气　象　学　报
第27卷　第4期　1956年12月

論陆面蒸發量的計算*

刘　振　兴

（中國科学院地球物理研究所）

提　　要

在 H. A. Багров 的著作中[ ]，根据基本假定形式 $x=\int_0^z\frac{dz}{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n}$ 进行了陆面蒸發量的推算。但該式只有在極少数情况下能够进行积分，就是能积分所取得的公式也是相当复杂，且仅当 $n=1$ 及 2 时能取得 z 对于 x 和 z_0 的显函数。

本文將 Багров 的假定形式改成如下形式：

$$x=\int_0^z\frac{dz}{\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}}.$$

上式在 n 为任何数值时都可以积分，且取得的公式非常簡單。根据所得的公式曾計算了不同 z 値（当 $z_0=1$ 时）和对应的 x 值，并利用这些計算的数据繪出了圖1上的曲綫（以实綫表示），同时也將 Багров 的曲綫繪在圖1上（以虚綫表示）。兩曲綫比較的結果指出，当 $\frac{x}{z_0}<1.10$ 时所有实綫都位于虚綫之下，当 $\frac{x}{z_0}>1.10$ 时所有实綫逐漸位于虚綫之上，且随着 $\frac{x}{z_0}$ 的增加，兩組曲綫位置相距愈远。

陆面蒸發过程是非常复杂的，直到現在为止仍未取得最完善的解决。如众所周知，多年平均值的水量平衡方程式，当沒有地下水量交換时，具有很簡單的形式：

$$x=y+z, \tag{1}$$

式中 x 为降水量，y 为徑流量，z 为蒸發量。

蒸發量与降水量或徑流量之間，存在着一定的联系，过去学者們曾根据大量的資料，取得了一些流域多年平均的經驗公式，最有名的像 Ольдекоп 公式：

$$z=z_0\operatorname{th}\frac{x}{z_0}, \tag{2}$$

和 Schreiber 公式

$$z=x\left(1-e^{-\frac{z_0}{x}}\right), \tag{3}$$

* 1956年8月14日收到。

以及后来 M. И. Будыко 將(1)(2)兩式取几何平均所取得的公式[1]，

$$z=\sqrt{z_0\,\mathrm{th}\frac{x}{z_0}\cdot x\left(1-e^{-\frac{z_0}{x}}\right)}, \tag{4}$$

以上三式中 z 代表蒸發量，x 代表降水量，z_0 代表蒸發能力。

为了进一步研究这个問題，在 Н. А. Багров 的著作中[2]，曾提出了新的建議。Багров 設想，当蒸發量增加某一增量 Δx 时，蒸發量和徑流量也取得对应的增量 Δz 和 Δy，并且它們之間以水量平衡方程式联系起来。

根据以上的見解，他用了下面的基本假定形式：

$$\frac{dz}{dx}=1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n, \tag{5}$$

式中参变数 n 表示这个流域表面的徑流情况。

將(5)式积分得

$$x=\int_0^z\frac{dz}{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n}. \tag{6}$$

取不同 n 值对(6)进行积分，即可得到所要求的計算蒸發量的公式。

当 $n=1$ 时，得

$$z=z_0\left(1-e^{-\frac{x}{z_0}}\right); \tag{7}$$

当 $n=2$ 时，得 Ольдекоп 公式(2)；

当 $n=\frac{3}{2}$ 时，得

$$\frac{x}{z_0}=-\frac{1}{3}\ln\frac{1-\sqrt{\frac{z}{z_0}}}{1+\sqrt{\frac{z}{z_0}}+\frac{z}{z_0}}-\frac{2}{\sqrt{3}}\mathrm{arc\ tg}\frac{\sqrt{\frac{3z}{z_0}}}{2+\sqrt{\frac{z}{z_0}}}; \tag{8}$$

当 $n=\frac{4}{3}$ 时，得

$$\frac{x}{z_0}=\left[\mathrm{arc\ th}\sqrt[3]{\frac{z}{z_0}}-\mathrm{arc\ tg}\sqrt{\frac{z}{z_0}}\right]. \tag{9}$$

(9)式按总的数值来說十分近似于 Будыко 的公式(4)。

根据以上叙述，我們可以看出 Багров 計算陆面蒸發量的公式，毫無疑問在理論上是前进了一步。他进一步考虑了水量平衡各个項目之間的相互联系，同时在所取得的結果中包括了 Ольдекоп 公式，以及在形式上类似于 Schreiber 的公式，为这些經驗公式帶来了理論上的根据。最主要的是他提出了参变数 n 的概念，即考虑了不同景观和地

形条件对于蒸發量的影响。事实上要想把景观和地形条件不同的流域，統用一个公式来計算蒸發量，是很难正确的。Багров 的工作在不同景观地形条件下，取用不同的計算蒸發量公式，这样就使在各个不同流域，进一步精确地計算蒸發量，取得了很大的可能性。

应該指出 Багров 的公式，仍存有不滿意的地方，他的基本假定是蒸發增量正比例于飽和差即

$$\Delta z=\Delta x\left(1-\frac{z}{z_0}\right).$$

但从实际所用的基本运算公式(6)来看，$1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n$ 这一項所代表的意义是不够明确的。另一方面，正像他自己所指出，(6)式仅在極少数的情况下能够进行积分，且只有当 $n=1$ 及 $n=2$ 时，才能取得 z 对 x 及 z_0 的显函数，此外即使能够积分，所得出的公式也是非常复杂的，未知数包括在 arc th 及 arc tg 內，这样在实际应用上就帶来了很大的困难。

为了使基本假定形式在物理上代表的意义更加明确，我們把基本假定的形式修正了一下。大家知道，蒸發量正比例于飽和差，在物理上是有根据的，如彭門在計算湿潤陆面裸土蒸發量时就直接利用了下面的关系[3]

$$E_T=b\cdot E_0,$$

$$E_0=f(u)\cdot d,$$

式中 E_0 相当于水面蒸發量，$f(u)$ 为某一風速函数，而 d 为飽和差。b 为因季节而不同的系数。

但在較干燥的地区，根据研究蒸發量和飽和差不是直綫关系，飽和差的乘方指数是一个小于 1 的数值。

根据以上見解，同时考虑 Багров 所設想的場合，即当降水增加某一增量 Δx 时，蒸發量和徑流量对应增加某一增量 Δz 和 Δy，且 Δx 与 Δz 之間的关系具有如下形式：

$$\Delta z=\Delta x\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}, \tag{10}$$

故(5)式可改写成：

$$\frac{dz}{dx}=\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}, \tag{11}$$

式中$\frac{z}{z_0}$表示所研究地区空气湿潤程度的气候特征，此比值愈小，气候愈干燥，比值愈趋

近于1时,愈接近饱和,故 $1-\frac{z}{z_0}$ 表示了气候上的饱和差。参变数 n 表示流域表面的徑流情况,以及和徑流条件相一致的降水不均一性。从表面形式上看,参变数 n 表示蒸發增量和降水增量間比例系数乘方指数的情况。在自然界中参变数 n 一般为大于或等于1的正数。n 值的大小,直接影响着水量平衡各个成員之間的关系。

从(10)式可以看出,

$$\text{当 } n \to 0 \text{ 时}, \qquad \Delta z \to 0,$$

表示所有降水增量完全形成了徑流而沒有供給蒸發;

$$\text{当 } n \to \infty \text{ 时}, \qquad \Delta z \to \Delta x,$$

表示所有降水增量完全进行了蒸發而沒有供給徑流。

Багров 已指出,在自然界中这种極端的情况是不会出現的。n 值是在較狹小的范圍內变化着。

积分(11)式,則得

$$x=\int_0^z \frac{dz}{\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^n}, \tag{12}$$

取不同 n 值对(12)式进行积分:

当 $n=1$ 时得到和 Багров $n=1$ 时相同的公式(7),Багров 已指出公式(7)从外部形式看很像 Schreiber 公式。当 $x=z_0$ 时和 Schreiber 曲綫相交。$x>z_0$ 时,位置稍高一些,处在 Ольдекоп 和 Schreiber 曲綫之間。

当 $n=2$ 时,得

$$z=z_0\left\{1-\left[\frac{1}{2}\left(2-\frac{x}{z_0}\right)\right]^2\right\}, \tag{13}$$

(13)式表示的曲綫大約在 $\frac{x}{z_0}=1.05$ 处和 Ольдекоп 曲綫相交,当 $\frac{x}{z_0}>1.05$ 时位置高一些,当 $\frac{x}{z_0}<1.05$ 时位置低一些。

当 $n=\frac{4}{3}$ 时,得

$$z=z_0\left\{1-\left[\frac{1}{4}\left(4-\frac{x}{z_0}\right)\right]^4\right\}. \tag{14}$$

当 $n=\frac{3}{2}$ 时,得

$$z=z_0\left\{1-\left[\frac{1}{3}\left(3-\frac{x}{z_0}\right)\right]^3\right\}. \tag{15}$$

当 $n=3$ 时,得

$$z=z_0\left\{1-\left[\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}-\frac{x}{z_0}\right)\right]^{\frac{3}{2}}\right\}. \tag{16}$$

根据以上的推算，得出

$$z=z_0\left\{1-\left[1-\frac{1}{n}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{n}}-\frac{x}{z_0}\right)\right]^{\frac{1}{1-\frac{1}{n}}}\right\}, \tag{17}$$

除 $n=1$ 外，大于 1 的任何 n 值，代入(17)式后，不需要进行积分，即可取得所要求的公式。

可見，当基本假定形式修改之后，一方面$\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}$所代表的意义比較明确，另一方面 n 为任何数值都可以进行积分，且所取得的公式，都是 z 对于 x 及 z_0 的显函数形式，同时式中不包括对数、指数、及双曲綫函数，在实际应用时，不需要查任何圖表，較之应用(8)(9)諸式方便多了。

应当指出，当基本假定形式修改之后，在所取得的公式中，沒有包括 Ольдекоп 公式，这是主要的缺点。虽然 Ольдекоп 公式是从大量的水量平衡資料中取得，可是前面我們已經指出，要想把各个景观地形条件不同的流域，完全符合于一个公式，是很难理想的。

根据(7)(13)(14)(15)四式我們計算了不同 z 值（$z_0=1$ 时）和对应的 x 值，所得結果列置在表 1，根据表 1 的資料，繪出了圖 1 上的曲綫（以实綫表示），同时將相应的 Багров 曲綫也繪在圖 1 上（以虛綫表示）。

將兩組曲綫进行比較，很明显的可以看出，当 $\frac{x}{z_0}<1.10$ 时，所有实綫的位置都稍低于虛綫，且当 n 值不同时，实綫的变化范圍小于虛綫的变化范圍，也就是說，当 $\frac{x}{z_0}<1.10$ 时，利用不同公式所計算出来的蒸發量数值，相差是不大的。

下面討論一下横坐标所代表的意义，比值 $\frac{x}{z_0}$ 即所謂湿潤指数，表示所研究区域的水分和热量的情况，因此在横坐标上不同的間隔，表示气候特征不同的区域。根据文献[3]和[4]的研究，可以看出：中国除华中、华南、及極个别的地区外，大部分地区 $\frac{x}{z_0}$ 比值都在 1.0 以下，根据当 $\frac{x}{z_0}<1.10$ 时实綫变化范圍不大这一事实，我国大部分地区（除华中、华南），采用不同公式所計算出来的蒸發量数值，相差应該是不大的。

当 $\frac{x}{z_0}>1.10$ 时，所有实綫逐漸位于虛綫之上。表示降水量相同时，利用我們所取得的公式計算出来的蒸發量，要比 Багров 公式所得的蒸發量要大一些。另一方面，实綫在横坐标方向，伸展的較短，例如当 n 等于 2 时，虛綫在 $\frac{x}{z_0}=2.646$ 处 $z=0.99\,z_0$，而实綫当 $\frac{x}{z_0}=1.800$ 时 z 值早已等于 $0.99\,z_0$ 了。

表 1

x					x				
z	$n=1$	$n=\frac{4}{3}$	$n=\frac{3}{2}$	$n=2$	z	$n=1$	$n=\frac{4}{3}$	$n=\frac{3}{2}$	$n=2$
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10	0.105	0.104	0.103	0.102	0.10	0.105	0.102	1.101	0.100
0.20	0.223	0.217	0.212	0.211	0.20	0.223	0.211	0.208	0.203
0.30	0.357	0.341	0.336	0.372	0.30	0.357	0.330	0.322	0.310
0.40	0.511	0.479	0.470	0.451	0.40	0.511	0.463	0.488	0.424
0.50	0.693	0.630	0.618	0.586	0.50	0.693	0.616	0.592	0.549
0.60	0.916	0.819	0.789	0.735	0.60	0.916	0.800	0.762	0.698
0.70	1.204	1.040	0.992	0.910	0.70	1.204	1.029	0.973	0.867
0.80	1.609	1.325	1.245	1.106	0.80	1.609	1.347	1.262	1.099
0.90	2.302	1.751	1.607	1.368	0.90	2.302	1.880	1.742	1.492
0.92	2.526	1.873	1.707	1.435	0.92	2.526	2.051	1.894	1.589
0.94	2.813	2.020	1.826	1.510	0.94	2.813	2.269	2.089	1.738
0.96	3.219	2.211	1.974	1.600	0.96	3.219	2.579	2.363	1.946
0.98	3.912	2.496	2.186	1.717	0.98	3.912	3.099	2.828	2.298
0.99	4.605	2.735	2.354	1.800	0.99	4.605	3.620	3.292	2.646
$x=\int_0^z \frac{dz}{\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}}$ $(z_0=1)$					$x=\int_0^z \frac{dz}{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n}$ $(z_0=1)$				

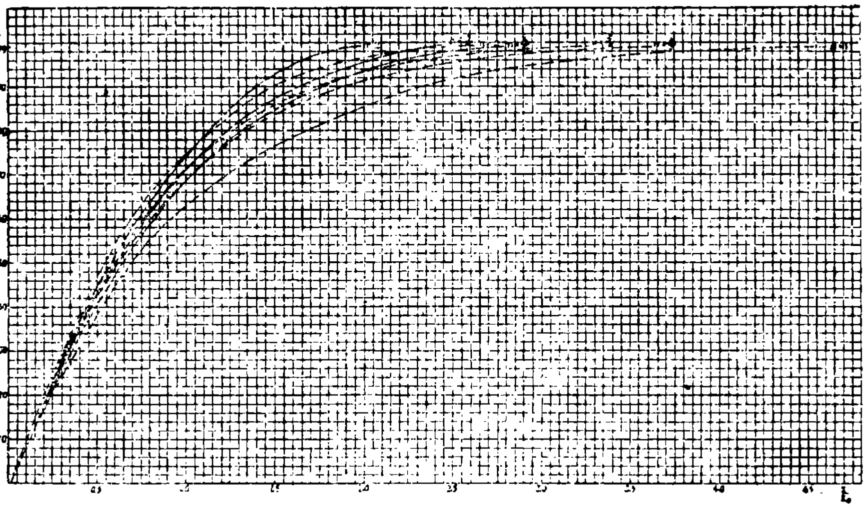

圖 1.

实綫表示 $x=\int_0^z \frac{dz}{\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}}$； 虚綫表示 $x=\int_0^z \frac{dz}{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n}$.

Багров 实际資料驗証的結果指出：大部分的点（苏联境内 25 个站，芬蘭一个站）都分布在 $n=1.7$—1.8 的附近，从圖 1 可看出，大概当 $\frac{x}{z_0}<1.10$ 时 $n=2$ 的实綫，和当 $\frac{x}{z_0}>1.10$ 时 $n=\frac{3}{2}$ 的实綫，是和 Багров $n=1.7$—1.8 的曲綫位置相近似的。应当指出在中国未必符合上述情况，必需用实际資料驗証后，才能确定那些曲綫是較好的。

B. C. Мезенцев[5]的工作是值得提出的，他將 Багров 的基本假定形式作了如下的改变：

$$\frac{dz}{dx}=\left[1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n\right]^m, \tag{18}$$

式中 n 和 m 为無因次参变数，当 m 和 n 具有下面关系时，公式(18)在一般形式下可求解

$$m=\frac{n+1}{n}. \tag{19}$$

將(19)代入(18)整理之后进行积分，得

$$\frac{z}{z_0}=\frac{\frac{x}{z_0}}{\left[1+\left(\frac{x}{z_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}}. \tag{20}$$

Мезенцев 曾先确定某一区域的 n 值，利用 (20) 式来計算 z_0，例如他取西部西伯利亚低地区域的 $n=2.3$，对于 35 个小流域取得了确定最大可能蒸發量的經驗公式：

$$z_0=10e^2d, \tag{21}$$

式中 d 为年平均空气飽和差 (mm)，e 为年平均空气絕对湿度 (mm)。Мезенцев 曾根据(21)計算了西部西伯利亚的平均最大可能蒸發总量。并將所得結果 Lz_0 和輻射平衡 R 做了比較，結果很相近似。

我們認为公式(18) 中参数 m 所代表的意义是不够明确的。同时利用 (20) 式来計算 z_0，在具体确定該地区的参变数 n 时，还是比較困难的。

在 Багров 以后的著作中[6]，根据前面所討論的基本假定形式，进一步討論了蒸發量的年变程。根据我們提出的基本假定形式，可以同样来計算各季各月的蒸發量，以討論蒸發量的年变程。

致謝：本文承朱崗崑先生热忱指导，特此致謝。

参 考 文 献

[1] Будыко, М. И., Испарение в естественных условиях. *Гидрометеоиздат*, 1948, 110-112.
[2] Багров, Н. А., О среднем многолетнем испарении с поверхности суши. *«Метеорология и Гидрология»* **10**, 1953.
[3] 朱崗崑 锡紉章，中国各地蒸發量的初步研究，气象学报 **26**，(1955年)，1-22.
[4] 張宝堃等，中国气候区划．尚未發表．
[5] Мезенцев, В. С., Еще раз о расчете среднего суммарного испарения. *Метеорология и Гидрология* **5**, (1955.) 24—26.
[6] Багров, Н. А., О расчете испарения с поверхности суши. *Метеорология и Гидрология* **2**, 1954.

О РАСЧЕТЕ ВЕЛИЧИНЫ ИСПАРЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТИ СУШИ

Лю Чжэнь-синь

(*Геофизический институт АН КНР*)

Резюме

В работе Н. А. Багрова по Формуле $x=\int_0^z \frac{dz}{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n}$ овтор расчитал воличины испарения на поверхности суши. но формула $x=\int_0^z \frac{dz}{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^n}$ интегрирована тольно под наименьшим случаем и получинная формула очень сложна. только когда $n=1$ и 2, мы получили явную функцию z от x и z_0.,

В настоящей работе автор переписал вышесказанную формулу и получил следующую формулу:

$$x=\int_0^z \frac{dz}{\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^{\frac{1}{n}}}$$

При этом когда и равен любому числу, мы можем интегрировать эту формулу и полученная формула очень простая.