第33卷 第2期 气 象 学 报 Vol. 33, No. 2
1963 年 5 月 ACTA METEOROLOGICA SINICA May, 1963

一个两参数斜压模式*

秦曾灝
(山东海洋学院)

提 要

根据一些作者[1]得到的結論：在中国地区，地面摩擦对等压面高度倾向的貢献与地形的貢献相同，以及在某些特殊天气形势下，即便是对短期天气預报来說，非絕热因子也是不能被忽略的. 作者首先从流体力学与热力学方程出发，提出了一个适用于作数值預报的两参数模式，給出了問題的解答；其次，討論了在使用三角形差分网格时，数值預报的截断誤差問題，并根据試驗給出了一个适宜的場量平滑公式. 最后，还扼要地討論了斜压扰动的发展問題.

一、引 言

現有的数值預报模式都是以不同的方法引进描写大气状态的簡化假定作为基础的，这样就不同程度地限制了它的預报能力. 为了提高預报准确率，必須从改进物理模式与計算方法两个方面着手. 除了在斜压模式里通常所考慮的因子而外[2-4]，对于中国情形，无論从短期或是长期預报的角度来看，地形影响是不能被忽視的[5-7]；其次，下垫面摩擦因子，至少对登陆我国的热带气旋強度与移动速度的影响，具有相当的重要性；再者，在某些特殊天气形势下，例如寒潮爆发过程，非絕热加热过程，对中、短期預报来說，似乎也是需要考慮的[1].

为了既要最大可能地考慮某些必要的物理因子，同时又最大限度地減少計算工作量与計算誤差，全面地弄清不同地区，在不同天气形势下，各种物理与地理因子对天气形势发展的貢献，以便針对不同的天气形势，在不同地区使用最合理的簡化預报模式，看来是十分需要的. 本文的目的在于遵循着 Thompson 与 Gates 处理問題的思路，給出了一个更精确地考慮了地形、摩擦以及某种特殊形式的非絕热加热作用的两参数模式，并給出了問題的解答，以便提供今后作試驗用. 此外，还討論了数值預报的截断誤差問題；通过試驗，給出了一个关于場量的适宜的平滑公式. 最后还扼要地討論了斜压大气扰动的发展問題.

二、預报方程組及其解答

我們从众所公認的簡化的渦度方程出发(采用 x, y, p, t 坐标系)：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla(\zeta + f) = f\frac{\partial \omega}{\partial p} + A_v \nabla^2 \zeta. \tag{1}$$

* 本文1962年5月16日收到，10月17日收到修改稿.

A_v 是侧向运动学涡旋粘滞系数;其他均为一般常用符号.

假定风場与涡度場的型式是:

$$\mathbf{V}(x,y,p,t)=\overline{\mathbf{V}}(x,y,t)+A(p)\mathbf{V}_T(x,y,t)$$

与 (2)

$$\zeta(x,y,p,t)=\bar{\zeta}(x,y,t)+A(p)\zeta_T(x,y,t),$$

这里$\overline{(\quad)}=\frac{1}{p_s}\int_0^{p_s}(\quad)dp$ 代表整层平均的物理量,它所在的层次設为等 $\bar{p}$ 面; $\mathbf{V}_T$ 是任选两等压面的风速切度; p_s 是地面气压; $A(p)$ 是根据实际資料确定的风速的垂直变化; ζ_T 是热成涡度.

将(2)式代入(1)式,然后作从 0 到 p_s 的积分平均,则有:

$$\frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial t}+\overline{\mathbf{V}}\cdot\nabla(\bar{\zeta}+f)+\overline{A^2}\mathbf{V}_T\cdot\nabla\zeta_T=\frac{f}{p_s}(\omega|_{p=p_s}-\omega|_{p=0})+A_v\nabla^2\bar{\zeta}. \tag{3}$$

在引用大气下边界条件时,我們同时考虑大地形与地面摩擦对空气运动的动力影响.对于因地形坡度所引起的垂直速度,可以按通常的办法引进.对于地面摩擦作用,则可按 Charney 与 Eliassen[8] 以及 Юдин[9] 的处理办法,近似地引进.于是,在地轉条件下,可得 ω 的边界条件如下:

$$\begin{aligned}&\omega|_{p=p_s}=\omega_s=\frac{p_s}{H}\left[\frac{\partial z_s}{\partial t}-\mathbf{V}_s\cdot\nabla\eta-\frac{HF}{f}\zeta_s\right]\\&\omega|_{p=0}=\omega_0=0\end{aligned} \tag{4}$$

这里下角"s"表示等 p_s 面上的物理量; H 是均質大气高度; $\eta(x,y)$ 是地形的几何高度; F 是与摩擦有关的常数.

将(4)式代入(3)式,并用(2)式,在准地轉条件下,有:

$$\begin{aligned}\nabla^2\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}-\frac{f^2}{gH}\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}-\frac{f^2A_s}{gH}\frac{\partial z_T}{\partial t}=\frac{g}{f}J(\nabla^2\bar{z},\bar{z})+J(f,\bar{z})+\frac{\overline{A^2}g}{f}J(\nabla^2z_T,z_T)+\\+\frac{f}{H}J(\eta,\bar{z})+\frac{fA_s}{H}J(\eta,z_T)-F\nabla^2\bar{z}-FA_s\nabla^2z_T+A_v\nabla^4\bar{z}\equiv F_t(x,y).\ (\text{設})\end{aligned} \tag{5}$$

这里 z_T 是 $\bar{p}$ 与 p_s 两等压面間的厚度; $J(A,B)\equiv\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y}-\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial B}{\partial x}$.

(5)式便是欲求的含未知函数 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial z_T}{\partial t}$ 的第一預报方程.以下求第二預报方程.

以 p 遍乘涡度方程(1)式的各項,然后施以$\overline{(\quad)}$运算,引用(2),(4)两式与准地轉近似,这样我們便得到一个新的方程;利用(5)式消去含于这个方程中的 $\nabla^2\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}$ 項,經化簡整理后,便得:

$$\begin{aligned}\nabla^2\frac{\partial z_T}{\partial t}-\frac{f^2p_sA_s}{2\overline{pA}gH}\frac{\partial z_T}{\partial t}-\frac{f^2p_s}{2\overline{pA}gH}\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}=\frac{g}{2f\overline{pA}}(2\overline{pA^2}-p_s\overline{A^2})J(\nabla^2z_T,z_T)+\\+\frac{g}{f}J(\nabla^2\bar{z},z_T)+J(f,z_T)+\frac{g}{f}J(\nabla^2z_T,\bar{z})+\frac{fp_s}{2H\overline{pA}}J(\eta,\bar{z})+\\+\frac{fp_sA_s}{2H\overline{pA}}J(\eta,z_T)-\frac{Fp_s}{2\overline{pA}}\nabla^2\bar{z}-\frac{FA_sp_s}{2\overline{pA}}\nabla^2z_T+A_v\nabla^4z_T-\frac{f^2}{g\overline{pA}}\bar{\omega}.\end{aligned} \tag{6}$$

所引进来的新未知函数 $\bar{\omega}$ 可以借助热流量方程:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{V}\cdot\nabla\right)\frac{\partial z}{\partial p}+\sigma\omega=-\frac{\alpha}{g}\frac{d\ln\theta}{dt} \tag{7}$$

消去之. 这里，$\sigma=-\frac{\alpha}{g\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p}$ 是静力稳定度的一个衡量；α 是比容；θ 是位温.

这一步可以这样来完成：引用(2)式，在准地轉条件下，(7)式变为：

$$\left(\frac{\partial z_T}{\partial t}+\overline{\mathbf{V}}\cdot\nabla z_T\right)\frac{dA}{dp}+\sigma\omega=-\frac{\alpha}{g}\frac{d\ln\theta}{dt} \tag{8}$$

对上式作自 0 到 p_s 的积分，便得：

$$\bar{\omega}=\frac{A_0-A_s}{p_s\bar{\sigma}}\left[\frac{\partial z_T}{\partial t}+\frac{g}{f}J(\bar{z},z_T)\right]-\frac{Q}{p_s\bar{\sigma}}. \tag{9}$$

这里 A_0 是大气頂界 $(p=0)$ 处的 A 值；$Q=\int_0^{p_s}\frac{\alpha}{g}\frac{d\ln\theta}{dt}dp$.

将(9)式代入(6)式，消去 $\bar{\omega}$，便得含 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial z_T}{\partial t}$ 两个未知函数的第二預报方程：

$$\begin{aligned}\nabla^2\frac{\partial z_T}{\partial t}&-\frac{f^2p_s}{2gH\overline{pA}}\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}+\frac{f^2}{g\overline{pA}}\left(\frac{A_0-A_s}{p_s\bar{\sigma}}-\frac{A_sp_s}{2H}\right)\frac{\partial z_T}{\partial t}=\\&=\frac{g}{2f\overline{pA}}(2\overline{pA^2}-\overline{pA}^2)J(\nabla^2z_T,z_T)+\frac{g}{f}J(\nabla^2\bar{z},z_T)+J(f,z_T)+\\&+\frac{g}{f}J(\nabla^2z_T,\bar{z})+\frac{f(A_s-A_0)}{\overline{pA}p_s\bar{\sigma}}J(\bar{z},z_T)+\frac{fp_s}{2H\overline{pA}}J(\eta,\bar{z})+\\&+\frac{fp_sA_s}{2H\overline{pA}}J(\eta,z_T)-\frac{Fp_s}{2\overline{pA}}\nabla^2\bar{z}-\frac{Fp_sA_s}{2\overline{pA}}\nabla^2z_T+A_v\nabla^4z_T+\\&+\frac{f^2Q}{g\overline{pA}p_s\bar{\sigma}}\equiv F_{II}(x,y).\ (\text{設})\end{aligned} \tag{10}$$

含于上述預报方程中的 Q 項，表示非絕热加热的影响. 为了使問題不致变得过于复杂化，作为对非絕热作用的一个粗略估計，不妨取[1]：$Q=\chi\mathbf{V}_s\cdot\nabla T_s$；$\chi$ 是經驗系数；T_s 是下垫面温度. 設下垫面温度少变(准定常)[1]，則可以近似地用下垫面旬或月平均温度代替 T_s. 当然，为了給出 T_s 精确的預报，势必还得去解一組湍流热传递方程，但是在我們的問題里，这样的苛求似乎并不必要.

仿照 Немчинов[10] 建議的方法，不难求得預报方程組(5)，(10)的解是：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial t}&=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}G_1(r)F_I(r)rdrd\varphi+\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}G_2(r)F_{II}(r)rdrd\varphi,\\\frac{\partial z_T}{\partial t}&=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}G_3(r)F_I(r)rdrd\varphi+\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}G_4(r)F_{II}(r)rdrd\varphi.\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

这里

$$\begin{aligned}G_1(r)&=\frac{\lambda_2^2-a_{11}}{\lambda_1^2-\lambda_2^2}\kappa_0(|\lambda_1|r)-\frac{\lambda_1^2-a_{11}}{\lambda_1^2-\lambda_2^2}\kappa_0(|\lambda_2|r),\\G_2(r)&=\frac{(\lambda_1^2-a_{11})(\lambda_2^2-a_{11})}{a_{21}(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}[\kappa_0(|\lambda_1|r)-\kappa_0(|\lambda_2|r)],\end{aligned}$$

1) 这个假定对海面較合适，对陆面誤差稍大.

$$\left.\begin{aligned}G_3(r) &= -\frac{\alpha_{21}}{\lambda_1^2-\lambda_2^2}\left[\kappa_0(|\lambda_1|r)-\kappa_0(|\lambda_2|r)\right],\\ G_4(r) &= \frac{\lambda_2^2-\alpha_{11}}{\lambda_1^2-\lambda_2^2}\kappa_0(|\lambda_2|r)-\frac{\lambda_1^2-\alpha_{11}}{\lambda_1^2-\lambda_2^2}\kappa_0(|\lambda_1|r).\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

而 $r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$，$\kappa_0(\xi)$ 是麦克唐納函数.

$$\lambda_k^2=\frac{\alpha_{11}+\alpha_{22}}{2}\pm\frac{1}{2}\left[(\alpha_{11}+\alpha_{22})^2-4(\alpha_{11}\alpha_{22}-\alpha_{12}\alpha_{21})\right]^{\frac{1}{2}}\quad(k=1,2),$$

$$\alpha_{11}=-\frac{f^2}{gH};\ \alpha_{12}=A_s\alpha_{11};\ \alpha_{21}=-\frac{f^2p_s}{2gH\overline{pA}};\ \alpha_{22}=\frac{f^2}{g\overline{pA}}\left(\frac{A_0-A_s}{p_s\bar{\sigma}}-\frac{A_sp_s}{2H}\right)$$

是参数.

图 1 給出了在指定参数値[1]条件下，格林函数 $G_j(r)$ $(j=1,2,3,4)$ 随 r 改变的图形. 由图 1 可以看出：$G_1(r)$ 与 $G_4(r)$ 随 r 增加而递減的速度是相当快的；而 $G_2(r)$ 与 $G_3(r)$ 則相对地显得比較緩和. 这就表明，$F_{\rm I}(r)$ 对高度傾向 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}$ 的影响以及 $F_{\rm II}(r)$ 对厚度傾向 $\frac{\partial z_T}{\partial t}$ 的影响，随着离預报計算所在点距离的加大而急剧地减小. 据此，取三圈圓域（网格格距取 500 公里）代替(11)式中的无穷积分域，并对圓环求积分（图 2）. 則得工作公式：

$$\frac{\partial\bar{z}}{\partial t}=-4.020F_I(0)-1.210\sum_{j=1}^{6}F_{Ij}-0.544\sum_{j=7}^{12}F_{Ij}-0.510F_{II}(0)-$$
$$-0.166\sum_{j=1}^{6}F_{IIj}-0.081\sum_{j=7}^{12}F_{IIj}-0.074\sum_{j=13}^{18}F_{IIj}\quad(\text{系数单位是 }10^5\text{ 公里}^2),\qquad(13)$$

$$\frac{\partial z_T}{\partial t}=-2.491F_I(0)-0.811\sum_{j=1}^{6}F_{Ij}-0.397\sum_{j=7}^{12}F_{Ij}-0.363\sum_{j=13}^{18}F_{Ij}-$$
$$-2.038F_{II}(0)-0.554\sum_{j=1}^{6}F_{IIj}-0.228\sum_{j=7}^{12}F_{IIj}\quad(\text{系数单位是 }10^5\text{ 公里}^2).\qquad(14)$$

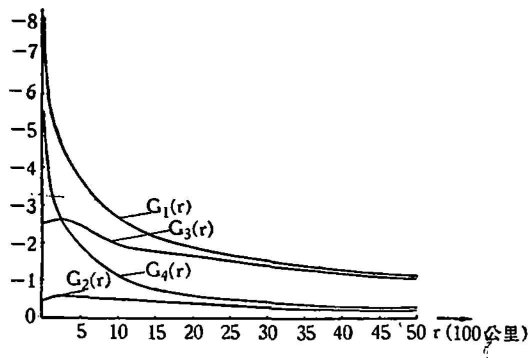

图 1

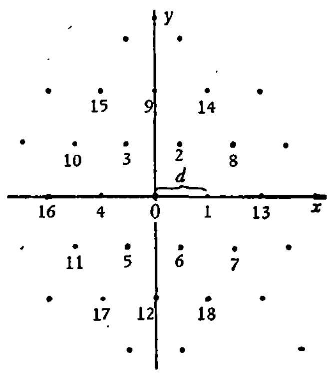

图 2

1) 取 $\bar{z}$ 是 AT_{500}，z_T 是 OT_{1000}^{500}，$p_s=1000$ 毫巴，据文献[2]与[11]算出的 $A_0=-1.5$，$A_s=-1.0$，$\bar{\sigma}=7.1\times10^{-4}$ 公里毫巴$^{-2}$，$\bar{A}^2=+0.241$，$\overline{pA}=-107$ 毫巴，$\overline{pA^2}=190.3$ 毫巴，并取 $f=2\Omega\sin35°$.

如果在給定預报域的所有网格点上(边界第一、二圈格点上的 $\frac{\partial \bar{z}}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial z_T}{\partial t}$ 值取作零)，按(13)、(14)两式求得某一时刻 t 的 $\left(\frac{\partial \bar{z}}{\partial t}\right)^t$ 与 $\left(\frac{\partial z_T}{\partial t}\right)^t$，則借助时間差分式：

$$\begin{aligned}(\bar{z})^{t+\Delta t} &= (\bar{z})^{t-\xi\Delta t} + \left(\frac{\partial \bar{z}}{\partial t}\right)^t q\Delta t, \\ (z_T)^{t+\Delta t} &= (z_T)^{t-\xi\Delta t} + \left(\frac{\partial z_T}{\partial t}\right)^t q\Delta t,\end{aligned} \quad \begin{pmatrix}\text{当 } t = t_0;\ \xi = 0,\ q = 1 \\ \\ \text{当 } t > t_0;\ \xi = 1,\ q = 2\end{pmatrix} \tag{15}$$

便可求得下一时間步度的 $\bar{z}$ 場与 z_T 場来；反复应用(13),(14),(15)三式，即可求到所需时刻的預报場 $\bar{z}$ 与 z_T.

三、截断誤差的討論

大家知道，数值預报的截断誤差是最重要的一种計算誤差，它直接关系到預报效果的好坏. 在預报公式(13),(14)式中所出現的各种物理量的拉氏算子运算与雅谷宾算子运算，是构成模式截断誤差的主要因子. 截断誤差的大小依賴于所用的差分格式，現在让我們对三角形差分网格系統中截断誤差的大小作一估計，以便設計更完美的差分格式，最大限度地減少截断誤差.

在三角形网格系統（图 2）中，$\frac{\partial \bar{z}}{\partial y}$, $\frac{\partial \bar{z}}{\partial x}$ 与 $\nabla^2\bar{z}$ 的差分式是：

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \bar{z}}{\Delta y} = \frac{1}{2\sqrt{3}\,d}\Big[&\bar{z}\left(x+\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) - \bar{z}\left(x+\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) + \\ &+ \bar{z}\left(x-\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) - \bar{z}\left(x-\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)\Big],\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \bar{z}}{\Delta x} = \frac{1}{6d}\Big[&2\bar{z}(x+d,\ y) - 2\bar{z}(x-d,\ y) + \bar{z}\left(x+\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) - \\ &- \bar{z}\left(x-\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) + \bar{z}\left(x+\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) - \\ &- \bar{z}\left(x-\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)\Big],\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\nabla^2\bar{z} = \frac{2}{3d^2}\Big[&\bar{z}(x+d,\ y) + \bar{z}\left(x+\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) + \\ &+ \bar{z}\left(x-\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) + \bar{z}(x-d, y) + \\ &+ \bar{z}\left(x-\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) + \bar{z}\left(x+\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right) - 6\bar{z}(x, y)\Big].\end{aligned} \tag{18}$$

用双重傅氏級数表示高度場 $\bar{z}$ 与厚度場 z_T：

$$\bar{z}(x,\ y) = \sum_m \sum_n A_{mn} e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)} + C, \tag{19}$$

$$z_T(x,\ y) = \sum_k \sum_l B_{kl} e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_k}+\frac{y}{\omega_l}\right)} + C'. \tag{20}$$

这里 λ_m 与 ω_n 以及 λ_k 与 ω_l 是分别沿 x 与 y 方向上对应于波幅为 A_{mn} 以及 B_{kl} 的波长；C, C' 是常数；$i=\sqrt{-1}$.

借助(19)式,(16)式化为：

$$\frac{\Delta\bar{z}}{\Delta y}=\sum_m\sum_n\frac{2i}{\sqrt{3}\,d}\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\sin\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}A_{m,n}e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)}\tag{21}$$

与它对应的微分式是：

$$\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}=\sum_m\sum_n\frac{2\pi i}{\omega_n}A_{m,n}e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)}.\tag{22}$$

由(21),(22)两式,对应于波动的某一分量振幅比值是：

$$\frac{\left\{\frac{\Delta\bar{z}}{\Delta y}\right\}_{m,n}}{\left\{\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}\right\}_{m,n}}=\frac{\omega_n}{\sqrt{3}\,\pi d}\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\sin\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}.\tag{23}$$

显然,当上述比值等于 1 时,$\frac{\Delta\bar{z}}{\Delta y}$ 的表达式(16)式便完全精确地表示了 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}$,否则便有截断誤差;这种誤差的大小取决于上述比值对 1 接近程度,从而取决于波长与空間步长的大小. 可見当波长一定时,空間步长 d 愈小,就有愈小的截断誤差. 这是很自然的. 图 3 給出了这个比值随波长 $\lambda(=\lambda_m=\omega_n)$ 的改变曲綫.

类似地可以从(17),(19)两式获得：

$$\left\{\frac{\Delta\bar{z}}{\Delta x}\right\}_{m,n}\Big/\left\{\frac{\partial\bar{z}}{\partial x}\right\}_{m,n}=\frac{\lambda_m}{3\pi d}\left(\sin\frac{2\pi d}{\lambda_m}+\sin\frac{\pi d}{\lambda_m}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\right).\tag{24}$$

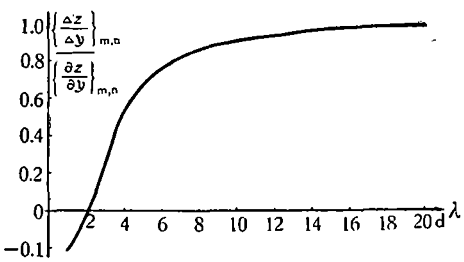

图　3

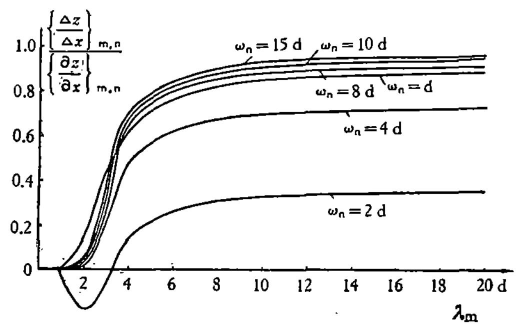

图　4

图 4 給出了取不同的 ω_n 时这个比值随波长 λ_m 的改变曲綫.

对于高度的拉氏算子的截断誤差也可估計如下：

由(18),(19)二式得：

$$\nabla^2\bar{z}=\sum_m\sum_n\frac{4}{3d^2}\left(\cos\frac{2\pi d}{\lambda_m}+2\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}-3\right)A_{m,n}e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)},\tag{25}$$

而

$$\nabla^2\bar{z}=\sum_m\sum_n\left[-4\pi^2\left(\frac{1}{\lambda_m^2}+\frac{1}{\omega_n^2}\right)A_{m,n}\right]e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)},\tag{26}$$

則对应于波动某一分量的振幅比值为：

$$\{\nabla^2\bar{z}\}_{m,n}/\{\nabla^2\bar{z}\}_{m,n}=\frac{3-\cos\dfrac{2\pi d}{\lambda_m}-2\cos\dfrac{\pi d}{\lambda_m}\cos\dfrac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}}{3\pi^2d^2\left(\dfrac{1}{\lambda_m^2}+\dfrac{1}{\omega_n^2}\right)}. \tag{27}$$

图 5 給出了取不同 ω_n 值时，这个比值随波长 λ_m 的改变曲綫.

为了进一步說明截断誤差的問題，以热成涡度平流項 $J(\nabla^2 z_T,\ \bar{z})$ 为例对涡度平流項的截断誤差作一估計. 不难看出：$J(\nabla^2 z_T,\ \bar{z})$ 中两項的差分式具有对称的形式，因此只需考察其中的一項，例如 $\dfrac{\partial\bar{z}}{\partial y}\dfrac{\partial\nabla^2 z_T}{\partial x}$ 項的誤差就够了.

由(17)，(18)，(20)，(21)，(22)，(26)六式，可得：

$$\left\{\frac{\Delta\bar{z}}{\Delta y}\frac{\Delta\nabla^2 z_T}{\Delta x}\right\}_{\substack{m,n\\k,l}}\Bigg/\left\{\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}\frac{\partial\nabla^2 z_T}{\partial x}\right\}_{\substack{m,n\\k,l}}=\frac{\lambda_k\omega_n}{9\sqrt{3}\,\pi^4d^4\left(\dfrac{1}{\lambda_k^2}+\dfrac{1}{\omega_l^2}\right)}\times$$
$$\times\left[\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\sin\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\left(3-\cos\frac{2\pi d}{\lambda_k}-2\cos\frac{\pi d}{\lambda_k}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_l}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\sin\frac{2\pi d}{\lambda_k}+\sin\frac{\pi d}{\lambda_k}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_l}\right)\right]. \tag{28}$$

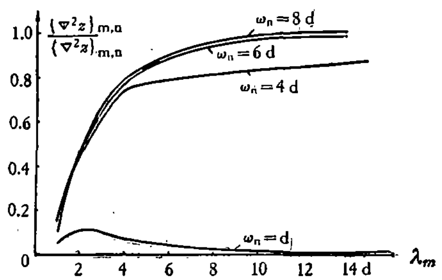

图　5

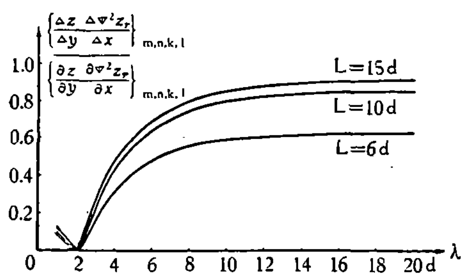

图　6

图 6 給出了在不同的 $L(=\lambda_k=\omega_l)$ 情形下，这个比值随波长 $\lambda(=\lambda_m=\omega_n)$ 的改变曲綫.

最后附带地給出以 $\dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial z_T}{\partial x}$ 項为代表的厚度平流項 $J(z_T,\ \bar{z})$ 以及 $\nabla^4\bar{z}$ 項的截断誤差估計. 图 7 給出了比值 $\left\{\dfrac{\Delta\bar{z}}{\Delta y}\dfrac{\Delta z_T}{\Delta x}\right\}_{\substack{m,n\\k,l}}\Bigg/\left\{\dfrac{\partial\bar{z}}{\partial y}\dfrac{\partial z_T}{\partial x}\right\}_{\substack{m,n\\k,l}}$ 随 λ 的改变曲綫，它是按下式計

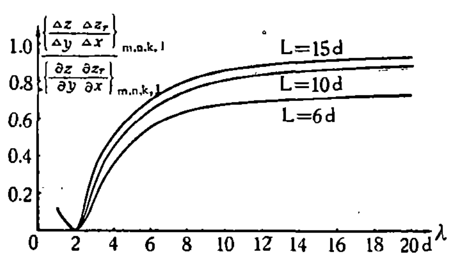

图　7

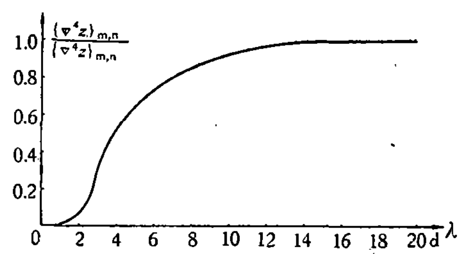

图　8

算得到的：

$$\left\{\frac{\Delta\bar{z}}{\Delta y}\frac{\Delta z_T}{\Delta x}\right\}_{\substack{m,n\\k,l}}\Big/\left\{\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}\frac{\partial z_T}{\partial x}\right\}_{\substack{m,n\\k,l}}=\frac{\lambda_k\omega_n}{3\sqrt{3}\,\pi^2d^2}\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\sin\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\times$$

$$\times\left(\sin\frac{2\pi d}{\lambda_k}+\sin\frac{\pi d}{\lambda_k}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_l}\right).\tag{29}$$

图 8 給出了比值 $\{\nabla^4\bar{z}\}_{m,n}/\{\nabla^4 z\}_{m,n}$ 随波长 $\lambda(=\lambda_m=\omega_n)$ 的改变曲綫，它是按下式計算得到的：

$$\{\nabla^4\bar{z}\}_{m,n}/\{\nabla^4\bar{z}\}_{m,n}=\frac{1}{18\pi^4d^4\left(\frac{1}{\lambda_m^2}+\frac{1}{\omega_n^2}\right)^2}\left[20+2\cos\frac{2\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\left(1+\cos\frac{2\pi d}{\lambda_m}\right)+\right.$$

$$\left.+2\cos\frac{2\pi d}{\lambda_m}\left(\cos\frac{2\pi d}{\lambda_m}-5\right)+4\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\left(4\cos^3\frac{\pi d}{\lambda_m}-8\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\right)\right].\tag{30}$$

从图 3 至图 8 可以看出以下几点：

总的說来，在网格格距 d 一定时，短波对截断誤差最敏感；但具体的却因算子不同而略有差异. 对于波长 λ（或 L）大于 $2d$ 的各个波动，$\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}$，$J(\nabla^2 z_T,\bar{z})$ 与 $J(z_T,\bar{z})$，$\nabla^4\bar{z}$ 四項的截断誤差随着波长的加大而漸次減小；并对波长 λ（或 L）等于 $2d$ 的波动，前三項的截断誤差达最大（100%）；而在波长 $\lambda=d$ 时，$\nabla^4\bar{z}$ 的截断誤差最大（100%）. 除了 $\omega_n=2d$，$\lambda_m<3.3d$ 的波动分量而外的其他波动（$\omega_n>2d$），关于 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial x}$ 的截断誤差也都随波长的增大而漸減. 同样，对于 $\nabla^2\bar{z}$，在波长 $\lambda_m>2d$ 的情形，只要波长愈长，就会有愈小的截断誤差；而在 $\omega_n=d$ 时，則相反.

为了与使用正方形网格作微分算子的差分运算时所产生的截断誤差作比較，这里引入曲田[12]的一些計算結果，作出下表.

項　　目	$\frac{\partial\bar{z}}{\partial x}$	$\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}$	$\nabla^2\bar{z}$	$J(\nabla^2 z_T,\bar{z})$	$J(z_T,\bar{z})$	$\nabla^4\bar{z}$
正方形网格截断誤差小于 20% 的波长下限	$6d$	$6d$	$4d$	$8d$	—	—
三角形网格截断誤差小于 20% 的波长下限	$6.4d$	$6.6d$	$4.8d$	$10.7d$	$10d$	$7d$
正方形网格截断誤差小于 10% 的波长下限	$9.5d$	$9.5d$	$5.5d$	$14.5d$	—	—
三角形网格截断誤差小于 10% 的波长下限	$9.6d$	$10.3d$	$6.5d$	$15d$	$14d$	$10d$

从上表看到：对同一波长而言，$J(\nabla^2 z_T,\bar{z})$ 的截断誤差最大；$\nabla^2\bar{z}$ 的最小；$\nabla^4\bar{z}$ 的截断誤差略大于 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial x}$，但比 $\frac{\partial\bar{z}}{\partial y}$ 与 $J(z_T,\bar{z})$ 的却来得小些.

其次，虽然使用正方形网格与三角形网格对同一場量作差分計算时得到的截断誤差具有同一量級，但从具体数值来看，后者比前者略大，这是与通常見解相反的. 因此当采用三角形网格作差分运算时，为了保証預报公式(13)，(14)中所有計算項目的計算精确度

达到 80%，选取 $d<\frac{\lambda}{10}\left(或\frac{L}{10}\right)$ 是需要的. 而对正方形网格，在同样情况下就只需取 $d<\frac{\lambda}{8}\left(或\frac{L}{8}\right)$.

我們認为，三角形网格比正方形网格具有更多的优越性. 例如利用它計算各向同性場量的結果，对于所选择坐标方向的依賴性較小. 为了減少作有限域預报时必不可免的人为边界誤差（見上节），而将边界放置于天气活动較为微弱的較低緯度处，这时用三角形网格处理低緯度稀少記录时比較合适方便等等. 这就足以弥补它截断誤差稍大的缺陷，何况还能設計更完善的三角形网格差分格式（例如文献[13]）以減小截断誤差. 因此，它是值得推广使用的.

四、关于場的平滑

为使数值預报得以順利而有效地进行，必須解决一个十分重要的技术問題——消除原始場中的誤差小波动以及因計算誤差的累积所引起的計算不稳定，通常可以以一定方式对气象場进行平滑的办法而达到上述目的. 平滑可分两类，其一是每隔若干时間步长的人工平滑；其二是考虑了湍流作用后所获得的"自动平滑"[14]. 自动平滑过程的实現，固然可以节約为人工平滑所需要的工作量，然而湍流扩散項的加入，却也增加了不小的計算工作量，产生較大的截断誤差. 因此对于在側向湍流并不重要的那些天气形势的短期預报，仍宜采用人工的平滑.

必須指出，針对不同天气过程，平滑要进行得恰如其分，既要平滑掉虛設的誤差小波，又要保留对眞实天气过程有着本質意义的长波. 对高空大范围流型的数值預报而言，通常希望通过平滑几乎完全濾去波长大約小于 800 公里的短波，而同时又使得波长大于 3、4 千公里的长波波幅不变. 因此，选择适宜的平滑方案是很重要的. 过去，絕大部分气象工作者，都是单凭經驗来选择平滑方案，未必能达到預期的最好效果. Shuman[16] 与增田[17] 曾先后就正方形网格，对这个問題作过系統的研究，获得較为滿意的結果. 以下拟以平滑高度場为例，从理論上（通过試驗）提供一个适用于三角形网格的平滑方案.

仍用双重傅氏級数将高度場展开

$$z(x,y)=-\frac{f}{g}Uy+\sum_m\sum_n A_{m,n}e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)}+C, \tag{19'}$$

这里 U 是基本西风风速，是常数.

在三角形网格中，定义十三点平滑公式（图 2）：

$$\begin{aligned}\tilde{z}(x,y)=\frac{1}{6a+6b+c}\Big\{a\Big[&z_1(x+d,y)+z_2\left(x+\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+\\&+z_3\left(x-\frac{d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+z_4(x-d,y)+z_5\left(x-\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+\\&+z_6\left(x+\frac{d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)\Big]+b\Big[z_7\left(x+\frac{3d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+\\&+z_8\left(x+\frac{3d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+z_9(x,y+\sqrt{3}d)+\end{aligned}$$

$$+z_{10}\left(x-\frac{3d}{2},\ y+\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+z_{11}\left(x-\frac{3d}{2},\ y-\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)+$$

$$+z_{12}(x,\ y-\sqrt{3}\,d)\Big]+cz(x,\ y)\Big\}. \tag{31}$$

利用(19)′式,不难得到:

$$\tilde{z}(x,\ y)=-\frac{f}{g}Uy+$$

$$+\sum_m\sum_n\frac{2a\left(\cos\frac{2\pi d}{\lambda_m}+2\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\right)+2b\left(\cos\frac{2\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}+2\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\cos\frac{3\pi d}{\lambda_m}\right)+c}{6a+6b+c}\times$$

$$\times A_{m,n}e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)}+C. \tag{32}$$

从上式看到:平滑对基本气流无效,对整个波动而言,平滑并不改变波长与位相[1],只是使原来波动的每一分量改变振幅,变幅因子是:

$$\sigma_1(a,\ b,\ c;\ \lambda_m,\ \omega_n,\ d)=$$

$$=\frac{2a\left(\cos\frac{2\pi d}{\lambda_m}+2\cos\frac{\pi d}{\lambda_m}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\right)+2b\left(\cos\frac{2\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}+2\cos\frac{3\pi d}{\lambda_m}\cos\frac{\sqrt{3}\,\pi d}{\omega_n}\right)+c}{6a+6b+c}. \tag{33}$$

由此可見,随着波长的增加,变幅因子逐渐减小,当波长 $\lambda_m,\ \omega_n\to\infty$ 时,$\sigma_1\to 1$. 一般說来,σ_1 值可正可負,其絕对值旣可小于 1,也可大于 1,这就是說,平滑的效果可以使原来的波动減幅或加幅. 这从图 9 看得最明显.

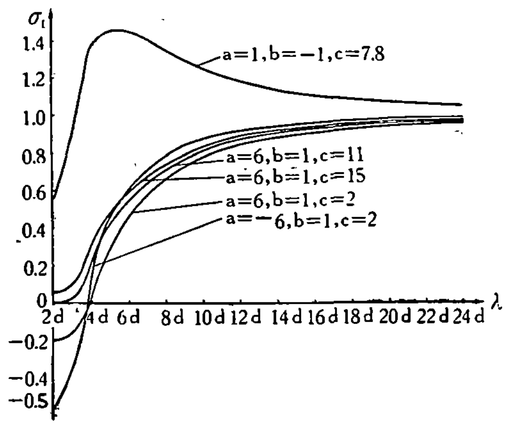

图 9

如在(31)式中将平滑因子 $a,\ b,\ c$ 依次更换成 $a',\ b',\ c'$, 則对高度場重复平滑一次,便得:

$$\tilde{\tilde{z}}(x,\ y)=-\frac{f}{g}Uy+$$

$$+\sum_m\sum_n\sigma_1\sigma_2A_{m,n}e^{2\pi i\left(\frac{x}{\lambda_m}+\frac{y}{\omega_n}\right)}+C^{2)} \tag{34}$$

可見取两組不同的平滑因子对高度場两次平滑的效果只是使得經平滑后波动加幅为原来的 $\sigma_1\sigma_2$ 倍. 广言之,以 n 組不同的平滑因子对高度場作 n 次平滑的效果,只是使波动振幅改变为原来的 $\prod_{i=1}^{n}\sigma_i$ 倍,而波长与位相不变.

現在我們根据(33)式选取适宜的平滑因子 $a,\ b$ 与 c. 如取网格格距 $d=300$ 公里,那么据上所述,我們要求通过平滑几乎完全滤去波长小于約为 $3d$ 的波动,而同时保持波长

1) 将(19)′式表成移动性的波动,便得位相不变的結論.

2) σ_2 是对应于平滑因子为 $a',\ b',\ c'$ 的(33)式.

大于約为 $8d$ 的波动振幅不变. 图 9 給出了取不同平滑因子时 σ_1 随波长 $\lambda(=\lambda_m=\omega_n)$ 的改变曲綫. 总的看来,波长愈短,平滑愈甚;波长愈长,平滑效果愈不明显. 我們看到取 $a=6,\ b=1,\ c=15$ 时的那条 σ_1—λ 曲綫比較接近所需,但仍不理想. 因此有理由訊为:取一組平滑因子对高度場作一次平滑,无論如何不能滿足要求. 只有分别取不同組的平滑因子,重复平滑一次甚至一次以上,才能达到預期的要求. 試驗表明:取两組互不相同的合适的平滑因子,对高度場重复平滑一次,卽能获得适宜的平滑效果. 图 10 的曲綫給出了两組适宜的平滑因子,它們是[1]:

$$\begin{cases} a=6.0, & b=1.0, & c=15.0 \\ a'=1.0, & b'=-1.0, & c'=7.8 \end{cases} \tag{35}$$

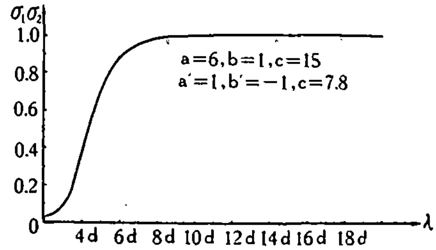

图 10

无疑这样会增加計算工作量,但因所用程序不需另編,这种純属机器工作量的增加,并不算是太麻煩的事.

在整个計算过程中,为了确保計算穩定性,还需通过試驗来确定在預报时限內对場量作必需的、最少的平滑次数.

五、关于斜压扰动的发展問題

給出与高空形势預报密切相关的斜压扰动发展的定量判据,是一个极其重要的課題. 近年来,这方面的工作做的很多,不同作者采用不同的簡化假定,得到了很不相同的决定斜压扰动发展的判据;它們为我們对斜压扰动的发展机制提供了質的訊識,并在一定程度上构成了預报的輔助工具.

以下拟簡单地討論一下在我們的模式中,斜压扰动的发展問題.

設基本气流为 $U+A(p)U_T(U,\ U_T$ 是常数),并設

$$\begin{aligned} z(x,y,t) &= z^*(y)+z'(x,y,t), \\ z_T(x,y,t) &= z_T^*(y)+z_T'(x,y,t). \end{aligned} \tag{36}$$

这里带星号的量是緯圈平均量,带撇号的量是对緯圈平均值的偏差. 純粹为了不使問題过于复杂化,略去非絕热加热、地形、水平湍流以及地面摩擦作用,将方程(5),(10)綫性化,得到:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2 z'+\alpha_{11}\frac{\partial z'}{\partial t}+\beta\frac{\partial z'}{\partial x}+\alpha_{12}\frac{\partial z_T'}{\partial t}+\overline{A}^2U_T\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2 z_T'=0, \tag{37}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}-NU_T\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2 z_T'+\alpha_{22}\frac{\partial z_T'}{\partial t}+(\beta+MU_T)\frac{\partial z_T'}{\partial x}+ \\ +\alpha_{21}\frac{\partial z'}{\partial t}+U_T\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2 z'-MU_T\frac{\partial z'}{\partial x}=0. \end{aligned} \tag{38}$$

其中

$$\beta\equiv\frac{df}{dy}>0,\quad M\equiv\frac{f^2(A_0-A_s)}{g\overline{pA}p_s\bar{\sigma}}>0,\quad N\equiv\frac{p_s\overline{A}^2-2\overline{pA}^2}{2\overline{pA}}>0$$

1) 这两組平滑因子的选取,可能不是唯一的.

将 z' 与 z'_T 展成傅氏級数：

$$
\begin{aligned}
z' &= \sum_m \sum_n A_{m,n}(t)e^{i(mx+ny)},\\
z'_T &= \sum_m \sum_n B_{m,n}(t)e^{i(mx+ny)}.
\end{aligned}
\tag{39}
$$

其中

$$
m=\frac{2\pi}{\lambda_m},\ n=\frac{2\pi}{\omega_n},\ A_{m,n}=(A_{m,n})_r+i(A_{m,n})_i,\ B_{m,n}=(B_{m,n})_r+i(B_{m,n})_i.
$$

$(A_{m,n})_r$, $(A_{m,n})_i$, $(B_{m,n})_r$, $(B_{m,n})_i$ 为实数，为了簡便，依次把它們記作 A_1, A_2, A_3, A_4.

将(39)式代入(37)，(38)两式，分离实、虚两部，得：

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{dA_1}{dt}-a\frac{dA_3}{dt}+a_{12}A_2+a_{14}A_4=0,\\
&\frac{dA_2}{dt}-a\frac{dA_4}{dt}+a_{21}A_1+a_{23}A_3=0,\\
&\frac{dA_3}{dt}-b\frac{dA_1}{dt}+a_{32}A_2+a_{34}A_4=0,\\
&\frac{dA_4}{dt}-b\frac{dA_2}{dt}+a_{41}A_1+a_{43}A_3=0.
\end{aligned}
\right\}
\tag{40}
$$

这里 $a=\dfrac{\alpha_{12}}{m^2+n^2-\alpha_{11}}$, $b=\dfrac{\alpha_{21}}{m^2+n^2-\alpha_{22}}$,

$$
a_{12}=-a_{21}=\frac{m[\beta-U(m^2+n^2)]}{m^2+n^2-\alpha_{11}},
$$

$$
a_{14}=-a_{23}=-\frac{m\bar{A}^2U_T(m^2+n^2)}{m^2+n^2-\alpha_{11}},
$$

$$
a_{32}=-a_{41}=-\frac{mU_T(m^2+n^2+M)}{m^2+n^2-\alpha_{22}},
$$

$$
a_{34}=-a_{43}=\frac{m}{m^2+n^2-\alpha_{22}}[\beta+(M-m^2-n^2)U+(m^2+n^2)NU_T].
$$

对应于方程組(40)的特征方程是：

$$
\chi^4+r\chi^2+s=0.
\tag{41}
$$

其中

$$
r=\frac{(aa_{32}+ba_{14})[2(a_{12}+a_{14})+aa_{32}+ba_{14}]+a_{12}^2+a_{34}^2+2a_{14}a_{32}}{(1-ab)^2},
$$

$$
s=\frac{(a_{12}a_{34}-a_{14}a_{32})^2}{(1-ab)^2}.
$$

不难求得四个特征根：

$$
\begin{aligned}
\chi_{1,2}&=\frac{1}{2}\left(\sqrt{-r+2\sqrt{s}}\pm i\sqrt{r+2\sqrt{s}}\right),\\
\chi_{3,4}&=-\frac{1}{2}\left(\sqrt{-r+2\sqrt{s}}\pm i\sqrt{r+2\sqrt{s}}\right).
\end{aligned}
\tag{42}
$$

因为 $s>0$，且因我們所討論的对象是中高緯度大尺度大气运动，从量級比較得知，r 总与 $a_{12}^2+a_{34}^2+2a_{14}a_{32}$ 同号；而 a_{14} 与 a_{32} 同号，故 $r>0$，

于是，便得到决定扰动发展与否的判据

$$r \gtrless 2\sqrt{s} \quad \begin{matrix}\text{稳 定,}\\ \text{不稳定,}\end{matrix} \tag{43}$$

或者

$$\begin{aligned}&(aa_{32}+ba_{34})(2a_{12}+2a_{34}+aa_{32}+ba_{34})+(a_{12}-a_{34})^2+\\&+4a_{14}a_{32}+2ab(a_{12}a_{34}-a_{14}a_{32})\gtrless 0 \quad \begin{matrix}\text{稳 定,}\\ \text{不稳定,}\end{matrix}\end{aligned} \tag{43$'$}$$

即

$$2ab\beta^2+d_1\beta U+d_2\beta U_T+d_3U^2+d_4UU_T+d_5U_T^2\gtrless 0 \quad \begin{matrix}\text{稳 定,}\\ \text{不稳定,}\end{matrix} \tag{43$''$}$$

其中

$$\begin{aligned}&d_1=2ab[M-2(m^2+n^2)],\ d_2=4aM-2(m^2+n^2)(2a+2b\overline{A}^2-abN),\\&d_3=2ab(m^2+n^2)(m^2+n^2-M),\ d_4=2(m^2+n^2)[(m^2+n^2)(2a+2b\overline{A}^2-\\&\quad -abN)+M(N+2a-b\overline{A}^2)-2aM^2,\ d_5=(m^2+n^2)^2[(a+\\&\quad +b\overline{A}^2)(a+b\overline{A}^2-2N)+2\overline{A}^2(2-ab)+N^2]+2M(m^2+n^2)[a(a+\\&\quad +b\overline{A}^2)+\overline{A}^2(2-ab)-aN]+M^2a^2.\end{aligned}$$

由判据(43)$''$式可以看出不稳定度是 U, U_T, 波长、緯度以及靜力稳定度的函数. 对于 $U=0$ 的情形，我們作出了 U_T 对波长的不稳定度临界曲綫(图 11)，其中取靜力稳定度参数值是 $\sigma=7.1\times10^{-4}$ 公里·毫巴$^{-2}$. 从图 11 看出：很长的长波是稳定的，短波几乎是絕对不稳定的，大体上支持了郭晓岚的結論[17]. 总的看来，为了保証不稳定性所必需的 U_T 值較小，所以在常見的波长范围內，大气似乎經常是处于不稳定状态的.

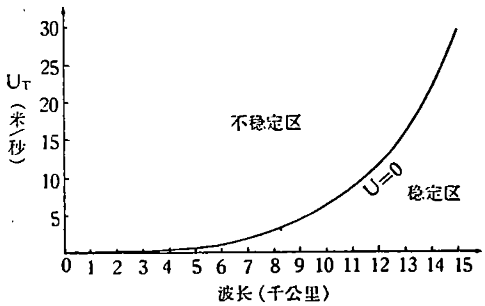

图 11

上述不稳定度判据是在許多簡化假定下得到的，自然显得十分粗糙，被忽略的地形、摩擦以及 U 与 U_T 的改变等因子对气流的不稳定性都有各自的貢献，弄清这些因子对不稳定性的作用，会有助于波动稳定度問題的最終解决.

六、結　　語

所提出的两参数模式，只是为今后試驗所作的准备工作，其中象地面摩擦的考虑是相当粗糙的. 但可指望通过試驗，在某些場合，考虑了在一般中短期数值預报模式中被忽略的物理、地理以及季节变化的因子，会使預报效果得到改善. 只要非絕热作用考虑得当，模式本身原則上也适用作长期預报. 为了減少截断誤差，設計新的三角形网格差分格式，看来是需要的.

我們使用过于簡單的处理方法，得到了决定斜压扰动的不稳定度判据，它只有質的正确性，因而只有参考意义. 未計入摩擦作用，决不是意味着它不重要，加入了这一因子，只是特征根性質的討論稍許麻煩些，但无原則困难.

*　　*　　*

致謝：承周发琇同志协助复核部分計算結果，曲秉裕同志代为复制插图，一并致謝.

参 考 文 献

[1] Haltiner, G. J. & Wang, Yeh-chun, *J. Met.* **17** (1960), 2.
[2] Eliassen, A., *Tellus.* **4** (1952), 3.
[3] Sawyer, J. S., & Bushby, F. H., *J. Met.* **10** (1953), 1.
[4] Thompson, P. D. & Gates, W. L., *J. Met.* **13** (1956), 2.
[5] 顾震潮、叶篤正，气象学报 **26** (1955)，第3期.
[6] 紀立人、赵明哲、顾震潮，气象学报，**29** (1958)，第3期.
[7] 杜行远，气象学报，**31** (1960)，第2期.
[8] Charney, J. G., & Eliassen, A., *Tellus.* **1** (1949), 2.
[9] Юдин, М. И., *Труды ГГО.* вып. 71, 1957.
[10] Немчинов, С. В., О решения уравнения для прогноза поля атмосферного давления, *Изв. АН СССР, сер. геоф.* № 12, 1959.
[11] 陈雄山，气象学报，**31** (1962)，第4期.
[12] Magata, M., *Pap. Met. & Geophy.* 8 (1957), 2.
[13] 杜行远，Решение пространственной задачи изменения геопотенциала во времени с уточенной заменой Лапласиана конечными разностями. *Мет. и Гидро.* № 1, 1959.
[14] 顾震潮，气象学报，**28** (1957)，第4期.
[15] Shuman, F. G., *Mon. Wea. Rev.* 85 (1957), 11.
[16] Masuda, Y., On a tentative method of smoothing of contour height by the finite-difference smoothing operators. 75th Aniv. Vol. of the Journal of the Meteor. Soc. of Japan. 1958.
[17] Kuo, H. L., *J. Met.* **10** (1953), 4.

A DYNAMIC MODEL SUITABLE FOR NUMERICALLY PREDICTING THE BAROCLINIC FLOWS

Chin Tseng-hao
(*Shantung Institute of Oceanography*)

Abstract

Many authors have shown that in China, the contribution due to surface friction to the height tendency of an isobaric surface is of the same order of magnitude as those of the large-scale topographic influences and that under some special weather situations, the non-adiabatic heating is non-negligible to the height tendency even if in short-range forecasting. By taking into consideration of above mentioned three effects, a two-parameter baroclinic model suitable for numerical weather prediction is derived from the combination of hydrodynamic and thermodynamic equations. The solutions of the system of prognostic equations are given. Then this paper deals with the truncation errors in the numerical weather prediction when a triangular grid-point system is used. Moreover, an optimum smoothing formulas for the field is developed. Finally, the author gives a brief discussion on the problem concerning the development of the large-scale baroclinic disturbances.