第33卷 第4期 气 象 学 报 Vol. 33, No. 4
1963 年 11 月 ACTA METEOROLOGICA SINICA Nov., 1963

論气压波和温度波的移动*

廖 洞 賢
(中央气象局气象科学研究所)

提 要

利用一个修正的二层模式，作者推导了在均匀基本气流情况下大气中层气压波和其以下平均温度波的移速公式．其主要結果如下：

1）在一般情况下除波数为 3—10 的波外，温度波的移动速度大于气压波；

2）当地面基本气流为西风时，气压槽接近地势高的地方加速，离开时減速，而气压脊則相反．

把这些結果和气压波、温度波的发生发展联系起来，可以解释一些天气图上出現的現象．

作为上述情况的推广，对在不均匀基本气流情况下气压波和温度波的移速也进行了討論，其主要結果是：

1）气压波、温度波的移速和基本气流的分布有极密切的关系，并主要由后者所决定；

2）一般气压波和温度波在高原北側比在高原南側移动快，但在它們之間位相差很小而振幅差較大时則有例外．

最后，对这些結果和高原以西斜槽、急流沿高原分支、切断低压形成等的联系也作了討論．

一、引 言

气压波和温度波的移动是天气預报的重要問題之一．对此，尽管現在数值預报已有一定成效，其本身已包含有这方面的預报，但专門进行研究，以了解影响这两种波移动的物理因素的工作，是不多的，特别是关于温度波的移动以及它和气压波的移动之間的关系，研究得很少．作为了解模式性能和温压場形势演变的物理过程，这方面的工作看来仍有研究的必要．并且，对于一般定性預报，利用这方面的結果也是有益的．

早在 1939 年 Rossby[1] 就曾推出著名的长波公式．1942 年他利用綫性化温度平流方程[1] 推出了气压波和温度波在不同位相和不同波幅情况下气压波移动的公式[2]．至今这些工作在日常天气預报中仍有一定价值．

在我国 1958 年顾震潮和周晓平[3] 曾注意到地形作用对气压波移动速度的影响．他們推出：在高原北側气压波移动快，在其南側气压波移动慢．1959 年楊鑒初和李玉兰[4] 从实际資料出发統計了各季 500 毫巴槽脊經过西藏高原北側的情况．最后指出：就全年而論，槽接近高原时移动快，离开时移动慢；就各季而論，除夏季和全年結果相反外，其他都

* 本文 1963 年 1 月 22 日收到，5 月收到修改稿．

1）即温度的局地变化仅由温度平流所决定的方程．

相同.

通过这些工作,温压場結构和地形作用对气压波移动速度的影响被初步揭示了出来.这对后来的工作有很大的启发性. 本文就是在这些工作的基础上进行的.

我們知道气压波和温度波的变化是相互关联、相互影响的;而它們的移动又是通过其变化来完成的. 所以,单看气压波的移动不能考虑温压場的相互制約,制作較长时間(如48小时)的預报有一定的困难. 为此,作者試图从二层模式出发,結合地形作用来考虑这两种波的移动,并力求得到一些定性結果作为了解形势演变过程和制作預报的参考.

在推导过程中,考虑在一般情况下即便在初始时刻气压場和温度場都呈周期分布,但由于温压場的相互作用,以后就不一定呈周期分布. 为此,作者舍弃了一般求波动解的方法,而从气压傾向和温度傾向出发,針对槽脊特点来推导气压波和温度波的移速公式. 这样求出来的移动速度可以是随空間变化的.

二、二层模式的涡度預报方程

1958年作者曾給出过一个适用于大气平均层(水平风速对高度的平均)的二层模式的涡度預报方程[5]. 为了使方程能严格地用于500毫巴,在本文中作者对水平风場随高度的变化在形式上稍作了些修改. 所得結果和过去稍有不同. 現在簡述如下.

在假定:

1) $\mathbf{V}(x,y,p,t)=\mathbf{V}_5(x,y,t)+A(p)\mathbf{V}_T(x,y,t)$;

2) 在 $p=p_s$ 处, $\omega=\omega_s$;在 $p=0$ 处, $\omega=0$

下对涡度方程

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=-\mathbf{V}\cdot\nabla(\zeta+f)+f\frac{\partial\omega}{\partial p}. \tag{1}$$

和热流入量方程

$$\frac{\partial}{\partial p}\frac{\partial z}{\partial t}+\mathbf{V}\cdot\nabla\frac{\partial z}{\partial p}+\sigma\omega=0. \tag{2}$$

应用和工作[5]相似的方法,可以得到預报 z 和 h 的預报方程

$$\nabla^2\frac{\partial z}{\partial t}-\lambda_1^2\frac{\partial h}{\partial t}=J\left(\frac{g}{f}\nabla^2 z+f,z\right)+a_1J\left(\frac{g}{f}\nabla^2 h,h\right)+\tilde{b}_1J(z,h)-\frac{c_1}{g}f^2\omega_s, \tag{3}$$

$$\nabla^2\frac{\partial h}{\partial t}-\lambda_2^2\frac{\partial h}{\partial t}=J\left(\frac{g}{f}\nabla^2 h,z\right)+J\left(\frac{g}{f}\nabla^2 z+f,h\right)+a_2J\left(\frac{g}{f}\nabla^2 h,h\right)+$$
$$+\tilde{b}_2J(z,h)-c_2\frac{f^2}{g}\omega_s. \tag{4}$$

其中 $\mathbf{V}_5$ 是500毫巴的水平风速; $\mathbf{V}_T$ 是某等压面 p^*(取作 p_s 并視为常数)到 p_5(即500毫巴)的热成风; p_s 和 ω_s 各是地面气压和在气压坐标中地面的鉛直速度; z 和 h 各是500毫巴高度和 p^* 到該等压面之間的厚度;其他都是气象上常用的符号. 出現在方程(3)和(4)中的参数由下列各式决定:

$$a_1=\bar{A}^2-\frac{\alpha_2-\bar{A}^2}{\alpha_1-\bar{A}}\bar{A};\quad b_1=-\frac{\alpha_3\bar{A}}{\alpha_1-\bar{A}};\quad c_1=-\left(\frac{1}{p_s}-\frac{\alpha_3-\dfrac{1}{p_s}}{\alpha_1-\bar{A}}\bar{A}\right);$$

$$a_2=\frac{\alpha_2-\bar{A}^2}{\alpha_1-\bar{A}};\quad b_2=\frac{\alpha_3}{\alpha_1-\bar{A}};\quad c_2=-\frac{\alpha_3-\dfrac{1}{p_s}}{\alpha_1-\bar{A}};$$

$$\alpha_1=\int_{p_5}^{p_s}\int_{p}^{p_s}Adp\Big/\int_{p_5}^{p_s}(p_s-p)dp;\quad \alpha_2=\int_{p_5}^{p_s}\int_{p}^{p_s}A^2dp\Big/\int_{p_5}^{p_s}(p_s-p)dp;$$

$$\alpha_3=(p_s-p_5)\Big/\int_{p_5}^{p_s}(p_s-p)dp;\quad \tilde{b}_1=\frac{-b_1f}{\sigma_c(p_s-p_5)};\quad \tilde{b}_2=\frac{-b_2f}{\sigma_c(p_s-p_5)};$$

$$\lambda_1^2=\frac{f}{g}\tilde{b}_1;\quad \lambda_2^2=\frac{f}{g}\tilde{b}_2;\quad \sigma_c=\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p}\frac{\partial z}{\partial p},\text{取作常数.}$$

为了检查在計算区域內总涡度变化的情况，我們对方程(3)、(4)作全北半球 R 的积分．如略去地轉风輻散所起的作用并設在边界緯度 $\varphi^*(\varphi^*\neq 0)$ 处 $\mathbf{V}_5$ 和 $\mathbf{V}_T$ 沿經圈方向的分量 v_n、$v_{Tn}\equiv 0$，則可以得到

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_R\zeta dxdy=-b_1\int_R f\omega^*dxdy-c_1\int_R f\omega_s dxdy, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_R\zeta_T dxdy=-b_2\int_R f\omega^*dxdy-c_2\int_R f\omega_s dxdy, \tag{6}$$

其中 $(\ )^*=\dfrac{1}{p_s-p_5}\displaystyle\int_{p_5}^{p_s}(\ )dp$．即总的相对涡度和热成风涡度的变化是通过 ω^* 和 ω_s 的作用实現的．在一般情况，因 b_1 和 b_2 符号相反，ζ 和 ζ_T 可以相互轉化．如考虑 $\omega_s\equiv 0$ 的情况，則

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_R(\zeta+\bar{A}\zeta_T)dxdy=0. \tag{7}$$

这說明大气三維空間的总涡度是一个常量，是不随时間变化的．

三、在均匀基本气流情况下气压波和溫度波的移动

我們先考虑一个簡单的情况．

設在一个寬为 L、长为无限且可沿 x 方向周期开拓的区域中

$$\omega_s=\nu\frac{g}{f}J(\eta,z_s); \tag{8}$$

在初始时刻

$$\left.\begin{aligned}
z&=z_0-\int_0^y\frac{f}{g}Udy+A_0\sin mx,\\
h&=h_0-\int_0^y\frac{f}{g}U_Tdy+A_T\sin m(x+\delta),\\
z_s&=z_{s0}-\int_0^y\frac{f}{g}U_sdy+A_0\sin mx-A_T\sin m(x+\delta),\\
\eta&=\eta_0+E\sin m'x,
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

則我們有

$$(\nabla^2-\lambda_2^2)\frac{\partial h}{\partial t}=[U(m^2+\lambda_2^2)-\beta+a_2m^2U_T]A_Tm\cos m(x+\delta)+$$
$$+U_TA_0m(m^2-\lambda_2^2)\cos mx+\tilde{\nu}_1EU_sm'\cos m'x. \tag{10}$$

这里 η 是地面拔海高度；ν 是常数，$\nu > 0$；$\tilde{\nu}_1 = c_2\nu f^2/g$；$U_s = U - U_T$；坐标 x 指向东，y 指向北；$m = \frac{2\pi}{L}K$；$m' = \frac{2\pi}{L}K'$.

因为 z、h、z_s、η 和(10)式右端沿 x 方向都是周期分布，在它們分布相同的地方 $\frac{\partial h}{\partial t}$、$\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t}$ 应該相同，即也应該是周期分布并只是 x 的函数. 这样，$\frac{\partial h}{\partial t}$ 的解具有形式

$$\frac{\partial h}{\partial t} = C_1 \cos m(x + \delta) + C_2 \cos mx + C_3 \cos m'x. \tag{11}$$

代入(10)式，依次作运算 $\int_0^L (\ ) \cos m(x+\delta)dx$、$\int_0^L (\ ) \cos mx dx$、$\int_0^L (\ ) \cos m'x dx$，并視 f、β 为常数，則可以得到三个关系式. 解之則有

$$C_1 = -A_T mU - a_2 \frac{m^2}{m^2 + \lambda_2^2} U_T + \beta m \frac{A_T}{m^2 + \lambda_2^2};$$

$$C_2 = -A_0 m U_T \frac{m^2 - \lambda_2^2}{m^2 + \lambda_2^2};$$

$$C_3 = -\tilde{\nu}_1 E m' \frac{U_s}{m'^2 + \lambda_2^2}.$$

(11)式各項的系数和方程(3)、(4)中出現的参数有关. 根据 1956 年到 1958 年 1 月份北半球大气各层緯圈平均图[1]，在 70°N 到 30°N 之間取 $p_s = 1000$ 毫巴，这些参数的平均数值如下：

$$\overline{A} = 0.05; \quad \overline{A^2} = 0.50; \quad a_1 = -0.67; \quad a_2 = 0.50; \quad a_1 = 0.50;$$

$$b_1 = -0.3 \times 10^{-3} \text{毫巴}^{-1}; \quad c_1 = -0.7 \times 10^{-3} \text{毫巴}^{-1}; \quad a_2 \approx 0.00;$$

$$b_2 = 6.45 \times 10^{-3} \text{毫巴}^{-1}; \quad c_2 = 1.4 \times 10^{-3} \text{毫巴}^{-1}.$$

如取 $\sigma_c = 3.0 \times 10^{-6}$ 仟米、毫巴$^{-2}$，并用 $f_{45°}$ 代替 f，則 $\lambda_1^2 = 0.2 \times 10^{-6}$ 仟米$^{-2}$；$\lambda_2^2 = = 4.65 \times 10^{-6}$ 仟米$^{-2}$.

現在我們来推导温度波移动的公式.

因为在我們討論的情形，在移动坐标中在槽脊所在局地变化 $\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)$ 可以表示成

$$\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} + c_{Tx}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + c_{Ty}\frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} + c_{Tx}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0, \tag{12}$$

略去附标 x，則槽脊向东移动的速度 c_T 可以表示成

$$c_T = -\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} \Big/ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \tag{13}$$

利用(9)、(11)两式，微分后代入上式并略去带 a_2 的項，可以得到

$$c_T = U - \frac{\beta}{m^2 + \lambda_2^2} + \frac{A_0}{A_T} U_T \rho_1 \frac{m^2 - \lambda_2^2}{m^2 + \lambda_2^2} + \frac{E}{A_T} U_s \frac{\rho_2}{m'^2 + \lambda_2^2}, \tag{14}$$

其中 $\rho_1 = \cos m\delta$；$\rho_2 = \left(\frac{m'}{m}\right)^2 \tilde{\nu}_1 d \sin m'x$；$d = \begin{cases} -1, & \text{对于槽} \\ 1, & \text{对于脊} \end{cases}$.

1) 中央气象局气象科学研究所繪制.

現在我們来討論上式各項的意义．为了方便起見，不妨設 U、U_T、U_s 都大于零．

上式右端第一和第二項的物理意义是很清楚的，不必进行討論．第三項表示热成风对温度波的引导．当 $|m\delta| < \frac{\pi}{2}$ 时（以下簡称同相），短波将向东移，长波将向西移；当 $\frac{\pi}{2} < |m\delta| < \pi$ 时（以下簡称反相），結果相反．这种作用在 $A_0 \gg A_T$ 时最大；反之則可以忽略．第四項是地形对温度波移动的影响．因 $\tilde{v}_1 > 0$ 在大范围是山脊的地方温度槽将向西移，温度脊将向东移；在大范围是山谷的地方温度槽将向东移，温度脊将向西移．这种作用在 $E \gg A_T$ 时最明显．显然，这是气流沿山升降引起的局地变温的分布不均匀的結果．

在一般情况，如我們取

$$U \sim 10^1 \text{米秒}^{-1};\quad U_T \sim 10^1 \text{米秒}^{-1};\quad U_s \sim 10^0 \text{米秒}^{-1};\quad \nu \sim 10^{-1} \text{毫巴米}^{-1};$$

$$A_0 = A_T;\quad E/A_T = 5;\quad m = m';\quad L = 1.8 \times 10^4 \text{仟米};\quad K = 5,$$

則除第一項的数量級为 10^1 米秒$^{-1}$ 外，其他均小 1 个量級以上．以此可見，温度波的移动仍主要受基本气流的引导．但是，在某些場合，有些項的数量級也可能和基本气流的相近．譬如对波数在 3—9 之間的波，第三項的值可能就有第一項的一半；如 $A_0/A_T > 1$ 且 $U_T >> U$，其作用还会更大．对大范围地势陡峭的地区，如 U_s 和 E/A_T 各达到 10 米/秒和 10 以上[1]，則第四項所引起的温度波的槽脊移动速度，可以达到 5.0 米/秒以上，即 430 仟米/日以上．

用和上面相似的方法可以求得气压波的槽脊移动速度 c，即

$$c = U - \frac{\beta}{m^2}\left(1 - \frac{q_1}{m^2 + \lambda_2^2}\right) + (a_1 q_2 - q_3)U_T + q_4 \frac{E}{A_0} U_s, \tag{15}$$

其中

$$q_1 = \frac{A_T}{A_0}\lambda_1^2 \cos m\delta;\quad q_2 = \frac{A_T}{A_0}\cos m\delta;\quad q_3 = \frac{2\lambda_1^2}{m^2 + \lambda_2^2};$$

$$q_4 = \frac{\tilde{v}_2}{m^2} d\left(1 - \frac{\lambda_1^2}{m'^2 + \lambda_2^2}\right)\tilde{v}_2 \sin m'x;\quad \tilde{v}_2 = c_1 v \frac{f^2}{g}.$$

上式右端第一第二两項的物理意义是众所周知的．第三項是热成风基本气流对槽脊的引导．当 $|m\delta|$ 接近于零时，因一般 $a_1 \frac{A_T}{A_0} > q_3$，这时槽脊都向东移；当反相时，$q_2 < 0$，这时槽脊将向西移．第四項是地形作用．根据前面的数据，$\tilde{v}_2 < 0$，因一般 $\frac{\lambda_1^2}{m^2 + \lambda_2^2} \ll 1$，在大范围是山脊的地方槽向东移，脊向西移；在大范围是山谷的地方槽向西移，脊向东移．和温度波的情形相似，这也是由于地形坡度分布的不均匀所引起的变压梯度造成的．根据前面的数据不难看出，这种作用一般远比基本气流的作用小．但在大范围地势陡峭的地方，它可以对基本气流的作用起到明显的修正[2]．这样，就解释了楊鉴初等[4]所指出的，在冬半年槽接近西藏高原北侧常加速、离开时常減速，而脊的移动和槽相反的現象，因为在这时期在这个地区 U_s 一般是大于零的（見文献[9]）．同时，他們所指出的夏季沒有这

1) $E/A_T = 10$ 在某些地区，如西藏高原附近，是容易出現的．如 $E = 2000$ 米，$A_T = 200$ 米即可．

2) 用討論温度波移速时的数据，在 U_s 和 E/A_0 各达 10 米/秒和 10 以上时，这項所引起的气压波的移速可达 215 仟米/日以上．

个現象出現的事实也可以得到解释，因为在这个季节里，在西藏高原附近地区地面基本气流很弱，甚至是指向偏西方向的.

四、气压波和溫度波的移动速度的比較

为了便于更进一步估計溫压場形势演变和使用前面的結果，現在我們把溫度波和气压波的移动速度加以比較.

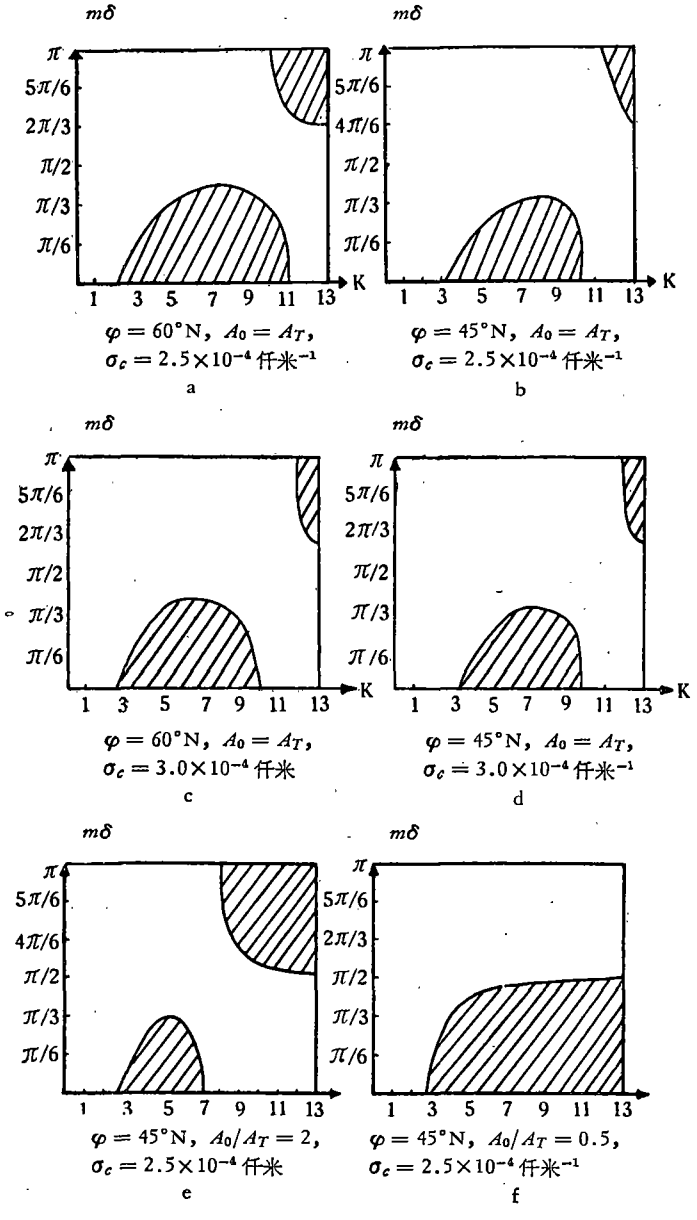


图 1

图中阴影部分表示 $c_T < c$（即正区）的情形；无阴影部分表示 $c_T > c$（即負区）的情形. L、U_T 各取作 18×10^8 仟米、10 米/秒.

从公式(14)和(15)中可以看出：除两式右端第一項完全相同外，其他三項都不相同. 为了考察这些項的大小和作用，我們計算了在不考虑地形情况下气压波和温度波的移速的差. 其結果如图 1 所示. 可以看出，对絕大多数的波，温度波的移速都大于气压波. （以下簡称負区，否則称正区.）但是，在同相时，对波长为中等长度的波（波数在 3—10 之間）温度波的移动速度小于气压波；在反相时，在短波（波数大于 10）部分温度波的移速也小于气压波. 这些区域是随緯度、热成风大小、靜力稳定度、气压波和温度波波幅的比而改变的. 其中影响最大的是最后一种作用. 从图 1e 和图 1f 可以看出，当 $A_0/A_T = 0.5$ 时[1)]，在同相部分正区迅速扩大，在反相部分正区已不在图中出現. 当 $A_0/A_T = 2$ 时，在同相部分正区迅速縮小，只限制在波数为 3—7 部分，而在反相部分正区却迅速扩大了. 这个現象值得我們注意.

1) 这种情况在大气中是常見的，特别在气压波开始发展阶段.

但是，这些結果和温压場形势演变有什么关系呢？

为了便于討論，我們定义，在移动坐标中如

1）在槽綫上 $\frac{\delta}{\delta t}\zeta > 0$ 且

2）在脊綫上 $\frac{\delta}{\delta t}\zeta < 0$，

称为气压波发展，反之称为減弱．如用 ζ_T 代替 ζ 同样可以得到温度波发展和減弱的定义．

因为在槽綫或脊綫上，在我們所考虑的情形

$$\frac{\partial\zeta}{\partial x} = \frac{\partial\zeta}{\partial y} = \frac{\partial\zeta_T}{\partial x} = \frac{\partial\zeta_T}{\partial y} = 0,$$

故

$$\frac{\delta}{\delta t}\zeta = \frac{\partial}{\partial t}\zeta, \quad \frac{\delta}{\delta t}\zeta_T = \frac{\partial}{\partial t}\zeta_T.$$

从公式(11)，如果不考虑地形作用，我們容易得到

$$\frac{\delta}{\delta t}\zeta_T = dA_0U_Tm\frac{g}{f}(m^2-\lambda_2^2)\left(\frac{m^2}{m^2+\lambda_2^2}\right)\sin m\delta. \tag{16}$$

用同样方法还可以得到

$$\frac{\delta}{\delta t}\zeta = -d\left(a_1U_Tm^2 + \frac{\beta\lambda_1^2}{m^2+\lambda_2^2}\right)\frac{g}{f}A_Tm\sin m\delta. \tag{17}$$

这里我們略去了带 a_2 的項．(17)式右端括号中第一項一般比第二項要大一个量級以上，它决定了 $\frac{\delta}{\delta t}\zeta$ 的符号．(16)式右端第二个括号內的量一般大于零[1]，决定 $\frac{\delta}{\delta t}\zeta_T$ 的符号的是第一个括号內的量．

从(16)、(17)两式不难看出，当 $0 < m\delta < \pi$（以下簡称“温度波落后”）时，气压波发展；反之則減弱．这和 J. Bjerknes[6]等所指出的以及后来有些作者（如 Charney[7]）所指出的是一致的．但是，对于温度波来說其发展却有选择性：当 $m^2 < \lambda_2^2$ 时（一般相当于波数大于 6 的波），如 $0 < m\delta < \pi$ 温度波发展；如 $-\pi < m\delta < 0$，温度波減弱．当 $m^2 > \lambda_2^2$ 时，結果相反．可以看出，这时影响温度波发展的有四个因素：即 U_T、λ_2^2、$m\delta$ 和 A_0．对于一定波长的波，如其中后三个因素对温度波发展的貢献为正，則 U_T 愈大，波愈容易发展．同理，当 $m\delta$ 愈接近 $\frac{\pi}{2}$，或 A_0 愈大，温度波也愈容易发展．

可是，对于較长时間的預报，只凭(16)、(17)两式来估計气压波和温度波的发展还很不够．因为它們一旦发展，温压場結构即开始发生变化，經过一段时間就不一定再发展了．不过，对于某些情况，如在温压場演变过程中气压波和温度波近似維持正弦形状，則从 c 和 c_T 的差可以估計較长时間温压場的演变．

按前面的結果，温度波落后的情形对气压波发展有利．这时对于絕大多数的波因 $c_T > c$，經过一段时間 $m\delta$ 会逐漸近于零甚至小于零，从而又使气压波減弱．对于正区

1）只有在对流层下层层結平均很不稳定（这时 $\lambda_2^2 < 0$）且 $m^2 < |\lambda_2^2|$ 时才小于零．但这种情形是极少的．

(即 $c_T < c$ 部分)中的波,在温度波落后的情形当 $m^2 > \lambda_2^2$ 时,因 A_T 减小,气压波的移速和发展都会减小;当 $m^2 < \lambda_2^2$ 时,按图 1a 中所給数据,$\left|\frac{\delta}{\delta t}\zeta\right|$ 約比 $\left|\frac{\delta}{\delta t}\zeta_T\right|$ 大 1.5 倍,这就容易使 A_T/A_0 迅速減小,从而使 $c_T > c$. 因此,在气压波发展的同时,因其和温度波移速、发展速率的不同,已隐含有減弱的因素,不过,在正区中,特别是 $m^2 < \lambda_2^2$ 的波,发展較为持久罢了.

用上面的方法考虑地形对气压波和温度波发展的影响也可以得到类似結果,这里我們就不詳細討論了.

五、在不均匀基本气流中气压波和溫度波的移动

为了更好地考虑气压波和温度波的移动,設 U、U_T、U_s、η_0 都是 y 的函数,略去带 a_2 的項,我們有

$$(\nabla^2 - \lambda_2^2)\frac{\partial h}{\partial t} = \left[(m^2 - \lambda_2^2)U_T + \frac{d^2U_T}{dy^2} + c_2\nu f\frac{d\eta_0}{dy}\right]A_0 m\cos mx + \\ + \left[(m^2 + \lambda_2^2)U - \beta + \frac{d^2U}{dy^2} - c_2\nu f\frac{d\eta_0}{dy}\right]A_T m\cos m(x+\delta) + \\ + c_2\nu\frac{f^2}{g}U_s E m'\cos m'x. \tag{18}$$

和前面类似的考虑 $\frac{\partial h}{\partial t}$ 应具有下面的形式

$$\frac{\partial h}{\partial t} = F_1(y)\cos mx + F_2(y)\cos m(x+\delta) + F_3(y)\cos m'x. \tag{19}$$

代入(18)式,用和前面同样的方法,可以得到

$$\frac{d^2F_1}{dy^2} - (m^2 + \lambda_2^2)F_1 = A_0 m\left[U_T(m^2 - \lambda_2^2) + \frac{d^2U_T}{dy^2} + c_2\nu f\frac{d\eta_0}{dy}\right], \tag{20}$$

$$\frac{d^2F_2}{dy^2} - (m^2 + \lambda_2^2)F_2 = A_T m\left[U(m^2 + \lambda_2^2) - \beta + \frac{d^2U}{dy^2} - c_2\nu f\frac{d\eta_0}{dy}\right], \tag{21}$$

$$\frac{d^2F_3}{dy^2} - (m'^2 + \lambda_2^2)F_3 = c_2\nu\frac{f^2}{g}E m' U_s. \tag{22}$$

解上面三个方程需要一定的边界条件. 考虑本文着重研究的是西风带,在其两侧較远的地区 $\frac{\partial h}{\partial t}$ 一般很小. 作为粗略的近似設在 $y = 0$、$2D$ 处,$\frac{\partial h}{\partial t} \equiv 0$,則有

$$\text{在 } y = 0、2D \text{ 处, } F_1 = F_2 = F_3 = 0. \tag{23}$$

这里 $2D$ 是西风带的寬度.

在这些条件下容易求得

$$F_1 = -\int_0^{2D} G_1(y, y')A_0 m\left[U_T(m^2 - \lambda_2^2) + \frac{d^2U_T}{dy'^2} + c_2\nu f\frac{d\eta_0}{dy'}\right]dy', \tag{24}$$

$$F_2 = -\int_0^{2D} G_1(y, y')A_T m\left[U(m^2 + \lambda_2^2) - \beta + \frac{d^2U}{dy'^2} - c_2\nu f\frac{d\eta_0}{dy'}\right]dy', \tag{25}$$

$$F_3 = -\int_0^{2D} G_2(y, y')c_2\nu\frac{f^2}{g}E m' U_s dy', \tag{26}$$

其中

$$G_1(y,y')=\frac{1}{\sqrt{m^2+\lambda_2^2}\sinh 2\sqrt{m^2+\lambda_2^2}D}\times$$
$$\times\begin{cases}\sinh\sqrt{m^2+\lambda_2^2}\,y\sinh\sqrt{m^2+\lambda_2^2}(2D-y'), & y'>y,\\ \sinh\sqrt{m^2+\lambda_2^2}\,y'\sinh\sqrt{m^2+\lambda_2^2}(2D-y), & y'<y;\end{cases}$$
$$G_2(y,y')=\frac{1}{\sqrt{m'^2+\lambda_2^2}\sinh 2\sqrt{m'^2+\lambda_2^2}D}\times$$
$$\times\begin{cases}\sinh\sqrt{m'^2+\lambda_2^2}\,y\sinh\sqrt{m'^2+\lambda_2^2}(2D-y'), & y'>y,\\ \sinh\sqrt{m'^2+\lambda_2^2}\,y'\sinh\sqrt{m'^2+\lambda_2^2}(2D-y), & y'<y.\end{cases}$$

利用这些結果和公式(13),立卽有

$$c_T=\widetilde{U}-\frac{\tilde{\beta}}{m^2+\lambda_2^2}+\frac{m^2-\lambda_2^2}{m^2+\lambda_2^2}\frac{A_0}{A_T}\rho_1\widetilde{U}_T+\frac{1}{m^2+\lambda_2^2}\left(\widetilde{\frac{d^2U}{dy^2}}+\rho_1\frac{A_0}{A_T}\widetilde{\frac{d^2U_T}{dy^2}}\right)+$$
$$+\frac{\rho_2^*}{m'^2+\lambda_2^2}\frac{E}{A_T}(f^2U_s)_m+\frac{c_2v}{m^2+\lambda_2^2}\left(\rho_1\frac{A_0}{A_T}-1\right)\left(f\widetilde{\frac{d\eta_0}{dy}}\right),\qquad(27)$$

其中
$$\widetilde{(\ )}=(m^2+\lambda_2^2)\int_0^{2D}G_1(y,y')(\ )dy';$$
$$(\ )_m=(m'^2+\lambda_2^2)\int_0^{2D}G_2(y,y')(\ )dy';$$
$$\rho_2^*=\left(\frac{m'}{m}\right)^2 d\,\frac{\sin m'x}{g}c_2v.$$

把上式和公式(14)相比較,可以看出,除上式右端含有$\frac{d^2U}{dy^2}$和$\frac{d\eta_0}{dy}$等的两项外，其他在形式上是完全一样的．但由于U、U_T等是y的函数,这些项是随y而变的．不难看出，沿y方向，在大范围内被积函数特大的地方这些项也大，在其特小的地方这些项也小[1)]．这就解释了为什么在U等分布极不均匀的地区容易形成斜槽的原因了．

現在我們来看上式第四項和第六項．

第四項表示基本气流和热成风基本气流随y的分布．因为在中高緯度地区$\frac{d^2U}{dy^2}$和$\frac{d^2U_T}{dy^2}$一般都小于零，在温压場同項时这項的絕对值最大;在反相时最小．根据郭晓嵐[8]的計算，$\frac{d^2U}{dy^2}$的数量級和β相同,因而，其作用也是相近的．

第六項是地面拔海高度在y方向的梯度所起的作用．在$A_0/A_T\approx 1$时，$\rho_1\frac{A_0}{A_T}-1<<0$．在高原北側它有使温度波向东移动的作用，在高原南側有使温度波向西移动的作用,特别在反相时其作用更大．这个結果从物理上不难得到解释．因为对同样的厚度槽，在反相时地面为高压或高压脊控制，因而，因地形作用在高原北坡引起的脊前降温、脊后增温的对比也較大,按公式(13),$|c_T|$是应該較大的．

1) 因为$\widetilde{U}$等随y的变化不仅和$U(y)$有关,还和G_1等随y的分布有关．

气压波的移动速度也可以用上面的方法得到. 其結果是

$$\frac{\partial z}{\partial t} = H_1\cos mx + H_2\cos m(x+\delta) + H_3\cos m'x, \tag{28}$$

其中 $H_1 = -\int_0^{2D}\tilde{G}_1(y,y')\left[mA_0\left(m^2U-\beta-\lambda_1^2U_T+\frac{d^2U}{dy'^2}+c_1\nu f\frac{d\eta_0}{dy'}\right)+\lambda_1^2F_1\right]dy';$

$$H_2 = -\int_0^{2D}\tilde{G}_1(y,y')\left[mA_T\left(a_1m^2U_T+a_1\frac{d^2U_T}{dy'^2}+\lambda_1^2U-c_1\nu f\frac{d\eta_0}{dy'}\right)+\lambda_1^2F_2\right]dy';$$

$$H_3 = -\int_0^{2D}\tilde{G}_2(y,y')\left(\frac{c_1\nu f^2}{g}Em'U_s+\lambda_1^2F_3\right)dy';$$

$$\tilde{G}_1 = \frac{1}{m\sinh 2mD}\begin{cases}\sinh my\sinh m(2D-y'), & y'>y,\\ \sinh my'\sinh m(2D-y), & y'<y;\end{cases}$$

$$\tilde{G}_2 = \frac{1}{m'\sinh 2m'D}\begin{cases}\sinh m'y\sinh m'(2D-y'), & y'>y,\\ \sinh m'y'\sinh m'(2D-y), & y'<y.\end{cases}$$

用 z, c 代替 h, c_T 代入(13)式則可以得到

$$c = [U] - \frac{[\beta]}{m^2} + \frac{1}{m^2}\left(\left[\frac{d^2U}{dy^2}\right]+a_1q_2\left[\frac{d^2U_T}{dy^2}\right]\right) + a_1q_2[U_T] + \\ + q_4'\frac{E}{A_0}[f^2U_s]_m + \frac{c_1\nu}{m^2}(1-q_2)\left[f\frac{d\eta_0}{dy}\right] + R(\lambda_1), \tag{29}$$

其中 $q_4' = d\frac{c_1\nu}{gm^2}\sin m'x$; $R(\lambda_1)$ 是和 λ_1 有关的項;

$$[\ ] = m^2\int_0^{2D}\tilde{G}_1(y,y')(\ )dy';\quad [\ ]_m = m'^2\int_0^{2D}\tilde{G}_2(y,y')(\ )dy'.$$

把上式和(27)式相比,在現在的情形,多出来的項和(27)式的情形相似,其所起的作用应当是相似的. 須要注意的是:从上式第六項,因 $c_1<0$ 只有在一般情况气压波沿高原北坡移动才比其沿南坡的快,但当温压場同相且 $A_T \gg A_0$ 时則可能出現相反的結果.

現在我們着重来看高原对气压波移动的总的作用.

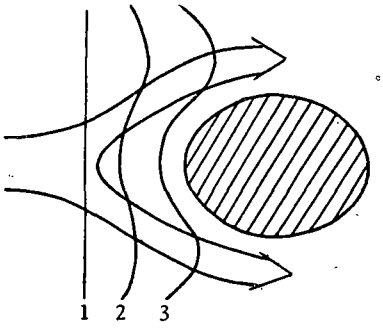


图 2

图中阴影部分表示高原地区;其左的三条南北向的綫表示分别在时間 t_1, t_2, t_3 的槽綫;带箭头的綫表示西风急流.

一般說来,(29)式第五項的絕对值比第六項的大,只有在 $\frac{\partial\eta}{\partial y} \gg \frac{\partial\eta}{\partial x}$ 的地区当經向环流特别強时才有例外. 因此,在均匀基本气流情况下得到的結果在現在的情形仍然成立.

利用这些結果可以解释一些現象.

譬如,一个正弦形气压波自高原北側經过时,如其南部受到地形的影响較大,其北部受到的影响較小[1],那末,当脊綫到达高原西北側时,它会逐漸轉为东北西南向,其后的槽綫受其影响也会逐漸轉为东北西南向. 这似乎可以部分地解释乌拉尔山以东到阿尔泰山之間、巴尔喀什湖以北横槽出現較多的現象[9]. 同理,对于經过高原南側的气压波,如其北部受到地形的影响較大,其南部受到的影响較小,則当

1) 如气压波的寬度較大,以致其北部处在沒有或很少有地形扰动的情形.

脊綫到达高原西南側时会逐漸轉为西北东南向，其后的槽綫也会逐漸轉为西北东南向．如果气压波的寬度够大，其中部受地形影响較大，其南部和北部受地形的影响很小，那末，在高原以西会有北部呈东北西南向、南部呈西北东南向的斜槽出現（图 2）．由于斜槽的特性，这时动能将分别从槽的中部向北和向南輸送，使槽分裂，甚至在其南部形成切断低压；同时，西风急流也将从高原以西分为两支．看来，这似乎可以說明咸海和巴尔喀什湖以南一带容易出現切断低压的現象．当然，到达高原或其附近地区的低槽由于地形扰动影响分布的不均匀，也可以引起系統的分裂．这里我們就不詳細討論了．

参　考　文　献

[1] Rossby, C. G. and collaborators, Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action, *J. Marine Res.*, **2** (1939), 38—55.

[2] 正野重方，动力气象学，科学出版社，334—336.

[3] 周晓平、顧震潮，大地形对高空行星波传播的影响，气象学报，**29** (1958)，99—103.

[4] 楊鑒初、汪关成、李玉兰，西藏高原对其北方环流的影响，气象学报，**30** (1959)，99—113.

[5] 廖洞賢，一个簡单的二层模式及其推广，气象学报，**29** (1958)，162—175.

[6] Bjerknes, J. and Holmboe, J., On the theory of cyclones, *J. Meteo.* **1** (1944) no. 1 and 2, 1—22.

[7] Charney, J., The dynamics of long waves in baroclinic westerly current, *J. Meteo.* **4** (1947), 135—162.

[8] Kuo, H. L.(郭晓嵐), The stability properties and structure of disturbances in a baroclinic atmosphere, *J. Meteo.* **10** (1953), no. 4, 235—243.

[9] 廖洞賢，西亚上空横槽的初步研究(未发表).

ON THE DISPLACEMENT OF PRESSURE AND TEMPERATURE WAVES IN A BAROCLINIC ATMOSPHERE

LIAO TUNG-HSIEN

(*Institute of Meteorological Sience Research, Central Weather Bureau*)

ABSTRACT

This paper consists of two parts. First, using a modified two-layer model, two formulas for evaluating the velocity of pressure waves and that of temperature waves in the case of a uniform basic current, are derived. The main results are as follows:

1. In the general case, the velocity of a temperature wave is greater than that of a pressure wave of same wave length, except for wave number 3 to 10.

2. In the westwind belt, the velocity of a pressure trough is accelerated when it is moving from lowland to highland, and vice versa. For the pressure ridge, the reverse is true.

In the second part, a case with a basic current changing with latitude, is discussed. The main results are as follows:

1) Both the velocity of pressure waves and that of temperature waves are closely related to and in a large part determined by the distribution of basic current. Roughly speaking, the magnitude of their speeds is proportional to the speed of basic current averiged with respect to latitude.

2) In the general case, the velocity of a pressure wave passing through the north of a certain highland, is faster than that of a wave passing through the south of the same highland, except in some special cases.

By application of the above results, some synoptic fact, such as the genesis of tilted trough, the splitting of jet stream to the west of Tibet plateau, etc., may be explained reasonably.