第34卷 第4期 气 象 学 报 Vol. 34, No. 4
1964 年 11 月 ACTA METEOROLOGICA SINICA November, 1964

大气环流的一个数值試驗*

陈 雄 山
(中国科学院地球物理研究所)

提 要

考虑地形及加热作用，建立了一个大气环流数值試驗准地轉二层模式. 在輻射加热中考虑了云对长短波輻射的影响，而假定云的出現与否仅依賴于垂直速度. 在模式中放置了北半球实际的地形及海陆分布，而下垫面的溫度由求解下垫面热传导方程得出. 把方程組化成非綫性常微分方程組，用 Runge-Kutta 方法在电子計算机上求解.

在不計扰动的情况下，在具有年周期的太阳短波輻射的作用下，逐漸建立起下垫面緯圈平均溫度梯度及基本气流. 下垫面溫度具有很清楚的季节变化，位相落后于太阳短波輻射一个月，求得的冬夏季的下垫面溫度值与实际的气候值相当. 基本气流也有明显的季节变化，夏季风速減弱，急流向北移，冬季风速增强，急流向南移，位相落后于太阳短波輻射一个多月.

北半球实际的海陆分布的热力特性，在冬季能使亚洲及太平洋上空变冷，并能使大西洋及欧洲上空变暖. 在非絕热加热和地形的共同作用下，在冬季出現了随时間变化着的东亚大槽和北美大槽，以及冷空气活动过程. 这种冷空气活动有其偏爱地区：起源于苏联新地島上空，并向东南方向移动.

一、引 言

1956 年 Phillips[1] 在簡单的斜压模式中放置了不随流場变化的固定热源，利用数值預报的方法研究大气环流. 其后 Charney[2] 建議用与流場本身能調整的热源. 在 Matsumoto[3], Bryan[4], Lorenz[5] 和 Smagorinsky[6] 等模式中所用的热源就与此相当. 本文再进一步考虑云对长短波輻射的影响. 因为云对短波輻射有很大的反射率，而云对长波輻射来講又近于黑体，所以云的存在一定会影响輻射加热. 但不想使問題过分复杂化，仅假定在上升区有云，下沉区无云.

另一方面考虑海陆的影响. 作者[7]曾用給定的正弦分布的下垫面温度来模仿海陆的作用，現在想更完善地考虑北半球实际的海陆分布，用下垫面热传导方程来决定下垫面温度. 这样，大气与下垫面可以作为相互影响的統一体来处理. 再者，考虑北半球实际的地形，于是在实际的海陆分布与实际的地形的影响下，大气中所出現的槽脊应該有它固定地理位置的偏爱地区，这样可能有助于解释一些天气系統.

* 本文 1964 年 4 月 10 日收到，6 月收到修改稿.

二、模式的建立

运动是取在 β 平面上，象 Phillips[1] 一样取地轉二层模式，并考虑地形的动力作用，以及輻射、湍流和凝結三种加热作用。把涡度方程写在 250 毫巴及 750 毫巴上，热力学方程写在 500 毫巴上，得到

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial t}+u_1\frac{\partial}{\partial x}+v_1\frac{\partial}{\partial y}\right)(\zeta_1+\beta y)-f_0\frac{\omega_2}{p_2}=a\nabla^2\zeta_1,\\
&\left(\frac{\partial}{\partial t}+u_3\frac{\partial}{\partial x}+v_3\frac{\partial}{\partial y}\right)(\zeta_3+\beta y)+f_0\frac{\omega_2}{p_2}=a\nabla^2\zeta_3-k\left(\frac{3}{2}\zeta_3-\frac{1}{2}\zeta_1\right)+f_0\frac{\omega_4}{p_2},\\
&f_0\frac{\omega_2}{p_2}=A^2\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+u_2\frac{\partial}{\partial x}+v_2\frac{\partial}{\partial y}\right)(\psi_1-\psi_3)-\frac{R}{f_0c_p}(Q_r+Q_t+Q_c)\right].
\end{aligned}\right\}\tag{2.1}$$

下标 0，1，2，3，4 分别表示在 0，250，500，750，1000 毫巴上的值，$\psi=\frac{g}{f_0}z$ 为地轉流函数，g 为重力加速度，f 为地轉参数，f_0 为平均的地轉参数，z 为等压面高度，u 及 v 分别表示向东及向北的风速，ζ 为相对涡度，$\beta=\frac{df}{dy}=\text{const}$，$\omega=\frac{dp}{dt}$ 是在等压面坐标中的垂直速度，a 为侧向湍流交換系数，k 为摩擦系数，$A^2=\frac{f_0^2}{RT_2}\cdot\frac{\theta_2}{\theta_1-\theta_3}=\text{const}$ 表征静力稳定度的量，其中 R 为气体常数，T 为温度，θ 为位温，c_p 为定压比热，Q_r，Q_t，Q_c 分别表示在单位时間內对单位質量大气的輻射、湍流和凝結加热。

在推求上式时已利用了边界条件

$p=0$ 处　　$\omega_0=0.$　　(2.2)

而 ω_4 由地形动力作用来决定，将在下节討論。

为了討論緯圈平均的基本运动与扰动运动，定义某一量 $G(x,y,t)$ 对 x 的平均为

$$\bar{G}(y,t)=\frac{1}{L}\int_0^L G(x,y,t)\,dx,\tag{2.3}$$

于是扰动量为

$$G'(x,y,t)=G(x,y,t)-\bar{G}(y,t).\tag{2.4}$$

把 u，v，ζ，ω，ψ，Q_r，Q_t，Q_c 都分成平均量及扰动量代入涡度方程及热力学方程，对 x 平均，再对 y 积分，得到基本运动方程组[7]

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\bar{u}_1}{\partial t}-f_0\bar{v}_1=-\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u_1'v_1'})+a\frac{\partial^2\bar{u}_1}{\partial y^2},\\
&\frac{\partial\bar{u}_3}{\partial t}-f_0\bar{v}_3=-\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u_3'v_3'})+a\frac{\partial^2\bar{u}_3}{\partial y^2}-k\left(\frac{3}{2}\bar{u}_3-\frac{1}{2}\bar{u}_1\right),\\
&f_0\frac{\bar{\omega}_2}{p_2}=A^2\left\{\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\psi}_1-\bar{\psi}_3)+\frac{\partial}{\partial y}[\overline{v_2'(\psi_1'-\psi_3')}]-\frac{R}{f_0c_p}(\bar{Q}_r+\bar{Q}_t+\bar{Q}_c)\right\},
\end{aligned}\right\}\tag{2.5}$$

容易求得扰动运动方程为

$$\left.\begin{aligned}
&\nabla^2\frac{\partial\psi_1'}{\partial t}+\bar{u}_1\frac{\partial\zeta_1'}{\partial x}+v_1'\left(\frac{\partial\bar{\zeta}_1}{\partial y}+\beta\right)+u_1'\frac{\partial\zeta_1'}{\partial x}+v_1'\frac{\partial\zeta_1'}{\partial y}-f_0\frac{\omega_2'}{p_2}=a\nabla^2\zeta_1',\\
&\nabla^2\frac{\partial\psi_3'}{\partial t}+\bar{u}_3\frac{\partial\zeta_3'}{\partial x}+v_3'\left(\frac{\partial\bar{\zeta}_3}{\partial y}+\beta\right)+u_3'\frac{\partial\zeta_3'}{\partial x}+v_3'\frac{\partial\zeta_3'}{\partial y}+f_0\frac{\omega_2'}{p_2}=\\
&\qquad=a\nabla^2\zeta_3'-k\left(\frac{3}{2}\zeta_3'-\frac{1}{2}\zeta_1'\right)+f_0\frac{\omega_4'}{p_2},\\
&f_0\frac{\omega_2'}{p_2}=\Lambda^2\left[\frac{\partial}{\partial t}(\psi_1'-\psi_3')+\bar{u}_2\frac{\partial}{\partial x}(\psi_1'-\psi_3')-(\bar{u}_1-\bar{u}_3)v_2'+\right.\\
&\qquad\left.+u_2'\frac{\partial}{\partial x}(\psi_1'-\psi_3')+v_2'\frac{\partial}{\partial y}(\psi_1'-\psi_3')-\frac{R}{f_0c_p}(Q_r'+Q_t'+Q_c')\right],
\end{aligned}\right\}\tag{2.6}$$

其中保留了扰动的二次乘积项.

对基本运动的变量在 y 方向上的分布，仅取五个点来描写，例如用 $\bar{u}_{1-2}$, $\bar{u}_{1-1}$, $\bar{u}_{1+0}$, $\bar{u}_{1+1}$, $\bar{u}_{1+2}$ 来表示 $\bar{u}_1$ 分别在 $y=-W$, $-\frac{1}{2}W$, 0, $\frac{1}{2}W$, W 上的值，而 $y=-W$ 表示在赤道，而 $y=W$ 表示在北极.

在边界点上要满足边界条件，即

$$\text{在 } y=\pm W \text{ 上,}\qquad \bar{u}_1=\bar{u}_3=\frac{\partial^2\bar{u}_1}{\partial y^2}=\frac{\partial^2\bar{u}_3}{\partial y^2}=0.\tag{2.7}$$

容易求得

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial^2\bar{u}_{1+1}}{\partial y^2}&=\frac{4}{W^2}(-2\bar{u}_{1+1}+\bar{u}_{1+0}),\\
\frac{\partial^2\bar{u}_{1+0}}{\partial y^2}&=\frac{4}{W^2}(\bar{u}_{1+1}-2\bar{u}_{1+0}+\bar{u}_{1-1}),\\
\frac{\partial^2\bar{u}_{1-1}}{\partial y^2}&=\frac{4}{W^2}(-2\bar{u}_{1-1}+\bar{u}_{1+0}),
\end{aligned}\right\}\tag{2.8}$$

以及

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial^4\bar{u}_{1+1}}{\partial y^4}&=\frac{16}{W^4}(5\bar{u}_{1+1}-4\bar{u}_{1+0}+\bar{u}_{1-1}),\\
\frac{\partial^4\bar{u}_{1+0}}{\partial y^4}&=\frac{16}{W^4}(-4\bar{u}_{1+1}+6\bar{u}_{1+0}-4\bar{u}_{1-1}),\\
\frac{\partial^4\bar{u}_{1-1}}{\partial y^4}&=\frac{16}{W^4}(\bar{u}_{1+1}-4\bar{u}_{1+0}+5\bar{u}_{1-1}).
\end{aligned}\right\}\tag{2.9}$$

对扰动运动的变量用双重富氏級数展开. 在 x 方向上取六个波；在 y 方向上，为了满足在 $y=\pm W$ 处扰动量为零，只取了三个分量. 于是 ψ_1' 可写成

$$\begin{aligned}
\psi_1'(x,y,t)=&\sum_{m=1}^{6}\left[(\psi_1')_{m1}\cos m\frac{2\pi}{L}x+(\psi_1')_{m2}\sin m\frac{2\pi}{L}x\right]\cos\frac{\pi}{2W}y+\\
&+\sum_{m=1}^{6}\left[(\psi_1')_{m3}\cos m\frac{2\pi}{L}x+(\psi_1')_{m4}\sin m\frac{2\pi}{L}x\right]\sin\frac{\pi}{W}y+\\
&+\sum_{m=1}^{6}\left[(\psi_1')_{m5}\cos m\frac{2\pi}{L}x+(\psi_1')_{m6}\sin m\frac{2\pi}{L}x\right]\cos\frac{3\pi}{2W}y,
\end{aligned}\tag{2.10}$$

其中 L 为在緯度 45° 处緯圈之长，$(\psi_1')_{m1}$ 等为富氏系数，是时間 t 的函数.

同理，ψ_3' 和 ω_2' 也按上述形式展开.

三、地 形

利用 Berkofsky 和 Bertoni[8] 的資料，把北半球实际的地形高度 $\eta(x, y)$ 展成基本場及扰动場，所取的波数与(2.10)式一样.

在求 ω_4 时用 750 毫巴与 1000 毫巴中間的 875 毫巴上的风速 $\mathbf{V}_{7/2}$. $\mathbf{V}_{7/2}$ 可由 $\mathbf{V}_1$ 及 $\mathbf{V}_3$ 綫性外插而得到

$$\mathbf{V}_{7/2} = \frac{5}{4}\mathbf{V}_3 - \frac{1}{4}\mathbf{V}_1. \tag{3.1}$$

所以在涡度方程中的地形作用項可写成

$$f_0\frac{\omega_4}{p_2} = -f_0\frac{\rho_4 g}{p_2}\mathbf{V}_{7/2}\cdot\nabla\eta = -\frac{2f_0}{H}\left(\frac{5}{4}\mathbf{V}_3 - \frac{1}{4}\mathbf{V}_1\right)\cdot\nabla\eta, \tag{3.2}$$

其中 ρ 为密度，$H = \frac{p_4}{g\rho_4}$ 为均質大气高度. 所以出現在(2.6)式中的 $f_0\frac{\omega_4'}{p_2}$ 項可以写成

$$\begin{aligned} f_0\frac{\omega_4'}{p_2} = &-\frac{2f_0}{H}\left[\frac{5}{4}\bar{u}_3\frac{\partial\eta'}{\partial x} - \frac{1}{4}\bar{u}_1\frac{\partial\eta'}{\partial x} + \frac{5}{4}\bar{v}_3\frac{\partial\eta'}{\partial y} - \frac{1}{4}\bar{v}_1\frac{\partial\eta'}{\partial y}\right] - \\ &-\frac{2f_0}{H}\left[\frac{5}{4}u_3'\frac{\partial\eta'}{\partial x} - \frac{1}{4}u_1'\frac{\partial\eta'}{\partial x} + \frac{5}{4}v_3'\frac{\partial\eta'}{\partial y} - \frac{1}{4}v_1'\frac{\partial\eta'}{\partial y}\right]. \end{aligned} \tag{3.3}$$

四、热 源

現在考虑簡单的輻射、湍流和凝結加热. 由于引入了輻射，要求知道下垫面温度 T^*，故要引入下垫面的热传导方程，与运动方程联立求解. 現在分别討論各种加热.

1. 輻 射 加 热

在二层模式中，单位时間內对大气的单位質量的輻射加热 Q_r 可写成

$$Q_r = \frac{g}{2p_2}[(1-\Gamma)S_0 - S_4 + E_4 - 2E_2], \tag{4.1}$$

其中 Γ 为地球反射率，S_0 为到达大气上界的太阳輻射通量，S_4 为到达地面的短波輻射通量，E_4 为大气及云吸收来自地面的长波輻射通量，$-2E_2$ 为大气及云向太空及地面放射的长波輻射通量.

首先来討論短波輻射. 根据 Adem[9] 的資料，云对太阳輻射的反射有很大的作用，再利用 Федосеев[10] 的資料，考虑反射率 Γ 在南北方向上分布的不均匀，可以写出

$$\Gamma(x, y, t) = \bar{\Gamma}(y) - 0.16\frac{\omega_2}{|\omega_2|}, \tag{4.2}$$

其中

$$\bar{\Gamma}(y) = 0.34 + 0.11\left(\frac{y}{W}\right)^2 + 0.15\left(\frac{y}{W}\right). \tag{4.3}$$

在求(4.2)式时，已假定在上升区 ($\omega_2 < 0$) 有云，下沉区 ($\omega_2 > 0$) 沒有云.

到达大气上界的太阳輻射通量 S_0 沿緯圈的数值是一样的，所以 $S_0 = \bar{S}_0$. 根据 Алисов 等[11]关于太阳輻射日总量的数值，以及反射率 $\bar{\Gamma}(y)$ 的表达式(4.3)，可求得 $\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})S_0]$ 的年分布，用簡单的函数来逼近，即为

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})S_0]_{+1} &= -7.5 + 0 \qquad - 3.3\cos 2\Omega t,\\
\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})S_0]_{+0} &= -8.5 + 3.6\sin\Omega t - 1.0\cos 2\Omega t,\\
\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})S_0]_{-1} &= -5.3 + 6.6\sin\Omega t - 0.6\cos 2\Omega t.
\end{aligned}\right\} \tag{4.4}$$

其中 $\Omega = \frac{2\pi}{\tau}$，$\tau$ 为年周期，$t = 0$ 对应于春分点，(4.4) 式的单位为 10^{-10}卡·(厘米)$^{-2}$·秒$^{-1}$·米$^{-1}$，它的下标的意义同前.

到达地表面的短波輻射通量 S_4 平均約为 S_0 的 0.47 倍. 利用 Кондратьев[12] 的資料，考虑它在南北方向上的差异以及云对 S_4 的影响，S_4 可写成

$$S_4 = \left(0.47 - 0.10\frac{y}{W} + 0.16\frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right)S_0,$$

于是可写出

$$\bar{S}_4 = \left(0.47 - 0.10\frac{y}{W}\right)\bar{S}_0. \tag{4.5}$$

$\bar{S}_4$ 的年分布也可由 Алисов 等[11]的数值求得，再用簡单的三角函数来逼近：

$$\left.\begin{aligned}
\bar{S}_{4+2} &= -44 + 24\sin\Omega t - 9\cos 2\Omega t,\\
\bar{S}_{4+1} &= -37 + 25\sin\Omega t - 4\cos 2\Omega t,\\
\bar{S}_{4+0} &= -23 + 21\sin\Omega t + 0,\\
\bar{S}_{4-1} &= -\ 9 + 12\sin\Omega t + 2\cos 2\Omega t,\\
\bar{S}_{4-2} &= 0.
\end{aligned}\right\} \tag{4.6}$$

单位为 10^{-4} 卡·(厘米)$^{-2}$·秒$^{-1}$，在(4.6)式中所表示的值已減去 $\bar{S}_{4-2}$ 的年平均值了.

其次，我們来討論长波輻射. 大气对长波輻射并不是黑体，大气中水汽和二氧化碳的吸收是成带的. 根据 Simpson[13] 的研究，在大气的温度范围內，在波长 l 为 8 微米以下和 13 微米以上部分可看作完全吸收体，波长在 8 到 13 微米之間为完全透明体. 于是 Adem[9]把大气的长波輻射通量 E 簡单地写成

$$E = \sigma T^4 - F(T, l_1, l_2), \tag{4.7}$$

$$F(T, l_1, l_2) = \int_{l_1}^{l_2} c_1 l^{-5} e^{-\frac{c_2}{lT}}\,dl = \left[c_1 e^{-\frac{c_2}{lT}}\left(\frac{l^{-3}T}{c_2} + \frac{3l^{-2}T^2}{c_2^2} + \frac{6l^{-1}T^3}{c_2^3} + \frac{6T^4}{c_2^4}\right)\right]_{l_1}^{l_2}. \tag{4.8}$$

$l_1 = 8$ 微米，$l_2 = 13$ 微米，$c_1 = 0.5538 \times 10^6$ 卡·(微米)^4·分$^{-1}$·(厘米)$^{-2}$，$c_2 = 1.435 \times 10^4$ 度·微米，σ 为 Stefan-Boltzmann 常数. 通过对 (4.8) 式的計算，在各种温度条件下大致上可認为 F 是黑体輻射通量的 30%，即

$$F = 0.3\sigma T^4. \tag{4.9}$$

在大气中由于云的存在，使长波輻射过程复杂化了. 云以近于黑体的特性来放射和

吸收长波輻射. 假如簡单地訊为上升区 ($\omega_2 < 0$) 有云, 下沉区 ($\omega_2 > 0$) 沒有云,那么在上升区 $E = \sigma T^4$, 下沉区 $E = \sigma T^4 - F$, 所以大气中的长波輻射通量 E 可表示成

$$E = \sigma T^4 - \frac{1}{2} F \left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right). \tag{4.10}$$

現在輻射加热 Q_r 的表示式(4.1)可写成

$$Q_r = \frac{g}{2p_2}\left\{\left[1 - \left(0.34 + 0.11\left(\frac{y}{W}\right)^2 + 0.15\left(\frac{y}{W}\right) - 0.16\frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right) - \right.\right.$$
$$\left. - \left(0.47 - 0.10\frac{y}{W} + 0.16\frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right)\right] S_0 +$$
$$\left. + \left[\sigma T_1^4 - 0.15\sigma T_1^4\left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right)\right] - 2\left[\sigma T_2^4 - 0.15\sigma T_2^4\left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right)\right]\right\}. \tag{4.11}$$

从上式中可看到,輻射加热不仅决定于太阳輻射,而且还决定于温度場及运动場.

2. 湍 流 加 热

水平方向的湍流加热与 Phillips[1] 一样取作

$$(Q_t)_H = ac_p\nabla^2 T_2. \tag{4.12}$$

在二层模式中, 假定取地表面气温与下垫面温度相等 $T_4 = T^*(z = 0)$, 可把垂直方向的湍流加热写成

$$(Q_t)_V = \frac{g}{2p_2}\cdot\frac{\lambda}{H_2}(T_4 - T_2), \tag{4.13}$$

其中 λ 为湍流热传导系数, H_2 为 500 毫巴与 1000 毫巴之間的厚度.

3. 凝 結 加 热

年平均的緯圈平均凝結加热 $L_c\bar{r}$ 及地表面蒸发耗热 $L_c\bar{N}$ 取自 Будыко[14] 的資料. L_c 为凝結潛热, r 为凝結速度, N 为蒸发速度. 在大气中, 只有在上升区, 水汽达到飽和, 在有凝結核等条件下,才有可能放出凝結潛热. 这样就要考虑水汽量 q 的变化,使問題大大地复杂化. 現在簡单地訊为在上升区 ($\omega_2 < 0$) 就有凝結热释放出来, 在下沉区 ($\omega_2 > 0$) 沒有凝結热释放, 則 Q_c 可写成

$$Q_c = \frac{g}{2p_2} L_c\bar{r}\left(1 - \frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right). \tag{4.14}$$

4. 下垫面热传导方程

在本模式中,地表面热量平衡条件可以写成

$$S_4 + \left[\sigma T_2^4 - 0.15\sigma T_2^4\left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|}\right)\right] - \sigma T_4^4 - \frac{\lambda}{H_2}(T_4 - T_2) - \lambda^*\frac{\partial T^*}{\partial z} - L_c\bar{N} = 0, \tag{4.15}$$

其中 $\lambda^* = c^*\rho^* b^*$ 为下垫面热传导系数, c^* 为下垫面的比热, ρ^* 为下垫面密度, b^* 为土壤温度传导系数或海洋的湍流温度传导系数,这里所指的下垫面可以是海洋,也可以是大陆. 带星标的量在海上取一数值, 在陆上取另一数值. (4.15) 式表示到达地表面的短波

輻射通量及长波輻射通量，地表面放射出去的长波輻射通量，来自大气及地球的热通量，以及蒸发耗热的热通量达到平衡.

以上已引入下垫面温度 T^*，故要引进下垫面热传导方程

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = b^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} \tag{4.16}$$

来决定 T^*. 与 Кибель[15] 及 Машкович[16] 一样，对热传导方程中的时間微商用差分来代替，得到

$$\frac{T^{*t+\Delta t} - T^{*t}}{\Delta t} = b^* \frac{\partial^2 T^{*t+\Delta t}}{\partial z^2}, \tag{4.17}$$

其中 Δt 为时間步长. 对时間 $t + \Delta t$ 而言，T^{*t} 作为已知的，所以方程(4.17)是对 z 的二阶常微分方程，需要二个边界条件：

在 $z = 0$ 处

$$\left[\lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{\lambda}{H_2} T^* + \sigma T^{*4}\right]^{t+\Delta t} = \left[\frac{\lambda}{H_2} T_2 + S_4 + 0.85\sigma T_2^4 - 0.15\sigma T_2^4 \frac{\omega_2}{|\omega_2|} - L_c \bar{N}\right]^{t+\Delta t}, \tag{4.18}$$

其中已用了在 $z = 0$ 处 $T_4 = T^*$ 的条件，(4.18)式的右端是作为已知的.

在 $z = -\infty$ 处，

$$T^{*t+\Delta t} \text{ 有限.} \tag{4.19}$$

可以把 σT_2^4 写成

$$\sigma T_2^4 = \sigma \bar{T}_2^4 + 4\sigma \bar{T}_2^3 \bar{T}_2 + 4\sigma \bar{T}_2^3 T_2', \tag{4.20}$$

其中 $\bar{T}_2$ 是在全平面中作为常数的 T_2 的基准值，同样可以写出

$$\sigma T^{*4} = \sigma \bar{T}^{*4} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \bar{T}^* + 4\sigma \bar{T}^{*3} T^{*\prime}. \tag{4.21}$$

现在把 $\lambda^*(x, y)$ 及 $b^*(x, y)$ 按北半球的海陆分布展开，λ^* 与 b^* 在陆上的数值相对于海上的数值而言，可取为零.

$$\begin{aligned}\lambda^*(x, y) &= \lambda_{00}^* + \lambda^{*\prime} \\ &= \lambda_{00}^* + \sum_{m=1}^{6} \left[(\lambda^{*\prime})_{m1} \cos m\frac{2\pi}{L} x + (\lambda^{*\prime})_{m2} \sin m\frac{2\pi}{L} x\right] \cos\frac{\pi}{2W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^{6} \left[(\lambda^{*\prime})_{m3} \cos m\frac{2\pi}{L} x + (\lambda^{*\prime})_{m4} \sin m\frac{2\pi}{L} x\right] \sin\frac{\pi}{W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^{6} \left[(\lambda^{*\prime})_{m5} \cos m\frac{2\pi}{L} x + (\lambda^{*\prime})_{m6} \sin m\frac{2\pi}{L} x\right] \cos\frac{3\pi}{2W} y,\end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}b^*(x, y) &= b_{00}^* + b^{*\prime} \\ &= b_{00}^* + \sum_{m=1}^{6} \left[(b^{*\prime})_{m1} \cos m\frac{2\pi}{L} x + (b^{*\prime})_{m2} \sin m\frac{2\pi}{L} x\right] \cos\frac{\pi}{2W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^{6} \left[(b^{*\prime})_{m3} \cos m\frac{2\pi}{L} x + (b^{*\prime})_{m4} \sin m\frac{2\pi}{L} x\right] \sin\frac{\pi}{W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^{6} \left[(b^{*\prime})_{m5} \cos m\frac{2\pi}{L} x + (b^{*\prime})_{m6} \sin m\frac{2\pi}{L} x\right] \cos\frac{3\pi}{2W} y.\end{aligned} \tag{4.23}$$

对緯圈平均的热传导方程及其边界条件可以写成

$$\frac{\partial^2 \bar{T}^{*t+\Delta t}}{\partial z^2} - \frac{1}{b^*_{00}\Delta t}\bar{T}^{*t+\Delta t} = -\frac{1}{b^*_{00}\Delta t}\bar{T}^{*t}. \tag{4.24}$$

$z = 0$ 处，

$$\left[\lambda^*_{00}\frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)\bar{T}^*\right]^{t+\Delta t} = \left[\left(\frac{\lambda}{H_2} + 0.85\times 4\sigma\bar{T}_2^3\right)\bar{T}_2 + \bar{S}_4 - L_c\bar{N}\right]^{t+\Delta t} = \bar{\mathfrak{Q}}, \tag{4.25}$$

$z = -\infty$ 处， $\bar{T}^{*t+\Delta t}$ 有限. (4.26)

对扰动的热传导方程及其边界条件以 $T^{*\prime}$, ψ_1', ψ_3', ω_2', $b^{*\prime}$ 的富氏级数形式代入，得到

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(T^{*\prime})^{t+\Delta t}_{mn} - \frac{1}{b^*_{00}\Delta t}(T^{*\prime})^{t+\Delta t}_{mn} = -\frac{1}{b^*_{00}\Delta t}(T^{*\prime})^{t}_{mn} - \frac{(b^{*\prime})_{mn}}{b^*_{00}}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\bar{T}^{*t+\Delta t}. \tag{4.27}$$

$z = 0$ 处，

$$\lambda^*_{00}\frac{\partial}{\partial z}(T^{*\prime})^{t+\Delta t}_{mn} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)(T^{*\prime})^{t+\Delta t}_{mn} =$$

$$= \left\{-(\lambda^{*\prime})_{mn}\frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 0.85\times 4\sigma\bar{T}_2^3\right)\frac{f_0}{R}[(\psi_1')_{mn} - (\psi_3')_{mn}] + \right.$$

$$\left. + 0.16S_0\frac{(\omega_2')_{mn}}{|\omega_2'|} - 0.15\sigma\bar{T}_2^4\frac{(\omega_2')_{mn}}{|\omega_2'|}\right\}^{t+\Delta t} = \mathfrak{Q}_{mn}, \tag{4.28}$$

$z = -\infty$ 处， $(T^{*\prime})^{t+\Delta t}_{mn}$ 有限， (4.29)

其中 $m = 1, 2, \cdots, 6$， $n = 1, 2, \cdots, 6$，方程(4.27)右端第二项由方程(4.24)求得的解代入，所以在方程(4.27)中，该项作为已知函数出现. 在(4.28)式中已利用了关系式

$$T_2' = \frac{f_0}{R}(\psi_1' - \psi_3'). \tag{4.30}$$

容易求得方程(4.24)满足边界条件(4.25)和(4.26)的解为

$$\bar{T}^{*t+\Delta t} = \frac{\bar{\mathfrak{Q}}}{\frac{\lambda^*_{00}}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)} e^{\frac{z}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}}} +$$

$$+ \frac{1}{2\sqrt{b^*_{00}\Delta t}} \times \frac{\frac{\lambda^*_{00}}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}} - \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)}{\frac{\lambda^*_{00}}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{0} e^{\frac{z+z'}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}}}\bar{T}^{*t}(z')\,dz' + \frac{1}{2\sqrt{b^*_{00}\Delta t}}\int_{-\infty}^{0} e^{\frac{-|z-z'|}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}}}\bar{T}^{*t}(z')\,dz', \tag{4.31}$$

而且有

$$-\lambda^*_{00}\frac{\partial \bar{T}^{*t+\Delta t}}{\partial z}\bigg|_{z=0} = -\frac{\lambda^*_{00}}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\frac{\lambda^*_{00}}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)}\left[\bar{\mathfrak{Q}} - \frac{\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}}\int_{-\infty}^{0} e^{\frac{z'}{\sqrt{b^*_{00}\Delta t}}}\bar{T}^{*t}(z')dz'\right]. \tag{4.32}$$

在积分号下的 $\bar{T}^{*t}$ 作为常量 $\bar{T}^{*t}|_{z=0}$ 提出积分号，已知这样做的誤差是不大的. 于是在 $z=0$ 处上两式可以化簡成

$$\bar{T}^{*t+\Delta t}|_{z=0}=\frac{\bar{\mathfrak{L}}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}+\left(\frac{\lambda}{H_2}+4\sigma\bar{T}^{*3}\right)}+\frac{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}+\left(\frac{\lambda}{H_2}+4\sigma\bar{T}^{*3}\right)}\bar{T}^{*t}, \tag{4.33}$$

$$-\lambda_{00}^*\frac{\partial\bar{T}^{*t+\Delta t}}{\partial z}\Big|_{z=0}=-\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}(\bar{T}^{*t+\Delta t}-\bar{T}^{*t}). \tag{4.34}$$

同样，求得地表面的扰动的下垫面温度及热通量为

$$(T^{*\prime})_{mn}^{t+\Delta t}|_{z=0}=\frac{\mathfrak{L}_{mn}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}+\left(\frac{\lambda}{H_2}+4\sigma\bar{T}^{*3}\right)}+$$

$$+\frac{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}+\left(\frac{\lambda}{H_2}+4\sigma\bar{T}^{*3}\right)}\left[(T^{*\prime})_{mn}^{t}+\frac{(b^{*\prime})_{mn}}{b_{00}^*}(\bar{T}^{*t+\Delta t}-\bar{T}^{*t})\right], \tag{4.35}$$

$$-\lambda_{00}^*\frac{\partial}{\partial z}(T^{*\prime})_{mn}^{t+\Delta t}|_{z=0}=-\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}\left\{(T^{*\prime})_{mn}^{t+\Delta t}-\right.$$

$$\left.-\left[(T^{*\prime})_{mn}^{t}+\frac{(b^{*\prime})_{mn}}{b_{00}^*}(\bar{T}^{*t+\Delta t}-\bar{T}^{*t})\right]\right\}. \tag{4.36}$$

5. 加热对靜力稳定度的修正

把已經求得的輻射、湍流和凝結加热加在一起，并用地表面热量平衡条件消去 $\frac{\lambda}{H_2}(T_4-T_2)$ 項，得到总的热源的表达式为

$$Q_r+Q_t+Q_c=\frac{g}{2p_2}\left\{\left[1-0.34-0.11\left(\frac{y}{W}\right)^2-0.15\left(\frac{y}{W}\right)\right]S_0-0.85\sigma T_2^4-\right.$$

$$\left.-0.15\sigma T_{z=0}^{*4}-\lambda^*\frac{\partial T^*}{\partial z}\Big|_{z=0}+L_c(\bar{r}-\bar{N})\right\}+ac_p\nabla^2T_2+$$

$$+\frac{g}{2p_2}[0.16S_0+0.15\sigma T_2^4-0.15\sigma T_{z=0}^{*4}-L_c\bar{r}]\frac{\omega_2}{|\omega_2|}. \tag{4.37}$$

把上式代入热力学方程(2.1)中，合併含 ω_2 的項，容易看出上式右端最后含 ω_2 項的作用完全等价于使原来的 Λ^2 变成 Λ_c^2，而 Λ_c^2 的表示式为

$$\Lambda_c^2=\frac{\Lambda^2}{1+\frac{\Lambda^2Rg}{2f_0^2c_p|\omega_2|}[0.16S_0+0.15\sigma T_2^4-0.15\sigma T_{z=0}^{*4}-L_c\bar{r}]}. \tag{4.38}$$

在有云区 ($\omega_2<0$)，由于云对太阳輻射的反射，使大气少吸收了太阳輻射的部分为 $-\frac{g}{p_2}\times0.16S_0$，由于云是黑体，在有云区多向太空輻射出去的长波輻射部分为 $-\frac{g}{p_2}\times0.15\sigma T_2^4$. 这两項使大气失热. 由 (4.38) 式看出这两項使 Λ_c^2 变小. 再者，在有云区云多

吸收了来自地面的长波輻射部分为$\frac{g}{p_2}\times 0.15T^{*4}_{z=0}$，同时在上升区放出的凝結热为$\frac{g}{p_2}L_c\bar{r}$. 这两項使大气得热. 由(4.38)式看出这两項使 Λ_c^2 变大. 在(4.38)式中代入一般的数值后得出 $\Lambda_c^2>\Lambda^2$，使大气层結趋向不稳定.

五、数 值 計 算

把所建立的模式化成非綫性常微分方程組，再用 Runge-Kutta 方法在电子計算机上求数值解[7,17]. 首先要把方程化成合乎我們所要求的形式.

1. 計 算 方 程

把前面所求得的热源表示式(4.37)对 x 平均，代入基本运动方程組(2.5)，再利用緯圈平均的連續方程消去 $\bar{\omega}_2$. 对 y 的微商利用(2.8)和(2.9)式，于是得到基本运动的計算方程組为

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+1}+\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+1}=R_1\bar{u}_{1+1}+R_2\bar{u}_{1+0}+0+R_3\bar{u}_{3+1}+R_2\bar{u}_{3+0}+0-\\
&\qquad-\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u_1'v_1'}+\overline{u_3'v_3'})_{+1},\\
&\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+0}+\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+0}=R_2\bar{u}_{1+1}+R_1\bar{u}_{1+0}+R_2\bar{u}_{1-1}+R_2\bar{u}_{3+1}+R_3\bar{u}_{3+0}+\\
&\qquad+R_2\bar{u}_{3-1}-\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u_1'v_1'}+\overline{u_3'v_3'})_{+0},\\
&\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1-1}+\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3-1}=0+R_2\bar{u}_{1+0}+R_1\bar{u}_{1-1}+0+R_2\bar{u}_{3+0}+R_3\bar{u}_{3-1}-\\
&\qquad-\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u_1'v_1'}+\overline{u_3'v_3'})_{-1},\\
&-R_0\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+1}+\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+0}+R_0\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+1}-\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+0}=\\
&\quad=R_4\bar{u}_{1+1}+R_5\bar{u}_{1+0}+R_2\bar{u}_{1-1}+R_7\bar{u}_{3+1}+R_8\bar{u}_{3+0}-R_2\bar{u}_{3-1}-\\
&\qquad-\frac{\partial^3}{\partial y^3}(\overline{u_1'v_1'}-\overline{u_3'v_3'})_{+1}-2\Lambda_c^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}[\overline{v_1'(\psi_1'-\psi_3')}]_{+1}-\\
&\qquad-R_{10}\left\{\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})\bar{S}_0]+L_c\frac{\partial}{\partial y}(\bar{r}-\bar{N})-0.15\times 4\sigma\bar{T}_1^3\frac{\partial\bar{T}^*}{\partial y}\Big|_{z=0}-\right.\\
&\qquad\left.-\lambda_{00}^*\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\bar{T}^*}{\partial z}\right)_{z=0}\right\}_{+1},\\
&\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+1}-R_0\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+0}+\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1-1}-\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+1}+R_0\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+0}-\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3-1}=\\
&\quad=R_5\bar{u}_{1+1}+R_6\bar{u}_{1+0}+R_5\bar{u}_{1-1}+R_8\bar{u}_{3+1}+R_9\bar{u}_{3+0}+R_8\bar{u}_{3-1}-\\
&\qquad-\frac{\partial^3}{\partial y^3}(\overline{u_1'v_1'}-\overline{u_3'v_3'})_{+0}-2\Lambda_c^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}[\overline{v_2'(\psi_1'-\psi_3')}]_{+0}-\\
&\qquad-R_{10}\left\{\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})\bar{S}_0]+L_c\frac{\partial}{\partial y}(\bar{r}-\bar{N})-0.15\times\right.
\end{aligned}
\tag{5.1}
$$

$$\times 4\sigma\bar{T}_4^3\frac{\partial\bar{T}^*}{\partial y}\Big|_{z=0}-\lambda_{00}^*\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\bar{T}^*}{\partial z}\right)_{z=0}\Big\}_{+0},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1+0}-R_0\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{1-1}-\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3+0}+R_0\frac{\partial}{\partial t}\bar{u}_{3-1}=$$

$$=R_2\bar{u}_{1+1}+R_5\bar{u}_{1+0}+R_4\bar{u}_{1-1}-R_2\bar{u}_{3+1}+R_8\bar{u}_{3+0}+R_7\bar{u}_{3-1}-$$

$$-\frac{\partial^3}{\partial y^3}(\overline{u_1'v_1'}-\overline{u_3'v_3'})_{-1}-2\Lambda_c^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}[\overline{v_2'(\phi_1'-\phi_3')}]_{-1}-$$

$$-R_{10}\left\{\frac{\partial}{\partial y}[(1-\bar{\Gamma})\bar{S}_0]+L_c\frac{\partial}{\partial y}(\bar{r}-\bar{N})-0.15\times\right.$$

$$\left.\times 4\sigma\bar{T}_4^3\frac{\partial\bar{T}^*}{\partial y}\Big|_{z=0}-\lambda_{00}^*\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\bar{T}^*}{\partial z}\right)_{z=0}\right\}_{-1},$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
&R_0=2\left(1+\frac{1}{4}\Lambda_c^2W^2\right), && R_5=\frac{16a}{W^2}-\frac{1}{2}k-2\Lambda_c^2a,\\
&R_1=-\frac{8a}{W^2}+\frac{1}{2}k, && R_6=\frac{24a}{W^2}+k+4\Lambda_c^2a+\frac{0.85\times W^2\Lambda_c^2g\sigma\bar{T}_2^3}{2p_2c_p},\\
&R_2=\frac{4a}{W^2}, && R_7=-\frac{20\times a}{W^2}-3k-4\Lambda_c^2a-\frac{0.85\times W^2\Lambda_c^2g\sigma\bar{T}_2^3}{2p_2c_p},\\
&R_3=-\frac{8a}{W^2}-\frac{3}{2}k, && R_8=\frac{16a}{W^2}+\frac{3}{2}k+2\Lambda_c^2a,\\
&R_4=\frac{20\times a}{W^2}+k+4\Lambda_c^2a+ && R_9=-\frac{24a}{W^2}-3k-4\Lambda_c^2a-\frac{0.85\times W^2\Lambda_c^2g\sigma\bar{T}_2^3}{2p_2c_p},\\
&\quad+\frac{0.85\times W^2\Lambda_c^2g\sigma\bar{T}_2^3}{2p_2c_p}, && R_{10}=\frac{W^2\Lambda_c^2Rg}{4f_0c_pp_2}
\end{aligned}\right\}\quad(5.2)$$

是作为常数.

把热源表示式（4.37）的扰动部分及地形作用的表示式（3.3）代入扰动运动方程組(2.6)中，并消去 ω_2' 項，扰动量以双重富氏級数形式代入，考虑非綫性項的作用，比較富氏系数，得出如下的扰动运动的計算方程組

$$\left.\begin{aligned}
&M_1\frac{\partial}{\partial t}(\phi_1')_{mn}+\Lambda_c^2\frac{\partial}{\partial t}(\phi_3')_{mn}=-M_2(\phi_1')_{mn}+M_3(\phi_1')_{mn+1}-M_4(\phi_3')_{mn}+\\
&\quad+M_5(\phi_3')_{mn+1}+M_{12}(T_{z=0}^{*\prime})_{mn}+M_6\lambda_{00}^*\left(\frac{\partial T^{*\prime}}{\partial z}\Big|_{z=0}\right)_{mn}+\mathscr{N}_{mn},\\
&M_1\frac{\partial}{\partial t}(\phi_1')_{mn+1}+\Lambda_c^2\frac{\partial}{\partial t}(\phi_3')_{mn+1}=-M_3(\phi_1')_{mn}-M_2(\phi_1')_{mn+1}-M_5(\phi_3')_{mn}-\\
&\quad-M_4(\phi_3')_{mn+1}+M_{12}(T_{z=0}^{*\prime})_{mn+1}+M_6\lambda_{00}^*\left(\frac{\partial T^{*\prime}}{\partial z}\Big|_{z=0}\right)_{mn+1}+\mathscr{N}_{mn+1},\\
&\Lambda_c^2\frac{\partial}{\partial t}(\phi_1')_{mn}+M_1\frac{\partial}{\partial t}(\phi_3')_{mn}=-M_7(\phi_1')_{mn}+M_8(\phi_1')_{mn+1}-M_9(\phi_3')_{mn}+\\
&\quad+M_{10}(\phi_3')_{mn+1}-M_{12}(T_{z=0}^{*\prime})_{mn}-M_6\lambda_{00}^*\left(\frac{\partial T^{*\prime}}{\partial z}\Big|_{z=0}\right)_{mn}+\tilde{\mathscr{N}}_{mn}-\\
&\quad-M_{11}(\eta')_{mn+1},
\end{aligned}\right\}\quad(5.3)$$

$$\Lambda_c^2\frac{\partial}{\partial t}(\psi_1')_{mn+1}+M_1\frac{\partial}{\partial t}(\psi_3')_{mn+1}=-M_8(\psi_1')_{mn}-M_7(\psi_1')_{mn+1}-M_{10}(\psi_3')_{mn}-$$
$$-M_9(\psi_3')_{mn+1}-M_{12}(T^{*'}_{z=0})_{mn+1}-M_6\lambda_{00}^*\left(\frac{\partial T^{*'}}{\partial z}\Big|_{z=0}\right)_{mn+1}+\tilde{\mathscr{N}}_{mn+1}+$$
$$+M_{11}(\eta')_{mn},$$

其中 $(m=1,2,\cdots,6\quad n=1,3,5)$

$$\begin{aligned}
M_1&=-\left[(m^2+2j^2)\frac{4\pi^2}{L^2}+\Lambda_c^2\right],\\
M_2&=(m^2+2j^2)\frac{4\pi^2}{L^2}aM_1-\frac{1.7\sigma\bar{T}_2^3\Lambda_c^2g}{p_2c_p},\\
M_3&=\frac{2\pi m}{L}\left[-M_1\bar{u}_{1+0}-\beta+\frac{4}{W^2}(\bar{u}_{1+1}-2\bar{u}_{1+0}+\bar{u}_{1-1})-\Lambda_c^2(\bar{u}_{1+0}-\bar{u}_{3+0})\right],\\
M_4&=(m^2+2j^2)\frac{4\pi^2}{L^2}a\Lambda_c^2+\frac{1.7\sigma\bar{T}_2^3\Lambda_c^2g}{p_2c_p},\\
M_5&=-m\frac{2\pi\Lambda_c^2\bar{u}_{1+0}}{L},\\
M_6&=\frac{\Lambda_c^2Rg}{2p_2f_0c_p},\\
M_7&=M_4+(m^2+2j^2)\frac{4\pi^2}{L^2}\cdot\frac{k}{2},\\
M_8&=-m\frac{2\pi\Lambda_c^2\bar{u}_{3+0}}{L},\\
M_9&=M_2-(m^2+2j^2)\frac{4\pi^2}{L^2}\cdot\frac{3k}{2},\\
M_{10}&=m\frac{2\pi}{L}\left[-M_1\bar{u}_{3+0}-\beta+\frac{4}{W^2}(\bar{u}_{3+1}-2\bar{u}_{3+0}+\bar{u}_{3-1})+\Lambda_c^2(\bar{u}_{1+0}-\bar{u}_{3+0})\right],\\
M_{11}&=m\frac{4\pi f_0}{LH}\left(\frac{5}{4}\bar{u}_{3+0}-\frac{1}{4}\bar{u}_{1+0}\right),\\
M_{12}&=\frac{0.3\sigma\bar{T}_4^3\Lambda_c^2Rg}{f_0c_pp_2}.
\end{aligned}\tag{5.4}$$

以上 $n=1$ 时 $j=1$，$n=3$ 时 $j=2$，$n=5$ 时 $j=3$. $\mathscr{N}_{mn}$ 为包含 250 毫巴的涡度平流及温度平流的非线性项，而 $\tilde{\mathscr{N}}_{mn}$ 为包含 750 毫巴上的涡度平流、温度平流及地形作用项的非线性项是利用三角的积化和差的公式得到的，所取的项数如(2.10)式所规定的.

基本运动方程组(5.1)和扰动运动方程组(5.3)，可化成 78 个如下的常微分方程组

$$\frac{dy_i}{dt}=f_i(t,y_1,y_2,\cdots,y_{78}).\tag{5.5}$$
$$(i=1,2,\cdots,78)$$

在 78 个未知函数中，基本气流有 6 个，250 毫巴上的 ψ_1' 的富氏系数有 36 个，750 毫巴上的 ψ_3' 的富氏系数有 36 个. 于是就可以用 Runge-Kutta 方法来求数值解. 下垫面温度 T^* 有 39 个未知函数，3 个 $\bar{T}^*$ 值由(4.33)式求出，36 个 $(T^{*'})_{mn}$ 由 (4.35) 式求出.

2. 数　　据

在数值計算中所取的数据如下：$g = 9.8$ 米·秒$^{-2}$，$f_0 = 10^{-4}$ 秒$^{-1}$，$\beta = 16 \times 10^{-12}$ 米$^{-1}$·秒$^{-1}$，$a = 10^5$ 米^2·秒$^{-1}$，$k = 2 \times 10^{-6}$ 秒$^{-1}$，$A^2 = 1.26 \times 10^{-12}$ 米$^{-2}$，$\frac{R}{c_p} = 0.2859$，$L = 2.83 \times 10^7$ 米，$W = 5 \times 10^6$ 米，$H = 8 \times 10^3$ 米，$H_2 = 5.5 \times 10^3$ 米，$|\omega_2'| = 10 \times 10^{-4}$ 毫巴·秒$^{-1}$，$L_c = 600$ 卡·克$^{-1}$，$\bar{T}_2 = 253°$，$\bar{T}_4 = 283°$，$\lambda = 12$ 卡·厘米$^{-1}$·秒$^{-1}$·度$^{-1}$，$b_{00}^* = 10$ 厘米^2·秒$^{-1}$（海洋），$\lambda_{00}^* = 10$ 卡·厘米$^{-1}$·秒$^{-1}$·度$^{-1}$（海洋），$\Delta t = 3$ 小时，$p_2 = 500$ 毫巴.

六、基本运动的建立及其季节变化

現在来研究基本温度場、基本运动場的建立和演变. 不計扰动对基本运动的影响，把基本运动方程組 (5.1) 右端的扰动項略去，再同下垫面热传导方程联立求解. 在初值中，下垫面温度 $\bar{T}_{z=0}^*$ 給成常数，等于 28℃；基本气流給成零，$\bar{u}_1 = 0$，$\bar{u}_3 = 0$；冬至作为初始时刻开始計算. 时間步长 $\Delta t = 3$ 小时，計算了一年半，即 4380 个步长，所得的結果如下：

在模式中所放置的到达地面的短波輻射通量 $\bar{S}_4$ 随时間的变化如图 1，它是由公式 (4.6) 所决定的. 在冬至，$\bar{S}_4$ 的南北梯度最大，夏至最小，而在北緯 20° 以南有反向的梯度. 所求得的下垫面温度 $\bar{T}_{z=0}^*$ 見图 1. 由于在冬天，高緯所受到的太阳輻射很少，在开始 100 天的时間內北极的 $\bar{T}_{z=0}^*$ 由 +28° 下降到 −24°. 随着夏季的到来，高緯度所受到的太阳輻射也增多，北极的 $\bar{T}_{z=0}^*$ 回暖，但回到最暖的时候不在夏至，而在夏至之后 1 个月左右. 这一点与气候实况是很接近的. 在夏季下垫面的南北温度梯度变得很小. 当太阳輻射的南北梯度再次增大时，$\bar{T}_{z=0}^*$ 的南北梯度也再次增大，最低的 $\bar{T}_{z=0}^*$ 出現在冬至之后 1 个月左右，低緯度落后的时間短些，高緯度落后的时間长些.

下垫面热通量 $-\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z}\Big|_{z=0}$ 的演变見图 1. 在地表面热量平衡条件(4.25)中清楚地看到，在初始时刻 $\bar{u}_1 = 0$，$\bar{u}_3 = 0$，故南北的气温 $\bar{T}_2$ 是一致的. 冬季高緯的 $\bar{S}_4$ 比低緯的 $\bar{S}_4$ 小得多，根据方程(4.25)有 $-\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z}\Big|_{z=0} > 0$，即下垫面热通量的流向是向上的. 从 (4.34) 式也容易看出，当 $\bar{T}_{z=0}^*$ 变冷时，热量由地底下向上流，当 $\bar{T}_{z=0}^*$ 变暖时，如第 100 天以后，热量向下流. 下垫面热通量从夏季到冬季自下向上流，由冬季到夏季是自上向下流. 下垫面热通量流向轉換的时間，在夏至或冬至以后 1 个月左右.

在 250 毫巴及 750 毫巴上，基本气流的建立及其季节变化如图 1 所表示. 基本气流建立的速度比已給定下垫面温度梯度的模式[7]要慢. 在图 1 中看到基本气流有显著的季节变化. 最大西风风速在夏至以后一个多月在北緯 55° 处出現，其数值为 $\bar{u}_1 = 23$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_3 = 7$ 米·秒$^{-1}$；冬至以后 1 个多月在北緯 35° 处出現，其数值为 $\bar{u}_1 = 44$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_3 = 14$ 米·秒$^{-1}$. 这种最大西风风速所在緯度的季节变化与实况是比較接近的. 这种夏季北进、冬季南退的变化与太阳輻射的变化有关.

最后来看一下緯圈平均垂直速度 $\bar{\omega}_2$ 的演变. 开始时是一个正环流，赤道上升，北极

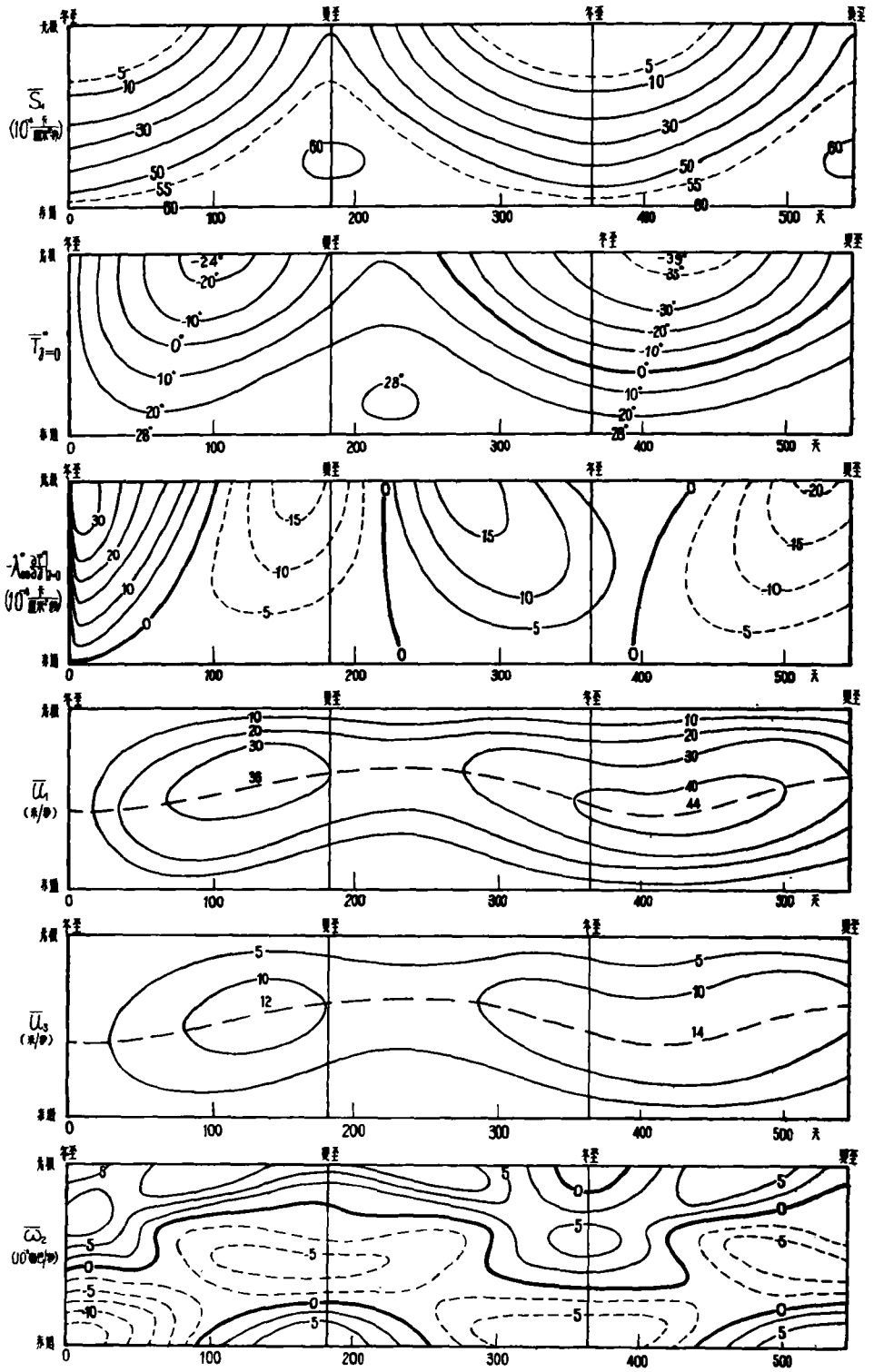


图 1 基本場随时間的演变图

($\bar{S}_4$ 表示到达地面的短波輻射通量，$\bar{T}^*_{z=0}$ 表示下垫面溫度，$-\lambda^*_{s0}\left.\frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z}\right|_{z=0}$ 表示下垫面热通量，$\bar{u}_1$ 表示 250 毫巴基本气流，$\bar{u}_3$ 表示 750 毫巴基本气流，$\bar{\omega}_2$ 表示緯圈平均的垂直速度)

下沉．在春分之前，上升区突然伸到很北的区域，在夏季形成中緯度上升，高低緯度下沉的环流．过了秋分以后，又突然回复到冬季的正环流的形势，但在北极附近有微弱的下沉区．所以，在不加扰动时，緯圈平均的垂直速度基本上可分为二种形势，一种是冬季的正环流型，另一种是夏季的中緯度上升，高低緯度下沉型．在春分之前及秋分之后各有突变过程．

七、非絕热加热作用下的扰动特征

現在同时考虑基本运动和扰动运动，对基本运动方程組(5.1)，扰动运动方程組(5.3)，基本的下垫面热传导方程(4.24)和扰动的下垫面热传导方程 (4.27) 联立求解．为了了解非絕热加热的作用，暫时不計地形的动力作用．我們仍取 $\Delta t = 3$ 小时．

在初始时刻，流場的扰动取为零，$\psi_1' = 0$，$\psi_3' = 0$，但基本气流取成 $\bar{u}_{1-1} = 17$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_{1+0} = 20$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_{1+1} = 8$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_{3-1} = 5$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_{3+0} = 7$ 米·秒$^{-1}$，$\bar{u}_{3+1} = 4$ 米·秒$^{-1}$．对 1958 年 1 月 27 日的下垫面温度 $T^*(z = 0)$，按 (2.10) 的形式展成富氏級数后，再将合成的值作为初值(見图 2)．該图能代表冬季典型的下垫面温度．

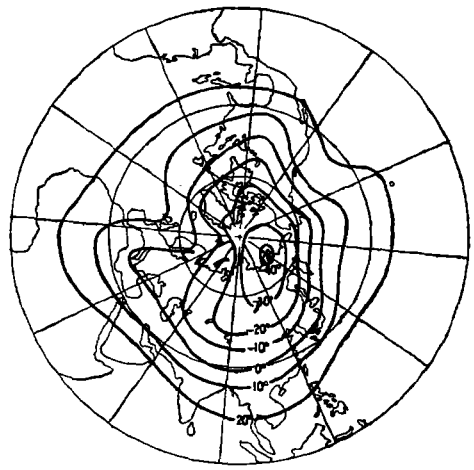


图 2　初始的下垫面溫度場 $T^*(z = 0)$

初始时刻的扰动厚度場 $(\psi_1' - \psi_3')$ 为零，因为 $\psi_1' = 0$，$\psi_3' = 0$．但由于海陆的热力特性不同而激发出来的第三、六、九天和第十五天的扰动厚度場 $(\psi_1' - \psi_3')$ 如图 3 到图 6 所示．很显然，在第三天的图上，刚好欧亚大陆上空在变冷，而 45° 緯度以北的大西洋上空在变暖，但強度較弱．在第六、九天的图上，看到原来在欧亚上空的变冷区东移，強度加深；大西洋上空的变暖区強度变強．到第十五天，亚洲及整个太平洋都是变冷区，而变冷中心在庫頁島上空．整个美洲大陆、大西洋及欧洲为变暖区，变暖中心在英国上空．

扰动厚度場 $(\psi_1' - \psi_3')$ 的这种配置的形成，是因为在冬季陆冷洋暖，当空气自西向东經过大陆上空不断冷却，到大陆东岸时达到最低值，如苏联庫頁島上空的冷中心；当空气自西向东經过大洋上空时不断增暖，到大陆西岸时达到最高值，如英国上空的暖中心．从图上看来北美大陆的作用显不出来，可能是由于北美大陆的面积比欧亚大陆的面积小得多的緣故．

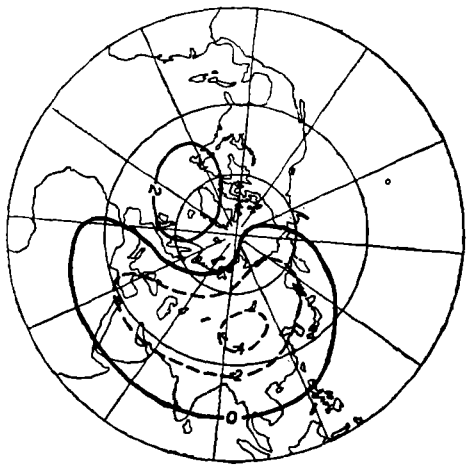


图 3 第三天的扰动厚度場 ($\psi_1'-\psi_3'$)
(单位: 10^6米^2·秒$^{-1}$)

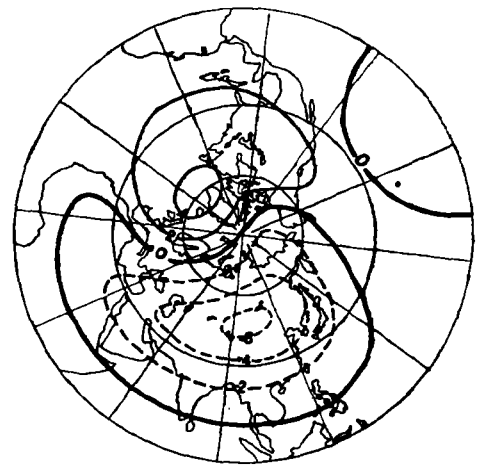


图 4 第六天的扰动厚度場($\psi_1'-\psi_3'$)
(单位: 10^6米^2·秒$^{-1}$)

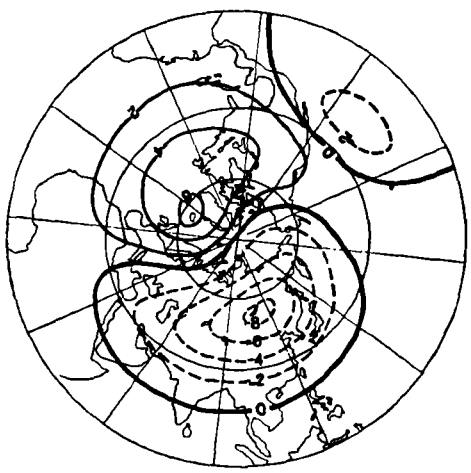


图 5 第九天的扰动厚度場 ($\psi_1'-\psi_3'$)
(单位: 10^6米^2·秒$^{-1}$)

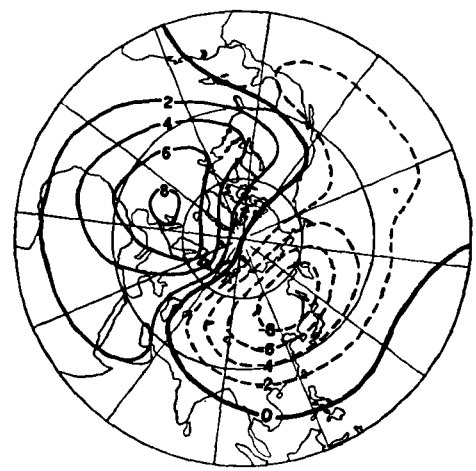


图 6 第十五天的扰动厚度場 ($\psi_1'-\psi_3'$)
(单位: 10^6米^2·秒$^{-1}$)

八、非絕热加热和地形共同作用下的流場演变

除了加入地形动力作用外，所取的方程組与上节完全一样，初值也与上节完全一样，以三小时作为时間步长，算了十二天. 从图 7 到图 10 分别表示第三、六、九天和第十二天的 750 毫巴上的流場. 限于篇幅，只給出 750 毫巴上的流場. 从图中所反映出来的流場演变特点，可以归結为以下二点来討論.

1. 冬季冷空气的活动过程

考虑非絕热加热（包括海陆的差异）和地形作用，以緯圈气流作为初值，到了第三天（图 7 ）在苏联的新地島上空产生一个小槽，第六天这小槽加深，但很少移动，第九天小槽

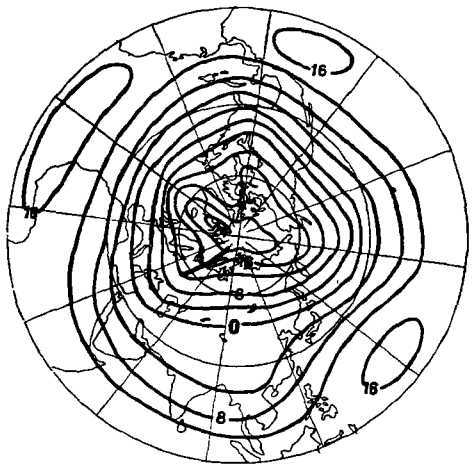


图 7　第三天的 750 毫巴上的流場 ψ_3
（单位：10^6米^2·秒$^{-1}$）

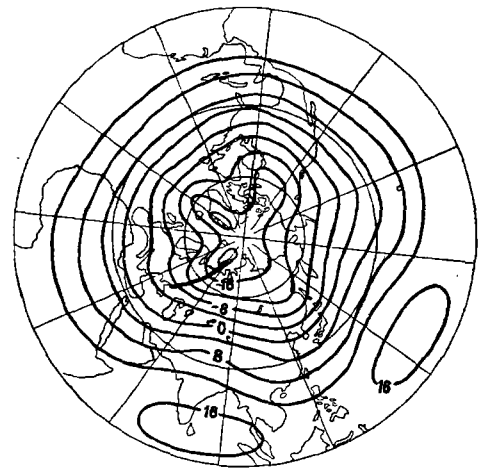


图 8　第六天的 750 毫巴上的流場 ψ_3
（单位：10^6米^2·秒$^{-1}$）



图 9　第九天的 750 毫巴上的流場 ψ_3
（单位：10^6米^2·秒$^{-1}$）

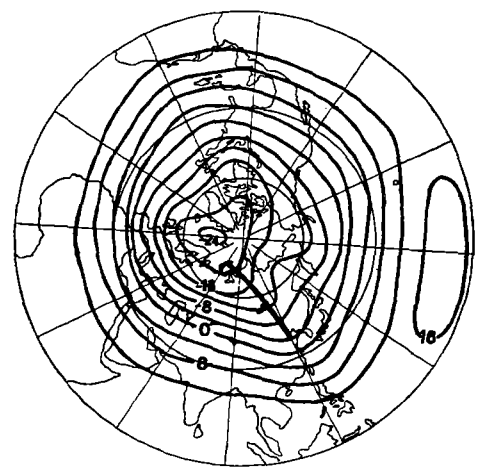


图 10　第十二天的 750 毫巴上的流場 ψ_3
（单位：10^6米^2·秒$^{-1}$）

已經发展了，并开始向东移动，到了第十二天該槽已很快地向东南方向移动．整个过程相当于一次冷空气活动．

根据天气实践，冬季东亚的冷空气往往是从苏联新地島来的小槽发展起来的，这个小槽一边发展，一边向东南方向移动，造成东亚一次冷空气活动．我們的計算結果也多少类似于这种过程．計算結果求出了冷空气源的偏爱地区：即起源在苏联新地島上空，并向东南方向移动．

2. 东亚大槽与北美大槽

在第三天的图上，在我国西藏高原有类似于繞流的現象出現．到第六天（图 8）繞流現象消失，在东亚建立了大槽．但到了第九天（图 9）苏联烏拉尔的槽正在发展时，則东亚

大槽不清楚了. 直到冷空气爆发的第十二天,在东亚又建立了大槽. 看来,东亚大槽随时間的变动較大,但北美大槽仅在平均位置附近左右摆动,比起东亚大槽要稳定得多.

致謝: 本文承叶篤正教授热情鼓励,在編制程序的工作中张宝严同志做了很多工作,作者謹致以深切謝意.

参 考 文 献

[1] Phillips, N. A., *Q. J. R. Met. Soc.*, **82** (1956), 123—164.
[2] Charney, J. G., *The Rossby Memorial Volume*, 1959, 178—193.
[3] Matsumoto, S., *Proc. Inter. Sym. N. W. P. in Tokyo*, 1962, 539—553.
[4] Bryan, K., *Tellus*, **11** (1959), 163—174.
[5] Lorenz, E. N., *J. Atm. Sci.*, **19** (1962), 39—51.
[6] Smagorinsky, J., *Mon. Wea. Rev.*, **91** (1963), 99—164.
[7] 陈雄山,非絕热加热及地形动力作用下的大气环流长期演变过程,气象学报,**34** (1964), 271—284.
[8] Berkofsky, L. and Bertoni, E. A., *Bull. Am. Met. Soc.* **36** (1955), 350—354.
[9] Adem, J., *Tellus*, **14** (1962), 102—115.
[10] Федосеев А. И., *Труды ГГО*, вып. **41 (103)**, (1953), 133—143.
[11] Алисов Б. П., Дроздов О. А., Рубинштейн Е. С., Курс климатологии, Гидрометеоиздат, 1952, 15—22.
[12] Кондратьев К. Я., Лучистая энергия солнца, Гидрометеоиздат, 1954, 279—282.
[13] Simpson, G. C., *Mem. Roy. Met. Soc.*, **3** (1928), No. 21, 1—26.
[14] Будыко М. И., Тепловой баланс земной поверхности, Гидрометеоиздат, 1956, 238—244.
[15] Кибель И. А., В ведение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды, ГИТТЛ, 1957, 340—357.
[16] Машкович С. А., *Труды ЦИП*, **78** (1958), 5—36.
[17] 陈雄山,斜压大气中基本气流与扰动的若干制約过程,气象学报,**34**(1964), 20—30.

A NUMERICAL EXPERIMENT OF THE GENERAL CIRCULATION OF THE ATMOSPHERE

CHEN YUNG-SAN

(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)

ABSTRACT

A numerical experimental model of the general circulation of the atmosphere is constructed based on a two-level quasi-geostrophic model with the dynamical effects of topography and land-and-sea distribution and the radiation, turbulent and condensation heatings included. In the radiation heating, the influences of clouds on the long wave and short wave radiations are considered, by assuming that the appearance of cloud depends on the vertical current only. The surface temperature is obtained by solving the heat-transfer equation. The derived non-linear ordinary differential equations are numerically integrated on electronic computer by using Runge-Kutta method.

In the absence of disturbances the surface temperature and basic currents are gradually set up by the excitement of solar radiation with an annual period. The surface temperature has an apparent seasonal fluctuations, which lag behind that of the solar radiation about one month. The obtained values of surface temperature in winter and summer are in accord with the actual climatic values. The basic currents also have an apparent seasonal fluctuations, which also lag behind that of the solar radiation more than one month. In summer, the basic currents decrease in intensity and the jet stream shifts towards the north, and in winter, the basic currents increase in intensity and the jet stream shifts towards the south.

In winter, the thermal properties of the actual land-and-sea distribution of northern hemisphere enable the air over Asia and the Pacific to cool down and the air over Europe and Atlantic Ocean to warm up. Under the mutual effects of topography and non-adiabatic heatings, troughs form over eastern Asia and northern America. The process of cold-air activity is also discovered in the experiment. This cold-air activity has its favourite origin which is Novaya Zemlya in Europe. Further the cold air originated from Novaya Zemlya has its favourite southeastward track.