第34卷 第2期 气 象 学 报 Vol. 34, No. 2
1964年5月 ACTA METEOROLOGICA SINICA May, 1964

大气近地面层中不同温度层結下的湍流运动*

濮 培 民
(北京大学地球物理系)

提 要

本文运用相似理論，在物理分析的基础上試图从統一的观点来討論不同溫度层結下的湍流运动．由强迫对流到自由对流的过渡趋势假定是連續的，对极端稳定层結时湍流运动的特点提出了看法．选取了符合物理分析所要求的通用函数的形式，設法确定了其中的参数的値，并进而建立了根据梯度观测資料計算湍流系数及各种湍流輸送通量的公式及图表，并用不同資料进行了检驗．

一、引 言

在近地面层中，大气与地面間动量、热量和水汽等物理量的湍流交換很強．大气中湍流运动的重要特点是，它不仅依赖于大气的平均的动力状态，而且与大气的平均的热力状态有实质性的联系．正确考虑温度层結对大气湍流运动的影响是极为重要的．很多作者[1—9]从混合长随高度的变化与温度层結有关等假定出发，設法考虑了大气层結稳定度对湍流运动的影响．后来 Обухов[10] 試图运用相似理論处理近地面层的物理机制間题，随后 Монин 等人[11—13]发展了这个理論．利用相似理論，对温度层結的中性、极端稳定和自由对流三个极端状态下的湍流运动特点，及风速和温度等廓綫分布，可以作出定性的討論．一些参数的値須要通过实驗决定．近年来在直接测量湍流热量及动量通量方面作了不少工作[17—21]．对自由对流时湍流交換的特点，Priestley[14—16] 作了詳細的討論．正确地描述过渡状态层結下湍流运动的特点是很重要的．Казанский，Монин 等人[10—13] 都討論了这个問題．其主要缺点，首先是对稳定与不稳定状态下的湍流运动缺乏統一的討論[11—13]，或者只对接近中性层結的状态进行討論[10]．其次在他們的工作中，由強迫对流到自由对流的过渡趋势是不連續的，而实际上是連續的[20,22]．第三他們模式中的参数較多，有些参数取舍的任意性很大，用不同資料所得的値差别很大(見文献[11, 12, 20, 23])．

本文試图从一般物理意义由統一的观点来討論稳定和不稳定状态下的湍流运动，指出了不同温度层結下湍流运动的特点．由強迫对流到自由对流的过渡趋势，以及由湍流运动到层流运动間的过渡都是連續的．文中用观測資料訂出了模式中的参数的値，給出了根据梯度观测計算湍流交換系数、动量、热量和水汽等輸送通量的公式及图表．

二、三种极端状态下的湍流运动，通用函数的确定

在我們所討論的情况下，其平均状态是水平均匀和定常的．在近地面层中由于平均

* 本文1963年2月7日收到，同年11月收到修改稿．

风向随高度的偏轉可以忽略，故取平均风向为 x 軸，此外，忽略平均垂直运动，$\overline{W}=0$. 这样，风速、絕对温度和比湿等平均特点 $(\bar{u}, \overline{T}, \bar{q})$ 只与垂直高度 z 有关.

在湍流半經驗理論中，通常以湍流系数 K 表示湍流运动的特点，并把湍流动量通量 $(-\tau)$，热量通量 (P) 和比湿通量 (E) 分别写成[1)]

$$-\tau=\overline{\rho u'W'}=-\bar{\rho}v_*^2,\quad P=C_p\overline{\rho T'W'}=-C_p\bar{\rho}\theta_*,\quad E=\overline{\rho q'W'}=-\bar{\rho}q_*, \tag{2.1}$$

其中

$$v_*^2=K\frac{\partial\bar{u}}{\partial z},\quad \theta_*=K\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\Gamma_p\right)=K\frac{\partial\overline{T}_1}{\partial z},\quad \overline{T}_1=\overline{T}+\Gamma_p z,\quad q_*=K\frac{\partial\bar{q}}{\partial z}, \tag{2.2}$$

Γ_p 称为平衡温度梯度.

在定常、水平均匀和 $\overline{W}=0$ 的条件下，湍流能量平衡方程可写成[2)]:

$$\bar{\rho}T_r-\bar{\rho}G-\bar{\rho}D+A=0, \tag{2.3}$$

其中 T_r 表示单位质量空气內平均运动动能与湍流运动动能間的轉換率，G 表示在湍流运动中，克服浮力作功而引起的单位質量空气內湍流动能与重力位能間的轉換率，D 表示由于分子粘性耗散动能而引起的单位質量空气內的湍流动能与內能間的轉換率，A 表示在以脉动速度作位移中所有脉动表面力的平均作功率. 在我們的情形下有

$$\begin{aligned} T_r&=-\frac{1}{\bar{\rho}}\overline{\rho u'W'}\frac{d\bar{u}}{dz}=K\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2=\frac{v_*^4}{K},\\ G&=-\frac{g}{\overline{T}}\cdot\frac{1}{\bar{\rho}}\overline{\rho T'W'}=\frac{g}{\overline{T}}K\left(\frac{d\overline{T}_1}{dz}\right)=\frac{g}{\overline{T}}\theta_*. \end{aligned} \tag{2.4}$$

这是与平均場有关的湍流运动特征量，其中 g 为重力加速度. D 和 A 在很大程度上可认为是与平均場无直接关系的湍流运动特征量. 这样，在研究近地面层湍流运动特点时，可取四个决定性参数：K, T_r, G 及 z，或由 (2.4) 式可知 T_r 是 v_* 和 K 的函数，故亦可用 v_* 代替 T_r. 其中有长度及时間二个基本量綱. 按 Π 定理[3)]可組成二个独立的无量綱量，例如

$$\frac{K}{zv_*},\quad Ri=\frac{K}{L''v_*}=\frac{g}{\overline{T}}\frac{d\overline{T}_1}{dz}\bigg/\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2, \tag{2.5}$$

其中 Ri 即 Richardson 数，$L''=v_*^3\Big/\left(\frac{g}{\overline{T}}\theta_*\right)$ 为具有长度量綱的参数. 按相似理論，由 (2.5) 式决定之二无量綱量之間必存在某一函数关系，即有 $\frac{K}{zv_*}=f(Ri)$. 重要的是决定通函数 $f(Ri)$ 的形式，这应借助于实驗[4)]. 由于实际观测上的困难及資料的可靠性，关于 $f(Ri)$ 还沒有得到肯定的結果. 我們将通过对极端不稳定，极端稳定和中性温度层結等三种极端状态下湍流系数随高度分布的特点，以及一般温度层結对湍流运动的影响的物理分析，給出通用函数的形式. 然后再根据实际观测資料訂出其中的参数.

1) 参見 Лайхтмана Д. Л. и М. И. Юдина под ред., Основы динамической метеорологии (有中譯本) Л. 1955, гл. I, § 7. 其中假定动量、热量和水汽輸送的湍流系数是相同的.

2) 参見上书 гл. XIV, § 5, § 6.

3) 参見 Седов А. И., Методы подобия и размерности в механике, М. 1957, стр. 28.

4) 引言中提及的各种关于混合长的假說亦可归結为对通用函数的假說. 事实上由 $v_*^2=K\frac{d\bar{u}}{dz}$ 及 $K=l^2\left|\frac{d\bar{u}}{dz}\right|$ 二式，并考慮 $\frac{K}{zv_*}=f(R_i)$ 可得 $l=\frac{K}{v_*}=zf(Ri)$.

为了方便起見，我們設

$$K/(\kappa v_* z) = Ri(X)\Big/\left(\frac{4}{3}Ri_{\text{кр}}\cdot X\right) = \mathscr{K}(Ri) = \left[\frac{4}{3}X\cdot\Psi(X)\right]^{-1}, \tag{2.6}$$

其中引入与 Ri 数有密切关系的无量綱量 X，且

$$X = z/L,\quad L = Ri_{\text{кр}}v_*^3\left(\frac{3}{4}\kappa\cdot\frac{g}{T}\theta_*\right)^{-1}, \tag{2.7}$$

$$Ri = Ri_{\text{кр}}/\Psi(X), \tag{2.8}$$

其中 $Ri_{\text{кр}}$ 为临界的 Ri 数，κ 为 Karman 常数。

下面討論通用函数 $\Psi(X)$ 在三种极端状态下应具备的特点：

(1) 当接近中性层結[1)]时 $X\sim\theta_*\to\pm 0$. 实驗証明在风洞及中性大气中 $K/(\kappa v_* z)=1$. 故按 (2.6) 式

$$\Psi(X)|_{X\to\pm 0} = \left(\frac{4}{3}X\right)^{-1}. \tag{2.9}$$

(2) 当自由对流 $\theta_* < 0$，$v_*\to 0(X\to-\infty)$ 时，湍流运动完全决定于热力不稳定条件，K 与 v_* 无关，故 (2.6) 式右边必須正比于 v_*，因而必須有

$$1/\Psi(X)|_{X\to-\infty} \sim X|X|^{1/3}, \tag{2.10}$$

若取

$$A(X) = X^2|\Psi(X)|^{3/2}, \tag{2.11}$$

則由 (2.10) 式可得

$$A(-\infty) = \text{常数}. \tag{2.11'}$$

(3) 温度层結极端稳定时湍流系数分布特点还沒有肯定的理論結果。許多作者的公式对很強的逆温层結常是不适用的。例如按 Будыко 公式得到的 K 值太小[24]，按 Монин-Казанский 公式得到的值太大[20]等。目前关于通用函数的形式主要有二类：第一类 $\mathscr{K}(Ri) = (1-\sigma_1 Ri)^{\alpha}$，第二类 $\mathscr{K}(Ri) = (1+\sigma_2 Ri)^{-\beta}$，或以 z/L 代替式中之 Ri 数。其中 σ_1, σ_2, α 和 β 为正的常数，这些形式在逆温很強时不适用的原因可能是由于：

(i) 当 Ri 愈大时第一类形式中 $Ri_{\text{кр}} = 1/\sigma_1$ 的影响愈大。这种形式实际上假定了湍流运动与层流运动間的轉变是突然的。$Ri_{\text{кр}}$ 是这一突变的严格界限，公式对 $R_i > Ri_{\text{кр}}$ 是不适用的。$Ri_{\text{кр}}$ 很可能是与临界的 Reynolds 数一样，是与地表特点等有关的量。不同作者得到了不同的 $Ri_{\text{кр}}$ 值。根据 Воронцов[25] 和 Wanta[26] 的結果，似乎 $Ri_{\text{кр}}$ 是随高度增加的。此外，在实际大气中經常存在 $Ri > 1$ 的情形。由湍流到层流連續地过渡时通用函数最好能保証湍流系数是流体的动力和热力状态的連續函数。最好也不把 $Ri_{\text{кр}}$ 值看作在大 Ri 数时对湍流系数有决定性影响的参数。

(ii) 这二类形式中 α 和 β 是反映动力和热力作用相对关系的参数。例如第二类形式中当 $\sigma_2 Ri \gg 1$ 时，$K/(\kappa v_* z) \sim [K/(v_* L'')]^{-\beta}$ 或 $K^{1+\beta} \sim \kappa z v_*^{1+\beta}\left(\frac{g}{T}\theta_*\right)^{-\beta}$. 若 β 值很小(大)則温度层結 (θ_*) 对湍流运动的影响也很小(大)。温度层結的作用在接近中性层結时是不显著的。随 $|Ri|$ 的增加 θ_* 的影响要增加。参数 β 和 α 很可能是变量。事实上

1) 我們将称湍流热通量为零的温度层結为中性层結。

不同作者得到不同結果. 例如 $\alpha = \frac{1}{4}$[10], $\frac{3}{5}$[11], $\frac{1}{2}$[4,9], 1[8]; $\beta = \frac{1}{2}$[1,3], 1[13] 以及在对数一綫性模式中的常数 $\beta_1 \sim \beta$ 随 $|Ri|$ 增大而增大[23].

根据以上分析,本文将采用另外的形式. 其中 Ri_{kp} 不是 Ri 的极限,当 $Ri \gg Ri_{kp}$ 或 $X \to +\infty$ 时假定湍流系数只决定于温度层結 (θ_*) 的影响,而与动力影响 (v_*) 无关,亦即假定湍流系数的分布特点在极端稳定层結时与极端不稳定层結时都是由温度分布起决定性作用,且由湍流到层流过渡及由強迫对流到自由对流过渡时,通用函数及其导数都是連續的. 而在接近中性层結时,則风速切变的动力因子起决定性作用. 当 $X \to +0$ 或 $X \to -0$ 时 $\Psi(X)$ 以相同的量级 $\frac{1}{X}$ (但其絕对值并不相等) 趋向于无穷大. 在这样假定下,当 $X \to +\infty$ 时可得与 (2.10), (2.11′) 式类似的关系式:

$$1/\Psi(X)|_{X\to+\infty} \sim X|X|^{1/3} = |X|^{4/3}, \tag{2.12}$$

及

$$A(+\infty) = 常数. \tag{2.12'}$$

(4) 按物理意义 (2.6) 式的左边为正数,故必成立:

$$X\Psi(X) > 0. \tag{2.13}$$

(5) 因不稳定层結有利于湍流运动的发展,稳定层結不利于湍流运动的发展,故在 v_* 及 θ_* 有相同的絕对值但 θ_* 的符号不同时,在高度 z 上 $K/(\kappa v_* z)$ 在 $X < 0$ 时要比 $X > 0$ 时大. 即須成立

$$|\Psi(-|X|)|_{X<0} < |\Psi(|X|)|_{X>0}. \tag{2.14}$$

首先我們指出,满足 (1)—(5) 条件的函数的可能形式为

$$\Psi(X) = \Psi_1(X) + \Psi_2(X), \quad \Psi_1(X) = \frac{|X|}{X}[(1+|X|)^{4/3} - 1]^{-1},$$

$$\Psi_2(X) = m_i[1 + |X|^{4/3}]^{-1}. \tag{2.15}$$

其中 m_i 为某一正数常数, $i = 1, 2$, 当 $X < 0$ 时 $i = 1$, 取 m_1, $X > 0$ 时 $i = 2$, 取 m_2, 且 $|\Psi_2(X)| < |\Psi_1(X)|$.

由于 $\Psi(X)|_{X<0} = -|\Psi_1| + |\Psi_2|$, $\Psi(X)|_{X>0} = |\Psi_1| + |\Psi_2|$, $m_1 \neq m_2$ 但 $\Psi(X)$ 的函数形式对 $X < 0$ 及 $X > 0$ 是类似的, $\Psi|_{X\to\pm0} = \frac{3}{4}X$, $\Psi|_{X\to\pm\infty} \sim X|X|^{1/3}$; 故这个形式是考虑了 $X < 0$ 及 $X > 0$ 时层結对湍流运动的影响既有重大差別的一面 (G 的符号是相反的) 又有类似的一面 (随 $|Ri|$ 增加温度层結的影响相对动力影响要增加). 这是比較合理的.

下面討論近地面层中气象要素垂直分布廓綫的形式. 在湍流属性輸送通量不随高度改变的假定下, 取边界条件 $z \to z_0$ (z_0 为地表粗糙度高度) 时, $\bar{u} \to 0$, $\bar{T}_1 \to \bar{T}_0$, $\bar{q} \to \bar{q}_0$. 由 (2.1), (2.6), (2.15) 式可积分得

$$\bar{u}\kappa/v_* = (\bar{T}_1 - \bar{T}_0)\kappa v_*/\theta_* = (\bar{q} - \bar{q}_0)\kappa v_*/q_* = F(X) - F(X_0), \tag{2.16}$$

其中

$$F(X) = f(\xi) + \frac{|X|}{X}\varphi(\eta), \tag{2.17}$$

$$f(\xi) = 4\int \frac{\xi^2 d\xi}{\xi^4 - 1} = \ln|(\xi - 1)/(\xi + 1)| + 2\,\mathrm{arctg}\,\xi, \tag{2.18$^{1)}$}$$

$$\varphi(\eta) = 4m_i \int \frac{\eta^2 d\eta}{\eta^4 + 1} = m_i \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \ln\left[(1 - \sqrt{2}\eta + \eta^2)/(1 + \sqrt{2}\eta + \eta^2)\right] + \right.$$

$$\left. + \sqrt{2}\left[\mathrm{arctg}(\sqrt{2}\eta - 1) + \mathrm{arctg}(\sqrt{2}\eta + 1)\right] \right\}, \tag{2.19$^{2)}$}$$

$$\xi = (1 + |X|)^{1/3}, \quad \eta = |X|^{1/3}, \quad X = z/L, \quad X_0 = z_0/L. \tag{2.20}$$

很容易証明，在三种特殊层結状态下湍流系数及气象要素的分布廓綫将具有以下形式：

（1）在接近中性层結或 $z \to 0$ 时，$X \to \pm 0$，有

$$K|_{X \to \pm 0} = \kappa v_* z, \tag{2.21}$$

及

$$F(X) - F(X_0) = \ln(z/z_0). \tag{2.22}$$

(2.22) 式即公認的对数分布規律。

（2）在自由对流时，$v_* \to 0$，$\theta_* < 0$，$X \to -\infty$

$$K|_{X \to -\infty} = \left(\frac{3}{4}\kappa\right)^{4/3} (g/Ri_{\text{кр}}\bar{T})^{1/3}[|\theta_*|^{1/3} z^{4/3}]/(1 - m_1), \tag{2.23}$$

及

$$F(X) - F(X_0) = [4(1 - m_1)/\kappa^{-1/3}]\left[\frac{3}{4} Ri_{\text{кр}} \cdot g/\bar{T}\right]^{-1/3} [v_*/|\theta_*|^{1/3}][z_0^{-1/3} - z^{-1/3}]. \tag{2.24}$$

(2.24) 式即 $z^{-1/3}$ 分布規律，这是与文献 [12, 14—16 及 27] 的結論相一致的。

（3）在极端稳定时，$v_* \to 0$，$\theta_* \to 0$，$X \to +\infty$。可得到与 (2.23)，(2.24) 式类似的公式，只是以 $(1 + m_2)$ 代替其中的 $(1 - m_1)$。这是和許多作者的結論不同的。

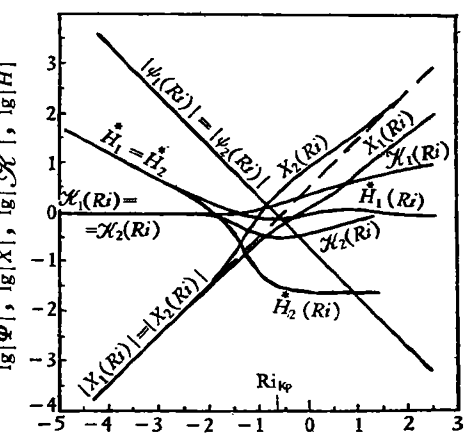

图 1　无量綱通用函数 Ψ, X, $\mathscr{K}$ 及 $\overset{*}{H}$ 与 Ri 数的关系。

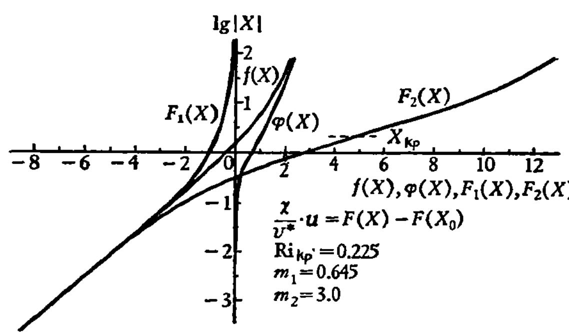

图 2　函数 $f(X)$, $\varphi(X)$, $F_1(X)$, $F_2(X)$ 的图形，$F(X)|_{X<0} \equiv F_1$, $F(x)|_{x>0} \equiv F_2$.

图 1，2 是函数 Ψ、X、$\mathscr{K}$、$\overset{*}{H}$、F 的图形（参見第三节）。其中以附标“1”和“2”分別表示不稳定和稳定层結时的函数。由图 1 可知斜率 $a = \dfrac{d(\lg \mathscr{K}_2)}{d(\lg Ri)}$ 随 Ri 数改变。若

1)，2) 参閱 Рыжик И. М., Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, ОГИЗ, 1948, 17—19.

把 α 看成参变量则可积分得 $\mathscr{K}_2 \equiv K/(\kappa v_* z) = CRi^{\alpha}$，当 $\lg Ri < -2$ 时 $\alpha \approx 0$，得綫性关系 $K \sim v_* z$，当 $\lg Ri \approx -1.3$ 时 $\alpha = -\frac{1}{2}$，这时得与文献[1, 2]类似的結果，在 $Ri \approx Ri_{\text{кр}}$ 时 $\alpha \approx 0$，这与中性层結时类似，当 $Ri \gg Ri_{\text{кр}}$ 时 $\mathscr{K}_2$ 与 $\mathscr{K}_1$ 平行。气象要素随高度的分布由图 2 中的 F_2 表示。当 $\lg X < -1.8$ 时有对数分布，随 $X \sim z$ 的增加 F_2 有負曲率，在 $X_{\text{кр}} = X|Ri_{\text{кр}} = 2.4$ 附近又有对数分布，当 $X \gg X_{\text{кр}}$ 时有正曲率，与 F_1 类似。上述特点可由实际风速廓綫資料检驗。根据文献[28]的資料可得到 10 天平均风速廓綫。由图 3 可知，在夜間逆温层內确实有上述分布特点存在。在 u, $\lg z$ 坐标系中，在 z 較小时有綫性分布，然后廓綫曲率为負，随后又有綫性分布，当 z 繼逐增大时有正曲率（与不稳定层結时类似），这在 03，05 时的廓綫上更为明显，在这些高度上温度层結很稳定，Ri 数可达 10^0—10^1。再次出現对数分布的高度可称为 $z_{\text{кр}}$，这里經常出現的 Ri 数可定义为 $Ri_{\text{кр}}$，一般 $z_{\text{кр}} \sim 10$—30 米。有关夜間风速分布的資料1)表明，极端稳定层結下风速廓綫的上述特点是普遍存在的，这說明本文提出的形式能在更大的稳定度范围內描述风速廓綫。对不稳定层結亦有类似情形。由此看来我們所作的假定是比較合理的。

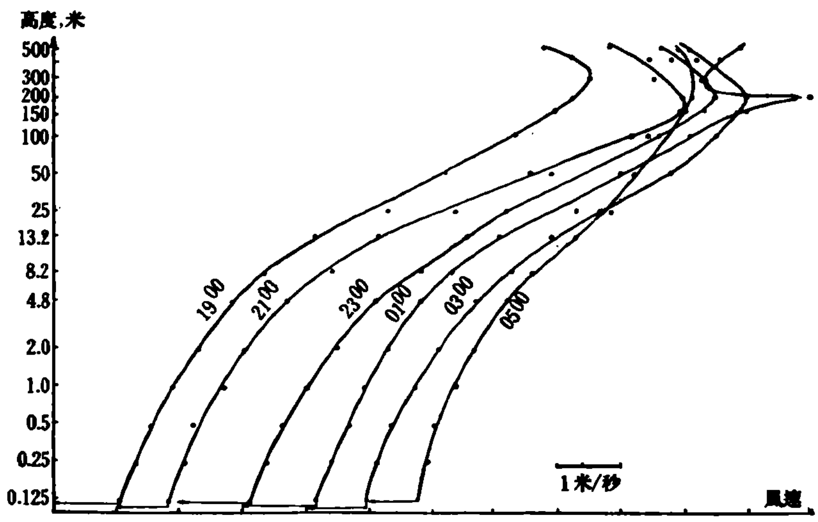

图 3 苏联 Махталин 考察[28]的 10 天平均风速廓綫。

三、参数的决定

在上面的公式中有四个待定的参数：κ、$Ri_{\text{кр}}$、m_1 和 m_2。其中 κ 在不可压縮流体及中性层結空气中的实驗值为 0.40（参見文献[3]），Будыко 取 0.38，Лайхтман 取 0.40，Монин 等人取 0.43。我們認为取 0.40 是比較合理的。

$Ri_{\text{кр}}$ 的实驗数据，各个作者得到不同的值。例如：$Ri_{\text{кр}} = 1$，$\frac{1}{4}$[30]，$\frac{1}{24}$[31]，Sutton[3]提

1) 例如：Letau H. H. and Davidson B., Exploring the atmosphere's first mile, Vol. II. 及 Gerhardt J. R., J. of the atm. Soc. N. 1, 19 (1962) 等。

出 $Ri_{\text{кр}}$ 在光滑地面上要比在粗糙地面上更小些的看法。Holzman 及 Deacon[3] 等整理大量資料后得到 $Ri_{\text{кр}} \approx \frac{1}{4}—\frac{1}{11}$，平均上 $Ri_{\text{кр}} \approx 0.15$。根据文献 [25, 26] $Ri_{\text{кр}} \approx 0.2—0.3$。由于在我們的公式中 $Ri_{\text{кр}}$ 值不是 Ri 数的上限，其意义为相当于 $z_{\text{кр}} \sim 10—30$ 米附近的平均的 Ri 数(参見第二节)。故我們可由观测資料直接求得。用文献 [28] 的資料求得 $Ri_{\text{кр}} = 0.255$。

为求得 m_1 和 m_2 可利用当 $X \to \pm\infty$ 时 $\Psi(X)$ 的特性。由 (2.6) 及 (2.11) 式可得

$$A = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 Ri_{\text{кр}}^{-1/2}\right][|Ri|^{1/4}/\mathscr{K}(Ri)]^2 = \lambda/\overset{*}{H}, \tag{3.1}$$

其中

$$\lambda = \left(\frac{3}{4}\kappa\right)^2 Ri_{\text{кр}}^{-1/2}, \tag{3.2}$$

$$\overset{*}{H} = |\theta_*|(g/\overline{T})^{-1/2}|d\overline{T}_1/dz|^{-3/2}\cdot z^{-2}, \tag{3.3}$$

$\overset{*}{H}$ 即为 Priestley[14] 所引进的函数。

由 (2.11′)、(2.12′) 及 (2.15) 式可得

$$A(-\infty) = \lambda/\overset{*}{H}_{\text{c.к}} = |1 - m_1|^{3/2} = \text{常数}, \tag{3.4}$$

$$A(+\infty) = \lambda/\overset{*}{H}_{\text{п.у}} = |1 + m_2|^{3/2} = \text{常数}, \tag{3.5}$$

其中 $\overset{*}{H}_{\text{c.к}}$ 及 $\overset{*}{H}_{\text{п.у}}$ 可按 (3.3) 式計算，为此須直接測量溫度梯度及 $\theta_* = \frac{1}{\bar{\rho}}\overline{\rho T'W'}$。

Priestley[14] 訊为当 $Ri|_{z=1.5米} \geqslant 0.02$ 时 $\overset{*}{H}_{\text{c.к}}$ 最可能的值为 0.81。Taylor[19] 得到当 $Ri|_{z=1.5米} \geqslant 0.02$ 时 $\overset{*}{H}_{\text{c.к}} = 0.79 \pm 0.04$。后来 Priestley[15] 訊为 $\overset{*}{H}_{\text{c.к}}$ 可取 0.08—1.0。Перепелкина[20] 得到 $\overset{*}{H}_{\text{c.к}} \approx 0.70$，这是偏低了。查看記录后我們发現有二組观测(9 月 7 日及 23 日)热通量的观測很可能是偏低了，观测值甚至远小于按中性层結公式計算的結果，这是不合理的。我們取了 $\overset{*}{H}_{\text{c.к}} = 0.90$。

当取 $\kappa = 0.40$，$Ri_{\text{кр}} = 0.225$ 时 $\lambda = 0.1897$，$m_1 = 0.6456$，近似地取 $m_1 = 0.645$，$m_1^{-1} = 1.55$。这时 $\gamma_{\text{p.c.к}} = |P|\cdot|\Delta T_1|^{-3/2} = 0.186$ 卡(厘米)$^{-2}$分$^{-1}$度$^{-3/2}$(参見第四节)。

为了决定 m_2，我們沒有現成的数据可取。利用文献 [20]，取极端稳定时 ($Ri \approx 0.4—0.8$) 的值 $\gamma_{\text{p.п.у}} \approx 2.55$，又因 $\gamma_{\text{p.c.к}}/\gamma_{\text{p.п.у}} = [(1+m_2)/(1-m_1)]^{3/2}$ (参見 (4.13) 式)。由此可求得 $m_2 = 2.86$。近似地取了整数 $m_2 = 3$。

四、用梯度观測資料决定湍流輸送通量和湍流系数的計算公式和計算方法

在确定了通用函数 $\Psi(X)$ 中的各参数后就可利用公式 (2.6) 及 (2.16) 計算湍流系数及輸送通量。为此让我們取与 Ri 数类似的数 $Б_1$ 及 $Б_2$：

$$Б_1 = \mu\cdot\Delta\overline{T}_1(\bar{u}_H)^{-2}, \tag{4.1}$$

$$Б_2 = \mu\cdot\Delta\overline{T}_1(\Delta\bar{u})^{-2}, \tag{4.2}$$

其中

$$\mu(H)=\left(\frac{4}{3}Ri_{\text{кр}}\right)^{-1}(g/\overline{T})H,\quad \Delta\overline{T}_1=\overline{T}_1(2H)-\overline{T}_1\left(\frac{H}{2}\right),$$
$$\Delta\bar{u}=\bar{u}(2H)-\bar{u}\left(\frac{H}{2}\right),\qquad \bar{u}_H=\bar{u}(H),\tag{4.3}$$

并取

$$\Delta\bar{q}=\bar{q}(2H)-\bar{q}\left(\frac{H}{2}\right),\ K_H=K(H),\ L_1=L/H,\ \zeta=z/H,\ \zeta_0=z_0/H,\tag{4.4}$$

H 为某一高度(一般可取 1 米)。

$$\bar{u}_H\cdot\kappa/v_*=F(1/L_1)-F(\zeta_0/L_1),\tag{4.5}$$

$$\Delta\bar{u}\cdot\kappa/v_*=\Delta\overline{T}\kappa v_*/\theta_*=\Delta\bar{q}\cdot\kappa v_*/q_*=F(2/L_1)-F\left(\frac{1}{2}\Big/L_1\right),\tag{4.6}$$

$$K_H=\kappa v_*H\mathscr{K}(1/L_1),\tag{4.7}$$

把 (4.5)—(4.7) 式代入 (4.1), (4.2) 式不难得到

$$B_1=L_1^{-1}\left[F(2/L_1)-F\left(\frac{1}{2}\Big/L_1\right)\right][F(1/L_1)-F(\zeta_0/L_1)]^{-2},\tag{4.1'}$$

$$B_2=L_1^{-1}\left[F(2/L_1)-F\left(\frac{1}{2}\Big/L_1\right)\right].\tag{4.2'}$$

現在我們就能根据梯度观測資料 (在用 B_1 时还必須知道地面粗糙度高度 z_0) 决定 B_1 或 B_2 及 L_1, 并进而决定湍流系数及湍流輸送通量. 先討論如何用 B_2 值来决定这些量.

将 (4.6), (4.7) 式代入 (2.1) 式可求得 τ, P, E (或蒸发潛热释放 $\mathscr{L}E$, $\mathscr{L}$ 为水分相变潛热):

$$\tau=\gamma_\tau(\Delta\bar{u})^2,\qquad \gamma_\tau=\rho(\kappa L_1B_2)^2=\rho\gamma_v^2,\quad v_*=\gamma_v(\Delta\bar{u})\tag{4.8}$$

$$P=-\gamma_P|\Delta\overline{T}_1|^{1/2}\Delta\overline{T}_1,\quad \gamma_P=\rho C_P\kappa^2\mu^{1/2}L_1^{\frac{3}{2}}|B_2|^{3/2},\tag{4.9}$$

$$\mathscr{L}E=-\gamma_E|\Delta\overline{T}_1|^{1/2}\Delta\bar{e},\quad \gamma_E=(0.623/P_0)(\mathscr{L}/C_P)\gamma_P,\tag{4.10}$$

$$K_H=\gamma_K\Delta\bar{u},\qquad \gamma_K=\kappa^2HL_1B_2\mathscr{K}(1/L_1),\tag{4.11}$$

其中 $\Delta\bar{e}=e(2H)-e(H/2)$, 为水汽压之差。

我們注意到,除 γ_τ 以外, γ_P, γ_E, γ_K 均与 H 有关. 且

$$\gamma_P,\gamma_E\sim\sqrt{H},\quad \gamma_K\sim H.\tag{4.12}$$

由 (4.9)—(4.11) 可知,当 $\Delta\overline{T}_1$ 及 $\Delta\bar{u}$ 决定后 τ, P, γ_E 及 K_H 就决定了. 可預先对一定間隔的 $\Delta\overline{T}_1$, $\Delta\bar{u}$ 值求出这些值,这样計算就很簡便. 图 4 是 γ_v, γ_P, γ_E 及 γ_K 与 B_2 的关系图。計算时所取的常数是: $\kappa=0.40$, $Ri_{\text{кр}}=0.225$, $m_1=0.645$, $m_2=3$, $g=9.8$ 米·秒$^{-2}$, $\overline{T}=288°$A, $P_0=1013$ 毫巴, $\rho=0.00129$ 克·厘米$^{-3}$, $C_P=0.243$ 卡克$^{-1}$度$^{-1}$, $\mathscr{L}=586$ 卡克$^{-1}$, $H=1$ 米, $\Delta\bar{u}$ 用米·秒$^{-1}$, $\Delta\overline{T}_1$ 用度, $\Delta\bar{e}$ 用毫巴計算. 所得的 τ 用达因·厘米$^{-2}$; P, $\mathscr{L}E$ 用卡·厘米$^{-2}$·分$^{-1}$, K_H 用米^{2}秒$^{-1}$計算.

考慮 (2.22), (2.24) 式可得在接近中性层結时有:

$$\lg(B_2L_1)=-\lg((\ln 4),\ P=-0.1562\cdot\Delta\bar{u}\cdot\Delta\overline{T}_1,\ \mathscr{L}E=-0.2317\cdot\Delta\bar{u}\cdot\Delta\bar{e},$$
$$\gamma_\tau=0.0311,\quad \gamma_K=0.1154,\tag{4.13}$$

在极端不稳定层結 (c. к) 及极端稳定层結 (п. y) 时 γ_P, γ_E, γ_K 等趋向与 $\Delta\overline{T}_1$, $\Delta\bar{u}$ 无关

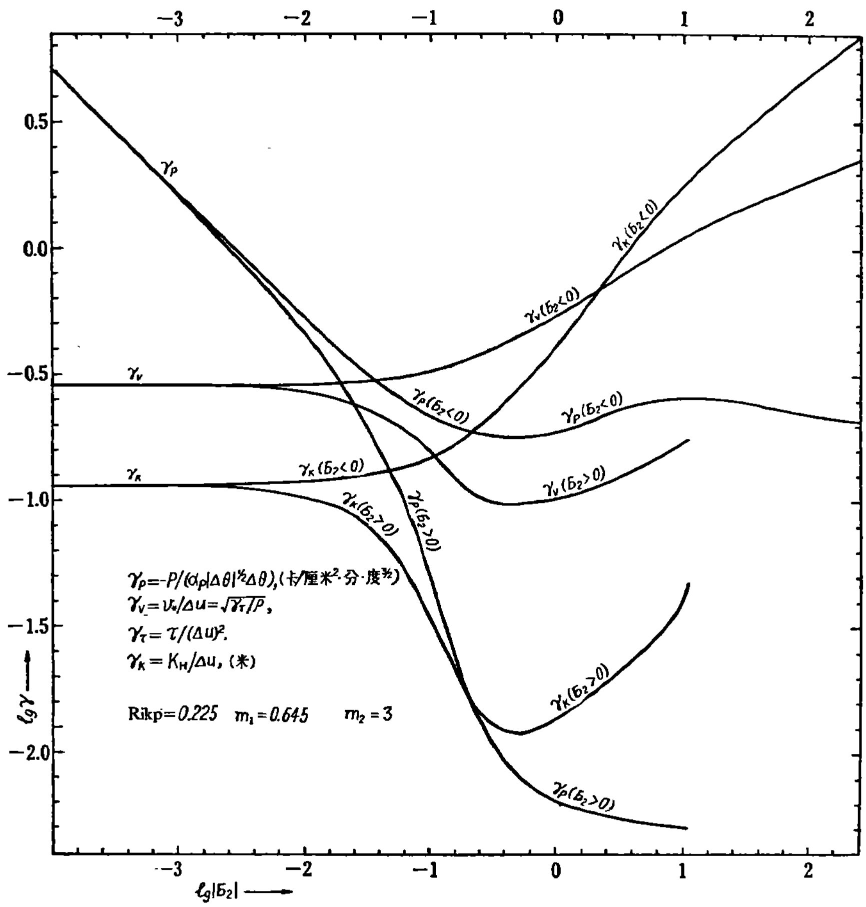

图 4

的常数，例如有

$$\gamma_{\text{p.c.к}}/\gamma_{\text{p.п.у}} = [(1+m_2)/(1-m_1)]^{3/2}, \tag{4.14}$$

此即在第三节中决定 m_2 时所用的关系式。

通过 $Б_1$ 計算 τ，P，$\mathscr{L}E$ 及 K_H 的方法是类似的。首先須按（4.1′）式作出 L_1 与 $Б_1$ 及 ζ_0 的函数关系图，以便于根据 $Б_1$ 及 ζ_0 决定 L_1。以下討論可把 L_1 当作已知量。由（4.6），（4.7）及（4.1′）式很容易得到：

$$\tau = \gamma'_\tau(\Delta\bar{u})^2, \qquad \gamma'_\tau = \rho\kappa^2\mu|L_1|\cdot\left|F(2/L_1) - F\left(\frac{1}{2}\Big/L_1\right)\right|^{-1}, \tag{4.15}$$

$$P = -\gamma'_P|\Delta\bar{T}_1|^{1/2}\cdot\Delta\bar{T}_1, \quad \gamma'_P = \rho C_P\kappa^2\mu^{1/2}|L_1|^{1/2}\cdot\left|F(2/L_1) - F\left(\frac{1}{2}\Big/L_1\right)\right|^{-3/2}, \tag{4.16}$$

$$\mathscr{L}E = -\gamma'_E|\Delta\bar{T}_1|^{1/2}\cdot\Delta\bar{e}, \quad \gamma'_E = (0.623/P_0)\cdot(\mathscr{L}/C_P)\cdot\gamma'_P, \tag{4.17}$$

$$K_H = \gamma'_K|\Delta\bar{T}_1|^{1/2}, \qquad \gamma'_K = \kappa^2 H\mu^{1/2}|L_1|^{1/2}\cdot\left|F(2/L_1) - F\left(\frac{1}{2}\Big/L_1\right)\right|^{1/2}. \tag{4.18}$$

根据梯度观测資料决定湍流系数及輸送通量的具体計算方法步驟可簡述如下［以已知在 2 米及 0.5 米高度上 ($H=1$ 米) 的 $\bar{u}$, $\bar{T}_1$ 和 $\bar{e}$ 的观测值为例]:

(1) 計算 $\Delta\bar{u}$, $\Delta\bar{T}_1$ 及 $\Delta\bar{e}$, 按 $\Delta\bar{u}$ 及 $\Delta\bar{T}_1$ 决定 $\lg|B_2|$.

(2) 由图 4 按 $\lg|B_2|$ 决定 γ_v, γ_P, γ_E 及 γ_K 的对数値。这时須注意 $\Delta\bar{T}_1>0$ 或 $\Delta\bar{T}_1<0$ 的差別. 若 $H\neq 1$ 米时則在 $\lg\gamma_P$ 及 $\lg\gamma_E$ 上要加 $\frac{1}{2}\lg H$, 在 $\lg\gamma_K$ 上要加 $\lg H$ [参見 (4.12) 式].

(3) 按由 (4.8)—(4.11) 式取对数而得的公式算出 $\lg v_*$, $\lg|P|$, $\lg|\mathscr{L}E|$ 及 $\lg K_H$ 并进而求出 τ, P, $\mathscr{L}E$ 及 K_H. P, $\mathscr{L}E$ 的符号与 $\Delta\bar{T}_1$ 及 $\Delta\bar{e}$ 的符号相反.

五、計算結果的分析比較

利用苏联大气物理研究所[20]的梯度观測資料,按本文方法計算了热通量 ($\bar{P}$),其結果与实測值 ($P_{測}$) 的比較見图 5. 由图 5 可見除了有二組記录(9 月 7 日及 23 日,上面已指出这二組記录是可疑的)計算值与实測值的偏离較大外,其他情况綫性相关是較好的,且 $P_{測}/\bar{P}\approx 1$. 把按本文方法計算結果 ($\bar{P}$) 及按 Казанский-Монин 方法計算結果 ($P_{К-М}$) 与观測值 ($P_{測}$) 相比发現对稳定层結,在 12 次記录中除 1 次外,其他 11 次 $\bar{P}$ 比 $P_{К-М}$ 更接近 $P_{測}$. 在不稳定情况下 73 次記录中 $\bar{P}$ 与 $P_{К-М}$ 基本相同者占 10 次, $\bar{P}$ 較好者有 38 次,其余 15 次 $P_{К-М}$ 更接近 $P_{測}$.

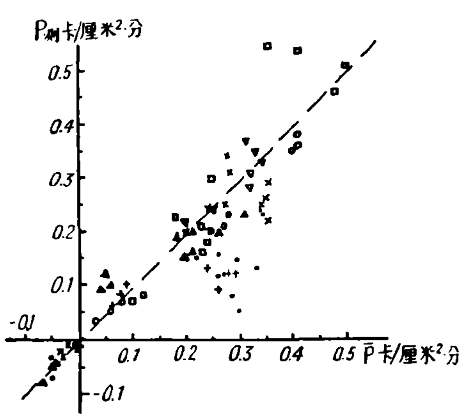

图 5

$P_{測}$——苏联大气物理研究所[20]湍流热通量脉动观測值. $\bar{P}$——按本文方法計算得的湍流热通量.

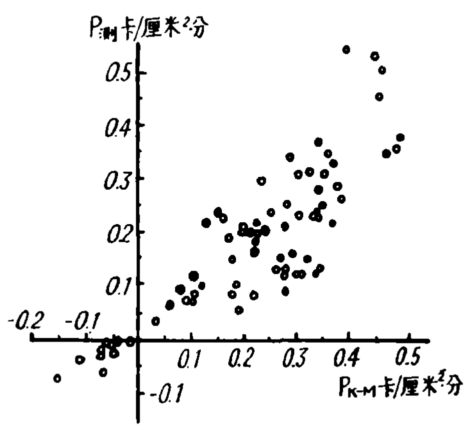

图 6

$P_{測}$——同图 5 說明, $P_{К-М}$——按 Казанский-Монин 方法計算得的湍流热通量.

我們也利用苏联 Махталин 考察[28]記录进行計算. 由于用一般水銀温度計及用电阻温度計測得的温度梯度有差別,故采用取平均值及舍去其差別大于 2℃ 的情形以減少观測誤差. 結果的比較見图 7. 計算值似乎比实測值要小些 $P_{測}/\bar{P}\approx 1.075$. 图 7 中 $P<0$ 的坐标比 $P>0$ 时放大了 10 倍. 考虑到資料精确度的限制(不同观測方法測得的梯度值常相差較大)这个結果还是比較滿意的.

图 8 是用不同方法求得的湍流热量輸送通量 P 的日变化(考察期間的平均值). 图 8

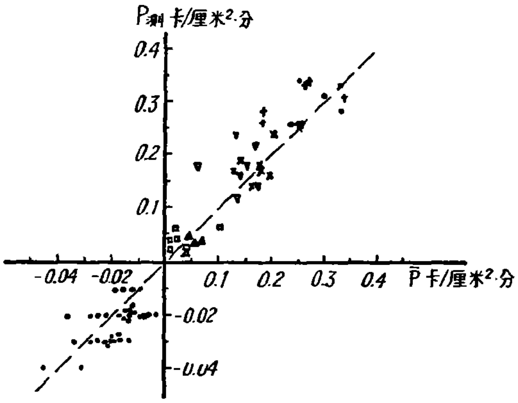

图　7

$P_{测}$——苏联 Махталин 考察[28]湍流热通量观测值. $\bar{P}$——同图5說明.

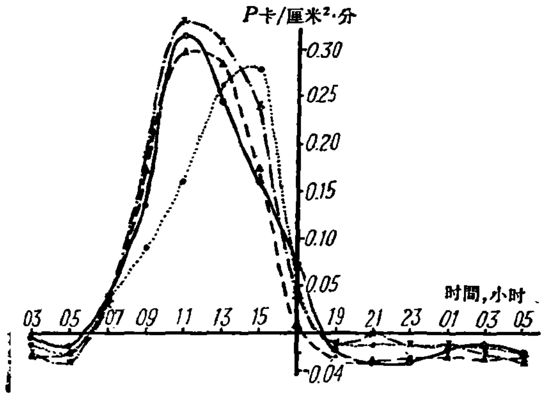

图 8　湍流热通量 P 的日变化

(--- 为脉动观测值，—·— 为热平衡法計算值，···· 为 Лайхтман 方法計算值，—— 为本文提出方法計算值)

表　1

附注	苏联大气物理研究所 $P>0$							$P<0$
序号	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{P}/P_{测}$	1.79	1.14	1.16	1.08	0.99	1.86	0.96	1.19
$P_{К-М}/P_{测}$	1.93	1.20	1.32	1.10	1.08	2.22	0.93	1.55
$P_{б}/P_{测}$	2.09	1.99	1.32	1.26	2.72	4.02	1.17	—
$P_{Л}/P_{测}$	—	—	—	—	—	—	—	—
$P_{В}/P_{测}$	—	—	—	—	—	—	—	—

附注	苏联地球物理观象总台						整个考察記录平均 全天	$P>0$	$P<0$
序号	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$\bar{P}/P_{测}$	0.78	0.98	0.87	0.95	0.96	0.98	1.05	1.01	0.79
$P_{К-М}/P_{测}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$P_{б}/P_{测}$	2.79	2.19	2.04	1.98	1.97	2.18	—	—	—
$P_{Л}/P_{测}$	—	—	—	—	—	—	0.93	0.88	0.72
$P_{В}/P_{测}$	—	—	—	—	—	—	1.28	1.18	0.72

注：$P_{测}$——湍流热通量观测值，$\bar{P}$——按本文方法計算值，$P_{К-М}$——按 Казанский-Монин 方法計算值，$P_{б}$——按 Будыко 方法計算值1)，$P_{Л}$——按 Лайхтман 方法計算值，$P_{В}$——按热平衡法計算值.

表明本文方法計算值与实测值及地表热平衡法計算值都比較接近。

利用上述資料将各种方法进行比較（見表 1），我們发現本文方法給出的值比較接近观测值。

由图 1 可知我們的公式能表示温度层結对湍流运动的影响. $\overset{*}{H}$ 由強迫对流到自由对流的过渡趋势是連續的，这与 Перепелкина[20] 的观测結果是符合的. 有趣的是当 $|Ri|>$

1) 此值部分計算工作由郑祖光同志完成.

>0.2 时 $\overset{*}{H}$ 有增加的趋势，这与 Taylor[19] 分析得的結果一致。理論曲綫 $\mathscr{K}(Ri)$ 与 Гурвич[21] 的观测值亦是很符合的(見图 9)。另外我們按 $\lg\gamma_P$ 与 $\lg\tilde{\gamma}_P$(不考虑温度层結对湍流运动的影响时有 $\tilde{\gamma}_P=|\tilde{P}|\cdot|\Delta\overline{T}_1|^{-3/2}$) 可算出 $\overline{P}/\tilde{P}=\gamma_P/\tilde{\gamma}_P=f_1(Ri)$ 的理論廓綫(图 10)。与 Перепелкина 根据观测記录得到的經驗值相比若取 $\kappa=0.40$ 时几乎完全是重合的(图 10 上的圓点)。这又一次說明，一方面取 $\kappa=0.40$ 是較合理的，另一方面也說明我們的公式是較合理的。

我們也将文献[20](除去 9 月 7 日及 23 日二組記录)及[28]的 $|P_{\text{観}}|\cdot|\Delta\overline{T}_1|^{-3/2}$ 值与理論曲綫进行比較(見图 11、12)。結果是基本符合的。

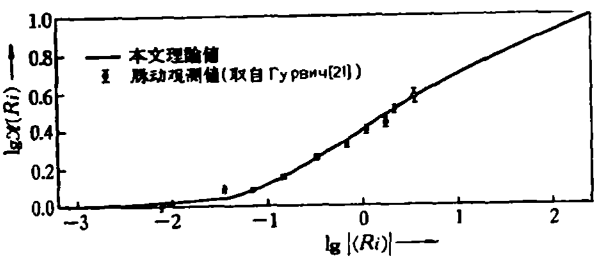

图 9

由图 1 上 $\overset{*}{H}$ 的分布可知 $Ri_{0.\text{K}}=0.035$，这与 Priestley 及 Taylor 等人的結果一致。当 $Ri\geqslant 0.01$ 时 $\overset{*}{H}/\overset{*}{H}_P\geqslant 1.03$($\overset{*}{H}_P$ 为不考虑温度层結影响的值)，即可認为这时自由对

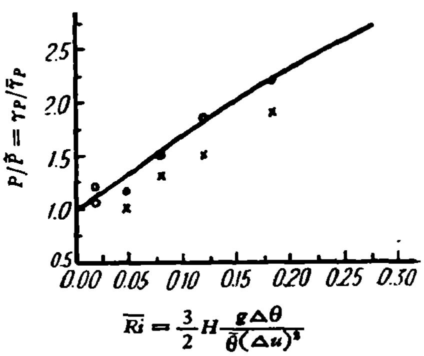

图 10

(观测資料取自文献[20]，× 号 $\kappa=0.43$，○ 号 $\kappa=0.40$，— 为本文的理論廓綫)

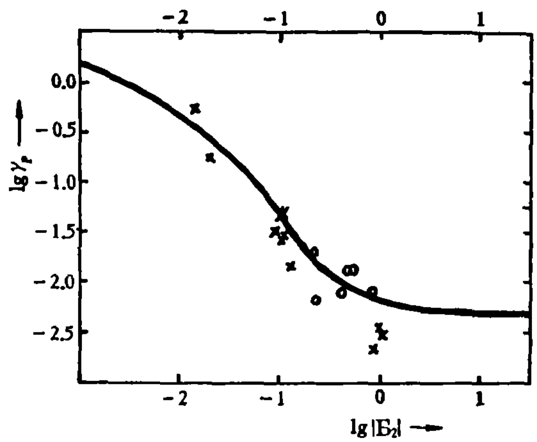

图 11

(○ 号資料系取自文献[28]，× 号取自文献[20]，— 为本文理論值)

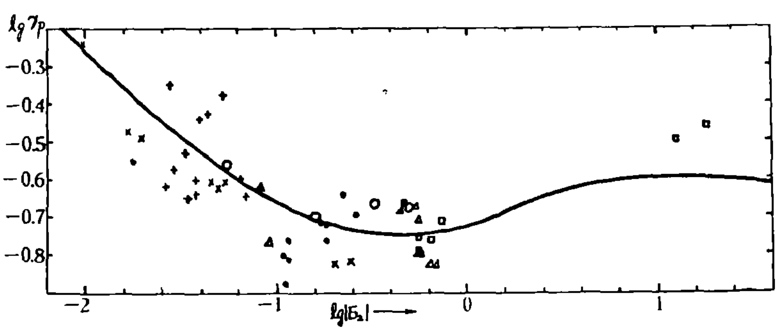

图 12

(○ 号資料取自文献[28]，— 为本文理論曲綫，其它資料取自文献[20])

流已起一定作用了，这与 Priestley 認为 $Ri \geqslant 0.011$ 即开始自由对流的結果是一致的.

图 13 是理論曲綫与观測結果[10]的比較，本文分布曲綫（实綫）与观測結果基本符合.

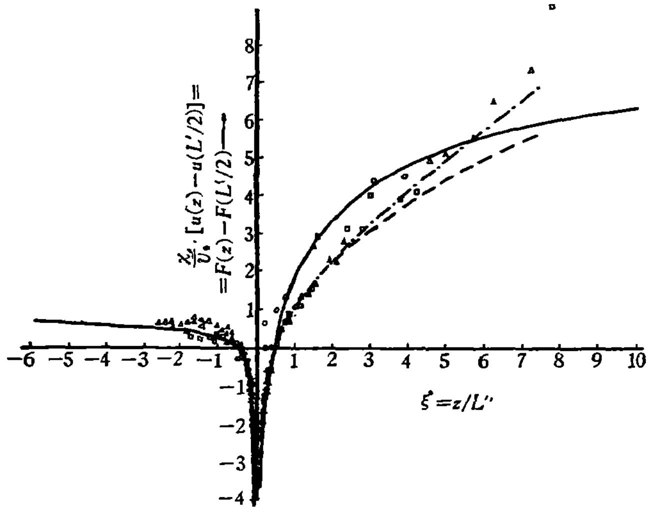

图 13

（观測資料取自文献[10]，—·— 按 Монин-Обухов，- - - 按苏从先，——系本文分布曲綫）

曾与 Panofsky 等人[29] 整理的好几組观測資料所得的經驗值作比較（图 14），图中点虚綫为按 Ellison 方程 $S^4 + S^3\gamma^*/L^* = 1$ 計算得的，虛綫及点綫为按对数—綫性模式 $S = 1 + \beta_1 z/L'$，$\beta_1 = 0.6$ 及 $\beta_1 = 4.5$ 計算得的，实綫为本文曲綫．其中

$$S = \kappa z v_*^{-1}\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^{-1} = [\mathscr{K}(X)]^{-1}, \quad L^* = v_*^3 \bar{T}(\kappa g)^{-1}\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)\left(\frac{d\bar{T}_1}{dz}\right)^{-1},$$

$$\gamma^* z/L^* = -5.4X, \quad L' = v_*^3\left(\kappa \frac{g}{\bar{T}}\theta_*\right)^{-1}.$$

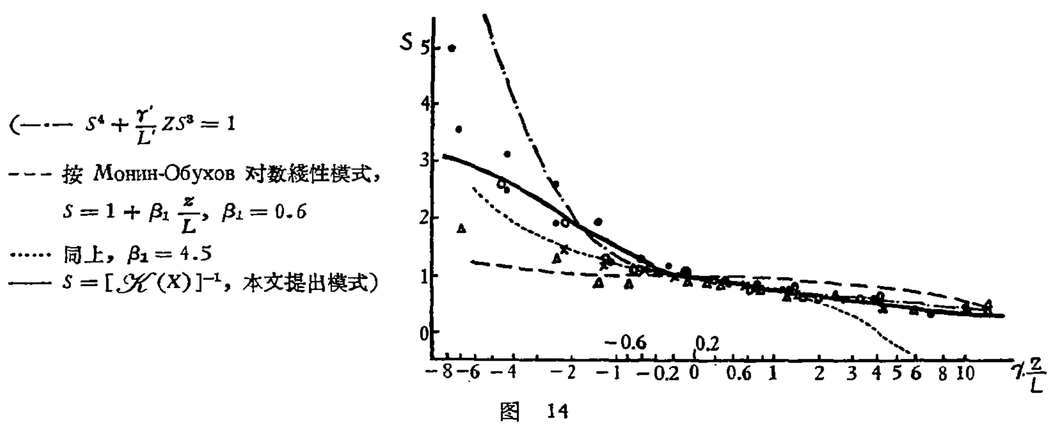

图 14

图 14 表明本文的公式在所有情况下都与观測值有較好的符合.

以上結果說明，本文提出的关于大气近地面层中不同温度层結下湍流运动特点的公式是可取的，而所提出的利用梯度观測資料計算湍流系数及各种湍流輸送通量的方法可以实际应用.

致謝：陈家宜同志，楊大升先生和严开伟先生曾先后对本文初稿提出了宝貴意見，特此致謝.

参 考 文 献

[1] Rossby, C.-G., Montgomery, R. B., *Papers in Phsic. oceanogr. and meteor.*, **3** (1935).
[2] Sverdrup, H. U., *Geophys. Pub. Pub.*, **11** (1936), 1—69.
[3] Sutton, O. G., Micrometeorology, London, 1953.
[4] Будыко М. И., Испарение в естественных условиях (有中譯本), Л., 1948.
[5] Thornthwdite, C. W. and Kaser, P., *Tras. Am. Geophys. Union.* 1, 166, 1943.
[6] Deacon, E. L., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **75** (1949), 89—103.
[7] Лайхтман Д. Л., *Изв. АН СССР сер. геогр. и геофиз.*, **8** (1944), 1—5.
[8] Тимофеев М. П., Тр. ГГО, **27** (89), 1951.
[9] Константинов А. Р., Тр. ГГИ, **48** (102), 1955, 22—37.
[10] Обухов А. М., *Тр. ин-та теорет. геофиз.*, **1** (1946).
[11] Казанский А. С. и Монин А. С., *Изв. АН СССР сер. геофиз.* № 1, 1956, 79—86.
[12] Казанский А. С. и Монин А. С., *Изв. АН СССР сер. геофиз.* № 6, 1958, 741—751.
[13] 苏从先，气象学报，**29** (1958)，73—82.
[14] Priestley, C. H. B., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **81** (1955), 139—143.
[15] Priestley, C. H. B., *Proc. Roy. Soc. London*, **A238** (1957), 287—304.
[16] Priestley, C. H. B., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **86** (1960), 232—236.
[17] Rider. *Phil. Trans. Roy. Soc. A.* **246** (1954), 481—501.
[18] Swinbank, W. C., *Div. Meteor. phys. Techn. pap.*, No. 2, 1955.
[19] Taylor, R. J., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **82** (1956), 89—91.
[20] Перепелкина А. В., *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, № 7. 1959, 1026—1035.
[21] Гурвич А. С., *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, № 3, 1961, 458—466.
[22] Гурвич А. С., *Изв. АН СССР, сер. геофиз.*, № 11, 1961, 1706—1707.
[23] Taylor, R. J., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **86** (1960), 67—78.
[24] Щербакова Л. Ф., Тр. ГГО, **16** (78), 1949, 102—105.
[25] Воронцов П. А., Аэрологические исследования пограничного слоя атмосферы, Л. 1960, 143—144.
[26] Wanta, R. S., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **79** (1953), 398—401.
[27] Лайхтман Д. Л., Физика пограничного слоя атмосферы, Л. 1961, 60—61.
[28] Лайхтмана Д. Л. Под ред. Тр. ГГО, **107**, 1961, 180—199.
[29] Panofsky, H. A., Blackadar, A. K. and McVehil, G. E. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **86** (1960), 390—398.
[30] Taylor, G. I., *Proc. Roy. Soc.*, **A 132** (1931), 499—523.
[31] Schlichting, H. Z., *angen. Math. u. Mech.*, **15** (1935), 315.
[32] Calder, K. L., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **75** (1949), 71—88.

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

Пу Пэй-минь

(*Геофизический факультет Пикинского университета*)

Резюме

На основе подробного физического анализа при помощи теории размерности в данной статье делается попытка вообще обсуждать некоторые особенности турбулентности при различной стратификации. Тенденция перехода из состояния вынужденной конвенции в состояние свободной конвенции предлагается непрерывной. В случае предельной устойчивости выдвинуто предложение о независимости турбулентного состояния от динамического фактора. Выведена безразмерная универсальная функция, удовлетворяющая требованиям физического анализа. По данным наблюдений определены численные значения входящихся в фукции параметров. Даны метеды определения коэффициента турбулентности и потоков тепла, влаги и количества движения по данным градиентных наблюдений и способ практического применения предложенного нами метода. Предложенные в статье формулы испытаны на материалах наблюдений различных источников.