  
 2.  $w = 1.0$  米/秒  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>  
 3.  $w = 2.0$  米/秒  
 4.  $w = 1.0$  米/秒  $N_i = 1.05 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>

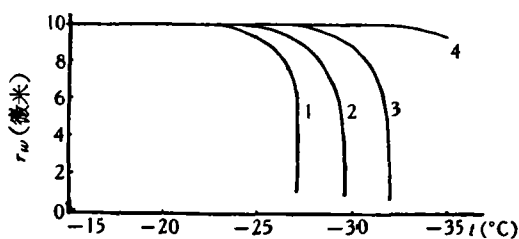


图5 水滴尺度的变化

1.  $w = 0.5$  米/秒  
 2.  $w = 1.0$  米/秒  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>  
 3.  $w = 2.0$  米/秒  
 4.  $w = 1.0$  米/秒  $N_i = 1.05 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>

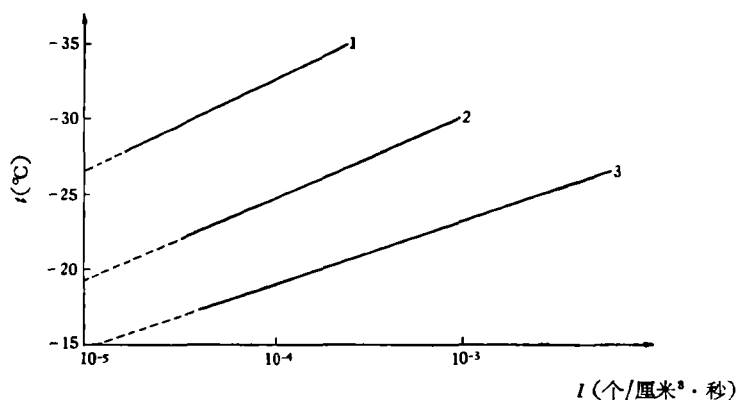


图6 各高度上降水元的生成率

1.  $w = 1$  米/秒,  $N_i = 1.05 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>,  
 2.  $w = 1$  米/秒,  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>,  
 3.  $w = 0.5$  米/秒,  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.559t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>

米/秒, 冰水转化进行完毕需时 3500 秒, 折合高度 1750 米, 即由  $-15^{\circ}\text{C}$  至  $-27^{\circ}\text{C}$  的范围内。  $w = 1$  米/秒, 冰水转化进行完毕需时 2150 秒, 折合高度 2150 米, 温度范围是由  $-15^{\circ}\text{C}$  至  $-29^{\circ}\text{C}$ 。  $w = 2$  米/秒, 冰水转化过程进行完毕所需要的时间是 1250 秒, 折合高度 2500 米, 温度范围是由  $-15^{\circ}\text{C}$  至  $-32^{\circ}\text{C}$ 。 在成冰核浓度较少的情况下 ( $N_i = 1.053 \times 10^{-7} e^{-0.523t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>),  $w = 1$  米/秒, 经过 2200 秒, 即由  $-20^{\circ}\text{C}$  至  $-35^{\circ}\text{C}$ , 此时冰水转化过程仍然未进行完毕。

(2) 降水元的生成 假设空气团内冰晶增长至上升气流不能托住时, 就开始下落, 此后脱落的冰晶将不再参与气团内的冰水转化过程, 而作为降水元落下来。 降水元的生成率随着高度指数增加, 同时上升气流速度愈大, 降水元生成率也愈低(见图 6)。

## 四、结果的讨论

### 1. 垂直气流的影响

以前对于冰水转化问题的讨论认为过程是在等温、静止的情况下进行的, 过程进行完毕的时间决定于冰晶及水滴的浓度。 实际上垂直气流是存在的, 冰水转化过程是在非恒温的状况下进行的, 并且冰晶胚胎是连续生成的。 假若上述的示例过程是静止、等温、成冰核匀谱的情况下进行的, 对应于  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>,  $w = 2$  米/秒, 我们取  $\bar{N}_i = 1$  个/厘米<sup>3</sup>,  $w = 0$  米/秒,  $\bar{t} = -23.5^{\circ}\text{C}$ , 则冰水转化进行完毕只需 695 秒, 冰晶最大尺度  $r_i = 67\mu$ 。 对应于  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>,  $w = 1$  米/秒, 我们取  $\bar{N}_i = 0.24$ ,  $w = 0$  米/秒,  $\bar{t} = -21^{\circ}\text{C}$ , 则冰水转化完毕只需 1570 秒, 冰晶最大尺度  $r_i = 107\mu$ 。 由此可见, 用静止、等温、成冰核匀谱的方法处理云中冰水转化将与实际过程产生较大的差异, 所以垂直气流等因素的影响是不应忽略的。

### 2. 冰晶碰并增长的作用

对于成冰核浓度较多 ( $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>) 者,  $w = 1$  米/秒的情况, 我们作了考虑冰晶与水滴的碰并增长与不考虑冰晶与水滴的碰并增长的计算(见图 7)。 从

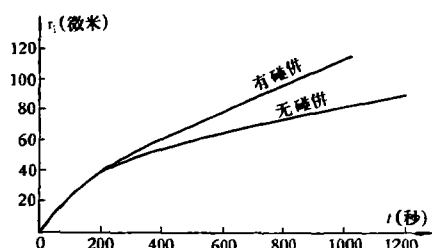


图 7a 冰晶尺度的增长

( $w = 1$  米/秒,  $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^{\circ}\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>)

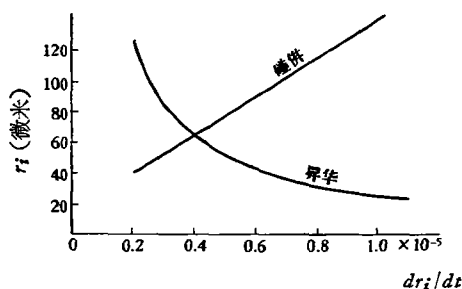


图 7b 冰晶尺度的增长

( $w = 1$  米/秒,  $t = -26^{\circ}\text{C}$   $S_i = 0.32$ )

计算结果看出, 在  $r_i \geq 40-50\mu$  以后, 升华增长速度减慢, 相应地碰并增长作用逐渐地重要起来。 在  $r_i \geq 80-100\mu$  以后, 它们的差异已经是十分可观了。 所以对于大尺度的冰晶应注意它的作用。

### 3. 成冰核浓度的作用

对于两种成冰核谱的条件下, 比较计算的结果可以看出, 由于成冰核浓度不同, 冰水

转化进行的速度很不相同。在成冰核浓度较多的情况下( $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>), 在  $w = 1$  米/秒时, 冰水转化过程在  $-27^\circ\text{C}$  的高度上即能进行完毕; 而在成冰核浓度较少的情况下 ( $N_i = 1.053 \times 10^{-7} e^{-0.332t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>), 直至  $-35^\circ\text{C}$  冰水转化仍未充分进行完毕。降水元生成率两者相差也很大, 如在  $-30^\circ\text{C}$  的高度上成冰核浓度较多时, 降水元生成率可达  $10^{-3}$  个/厘米<sup>3</sup> 秒, 而成冰核浓度较少时, 降水元生成率只有  $3.6 \times 10^{-4}$  个/厘米<sup>3</sup> 秒。

#### 4. 自然降水效率问题

从自然成冰核导致过冷云冰水转化而产生的降水, 降水效率是很低的。在温度高于  $-15^\circ\text{C}$ — $-20^\circ\text{C}$  的云层里, 自然成冰核本身就很少, 冰水转化生成的降水元更要少些。而在温度低于  $-15^\circ\text{C}$ — $-20^\circ\text{C}$  范围的云层里, 可以有较多的成冰核, 虽然它具有活跃性, 但是它们不能立刻对于降水发挥作用, 只有等到空气团上升达更低的温度时, 它们才能化为降水元。对于这个现象, 上升气流速度愈大愈严重。以成冰核浓度较大者为例 ( $N_i = 11.9 \times 10^{-7} e^{-0.583t(^\circ\text{C})}$  个/厘米<sup>3</sup>), 在  $-25^\circ\text{C}$  时, 活跃成冰核的浓度为 2.6 个/厘米<sup>3</sup>, 而在此高度上的降水元生成率, 当  $w = 0.5$  米/秒时, 它为  $2.4 \times 10^{-3}$  个/厘米<sup>3</sup> 秒, 当  $w = 1$  米/秒时, 它为  $1.1 \times 10^{-4}$  个/厘米<sup>3</sup> 秒。而  $-25^\circ\text{C}$  高度上诞生的冰晶, 它若成为降水元至少需时一千秒以上 ( $w = 0.5$ — $1$  米/秒)。此时空气团已经升至  $-30^\circ\text{C}$  附近了, 自然过冷云中成冰核缺乏情况, 可见一斑。

### 五、结 语

1. 从计算的结果看来, 过去考虑云中冰水转化是在封闭、静止、等温的环境下进行的, 这样的结果不能很好地反映云中真实状况, 上升气流等因素必须给予充分地注意。

2. 自然云中冰水转化过程是比较长的, 在过程中云中维持近于水面饱和态。随着上升气流上升不断地有降水元生成。但是一般情况, 降水元生成率是很低的, 它的数量和上升气流速度成反比, 上升气流愈大的云中, 降水元生成率愈低。

### 参 考 文 献

- [1] Шифрин, К. С., Труды ГГО, Вып. 31, 1951.
- [2] Braham, R. R., Sievers, J. R., Artificial Stimulation of Rain. ed. H. Weickmann, W. Smith, London: Pergamon Press, 1957, 251.
- [3] Беляев, В. И., Метод лагранжа в кинетике облачных процессов. Гидрометеиздат, Ленинград, 1957, 49.
- [4] Качурин, Л. Г., Изв. АН. СССР. сер. Геоф., № 2, 1951.
- [5] Smith, E. J., Heffernan, K. J., Q. J. Roy. Met. Soc., 80 (1954), 182.
- [6] Mason, B. J., The Physics of Clouds, Oxford, 1957, 107.

## КИНЕТИКА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ОБЛАКОВ

Чжао Бо-лин      Фэн Чжи-сянь

(Пекинский Университет)

### Резюме

В статье рассматривается кинетика перегонки в переохлажденном облаке при природных условиях. Расчёт показал, что восходящий поток и спектр ядер кристаллизации играют важные роли в процессе.