

天气数值预报程序库*

黄兰洁 王平洽 曾继荣 杨振雄 张耀科

(中国科学院计算技术所)

甘克燧

(浙江大学数学系)

提 要

由于天气数值预报的程序规模庞大,内容复杂,一个题目需要较多的人在较长时间内完成。本文提出了建立计算这类问题的程序库,采用图书馆和信息相结合的方式,使得今后的各种预报模式的程序编制、动态检查等工作能简单而方便地完成。

一、天气数值预报问题与对程序标准化的要求

1. 数学问题的提法 以最简单的短期预报一层地转模式为例,求在区域 $R: a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$ 上满足方程:

$$\nabla^2 \frac{\partial Z}{\partial t} = J \left(\frac{m^2 g}{f} \nabla^2 Z + f, Z \right), \quad (1)$$

及边界条件

$$\left. \frac{\partial Z}{\partial t} \right|_{\Gamma} = 0, \quad (2)$$

初始条件 $Z|_{t=t_0} = Z_0(x, y)$ 的解 $Z(x, y, t)$, 其中 $t > t_0, a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$, 而

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$$J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{\partial B}{\partial x},$$

m 与 f 为给定的 x, y 的函数, g 为常数, Γ 为 R 的边界, $Z_0(x, y)$ 也为一已知函数。

2. 差分方程 取步长为 d 的方形格网, 在 R 上点数共 $(n-3) \times (m-3)$ 个, 见图 1. 用差分格式:

$$\nabla^2 G = \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 - 4G_0}{d^2},$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{A_1 - A_3}{2d},$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{A_2 - A_4}{2d},$$

* 本文 1962 年 9 月 28 日收到, 1963 年 1 月收到修改稿。

于是(1)式的差分近似可写为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_1 + \left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_3 + \left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_4 - 4\left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right) = \\ & = \frac{1}{4} \frac{m_0^2 g}{f_0 d^2} [(Z_9 + Z_5 + Z_8 - Z_6 - Z_{11} - Z_7 + 4Z_3 - 4Z_1) \cdot \\ & \cdot (Z_2 - Z_4) - (Z_5 + Z_{10} + Z_6 - 4Z_2 - Z_7 - Z_8 - Z_{12} + 4Z_4) \cdot \\ & \cdot (Z_1 - Z_3)] + \frac{1}{4d^2} [(f_1 - f_3)(Z_2 - Z_4) - (f_2 - f_4)(Z_1 - Z_3)]. \quad (3) \end{aligned}$$

(3)式之右端以 J_0 表示,足标规定如图 2.

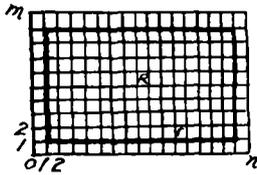


图 1

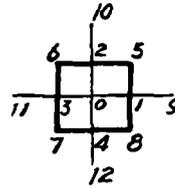


图 2

3. 物理条件的考虑 边界条件(2), 是说明在 Γ 上, Z 值不随时间 t 变化. 为了在计算过程中不致随 t 方向之行进缩小计算范围, 补充边界假定

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right) \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (4)$$

也即在 Γ 外加一圈(称为第一圈), 并假定该圈上 Z 值也不随 t 变化. 为使计算过程误差均匀分布, 要求每隔 k_1 步(t 方向)平滑一次. 平滑公式为:

$$\bar{Z}_0' = Z_0' + S(Z_1' + Z_2' + Z_3' + Z_4' - 4Z_0') \quad (5)$$

其中 S 为参数, 每相邻两步的 $Z^t, Z^{t+\delta t}$ 满足:

$$\frac{\partial}{\partial x, y} |Z^{t+\delta t} - Z^t| \leq \epsilon, \quad (6)$$

这可作为计算结果正确性的检查.

4. 计算步骤 为了方便, 我们以下称所计算的区域上格网点全体为数据场, 给定初值的全部格网点 (R, Γ 及外加边界) 称为第一场, R 及 Γ 部分称第二场, 边界圈以内的区域上格网点全体为第三场. 由此

(1) 按已知公式计算第二场上的 f 及 $\frac{m^2 g}{f}$ 的值(共 $(n-1) \times (m-1)$ 个点).

(2) 用初始值按公式(3)之右端计算第三场上的 J 值(共 $(n-3) \times (m-3)$ 个点); 并令 J 在第二圈上为 0.

(3) 解差分泊松方程, 可利用局地格林函数法:

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_0 = \frac{3}{8} J_0 + \frac{1}{8} (J_1 + J_2 + J_3 + J_4) + \frac{1}{16} (J_5 + J_6 + J_7 + J_8) \text{ 求第三场上的}$$

$\left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_0$ 值(当然也可利用其它的数值解法).

(4) 按时间差分公式:

$$Z^{t+\delta t} = Z^t + \left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)^t \delta t,$$

計算第三場上的 $Z^{(k)}$ 值,第一圈和第二圈上 Z 值不变。

(5) 按公式(6)檢驗,若不成立,則由(2)式开始重算。完成 2—5 項的計算,我們称完成一步。

(6) 每 k_1 步按公式(5)計算第三場上的 Z 的平滑值。

計算最后結果要求三位有效数字。

5. 标准化問題 一般气象問題較上述情况复杂得多,因变数不止一个,而是二个、三个……。求解亚欧区域范围除矩形外还有梯形,北半球范围則为六角形和八角形等,所取的差分格网除了正方形格网外有采用三角形格网。由于因变数的增加,对内存儲的要求可以数倍于一层短期地轉模式,而超过目前机器的容納度(内存儲器为 2048 个单元),如果利用外存儲器过多,又会使机器計算時間延长,因此内存儲問題是极为尖銳的。如三层模式[方程見(7)式]有三个因变数,如果在計算过程中不与外存儲器打交道,按每場 450 个点計算,需要占用内存儲 $450 \times 8 = 3600$ 单元。此外,一般情况下三层預报程序本身至少还要 2000 条指令。

为了在机器上能够进行上述各种复杂气象問題的計算,达到時間短,指令省,必須使新問題程序簡單化。为了节省編程序与动态检查時間,迫切需要一个好的标准化的途径。

二、天气預报程序庫的建立

經過討論,肯定了設計天气預报的一套标准程序(称为天气預报庫),目的和要求是: 1) 为經常預报的模式服务。虽然要求灵活,但也要求較多的固定性,要求标准化后不但能簡化各业务預报的程序,它本身也須簡單,所占用内存儲器及工作時間能省到最低限度。2) 为更長远的探索性研究模式服务,这就要求較高的灵活性,以便于修改模式,修改公式,更換差分格式等。

对天气預报來說,各种模式的計算步驟、公式,内存儲要求及安排等都将是不同的,也就是說灵活性很大。从这角度出发似乎應該走全部信息化的道路,但这种标准化方式显然要求机器大量的取信息及分析信息的時間,对业务預报來說相当不經濟的。

若采用“万能”标准程序的方式,即以一個标准程序能适用于多种問題的計算,这也是不符合要求的,因为这种程序本身一定会要求占用許多单元,而使剩下的单元无法解决專門問題或者需要使用过多的内外存儲器交換的手段,以致使机器計算時間大大延长。根据以上情况,我們决定采用一种圖書館和信息相結合的方式。整个圖書館應該可以满足“万能”的要求,而其中的每一个标准程序只解决一个明确的任务,因此可以占用較少的内存儲单元,另外每个标准程序本身的各部分也尽量地独立(如形成部分和执行部分),使在計算中不必要的部分可以完全截去(如形成部分)。不經常执行的部分可以采用信息的方式做到灵活与方便,經常执行的部分則尽量考虑節約机器运算時間,除非在必要时才采用簡單的信息。

其次,也与其它标准程序一样,为了使用者的方便,規定了开始工作时轉向第一条,完毕后一概自动返回。

各种天气預报問題虽有不同的方程和解法,如上述一层、三层等外,还有求解平衡方程和运动方程等。但它們的算法結構也具有基本的共同点,例如,一般均要求每步或隔几

步做什么, 及均要求按一定的公式计算在第一场或第二场或第三场上的值。对每一点的计算, 又是取它周围的若干点进行算术运算。如何充分利用这些特性就是以下程序的基本出发点。

天气预报程序库的设计如下:

1. 连接程序 本程序实际上是一个逻辑框架, 它与使用者所开列的“工作次序单”一起成为整个工作中的总指挥者。所谓“工作次序单”, 即使用者根据问题所提出的要求, 指示“每步做什么, 每若干步做什么”等等。

2. 区域控制程序 本程序是执行每一具体任务(如计算方程右端等)时的控制程序。当使用者给出信息指示计算的场和在每点做何工作(以下简称点程序)后, 通过本程序即能完成任务, 且在执行点程序前给出该点的本身编号(第几计算点)及它与上下排格网点的编号差(后简称改变量)。

程序库内现在已包含的有矩形区域控制(分正方形及三角形格网两种), 六角形区域控制(三角形格网)及八角形区域控制(正方形格网)。

3. 取数程序 本程序根据使用者的指示(取哪一点, 取周围几点, 及取到什么工作单位)和区域控制给出的改变量, 将该点及周围的所需点取入指定的工作单位中。

为扩大内存容量, 在问题本身精确度要求范围内考虑二数存于一单元中, 本程序还能取一单元之前半, 后半或全部。

程序库内包含了使用正方形格网及三角形格网时所需之各种差分格式的取数程序。

4. 服务程序 调存鼓——因气象方面的程序经常需要内外存储器的交换, 为节约指令, 本程序压缩调存磁鼓指令为信息形式, 根据使用者给出简单信息, 即能完成调或存磁鼓工作。

四数置一单元 $10 \rightarrow 2$ ——为了节约穿孔及输入时间, 可将相差在一定范围内的四个数置放在一个单元中, 通过本程序进行十进制译为二进制, 并以一单元之前半、后半或全部的形式送入指定单元。

$2 \rightarrow 10$ 三数置一单元打印——为了节约输出时间, 这程序将指定单元之前半、后半或全部的数进行二进制译为十进制, 并三数置一单元打印出来。

5. 改地址程序 程序库中全部程序(除本程序外)一概规定为由 1000 开始编制, 通过本程序能将它们按使用者意图改为任何地址。

应用以上标准程序后, 使用者只需要编制具体的点程序(基本上是算术算子)。

三、程序库的使用

以三层模式为例, 方程为:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - \lambda_1^2) \frac{\partial Z}{\partial t} &= F_x \left(h_1, h_2, Z, f, \frac{m^2}{f} \right), \\ (\nabla^2 - \lambda_2^2) \frac{\partial h_1}{\partial t} &= F_{h_1} \left(h_1, h_2, Z, f, \frac{m^2}{f} \right), \\ (\nabla^2 - \lambda_3^2) \frac{\partial h_2}{\partial t} &= F_{h_2} \left(h_1, h_2, Z, f, \frac{m^2}{f} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 λ_i^2 为参数 ($i = 1, 2, 3$)。设已有 $\frac{m^2}{f}$, f 和初始时刻的 Z, h_1, h_2 值, 要求出以后时刻的 Z, h_1, h_2 。

对此问题的初始条件、边界条件、假定、计算方法和步骤与前述一层地转模式类似, 具体要求每 k_1 步平滑一次, 每 k_2 步打印, 每 k_3 步全内存存储器磁鼓, 共要求计算 k_4 步后停机。

一般编制程序规则为:

1. 框架设计及总体安排 大致考虑内存安排及工作中数据场的交换, 设全场为 450 点, 采用一单元放两个数的措施。场的交换由图 3 表示。内存分配如图 4。

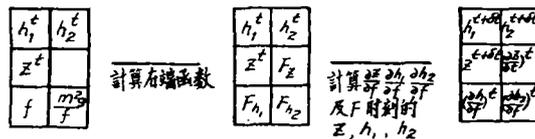


图 3

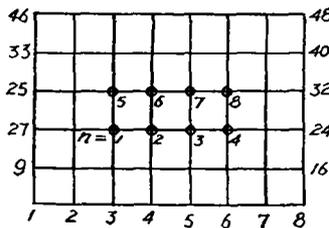


图 5

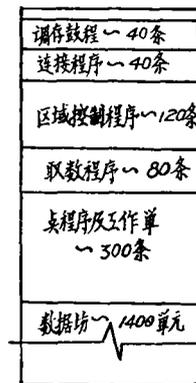


图 4

由此可见, 除去程序库中标准程序所占单元外, 尚余 300 个单元, 可供使用者编制点程序及开列工作单之用。

2. 编制点程序 现用计算右端函数 F_z, F_{h_1}, F_{h_2} 为例。为使叙述简单, 设全场只有 48 个点 (见图 5)。今需用所有格网点上的 $Z, h_1, h_2, f, \frac{m^2}{f}$ 的值计算点的 F_z, F_{h_1}, F_{h_2} 的值, 设 $Z, h_1, h_2, f, \frac{m^2}{f}$ 的数据分别存放在内存储器的 $Z + 1, Z + 2, \dots, Z + 1, \dots, Z + 48; h_1 + 1, h_2 + 2, \dots, h_1 + 48; h_2 + 1, h_2 + 2, \dots, h_2 + 48; f + 1, f + 2, \dots, f + 48; \frac{m^2}{f} + 1, \frac{m^2}{f} + 2, \dots, \frac{m^2}{f} + 48$ 中, 而计算结果 F_z, F_{h_1}, F_{h_2} 要求分别放在单元 $F_z + 1, \dots, F_z + 8; F_{h_1} + 1, \dots, F_{h_1} + 8$ 和 $F_{h_2} + 1, \dots, F_{h_2} + 8$ 中, 则计算 F_z, F_{h_1}, F_{h_2} 的点程序与控制程序及取数程序的关系如图 6。于是可将计算结果 F_z, F_{h_1}, F_{h_2} 同时算出。

各点程序编完后, 内存储可根据需要作相应的修改最后肯定。

3. 开列工作单 工作单包含的信息需要指定如下内容:

(每步) 从磁鼓调 $f, \frac{m^2}{f}$ 及右端函数点程序入内存储器。

带信息转向区域控制标准程序, 计算 F_z, F_{h_1}, F_{h_2} ;

调格林函数及求 Z, h_1, h_2 点程序入内存储器;

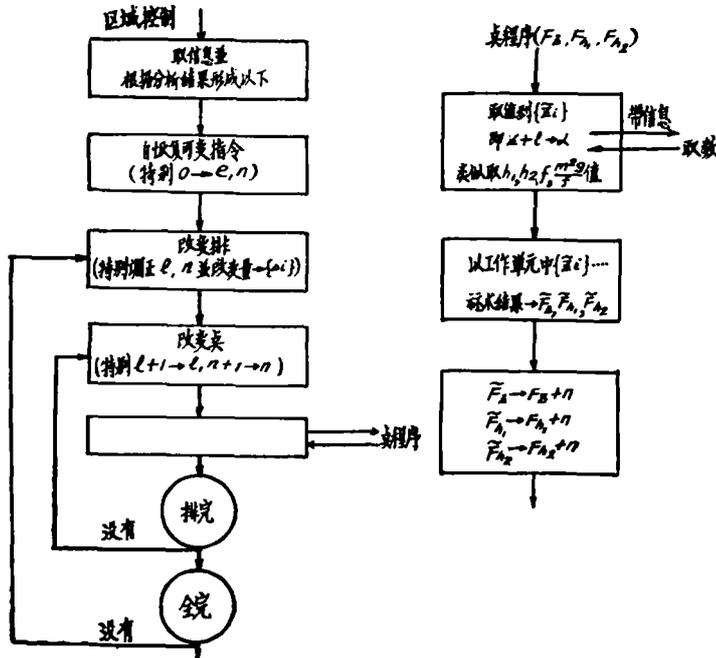


图 6

[取数:以 α 及 $\{\Delta i\}$ 及用者信息(什么差分格式、取数后入什么单元),取指定的数到指定工作单元]

带信息转向区域控制标准程序,计算 Z, h_1, h_2 .

(每 k_1 步)调平滑程序入内存存储器。

带信息转向区域控制程序计算平滑值 $\bar{Z}, \bar{h}_1, \bar{h}_2$.

(每 k_2 步)调 2 → 10 程序入内存存储器,并执行打印。

(每 k_3 步)内存存储器全部记入磁鼓。

(第 k_4 步)停机。

至此即可上机进行形成和改地址工作。首先将程序库内容由磁带经内存存储器记入磁鼓,然后将需要的区域控制、取数等部分调入内存存储器,按具体的格网点数、排数等固定因素,形成并改成内存存储器中分配的地址。这样就完成了动态检查前全部程序的准备工作。此项工作相当于拼凑一个问题的全部程序,完成后记于磁带中,以后进行动态检查试算等一系列的工作时,只须直接调用此组磁带即可。

总之,当机器进行数值预报时,连接程序和工作次序单以及其它部分的配合状态可用图 7 表示。

上面已经提到对三层模式而言,按一般的编法至少需要 2000 条以上指令,且其中逻辑控制繁琐。但使用程序库的标准程序,只需写约 50 条信息及 850 条指令,除了需使用者考虑组织工作外,在程序中基本上只含有算术算子部分。这就不仅很大程度地简化了编程序工作,也减少了对程序进行动态检查的时间,一般可节约三分之二的程序编制和动态检查时间。程序库的设计可省去大批恢复,修改指令,压缩了总的程序长度,使数值预报最大的问题——内存不足得到缓和,减少了与外存储交换次数。此外程序库标准方

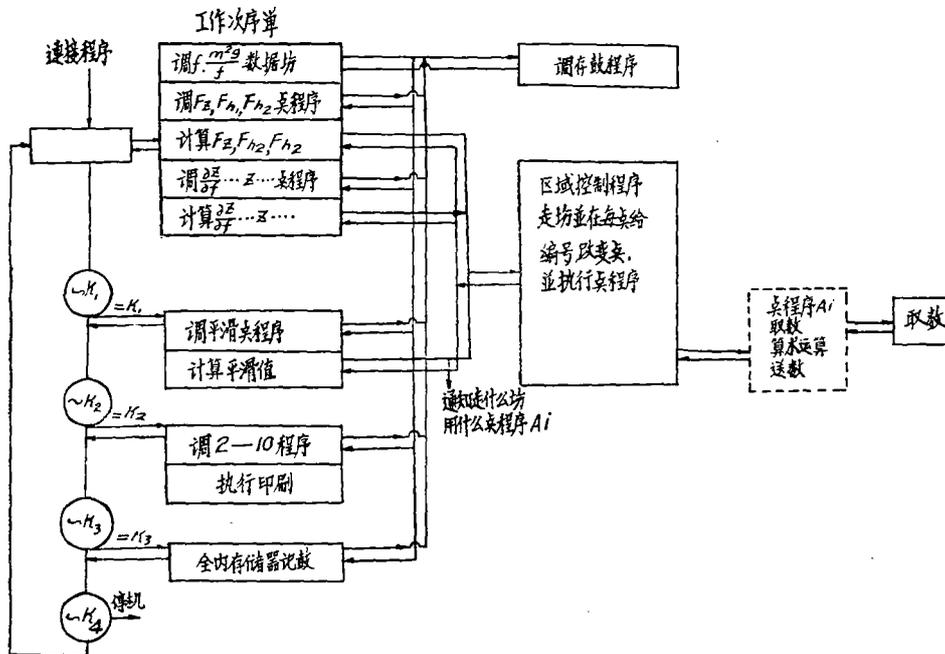


图 7

式,除本身各程序严格遵守“每点节约运算量,每步节约内存储单元”的原则外,还为点程序提供了遵守此原则的条件,从而工作时间显著减少。

A PROGRAM LIBRARY FOR NUMERICAL WEATHER PREDICTIONS

HUANG LAN-CHIEH ET AL.

(Institute of Computing Techniques, Academia Sinica)

ABSTRACT

Because the programs involved in numerical weather predictions are immense and complicated, each problem taking many workers many months to finish, in 1961 a program library for this sort of problems was established. It employs a combination of library method and information analysis method, so that programming, debugging etc. for the future the programs of any models of numerical weather predictions can be easily and simply accomplished.