

起伏地形中辐射平衡各分量的计算*

傅抱璞

(南京大学气象系)

提 要

本文研究在各种有规则的起伏地形中辐射平衡各分量的理论计算问题,并以平行风障作为例子分析了其中辐射平衡各分量的相对变化。

一、引 言

我国地形复杂,大多是起伏不平的地区,为了更好地发展这些地区的农业和林业,并最大限度地提高其生产率,必须深入了解起伏地区的小气候特点,利用其有利的方面,避免或改造其不利的方面。而起伏地区的气候特点,首先是表现在由于地形起伏和坡地方位不同所引起的辐射平衡各分量的差异上,同时辐射平衡又是决定起伏地区的热状况和影响植物生长发育的重要因素,所以在研究起伏地区的气候和小气候时,首先是要确定起伏地区的辐射平衡各分量。

此外,城市街道、林带网格以及由各种建筑物或障碍物所构成的下垫面也仿佛是一种起伏地形,为了研究在这些地方的小气候情况,也需要确定其辐射平衡的各个分量。

二、计算公式的推导

假定把作用面对长波辐射的反射忽而不计,起伏地形中的辐射平衡方程可以写为

$$B_m = (S_m + D_m + R_{ik}^{\downarrow}) (1 - \alpha_m) - F_m. \quad (1)$$

式中 B_m 为起伏地形中作用面的辐射平衡, S_m , D_m 为到达作用面上的直接太阳辐射和散射辐射, $R_{ik}^{\downarrow}$ 为由周围地区作用面反射到研究地点作用面上的反射辐射, α_m 为研究地点作用面的反射率, F_m 为研究地点作用面的有效辐射。

当太阳高度大于研究地点被周围地形或其他障碍物所遮蔽的视角(以下简称可蔽视角)时, S_m 可以按照确定孤立斜坡上直接太阳辐射的公式来计算^[1,2]。当太阳高度小于可蔽视角时, $S_m = 0$ 。

起伏地形中的散射辐射 D_m 、来自周围地区的反射辐射 $R_{ik}^{\downarrow}$ 及有效辐射 F_m , 在一般不规则的地形下只能用辐射仪器实际测定。但是,当地形形状具有一定规则,因而研究地点的可蔽角可以用一已知函数表示时,则这些分量便可在一定假定条件下从理论上进行计算。现在我们就来推导在某些比较最常见的特殊地形下 D_m , $R_{ik}^{\downarrow}$ 及 F_m 的计算公式。

1. 在井字形地形中

许多特殊地形,例如孤立山坡、平行山脊、矩形地形以及“十”、“I”、“II”、“T”、“L”和

* 本文 1962 年 8 月 16 日收到, 1962 年 11 月收到第一次修改稿, 1963 年 6 月收到第二次修改稿, 1963 年 11 月收到第三次修改稿。

“十”字形地形等等实际上都只是“井”字形地形的一些特例。为使問題普遍化起見,我們先假定在研究地点的前后和左右都各有一系列相互平行而高度不同的山脊存在(即研究地点被一橫截面为“井”字形而四面高度各不相同的地形所包围,例如在林带网格間以及四面为建筑物所包围的街道广场中的情况),而研究地点本身也是位于这些山脊中的一个斜坡上。今以研究地点 O 为坐标原点,取 x 軸垂直于前、后山脊, y 軸垂直于左、右山脊, z 軸指向天頂。設在 O 点所看到的前、后、左、右的各最高山脊 A, B, C, D 的相对高差,分别为 z_A, z_B, z_C, z_D ,其与 O 点的最短水平距离各为 x_A, x_B, y_C, y_D (参看图1),且如图2和图3所示, A, B 山脊在矩形外左右两侧伸展的长度各为 y'_{A1}, y'_{A2} 及 y'_{B1}, y'_{B2} ; C, D

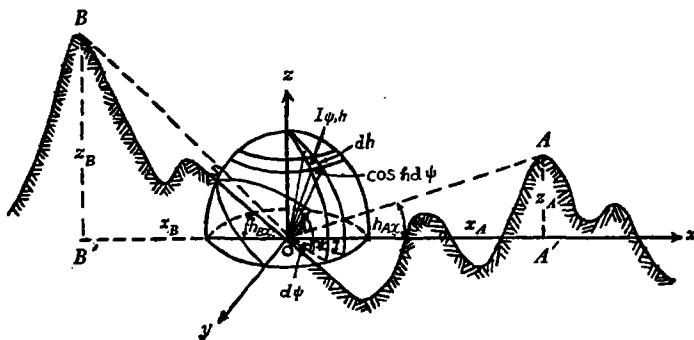


图1 研究地点前后的平行山脊示意图

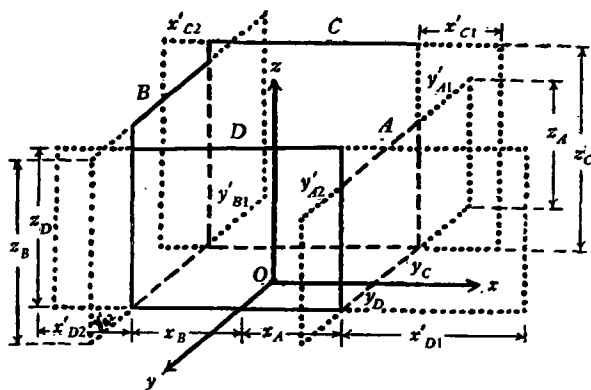


图2 井字形地形的立体示意图

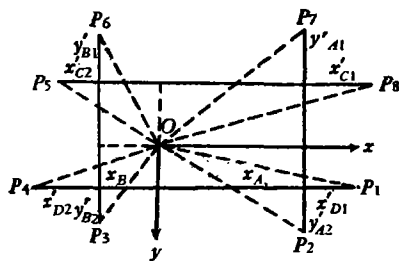


图3 井字形地形的平面示意图

山脊在矩形外前后方所伸展的长度各为 x'_{C1}, x'_{C2} 及 x'_{D1}, x'_{D2} , 则在 x, y, z 坐标系統中, 表示各山脊的方程式是:

A 山脊

$$\left. \begin{array}{l} x = x_A, \\ z = z_A; \end{array} \right\} \text{在 } P_7OP_2 \text{ 方位之間} \quad (2)$$

B 山脊

$$\left. \begin{array}{l} x = -x_B, \\ z = z_B; \end{array} \right\} \text{在 } P_3OP_6 \text{ 方位之間} \quad (3)$$

C 山脊

$$\left. \begin{array}{l} y = -y_C, \\ z = z_C; \end{array} \right\} \text{在 } P_3OP_4 \text{ 方位之間} \quad (4)$$

D 山脊

$$\left. \begin{array}{l} y = y_D, \\ z = z_D. \end{array} \right\} \text{在 } P_1OP_4 \text{ 方位之間} \quad (5)$$

将方程组(2),(3),(4),(5)改换成球面坐标,并经过简单的演算,即得到 A, B, C, D 山脊对 O 点的可蔽视角 $h_A(\psi)$, $h_B(\psi)$, $h_C(\psi)$, $h_D(\psi)$ 的表示式如下:

$$h_A(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\cos^2 \psi}{\cot^2 h_{Ax} + \cos^2 \psi}}, \text{在 } P_1OP_2 \text{ 方位之間} \quad (6)$$

$$h_B(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\cos^2 \psi}{\cot^2 h_{Bx} + \cos^2 \psi}}, \text{在 } P_3OP_4 \text{ 方位之間} \quad (7)$$

$$h_C(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\sin^2 \psi}{\cot^2 h_{Cy} + \sin^2 \psi}}, \text{在 } P_3OP_4 \text{ 方位之間} \quad (8)$$

$$h_D(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\sin^2 \psi}{\cot^2 h_{Dy} + \sin^2 \psi}}, \text{在 } P_1OP_4 \text{ 方位之間} \quad (9)$$

这里 ψ 为由 Ox 轴向顺时针方向计算的方位角, $h_{Ax} (= \cot^{-1} \frac{x_A}{z_A})$, $h_{Bx} (= \cot^{-1} \frac{x_B}{z_B})$ 和 $h_{Cy} (= \cot^{-1} \frac{y_C}{z_C})$, $h_{Dy} (= \cot^{-1} \frac{y_D}{z_D})$ 分别代表在沿 x 轴方向和沿 y 轴方向所看到的 A, B 和 C, D 山脊的仰角(亦即在这些方向的可蔽视角)。

由图 3 可以看出,在 P_2OP_3 方位之間 O 点的可蔽视角 $h(\psi)$ 是完全由 D 山脊所决定。在 P_1OP_2 方位之間,因为同时有 D 和 A 山脊存在,所以其可蔽视角由 D 山脊所决定的条件是:

$$h_D(\psi) \geq h_A(\psi),$$

即

$$\psi \geq \tan^{-1} \left(\frac{z_A y_D}{z_D x_A} \right).$$

现令

$$\psi_1'' = \tan^{-1} \left(\frac{z_A y_D}{z_D x_A} \right),$$

并以 ψ_1' , ψ_1''' 表示 OP_1 和 OP_2 的方位角:

$$\psi_1' = \tan^{-1} \left(\frac{y_D}{x_A + x_{D1}'} \right),$$

$$\psi_1''' = \tan^{-1} \left(\frac{y_D + y_{D2}'}{x_A} \right).$$

显然, ψ_1'' 的数值只有在 P_1OP_2 方位之間才有意义。在 P_1OP_2 方位之外,因为 D 和 A 山脊延伸的部分终止,不可能出现 $h_D(\psi) = h_A(\psi)$ 的情况。所以,当 $\psi_1' \leq \psi_1'' \leq \psi_1'''$ 时, O 点的可蔽视角由 D 山脊决定的最小方位角应由 ψ_1'' 表示,当 $\psi_1'' < \psi_1'$ 时应由 ψ_1' 表示,当

$\phi_1'' > \phi_1'''$ 时則由 ϕ_1''' 表示, 由此得到:

$$\phi_1 \begin{cases} = \tan^{-1} \left(\frac{y_D}{x_A + x'_{D1}} \right), & \text{当 } \frac{z_A}{z_D} \leq \frac{x_A}{x_A + x'_{D1}} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{z_A y_D}{z_D x_A} \right), & \text{当 } \frac{x_A}{x_A + x'_{D1}} \leq \frac{z_A}{z_D} \leq \frac{y_D + y'_{D2}}{y_D} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{y_D + y'_{D2}}{x_A} \right), & \text{当 } \frac{z_A}{z_D} \geq \frac{y_D + y'_{D2}}{y_D} \text{ 时} \end{cases} \quad (10)$$

同样, 可以求得在 O 点的可蔽視角由 D 山脊所决定的最大方位角 ϕ_2 的数值为

$$\phi_2 \begin{cases} = \tan^{-1} \left(\frac{y_D}{-(x_B + x'_{D2})} \right), & \text{当 } \frac{z_B}{z_D} \leq \frac{x_B}{x_B + x'_{D2}} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{z_B y_D}{-z_D x_B} \right), & \text{当 } \frac{x_B}{x_B + x'_{D2}} \leq \frac{z_B}{z_D} \leq \frac{y_D + y'_{B2}}{y_D} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{y_D + y'_{B2}}{-x_B} \right), & \text{当 } \frac{z_B}{z_D} \geq \frac{y_D + y'_{B2}}{y_D} \text{ 时} \end{cases} \quad (11)$$

以此类推, 在 O 点的可蔽視角由 B, C, A 山脊所决定的极限方位角应分别为 $\phi_2, \phi_3; \phi_3, \phi_4; \phi_4, \phi_1$. 其中

$$\phi_3 \begin{cases} = \tan^{-1} \left(\frac{-y_C}{-(x_B + x'_{C2})} \right), & \text{当 } \frac{z_B}{z_C} \leq \frac{x_B}{x_B + x'_{C2}} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{-y z_{BC}}{-z_C x_B} \right), & \text{当 } \frac{x_B}{x_B + x'_{C2}} \leq \frac{z_B}{z_C} \leq \frac{y_C + y'_{B1}}{y_C} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{-(y_C + y'_{B1})}{-x_B} \right), & \text{当 } \frac{z_B}{z_C} \geq \frac{y_C + y'_{B1}}{y_C} \text{ 时} \end{cases} \quad (12)$$

$$\phi_4 \begin{cases} = \tan^{-1} \left(\frac{-y_C}{x_A + x'_{C1}} \right), & \text{当 } \frac{z_A}{z_C} \leq \frac{x_A}{x_A + x'_{C1}} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{-y_A y_C}{z_C x_A} \right), & \text{当 } \frac{x_A}{x_A + x'_{C1}} \leq \frac{z_A}{z_C} \leq \frac{y_C + y'_{A1}}{y_C} \text{ 时} \\ = \tan^{-1} \left(\frac{-(y_C + y'_{A1})}{x_A} \right), & \text{当 } \frac{z_A}{z_C} \geq \frac{y_C + y'_{A1}}{y_C} \text{ 时} \end{cases} \quad (13)$$

因此, 总合起来 O 点可蔽視角的表示式是:

$$h(\psi) \begin{cases} = h_A(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\cos^2 \psi}{\cot^2 h_{Ax} + \cos^2 \psi}}, & \text{当 } \psi \text{ 在 } \geq \phi_4 \text{ 与 } \leq \phi_1 \text{ 之間时} \\ = h_D(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\sin^2 \psi}{\cot^2 h_{Dy} + \sin^2 \psi}}, & \text{当 } \psi \text{ 在 } \geq \phi_1 \text{ 与 } \leq \phi_2 \text{ 之間时} \\ = h_B(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\cos^2 \psi}{\cot^2 h_{Bx} + \cos^2 \psi}}, & \text{当 } \psi \text{ 在 } \geq \phi_2 \text{ 与 } \leq \phi_3 \text{ 之間时} \\ = h_C(\psi) = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\sin^2 \psi}{\cot^2 h_{Cy} + \sin^2 \psi}}, & \text{当 } \psi \text{ 在 } \geq \phi_3 \text{ 与 } \leq \phi_4 \text{ 之間时} \end{cases} \quad (14)$$

确定了周围地形对研究地点的可蔽視角 $h(\psi)$, 就可进而推求輻射平衡各分量的計算公式. 如图 1 所示, 我們以 xy 平面为底, 作一单位半径的半球, 并以 $I_{\psi, h}$ 表示来自 ψ 方位

与 h 高度(用角度表示)方向的天空的散射辐射强度, $h(\psi)$ 表示 O 点在任意方位 ψ 所看到的天空最低点[即由(14)式所表示的可蔽视角], 则 O 点的散射辐射通量 D_m 可以表示为

$$D_m = \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \int_{h(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} I_{\psi,h} \sin h_a \cos h dh, \quad (15)$$

这里 h_a 为从任意方向射来的光线在研究地点所在斜坡 OS 上的高度角, 根据文献[3] h_a 与 h, ψ 及 OS 斜坡的坡度 α 之间具有下列关系:

$$\sin h_a = \sin \alpha \cos \psi \cos h + \cos \alpha \sin h.$$

以此代入(15)式中, 有

$$D_m = \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \int_{h(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} I_{\psi,h} (\sin \alpha \cos \psi \cos h + \cos \alpha \sin h) \cos h dh, \quad (16)$$

假定天空散射辐射是各向同性的(即 $I_{\psi,h} = I_0 = \text{常数}$), 则(16)式可以写为

$$\begin{aligned} D_m = I_0 & \left[\int_{\psi_1}^{\psi_2} d\psi \int_{h_D(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh + \right. \\ & + \int_{\psi_2}^{\psi_3} d\psi \int_{h_B(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh + \\ & + \int_{\psi_3}^{\psi_4} d\psi \int_{h_C(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh + \\ & \left. + \int_{\psi_4}^{\psi_1} d\psi \int_{h_A(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh \right]. \end{aligned}$$

上式积分的结果为

$$D_m = \frac{D_H}{2\pi} N. \quad (17)$$

这里 $D_H = \pi I_0$ 代表在开旷地方水平面上的散射辐射通量, $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ 分别由(10), (11), (12), (13)式所决定, N 表示下列函数的总和:

$$\begin{aligned} N = & f_1(h_{Ax}, \psi_1, \psi_1) + f_1(-h_{Bx}, \psi_2, \psi_3) + f_2(-h_{Cy}, \psi_3, \psi_4) + \\ & + f_2(h_{Dy}, \psi_1, \psi_2), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} f_1(u, v, w) = & (\cos \alpha \cos u - \sin \alpha \sin u) [\tan^{-1}(\cos u \tan w) - \\ & - \tan^{-1}(\cos v \tan v)] - \sin \alpha [\sin w \tan^{-1}(\tan u \cos w) - \\ & - \sin v \tan^{-1}(\tan u \cos v)], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} f_2(u, v, w) = & \cos \alpha \cos u [\tan^{-1}(\sec u \tan w) - \tan^{-1}(\sec v \tan v)] - \\ & - \sin \alpha [\sin w \tan^{-1}(\tan u \sin w) - \sin v \tan^{-1}(\tan u \sin v)]. \end{aligned} \quad (20)$$

在 OS 斜坡上来自周围地区的反射辐射通量 R_{iK}^1 显然是由以下积分所表示:

$$R_{iK}^1 = \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \int_{h_a(\psi)}^{h(\psi)} r_{\psi,h} (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh. \quad (21)$$

这里 $r_{\psi,h}$ 代表来自 ψ 方位与 h 高度方向的周围地区的反射辐射强度, $h(\psi)$ 为由(14)式所表示的 O 点的可蔽视角, $h_a(\psi)$ 为由 OS 斜坡本身对 O 点所形成的可蔽视角, 其表示式是

$$h_a(\psi) = \tan^{-1}(-\tan \alpha \cos \psi). \quad (22)$$

假定前、后、左、右周围地区的反射輻射强度各为 r_A, r_B, r_C, r_D , 且均不随方向而改变, 即在 $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_4$ 方位之間 $r_{\psi, h} = r_A$, 在 $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2$ 方位之間 $r_{\psi, h} = r_D$, 在 $\psi_2 \leq \psi \leq \psi_3$ 方位之間 $r_{\psi, h} = r_B$, 在 $\psi_3 \leq \psi \leq \psi_4$ 方位之間 $r_{\psi, h} = r_C$, 則(21)式积分的結果为

$$R_{iK}^{\downarrow} = \frac{1}{2\pi} \{ R_A [f_1(-\alpha, \psi_1, \psi_1) - f_1(h_{Ax}, \psi_4, \psi_1)] + R_B [f_1(-\alpha, \psi_2, \psi_3) - f_1(-h_{Bx}, \psi_2, \psi_3)] + R_C [f_1(-\alpha, \psi_3, \psi_4) - f_2(-h_{Cy}, \psi_3, \psi_4)] + R_D [f_1(-\alpha, \psi_1, \psi_2) - f_2(h_{Dy}, \psi_1, \psi_2)] \}. \quad (23)$$

这里 $R_A (= \pi r_A)$, $R_B (= \pi r_B)$, $R_C (= \pi r_C)$, $R_D (= \pi r_D)$ 分別代表前、后、左、右周围地区作用面的反射輻射通量。

起伏地形中的有效輻射通量 F_m 实际上可以把它看成为研究地点作用面与可見天空大气长波輻射交換差額及与周围地区作用面长波輻射交換差額的总和。設以 e_m, e_s, e_g 分別代表研究地点作用面、周围地区作用面及大气在任意方向的长波輻射强度, 則 OS 斜坡上的有效輻射通量 F_m 可以表示为

$$F_m = \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \int_{h(\psi)}^{\frac{\pi}{2}} (e_m - e_g) (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh + \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \int_{h_a(\psi)}^{h(\psi)} (e_m - e_g) (\sin \alpha \cos \psi \cos^2 h + \cos \alpha \sin h \cos h) dh. \quad (24)$$

假定 e_m, e_g, e_s 均为各向同性, 上式积分的結果是:

$$F_m = \frac{1}{2\pi} (E_m - G)N + (E_m - E_s) \left(1 - \frac{1}{2\pi} N \right). \quad (25)$$

式中 $G (= \pi e_g)$ 为在周围沒有遮蔽的情况下水平面上的大气逆輻射, $E_m (= \pi e_m)$ 和 $E_s (= \pi e_s)$ 为研究地点作用面和周围地区作用面向各个方向所发射的总的长波輻射通量。

若研究地点作用面的绝对温度为 T_m , 其相当于完全黑体的輻射系数为 β_m ; 周围地区作用面的绝对温度为 T_s , 其輻射系数为 β_s . 則因 $E_m = \sigma \beta_m T_m^4$, $E_s = \sigma \beta_s T_s^4$, $E_m - G = F_{Hm}$ 代表在作用面温度下开曠平坦地面上的有效輻射, 我們可以将(25)式改写为

$$F_m = \frac{1}{2\pi} [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4)]N + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4). \quad (26)$$

当左右兩側均无高于研究地点地平面的山脊或其他障碍物, 而只是在前后方有一系列很长的平行山脊时 (例如在平直的街道內), 因 $z_C = z_D = 0$, $(y_C + y'_{A1})$, $(y_D + y'_{A2})$, $(y_C + y'_{B1})$ 和 $(y_D + y'_{B2})$ 都非常大, 而 $\psi_1 \rightarrow \psi_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$, $\psi_3 \rightarrow \psi_4 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$, 公式(17), (23) 和(26)就变为

$$D_m = \frac{D_H}{2} [(\cos h_{Ax} + \cos h_{Bx}) \cos \alpha - (\sin h_{Ax} - \sin h_{Bx}) \sin \alpha], \quad (27)$$

$$R_{iK}^{\downarrow} = \frac{1}{2} \{ R_A + R_B - [(R_A \cos h_{Ax} + R_B \cos h_{Bx}) \cos \alpha - (R_A \sin h_{Ax} - R_B \sin h_{Bx}) \sin \alpha] \}, \quad (28)$$

$$F_m = \frac{1}{2} [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4)] [(\cos h_{Ax} + \cos h_{Bx}) \cos \alpha - (\sin h_{Ax} - \sin h_{Bx}) \sin \alpha] + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4). \quad (29)$$

如果左右两侧和前方均无高于 O 点地平面的障碍物, 而后面所看到的最高山脊 B 就是 O 点所在斜坡本身(相当于在周围没有遮蔽的孤立斜坡上的情形), 则 D_m , R_{iK} 和 F_m 的表示式便简化为

$$D_m = D_H \cos^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (30)$$

$$R_{iK} = \bar{R}_{iH} \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (31)$$

$$F_m = F_{Hm} \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4) \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (32)$$

这里 $\bar{R}_{iH}$ 代表斜坡前面和左右周围地区作用面的平均反射辐射通量。

2. 在圆形山谷或盆地中

如图 4 所示, 设山谷或盆地的深度为 d , 其最大口面 AB 的半径为 c , 而研究地点 P 是在山谷或盆地中的任意一个倾斜面 PS 上。今假定:

1) 围绕山谷的周围山的高度相同, 2) 除 PS 斜面本身以外, 再没有其他障碍物遮蔽从 P 点看望山谷最大口面的视线。在这种情况下, P 点的可蔽视角只是由山谷口面和 PS 斜面本身所决定。如果取谷底中央点 O 为坐标原点, x 轴指向 PS 斜面的朝向 Pq 方向, y 轴指向右方, z 轴指向天顶, 则表示山谷最大口面 AB 圆周的方程式是

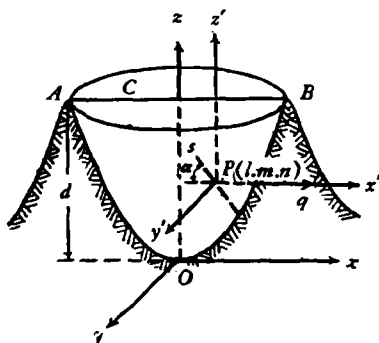


图 4 圆形山谷示意图

$$\left. \begin{aligned} z &= d, \\ x^2 + y^2 &= c^2. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

设 P 点在 x, y, z 坐标中的位置为 $P(l, m, n)$ 。将坐标原点由 O 平移至 P , 并将笛卡尔坐标改换成球面坐标以后, 就可从表示 AB 圆周的方程式中消除一个坐标元素, 求出在任意方位 ψ 上山谷对 P 点的可蔽视角 $h(\psi)$:

$$h_v(\psi) = \cot^{-1} \left[\frac{-(l \cos \psi + m \sin \psi) + \sqrt{(l \cos \psi + m \sin \psi)^2 + (c^2 - l^2 - m^2)}}{d - n} \right]. \quad (34)$$

同样, 可以求出 PS 斜面本身对 P 点所形成的可蔽视方程为

$$h_a(\psi) = \cot^{-1}(-\cot \alpha \sec \psi). \quad (35)$$

显然, 在这种情况下, P 点的实际可蔽视角应由 (34) 和 (35) 两式中数值较大的一个决定, 即当 $h_v(\psi) > h_a(\psi)$ 时, $h(\psi)$ 应由 (34) 式决定, 当 $h_a(\psi) > h_v(\psi)$ 时, 则由 (35) 式决定, 而 $h_a(\psi) > h_v(\psi)$ 的条件是

$$\left. \begin{aligned} \alpha &> \tan^{-1} \left(\frac{d - n}{c + l} \right), \\ \psi &\text{在 } \geq \psi_{01} \text{ 与 } \leq -\psi_{02} \text{ 之间.} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

其中 $\psi_{01}, -\psi_{02}$ 是下列方程式的两个根:

$$\psi_0 = \cos^{-1} \left[-\frac{(d - n) \cot \alpha}{\sqrt{c^2 + m^2 - l^2 + 2l(d - n) \cot \alpha \pm 2m \sqrt{c^2 - l^2 + 2l(d - n) \cot \alpha - (d - n)^2 \cot^2 \alpha}}} \right]. \quad (37)$$

ψ_0 绝对值大的一个根与 m 同号, 绝对值小的一个根与 m 异号。

因此, 当 $\alpha \leq \tan^{-1} \left(\frac{d-n}{c+l} \right)$ 时, P 点的可蔽视角完全由 (34) 式所决定, 当 $\alpha > \tan^{-1} \left(\frac{d-n}{c+l} \right)$ 时, 则由下式来确定:

$$h(\psi) \begin{cases} = \cot^{-1} \left[\frac{-(l \cos \psi + m \sin \psi) + \sqrt{(l \cos \psi + m \sin \psi)^2 + c^2 - l^2 - m^2}}{d-n} \right], \\ \text{当 } \psi \text{ 在 } \geq -\psi_{02} \text{ 与 } \leq \psi_{01} \text{ 之间时} \\ = \cot^{-1}(-\cot \alpha \sec \psi), \text{ 当 } \psi \text{ 在 } \geq \psi_{01} \text{ 与 } \leq -\psi_{02} \text{ 之间时} \end{cases} \quad (38)$$

将这里所确定的 $h(\psi)$ 和 $h_a(\psi)$ 的表示式分别代入 (16), (21) 和 (24) 式积分, 即得到位于山谷或盆地中的倾斜面上 $P(l, m, n)$ 点的 D_m , R_{sK} 及 F_m :

a) 当 $\alpha \leq \tan^{-1} \left(\frac{d-n}{c+l} \right)$ 时

$$D_m = \frac{D_H}{\pi} [(X_1 + X_2) \sin \alpha + X_3 \cos \alpha], \quad (39)$$

$$R_{sK} = \bar{R}_s \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} [(X_1 + X_2) \sin \alpha + X_3 \cos \alpha] \right\}, \quad (40)$$

$$F_m = \frac{1}{\pi} [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4)] [(X_1 + X_2) \sin \alpha + X_3 \cos \alpha] + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4). \quad (41)$$

其中 $\bar{R}_s$ 代表周围山坡上的平均反射辐射通量, 而

$$\begin{aligned} X_1 &= - \int_0^\pi \cos \psi \cot^{-1} \left[\frac{-(l \cos \psi + m \sin \psi) + \sqrt{(l \cos \psi + m \sin \psi)^2 + c^2 - l^2 - m^2}}{d-n} \right] d\psi, \\ X_2 &= - \int_0^\pi \frac{(d-n) [-(l \cos \psi + m \sin \psi) + \sqrt{(l \cos \psi + m \sin \psi)^2 + c^2 - l^2 - m^2}] \cos \psi}{(d-n)^2 + [-(l \cos \psi + m \sin \psi) + \sqrt{(l \cos \psi + m \sin \psi)^2 + c^2 - l^2 - m^2}]^2} d\psi, \\ X_3 &= \int_0^\pi \left\{ 1 - \frac{(d-n)^2}{(d-n)^2 + [-(l \cos \psi + m \sin \psi) + \sqrt{(l \cos \psi + m \sin \psi)^2 + c^2 - l^2 - m^2}]^2} \right\} d\psi. \end{aligned}$$

b) 当 $\alpha > \tan^{-1} \left(\frac{d-n}{c+l} \right)$ 时

$$D_m = \frac{D_H}{2\pi} [(Y_1 + Y_2) \sin \alpha + Y_3 \cos \alpha + Y_4], \quad (42)$$

$$R_{sK} = \bar{R}_s \left\{ 1 - \frac{1}{2\pi} [(Y_1 + Y_2) \sin \alpha + Y_3 \cos \alpha + Y_4] \right\}, \quad (43)$$

$$F_m = \frac{1}{2\pi} [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4)] [(Y_1 + Y_2) \sin \alpha + Y_3 \cos \alpha + Y_4] + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_s T_s^4). \quad (44)$$

其中 Y_1, Y_2, Y_3 的表示式分别与 X_1, X_2, X_3 相似, 只是其积分的上限用 ψ_{01} 代替了 π , 下限用 $-\psi_{02}$ 代替了 0, 而 Y_4 代表下列函数:

$$\begin{aligned} Y_4 &= \sin \alpha [\sin \psi_{02} \tan^{-1}(-\tan \alpha \cos \psi_{02}) + \sin \psi_{01} \tan^{-1}(-\tan \alpha \cos \psi_{01})] + \\ &\quad + \tan^{-1}(-\cos \alpha \tan \psi_{02}) - \tan^{-1}(\cos \alpha \tan \psi_{01}). \end{aligned}$$

在山谷或盆地的中部, 因 l 和 $m \ll c$, (39)–(41) 式及 (42)–(44) 式可以分别简化为

当 $\alpha \leq \tan^{-1}\left(\frac{d-n}{c+l}\right)$ 时:

$$D_m = D_H \frac{c^2 \cos \alpha}{c^2 + (d-n)^2} = D_H \cos^2 h_{VO} \cos \alpha, \quad (39a)$$

$$R_{iK}^1 = \bar{R}_i \left[1 - \frac{c^2 \cos \alpha}{c^2 + (d-n)^2} \right] = \bar{R}_i (1 - \cos^2 h_{VO} \cos \alpha), \quad (40a)$$

$$\begin{aligned} F_m &= [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4)] \frac{c^2 \cos \alpha}{c^2 + (d-n)^2} + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4) = \\ &= [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4)] \cos^2 h_{VO} \cos \alpha + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4). \end{aligned} \quad (41a)$$

这里 h_{VO} 为在山谷或盆地中心与 P 点同一高度上所看到的周围山坡最高点的仰角 (即该点的可蔽视角)。

当 $\alpha > \tan^{-1}\left(\frac{d-n}{c+l}\right)$ 时:

$$D_m = \frac{D_H}{\pi} (Z_1 + Z_2 + Z_3), \quad (42a)$$

$$R_{iK}^1 = \bar{R}_i \left[1 - \frac{1}{\pi} (Z_1 + Z_2 + Z_3) \right], \quad (43a)$$

$$F_m = \frac{1}{\pi} [F_{Hm} - \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4)] (Z_1 + Z_2 + Z_3) + \sigma(\beta_m T_m^4 - \beta_i T_i^4). \quad (44a)$$

其中

$$Z_1 = -\frac{(d-n)\sqrt{c^2 - (d-n)^2 \cot^2 \alpha}}{c^2 + (d-n)^2} \sin \alpha = -\sin \alpha \sin^2 h_{VO} \sqrt{\cot^2 h_{VO} - \cot^2 \alpha},$$

$$Z_2 = \frac{c^2 \cos \alpha}{c^2 + (d-n)^2} \cos^{-1} \left(-\frac{d-n}{c} \cot \alpha \right) = \cos \alpha \cos^2 h_{VO} \cos^{-1} (-\cot \alpha \tan h_{VO}),$$

$$Z_3 = 2 \tan^{-1} \left(-\frac{\sin \alpha \sqrt{c^2 - (d-n)^2 \cot^2 \alpha}}{d-n} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\sin \alpha \sqrt{\cot^2 h_{VO} - \cot^2 \alpha} \right).$$

三、风障内辐射平衡各分量的变化

为了说明起伏地形中辐射平衡各分量与开旷地面上的差异,我们根据北京 1958 年 1 月 15 日及 7 月 9 日晴天正午的观测资料,计算了几种不同障高和障距的、长度为 200 米的、东西排列的平行风障间辐射平衡各分量的变化,其结果如图 5 所示。由该图可以看出,在风障内的散射辐射和有效辐射都比障外开旷的平地上显著地减小,而且距离风障愈近,减小愈多。在紧靠风障的地方 D_m 和 F_m 都比障外平地相应的 D_H 和 F_H 减小一半以上。在两风障的中间,随着风障的高度和间距不同, D_m 和 F_m 比障外平地减小的数值变化于 7% 到 22% 之间。

在风障内来自障壁的反射辐射,以在紧靠障壁向阳面(南面)的地方最大,由此随着离开障壁的距离增加, R_{iK}^1 就急剧地减小。在紧靠障壁背阳面(北面)的地方,虽然 R_{iK}^1 又随着向障壁接近有些增加,但变化的数值很小。

风障内的总辐射和辐射平衡在 1 月也以紧靠风障南面的地方最大,由此随着离开风

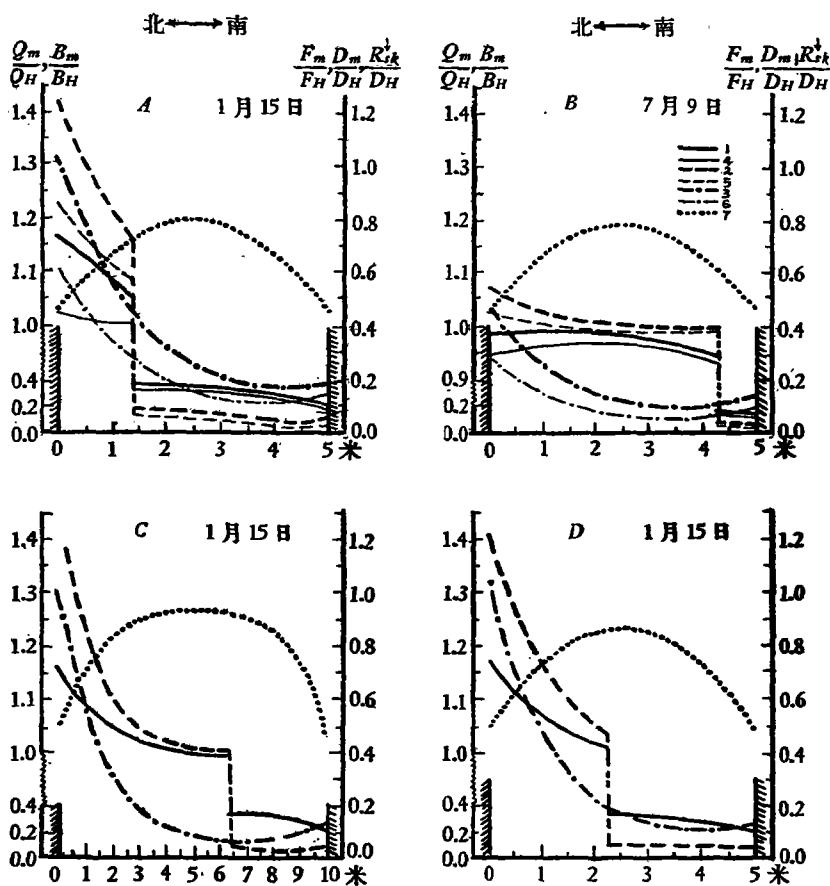


图5 北京晴天正午时平行风障间辐射平衡各分量的分布
A, B——障高2米, 障距5米; C——障高2米, 障距10米; D——障高1.5米, 障距5米

当 $\alpha_s = 50\%$ 时: 1—— $\frac{Q_m}{Q_H}$, 2—— $\frac{B_m}{B_H}$, 3—— $\frac{R_{Kt}^\downarrow}{D_H}$;

当 $\alpha_s = 30\%$ 时: 4—— $\frac{Q_m}{Q_H}$, 5—— $\frac{B_m}{B_H}$, 6—— $\frac{R_{Kt}^\downarrow}{D_H}$;

7—— $\frac{D_m}{D_H}$, $\frac{F_m}{F_H}$.

障距离增加, Q_m 和 B_m 都迅速减小, 并且在进入南障北面的阴影区时, 由于直接太阳辐射等于零, Q_m 和 B_m 的数值都突然猛降, 以后在整个阴影区内 Q_m 和 B_m 的变化都比较小。在阴影区外, Q_m 和 B_m 几乎都比障外平地有所增加, 而且障壁的反射率愈大, 增加的数值愈多。在紧靠风障南面的地方, 当 $\alpha_s = 50\%$ 时, 各种风障的 Q_m 和 B_m 都分别比障外平地增加 16% 和 42% 以上; 当 $\alpha_s = 30\%$ 时, 则只各比障外平地增加 2% 和 22% 左右。在风障北面的阴影区内, 各种风障的 Q_m 和 B_m 差不多都只有障外平地相应数量的 10—20% 和 3—9%。

在 7 月, 风障内 Q_m 和 B_m 随障壁反射率和离障距离的变化比之在 1 月要相对地小得多。在风障北面阴影区内的 Q_m 和 B_m 都只有障外平地的百分之几。在阴影区外, Q_m 仍比障外平地稍为小些, 而 B_m 则比障外平地有所增加, 且愈靠近风障南面以及障壁的反射

率愈大, B_m 增加比较愈多。

表1是根据图5所得到的当障壁反射率为50%时各种不同风障間辐射平衡各分量的对比以及障南 B_m 比障外平地增大区的水平范围和障北阴影长度的比较。从这个表中可以看出,障壁愈高,风障內的散射辐射和有效辐射愈小,而来自障壁的反射辐射、总辐射以及辐射平衡愈大,但是障南 B_m 比障外平地增大区的水平范围愈小,而障北的阴影区愈大。在同一障高下,则障距愈大,风障南面的 D_m 、 F_m 和 Q_m 愈大,而 R_{rK} 和 B_m 愈小,同时障南 B_m 比障外平地增大区的水平范围愈大,而障北阴影区的范围不变。如果障高和障距都完全相同,则风障內的 R_{rK} 、 Q_m 和 B_m 与障外平地相比,在太阳高度低的冬季变化大,在太阳高度高的夏季变化小,但是冬季障南 B_m 增大区的范围小,障北阴影区的范围大,而夏季则相反。

表1 北京地区各种不同风障間 1958 年 1 月 15 日和 7 月 9 日晴天正午辐射平衡各分量的对比 (假定风障的反射率 $\alpha_s = 50\%$)

日/月	项目 障南面 距离 (厘米) 风障 特征	$\frac{D_m}{D_H}, \frac{F_m}{F_H}$			$\frac{R_{JK}}{D_H}$			$\frac{Q_m}{Q_H}$			$\frac{B_m}{B_H}$			障南 B_m 增大区的 范围 (厘米)	障北阴影的 长度 (厘米)
		0	40	100	0	40	100	0	40	100	0	40	100		
15/I	障高 2 米, 障距 5 米	0.464	0.555	0.670	1.028	0.853	0.577	1.165	1.135	1.080	1.420	1.343	1.127	137	363
	障高 2 米, 障距 10 米	0.492	0.587	0.711	1.023	0.832	0.574	1.173	1.140	1.093	1.440	1.335	1.217	600	363
	障高 1.5 米, 障距 5 米	0.493	0.604	0.745	1.028	0.767	0.464	1.171	1.123	1.072	1.425	1.300	1.170	230	270
9/VII	障高 2 米, 障距 5 米	0.464	0.555	0.670	0.468	0.381	0.265	0.986	0.987	0.987	1.074	1.051	1.032	300	68

根据以上所述可知,在中纬度地方冬季在菜畦的北面设置东西方向的风障,不仅可以防止从北方吹来的冷空气,而且可以增加风障南面的总辐射和辐射平衡,从而提高近地面层中的温度,改善植物生长的小气候条件^[4]。不过,为了扩大风障內总辐射和辐射平衡增大区的范围,障与障間需有适当的距离,不能相隔太近。

四、小 结

从上面我們所导出的一系列公式和平行风障間辐射平衡各分量計算的实例,可以得到下面几点主要結論:

1. 起伏地形中的散射辐射和有效辐射都随着周围地形对研究地点的遮蔽程度加大而减小。来自周围地区的反射辐射最初也随着周围遮蔽程度加大而增大,但是当周围遮蔽程度达到一定限度以后,再进一步加大时,由于周围地形彼此互相遮蔽,其可能受到的总辐射大为减小,因而被其反射的辐射或 R_{rK} 也会随之减小。

2. 在起伏地形中,当直接太阳辐射不被周围地形遮蔽时,如果周围地区作用面的反射率相当大,以致来自周围地区的反射辐射超过由于周围地形遮蔽所减小的散射辐射时,则其总辐射可以比开曠的平地有所增加。在阴天,因为来自周围地区的反射辐射总是小于

由于周围地形遮蔽所減小的散射輻射,起伏地形中的总輻射照例是比平地減小的。

3. 当直接太阳輻射不被周围地形遮蔽时,起伏地形中水平面上的輻射平衡常常是比开曠的平地上大些。

参 考 文 献

- [1] 傅抱璞,坡地对日照和太阳輻射的影响,中国科学,8(1959),700—726.
- [2] 傅抱璞,論坡地上的太阳輻射总量,南京大学学报(自然科学),1958,第2期.
- [3] Кондратьев К. Я., Лучистая энергия солнца, гидрометеиздат, л. 1954.
- [4] 严开伟,景荣林,风障小气象效应的初步探討,气象学报,31(1961),205—214.

THE DETERMINATION OF THE COMPONENTS OF RADIATION BALANCE IN AN UNDULATING COUNTRY

FUH BAW-PUH

(Department of Meteorology, Nanking University)

ABSTRACT

In this paper we have calculated theoretically the components of radiation balance in an undulating country. Besides, as an example, the relative variations of the components of radiation balance between two parallel windbreak hedges of different heights and interspaces are computed.