气 象 学 报
第27卷 第3期 1956年9月

綜合报告

小地形对于气流的影响*

叶 篤 正
（科学院地球物理研究所）

提 要

本文总結了小地形对于气流的影响．文中着重地指出和討論了过去背風波理論中的矛盾．作者認为这些矛盾是由于山的大小选擇和上界边界条件的选擇而引起的．当山的寬度的一半 $l\approx\frac{L_S}{2\pi}$ 时 $\left(L_S=\frac{u}{\sqrt{\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}}}\right)$，和当大气中有一个固定的盖或不連續面存在时，背風波出現。

在第一种情况下，山的强迫振动与大气中的自由振动共鳴；在第二种情况下，只具有某些波長的振动可以存在，这波長就是背風波的波長．这样的討論背風波的物理意义就清楚了．

一．引 言

山脉对于天气有顯著的影响，山的向風面和背風面雨量的分布不同，就是一个明顯的例子．再如焚風的現象以及山脉对于气流的阻擋等現象也是人所共知的．

自从航空事業發展以來，飛行員們由实踐的經驗中發現在山区里气流往往是很"乱"的，而且垂直运动往往非常强，因而飛机在山区里容易發生事故．气流由于山脉的阻碍作用后，也常常形成很有規則的波狀运动，滑翔机的駕駛者們常常利用这种規則的上升运动作它的上升的动力．Küttner 曾經在这种气流中滑翔到 10.3 千米（34000英尺）的高空中去，最近更有人滑翔到 12.7 千米（42000 英尺）以上[1]．由于实际上航空的需要，在不同情况下，山区里和山后（对風向來說）气流狀况的研究便成为迫切的需要了．美國的所謂 Sierra Navada Project 就是在这方面大規模地進行实际观測．

* 1956 年 5 月 10 日收到．

另一类型的山脉作用则是对于比較大型的天气系統的發生和發展以及对大气环流的影响。自从气象事業發展以后，通过了实踐，气象学者以及实际的預告工作者对于地形对天气系統的作用給予了应有的注意。在这方面欧洲 V_b 低压的形成就是用地形作用來解釋的。在北美洲的阿帕拉契尔地区气旋也常有顯著的加深[2]。么枕生[3]在分析兩湖地区气旋的發展时，也采用了地形作用的解釋。

随着高空观测事業的發展，气象学者們的注意由地区性的环流擴大到为半球性的环流，于是对于大型环流特性的解釋，也就有了不同的着眼点。一方面是着重在大地形方面的动力影响，在这方面可以 Bolin 的工作为代表。第二方面則完全着重在热力作用方面，这方面可以 Погосян[5] 和 Sutcliffe[6] 的工作代表之。事实上这兩种作用是同时并存不可偏廢的，近年來也有人[7]將这兩种作用結合起來解釋大气环流的性質。

由上面的叙述可以看出，从小型的天气方面以至大型的大气环流方面其中都有着一定的地形作用，这是我們气象工作者应当切实予以注意的。尤其在我國有世界上最高最大的西藏高原，它对东亞天气和环流的影响是不言而喻的，我國的气象学者对此已开始加以研究[8,9]。今后还应开展地形的各种作用的研究，在开展这項工作之际，总結过去这方面的研究是適宜的。

地形作用可以分为兩(極端的)类；一个是小地形，在研究这方面时我們可以不管地球自轉的作用；另一个是大地形，在这里地球自轉是必需考慮的。这兩方面的影响和观测对象大有不同。本文僅將小地形的作用進行总結，大地形的作用在下次报告中再進行总結。

对于小地形作用中的背風波問題 Corby[10]曾有过一个总結，但并不全面，在理論方面他的介紹只限于資本主义國家，沒有包括苏联及新民主主义國家的学者的工作，同时它的論文亦未能提出各家不同的观点，这是一个缺陷。

二。观测的事实

过去一般地認为山脉对于气流影响所及的高度不过为山高的二、三倍，最近的观测事实証明山的影响高度要比一般所想像的高得多，同时还比想像的复雜得多。無論是滑翔机或正式的飛机常常在山区里遇到非常强大的气流擾动，20 米/秒的上升气流是常可遇到的，40 米/秒[1](8000 英尺/分)的瞬时紀錄都曾有过。这些观测即足以証明山脉作用的巨大和复雜。

早在 1913 年 von Ficker[11]就用自由汽球(Free balloon)在山区中作实际空气質点軌迹的观测，这是非常有意义的。圖 1 就是他所繪出的三个观测，在圖 1a 和 1b 的情

形中我們很清楚地看出背風面的迴綫(loop)或渦旋，在圖 1b 的情形中汽球打了兩个渦

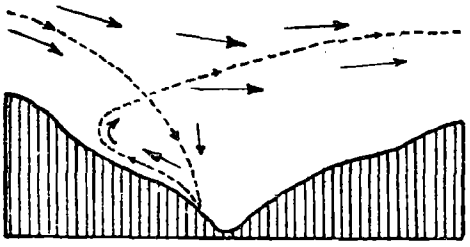

圖 1a. (依 von Ficker)

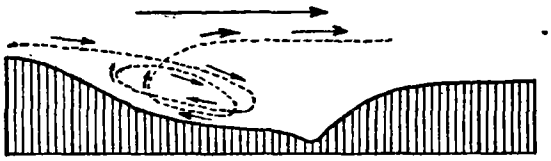

圖 1b. (依 von Ficker)

旋，总共用了 38 分鐘之久，渦旋的水平直徑約 1 千米，垂直距离为 300 米。在圖 1c 中更有一部分完全为上升气流。

圖 1 里所繪的是背風面的渦漩(Eddy)，在向風面 Georgii[12]也观察到过渦漩，Georgii 并且指出向風面的渦旋在風速小的时候容易生成，在 10 米/秒以上的風速中則很少有渦旋。在 2—10 米/秒的風速中渦旋可以是常定的。对于背風面渦旋生成的風速条件 Georgii[13]也有过討論，也認为在 10 米/秒以上風速中很少有渦旋。关于这点我們在介紹 Förchtgott 的工作时仍將提及。

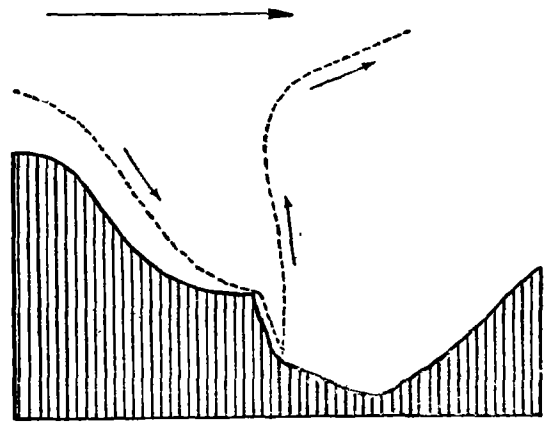

圖 1c. (依 von Ficker)

另外还有一种渦旋各为"轉子"(Rotor)，它發生于背風波(lee wave)的波谷和波脊的地方。

当气流經过一粗糙地面时，在近地面層內就会有湍流發生，这湍流層的厚度与風速的大小和地面粗糙度 (roughness) 有关。可以想像气流过山时，在其最下層也一定有湍流層，在湍流層中一定有不規則的小渦旋發生。在湍流層之上才是片流，因此气流过山时比較有規則的流綫被山所形成的湍流層抬高了，因此湍流層無形中等于把山加高和加大了，也就是擴大了山的影响。

上面所叙述的是山脉所引起的一些"不規則"的运动現象。在山脉另一方面也引起一些很規則的运动現象，就是所謂背風面的波动，这种波狀运动已完全被云的观測和滑翔机駕駛員所証明。依作者所知最早以仪器观測波动的仍是 von Ficker[14] 做的。von Ficker 將自計气压計系于自由汽球之上，如無垂直运动，則气压計所給的气压应几近于常值。von Ficker 令此汽球随風吹过山脊，过山时气流作波狀运动，于是自記气压紙上

顯出規則的气压变化曲綫。

在山的背風面我們常常可以观測到成帶的云，兩个云帶之間为晴天，風虽然可以很强，可是云并不被風吹走；或者被吹走后僅几分鐘內，云在同一地区又复生成。这就說明上升和下降运动是有固定地区的。气流在一定的地点上升，一定的地点下降，而成波状运动。山区云的观測資料很多，这里不能一一举例，不过这里应該提出阿部[15](Abe)，他在1932年即用自动照像法研究富士山上云的生成。1953年3月25日Larsson[16]在瑞典北部的 Jämtland 山区曾观測到25層很好的云層，它們分布在由2—10千米的高空中，而那里山的高度不过1—1.4千米。在挪威山区上空21—24千米高度上的貝母云的生成，Störmer[17]*归之于地形，貝母云在其他地区也同样可以观測到。

除由云的观測入手來研究背風波外，更直接的是可以由滑翔机進行观測。随着滑翔事業的發展，这种观測資料愈來愈丰富。由观測指出在有背風波出現时，其振幅自地面向上增加，到某高度后向上減小，而最后消滅。其波長通常在15千米以下，但波長到32千米的波也观測到过。背風波的振幅迅速地向下游減小，在下游可以观測到波的数目不多，但一般也有几个。

在美國現在正在進行大規模的背風波的研究，所謂的"Sierra Navada Project"在 Bishop（加洲）進行观測，因为那里有著名的"Bishop"波。在此处滑翔机曾达12760米(42100英尺)[1]的高空。冬季为"波季"，平均每四天出現一次，每有波出現时，25米/秒(500英尺/分)的垂直速度是常常可以出現的[18]，40米/秒[12]也曾記錄到过。在波动出現时，还常有陣風，强度可达12米/秒(40英尺/秒)[18]，一般地比雷雨所出現的風速还要大。

根据多次在 Sierra Navada 山区的观測，Jenkins[19]得到下列几种特性云：1)"焚墻"云(Föhn wall)，可以把山遮盖起來，它常伴随着强度达25米/秒(500英尺/分)的下降气流。2)背風面旋轉云(rotor clouds)，它常伴随强大的上升气流和嚴重的湍流；3)筴状云(lenticuler cloud)，在旋轉云之上；4)貝母云，高达25千米。

在介紹小地形的作用时，我們必須提出捷克学者 Förchtgott[20]** 的工作，根据在捷克 Bohemia 山地的研究，他总結出四种流場（圖2a—2e）簡述如下：

1) 無擾动的气流：当風力很微弱时，流綫成为一孤立波(single wave)（圖2a）。

2) 渦旋气流：風力較强，背風面出現常定的渦旋，由于此渦旋的原故，片状流綫的脊出現于山脉的背風面，或者可以說山的有效形状就改变了（圖2b）。

---

* 作者未談到Störmer 的原文，由文献[10]轉引。

** 作者并未讀到 Förchtgott 的原文，此处的介紹是由文献[10]和[21]中 Förchtogtt 工作介紹而編譯的。

3) 波狀气流：風力更强，同时随高度增加，流綫呈波狀，在波脊和波谷的地方有小轉子，这些小轉子的地方就是湍流的出現处(圖2c)。

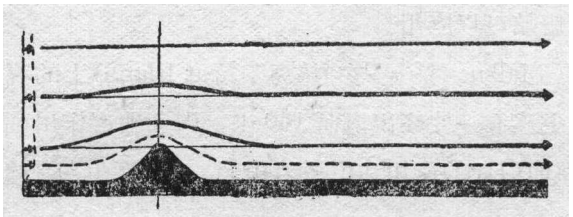

圖 2a.（依 Förchtgott）

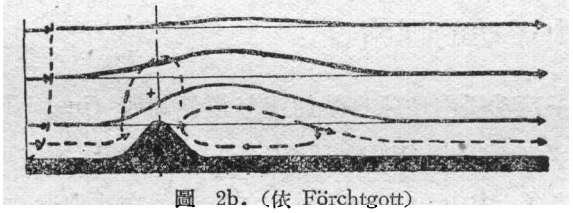

圖 2b.（依 Förchtgott）

4) 轉子气流 (rotor streaming)：風力很强，但其厚度限于 $1\frac{1}{2}$ 倍山的高度以下，其上風力微弱。在这种情况下渦旋之上無顯著的波动，湍流很强，对飛行極不利。当强風的厚度繼續减小时，流場則完全陷于不規則的狀态(圖 2d—2e)。

Förchtgott 的总結是在兩个情况之下得出的：1)空气中的層結是穩定的或至少是中性的，在不穩定的層結空气中Förchtgott 認为是不可能有規則的过山气流的；2)風向近于垂直于山脉。

根据上面的观測我們可以得到这样的結論：有利于“背風波”的生成条件有三：1)穩定的空气層結。2)風向近于垂直山脉。3)風力較强而且随高度有一个急速的增加。这三个条件和 Küttner, Jenkins[18] 和 Jenkins[19] 在 Sierra Navada 山区的总結經驗完全相同。

Förchtgott的結論和 Georgii[13]的观測也是符合的，Georgii 認为常定背風渦旋只生成在較弱的气流里，这正是圖 2b 的情况。Georgii[13] 还認为向風面上也可以有渦旋，它的生成条件也是風力不能大。Georgii 的向風渦旋可能就是 Förchtgott 圖 2 中向風面近地面的逆流，逆流和它上面的主流并不一定能構成渦旋。

为使飛行避免危險，Küttner 和 Jenkins[18]曾給出下列規則：1)飛繞波动区域，或者在山脊的高度一倍半以上高度飛行。2)不要飛進波动区域。

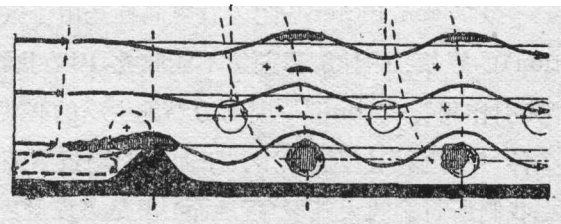

圖 2c.（依 Förchtgott）

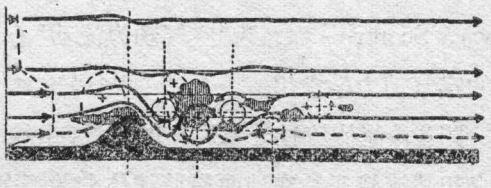

圖 2d.（依 Förchtgott）

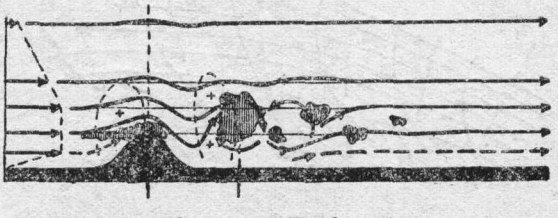

圖 2e.（依 Förchtgott）

3) 避免旋轉云. 4) 避免"焚牆"云. 5) 避免边界規則的筴狀云. 这些規則虽是 Sierra Navada 山区观測总結,但在其他地区也应該可以应用.

在結束本節之前,我們还应該提一下 Malkus 等[22,23]在"热島" (heat Island)上的观測工作. 在 Malkus 等所進行观測的島上沒有一处高出海面 150 米,因此地形作用可以略去不計,但在夏季,下午因島上受热而引起的作用和山極为相似,也能產生与"背風波"相似的气流.

三. 过山运动的理論

按 Кибель[24] 和 Charney[25]在任何一运动場內地球自轉加速与慣性加速 (inertial acceleration) 之比为 $\frac{fL}{U}$, $f=2\omega\sin\varphi$ 为地球自轉参变数, L为运动的特性長度, U为特性速度. 在中緯度 $f=10^{-4}$, $U=10^3$,当 $L=10^7$(100 千米)时, $\frac{fL}{U}=1$. 在这种运动場中地球自轉不能够略去,在 $L \ll 100$ 千米的情况下地球自轉才可以不考慮. 所以在討論地形影响时,如寬度小于 100 千米很多时,我們可以不計入地球自轉影响. 除 Queney 的工作以外,現有关于背風渦旋和背風波理論的对象都是小地形的.

1. 过山气流中渦旋的產生

最早 von Ficker[11]認为背風渦旋是由于气流在山后受"吸引作用" (suaking action)的緣故. 这种解釋顯然不能成立,因为我們在圖 2a—2e 中有渦旋的地方很难看出"吸引作用". Georgii[12]則認为渦旋生成的必要条件为地面的逆流,近地面逆流的生成条件可由边界層理論找出. 下面的討論虽然是根据不可压縮的均匀的流体出發,但是在我們所討論的大气層(近地面)里是可以適应的. 近地面層的大气的層結(stratification)常常是中性的,如果不考慮粘滯性,这層里的运动可以說是"位势流动" (potential flow), Scorer[41] 称之为"空气动力流动" (aerodynamic flow),即此層中的气压可由通常的空气动力学求出.

圖 3 为流体流过一障碍物的情况,在 C 点速度廓綫(velocity profile)与地面相切,自此点起某流綫开始在地面層將流体分为二个流向相反的部分, C 以右有逆流而生成渦旋. 產生C处速度廓綫的条件可由 Prandtl[26] 理論找出. 在 $z=0$ ($u=w=0$)时,边界層的微分方程为:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad (1)$$

其中 μ 为渦旋动粘性(eddy-viscosity),圖

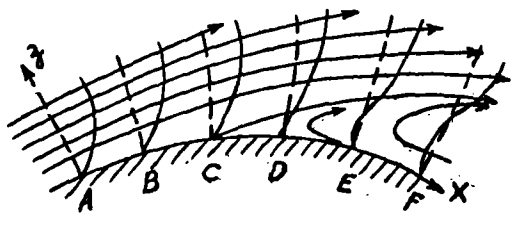

圖 3.

3中C以右的速度廓綫的曲率为正，故產生逆流的必要条件为$\frac{\partial p}{\partial x}>0$，因为边界很薄，其內的压力可以其外的压力替代之(即略去重力影响)。在边界層以上的常定运动可以假設服从 Bernoulli 方程，于是$\frac{\partial p}{\partial x}$可以$-u\frac{\partial u}{\partial x}$代替。今$u$为正，故使$\frac{\partial p}{\partial x}>0$，需$\frac{\partial u}{\partial x}<0$。所以產生渦旋的条件为流体在其前進过程中要減速。当然有$\frac{\partial u}{\partial x}<0$或$\frac{\partial p}{\partial x}>0$时，逆流不一定能產生，这要看由$\frac{\partial p}{\partial x}>0$產生的減速，和地面摩擦作用能否使流体已有的速度变为負值。

根据上述理論圖 2b 的背風渦旋是可以解釋的，可以想像当气流經过山脊后，其活动空間加大，速度減小，故$\frac{\partial u}{\partial x}<0$，其值的大小可以假設与$u$成正比例，所以要使$-u\frac{\partial u}{\partial x}$發生作用时，$u$不能太小。反之如$u$太大时，可能在原有的速度未被变成負值时，所討論的情况已不適合。同时我們还知道边界層的厚度与$\sqrt{u}$成反比，速度太大边界層太薄也是与背風渦旋的產生是不利的。另外速度过大时片狀的边界層將变成湍流狀的边界層，很难希望能在湍流中有常定渦旋。当速度过大时我們就進入 Förchtgott 的"轉子气流"了。

2. 过山运动的波动理論(平面問題)

关于背風波的存在已由丰富的观測資料証实，引導着关于背風波理論的起源，最早可以推到 Kelvin，其后为 Lamb，在 1920 年左右 Ekman 討論过海底的起伏对于海流的作用。眞正背風波理論应当从 Кочин[27,28]說起，他采用兩層模式，上下兩層的流体都是不可压縮和正压的，具有不同的常定速度。当下層流体遇着障碍物时，在向風面的界面上几乎沒有波动存在，而在背風面則出現波狀运动。繼Кочин之后，Дородницын[29,30]* 所采用的兩層大气都是斜压的，兩層的流速也不相同，在这項研究中的重要結果是在垂直方向上有不同的波系產生，这些波动随着高度而改变符号，不和山形符合。在不可压縮的流体和正压流体是不可能有不同波系的。

1950 年 Дородницын[32] 又發表了一篇过山运动的文章，在該文里作者采取了兩度空間、常定、絕热、無質量輻散和無粘滯性的假定，得出下列方程：

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta}-\frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi}=\frac{\rho}{\rho_\infty}\left[\frac{\bar{u}'_\infty}{}+\frac{n}{2}\frac{\bar{u}_\infty}{\tau_\infty}\left(\frac{\bar{V}^2}{\bar{u}^2_\infty}-1\right)+\frac{n}{Fr}\frac{\eta-\eta_\infty}{\bar{u}_\infty\tau_\infty}\right]\quad\left(\bar{u}'_\infty=\frac{d\bar{u}_\infty}{d\eta_\infty}\right),\\
&\frac{\rho}{\rho_\infty}=\left(1-m\frac{\eta-\eta_\infty}{\tau_\infty}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}},\\
&\frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta}=\frac{m}{\varkappa-1}\frac{\bar{v}}{\tau_\infty},
\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

* 本文作者未能直接看到Дородницын 的这兩篇文章，这里的結論是作者由 Петренко[31]一文中关于 Дородницын 的工作总結出来的。

其中 $m=\frac{H(\gamma_a-\gamma)}{T_0}$, $Fr=\frac{u_0^2}{gH}$, $m=\frac{\gamma_a H}{T_0}$。上式中各种符号的意义如下：

$\xi=\frac{x}{H}$, $\eta=\frac{y}{H}$（y 为高度），$\bar{u}=\frac{u}{u_0}$, $\bar{v}=\frac{v}{u_0}$, $\bar{V}=\frac{V}{u_0}$（V为風速絕对值），$\bar{U}_\infty=\frac{u_\infty}{u_0}$，$H$ 为对流層頂的高度，γ_a 和 γ 各为絕热和实际大气中的温度遞減率，$\varkappa$ 为兩种比热的比值，$\tau=T/T_0$，T 为温度，"0"表示未擾动前地面值，"∞"表示未擾动前任意高度上的值。所得到上式的过程中略去了含有風速平方和声速平方比值的小項。

在正常大气中 $m\approx0.15$，$\frac{1}{Fr}$变化大，可由几百到几千，如擾动前与擾动后的空气質点高度差 $\eta-\eta_\infty\approx0.1$，則(2)中第一式右边第三項的数量級为 10 或 10 以上，同式中右边其余兩次的量級为 1 左右，故可略去。因为 $m\approx0.4$，故(2)中第二式可以寫成$\frac{\rho}{\rho_\infty}\approx1$。在垂直方面的特殊高度小于 H（量級为 0.1 H）很多，因此(2)中第三式右边的一項顯然很小于左边的第二項，故可略去。于是方程式組(2)可以寫成

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\bar{u}}{\partial\eta}-\frac{\partial\bar{v}}{\partial\xi}=\frac{m}{Fr}\frac{\eta-\eta_\infty}{\bar{\tau}_\infty\bar{u}_\infty},\\&\frac{\partial\bar{u}}{\partial\xi}+\frac{\partial\bar{v}}{\partial\eta}=0.\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

以 $s=\xi$, $t=\eta_\infty(\xi,\eta)$ 为新的独立变数，則

$$\frac{\partial}{\partial\xi}=\frac{\partial}{\partial s}+\frac{\partial\eta_\infty}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial s}+\frac{d\eta_\infty}{d\gamma}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial s}-\frac{\rho v}{\rho_\infty u_\infty}\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial s}-\frac{\rho}{\rho_\infty}\frac{\bar{v}}{\bar{u}_\infty}\frac{\partial}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial\eta}=\frac{\partial\eta_\infty}{\partial\eta}\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\bar{\rho u}}{\rho_\infty\bar{u}_\infty}\frac{\partial}{\partial t},$$

其中 ψ 为流函数。由上式可以看出方程式組 (3)是非綫性的。因为 (2) 式右边的一項和$(\gamma_a-\gamma)$成比例，Дородницын 認为流体的斜压性在过山运动中是重要的，由$(\gamma_a-\gamma)$看來 Дородницын 所称的斜压性就是 Queney 和 Scorer 等所称的大气中的穩定度。

設小擾动綫形化后，同时并設 u_∞ 为常数，以 s $(=\xi)$ 和 $z\left(=1-\frac{2H}{T_0}\eta_\infty\right)$ 为新独立变数，$\omega=z^\alpha\theta$ 为代解的变数，則 Дородницын 得下面的微分方程：

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial z^2}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\omega}{\partial s^2}+\left(\frac{k^2}{z}-\frac{\delta}{z^2}\right)\omega=0,\qquad(4)$$

这里 θ 为速度向量与 x 軸的交角，$\alpha=\frac{1}{2}\left[\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{\gamma}{\gamma_a}-1\right]$, $c=\frac{\gamma H}{T_0}$, $k^2=\frac{1}{\varkappa-1}\frac{\gamma_a}{\gamma}$ $\left(\frac{\gamma_a}{\gamma}-1\right)\frac{\varkappa RT_0}{u^2}$（$R$ 为气体常数），$\delta=\frac{1}{4}\left(\frac{2-\varkappa}{\varkappa-1}\frac{\gamma_a}{\gamma}+1\right)\left(\frac{2-\varkappa}{\varkappa-1}+3\right)$。解方程 (4) 时 Дородницын 所用的边界由条件为：1)地面廓綫为一流綫，即 $\omega(s,1)=\Phi(s)$，2)在 H 的

高度上無擾动。在此边界条件下，(4)式的解为

$$\theta=z^{-\alpha}\left[\Phi(s)x_0(z)+\sum_1^{\infty}f_n(s)x_n(z)\right], \tag{5}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} x_0(z)&\cong c\sqrt[4]{Z}\left[\cos 2k(\sqrt{z}-\sqrt{z_0})-\frac{\varphi(z)}{k}\sin 2k(\sqrt{z}-\sqrt{z_0})\right],\\ \varphi_1(z)&=\left(p+\frac{1}{4z_0}\right)\sqrt{z_0}-\left(\delta+\frac{3}{16}\right)\frac{1}{\sqrt{z}},\\ c&=1:\left[\cos 2k(1-\sqrt{z_0})-\frac{\varphi_1(1)}{k}\sin 2k(1-\sqrt{z_0})\right], \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

p 为与 γ_a，γ 和 z_0 有关的常数。(5)式中第二項为波动項(在 x 方向)，流綫的形狀主要为第一項决定，第二項是加于第一項之上的小波动，它的形式此处不再給出。(6)式很清楚地指出穩定度在过山运动中的作用，在中性大气中，$k=0$，流綫形式为山形决定，在上坡的地方流綫上升，下坡的地方流綫下降，在垂直方向上沒有不同波系產生。只有在穩定的大气中 $k^2>0$，才会有不同波系產生。

Дородницын 以 η_∞ 未受擾动前的高度为变数，在他的地面边界条件里 $\eta_\infty=0$，$\omega=0$，这比一般的方法好。一般地面取 $z=0$，$w=u\frac{\partial\zeta}{\partial x}$（此处 z 为高度，x 为水平距离），这里就有了近似，因为嚴格地应該用 $z=\zeta$，$w=u\frac{\partial\zeta}{\partial x}$。在 Дородницын 工作中就沒有这个近似。

在 Дородницын 的前兩篇工作之后(1938—1940)又有 Lyra[33]的研究，Lyra 所取的山形为立方体，也得到了背風波。但 Scorer 指出[38]，Lyra 的背風波的產生是由于所取的特殊地形的緣故，如將由 Lyra 所取的山形流綫化，則背風波就沒有了。

其他气象学者如 Küttner[34]，Eliassen[35] 也对于过山运动有过理論的討論。尤其是前者在实踐方面有很多的重要貢献。然而在理論方面他們的工作都不重要。Eliassen 討論的对象不是流綫或速度，而是空气質点在擾动过程中所升高的高度，而不研究背風波，所以这里不予介紹。

近年來，Queney[36,37] 和 Scorer[33—41] 对于过山运动有比較完整的理論。Queney 的对象是具有均一層結$\left(S=\sqrt{\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}}\right.$，$g$ 为重力加速，θ 为位温$\left.\right)$和均一風速(u)的大气。他取了兩种地形，一种是正弦式的，另一种为單一山脊：

$$Z=\frac{b}{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}, \tag{7}$$

其中 b 为山高，a 为山的寬度的一半。前一种地形沒有实际意义，我們不予以介紹。下面是 Queney 对于單一山脊的研究。

Queney 按山的半宽度 a 的大小，將地形分成几类，a 大小的測量是以 $k_s(=s/u)$ 为准。当 a 很小时，$\left(a\ll\frac{1}{k_s}\right)$，大气穩定度的影响可以略去不計，这时流綫的垂直位移为：

$$\zeta=\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\frac{b}{1+\left(\frac{x}{a+z}\right)^2}, \tag{8}$$

擾动向上减小，向水平方向也减小。向風面和背風面都沒有波动，垂直方向上流綫也沒有位相的改变。

当 $a\gg\frac{1}{k_s}$ 时，

$$\zeta=b\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\frac{\cos k_s z-\frac{x}{a}\sin k_s z}{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}, \tag{9}$$

在这里我們注意到大气穩定度已很重要，不能略去。(9)式指出一个重要的結果，就是在具有穩定度的大气里，在 Z 的方向上可以有不同的波系產生，此点 Дородницын 早已于 1938—1940 年的工作中指出。而在这种情况下，向風面和背風面都沒有波动(水平方向)。

当 $a\approx\frac{1}{k_s}$ 时，Queney 得下面的方程式：

$$\zeta=\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}(k_s a)b\int_0^\infty \exp i\,(x't+z'\sqrt{1-t^2})\,dt \quad (\text{实数部分}), \tag{10}$$

其中 $x'=k_s(x+ia)$，$z'=k_s z$。Queney 將以上積分寫成 Bessel 函数的級数，并給出此种情况下流綫圖的例子。在圖里我們清楚地看到了一个主要現象——背風波，然而在向風面仍然沒有波动。这是与下面將要介紹的 Scorer 的理論不符合的。Scorer 認为在層結均一和風速均一的大气里是沒有背風波动可以產生的。关于二人的矛盾留在下面討論。

Scorer 的过山运动的微分方程基本上是和 Queney 一样的，不过考慮了風速随高度的变化，他的方程如下：

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}-\left(\frac{g}{c^2}+\beta\right)\frac{\partial w}{\partial z}+\left(\frac{g\beta}{u^2}-\frac{1}{u}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-k^2\right)w=0, \tag{11}$$

其中 c 为声速；$\beta=\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}$，$\theta$ 为位温；g 为重力加速；k 为擾动在 x 方向的"波数"(wave number)(在 x 方向的擾动为 e^{ikx})。Scorer 略去了 $\frac{\partial w}{\partial z}$ 項，并令 $l^2=\frac{g\beta}{u^2}-\frac{1}{u}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$。于是(11)式变为

$$w''+(l^2-k^2)w=0, \tag{12}$$

取山形为(7)式，在$l=0$情况下的解答与(8)式一样，不过沒有$\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$。在$l^2=$常数情况下，解答与(9)式相似，不同者，Scorer解答中沒有$\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$，同时(9)式分子中的減号变成了加号。这里加減号的不同是由于上界边界条件所取的不同而來，关于边界条件的問題，我們以下还要討論。

Scorer 的結果修正了以前的結論，就是在过山运动中不同波系的產生条件幷非唯一的决定于大气穩定度的存在。在中性大气中適宜的風速随高度变化也可以產生不同的波系，在穩定大气中有適宜的風速随高度变化，不同波系也可以不產生。不同波系的產生条件是穩定度与風力随高度变化二者綜合的結果。

如l为常数，同时在背風面的地面($z=0$)和無窮高处($z\to\infty$)$w=0$，則按(12)式任何高度的w皆为零，也就是沒有背風波的可能。在有背風波的情况下，同时在$Z=0$和$z=\infty$，$w=0$时，$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$至少要变号一次。Scorer 認为这个条件就是$l^2$要向上减小。他取了二層或三層模式，在同一層中$l^2$为常数，上層的$l^2$比下層的小。在这种模式下Scorer得到了背風波，圖4就是他的二層模式的流綫。

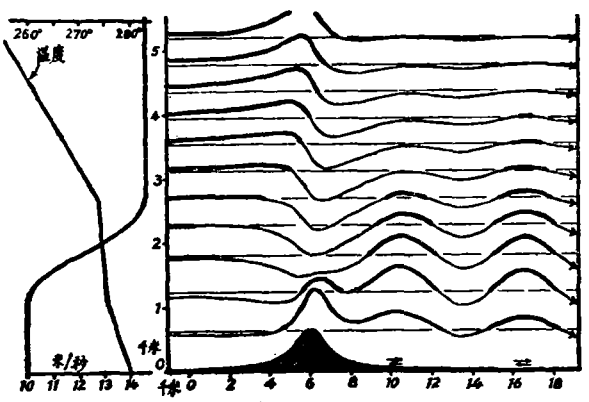

圖4.（依 Scorer）

3. 三度空間的問題

以上所介紹的都局限于兩度空間的問題，Дородницын曾提到过三度空間的問題，但因無此資料，不能予以介紹。苏联另一学者Кибель[4]对此亦曾加以討論。他的对象是常定的和絕热运动的理想流体，其中的"基本"風速为与x_1, y_1, z_1無关的u，基本流場中的温度为z_1的綫性函数，即$\frac{\partial T_1}{\partial z_1}=-\gamma=$常数。他的微分方程为：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}+D^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)W=0, \tag{13}$$

其中$W=\rho w e^{\frac{H\frac{\gamma_a-\gamma}{2T}}{2T}z}$；$D^2=g\frac{\gamma_a-\gamma}{u^2T}H^2\left(x,y,z=\frac{x_1}{H},\frac{y_1}{H},\frac{z_1}{H}\right)$；$T$平均温度；$g$重力加速；$\gamma_a$絕热梯度。

Кибель 还認为运动發生于某層空气之內，其厚度在向風面的無窮远处为H，其上空是处于静止狀态，因此他的边界条件为：

当　$z=0$时，　$W=\rho_0 u\frac{\partial\zeta}{\partial x}$，

当 $z=1$ 时， $W=0$。

$\zeta=\zeta(x,y)$ 为山在空間的方程式。(13)式之解为：

$$W=2\frac{\rho_0}{\rho}e^{-H\frac{\gamma_a-\gamma_z}{2T}}u\sum_{n=1}^{\infty}nW_n(x,y)\sin n\pi z, \tag{14}$$

其中

$$W_n(x,y)=-\int_0^{\infty}\frac{\lambda^2}{2Q}\int_0^{\infty}\cos m(y-\eta)\Big[\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\lambda(x-\xi)}\zeta(x,y)d\xi-$$

$$-\int_x^{+\infty}e^{\lambda(x-\xi)}\zeta(\xi,\eta)d\xi\Big]d\eta dm+$$

$$+\int_0^{\infty}\frac{\gamma^2}{Q}\int_{-\infty}^{+\infty}\cos m(y-\eta)\int_{-\infty}^{+\infty}\cos\gamma(x-\xi)\zeta(x,y)d\xi d\eta dm, \tag{15}$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{2}(Q-D^2+m^2+n^2\pi^2)},\quad \gamma=\sqrt{\frac{1}{2}(Q+D^2-m^2-n^2\pi^2)},$$

$$Q=\sqrt{(D^2-m^2-n^2\pi^2)^2+4D^2m^2}. \tag{16}$$

对于兩度空間的問題，$\zeta=s(x)$，則

当 $n\leqslant n_0$， $$W_n(x)=-\pi\int_{-\infty}^{x}\cos\sqrt{b^2-n^2\pi^2}(x-\xi)s(\xi)d\xi; \tag{17a}$$

当 $n>n_0$， $$W_n=-\frac{\pi}{2}\Big[\int_{-\infty}^{x}e^{-\sqrt{n^2\pi^2-b^2}(x-\xi)}s(\xi)d\xi-$$

$$-\int_x^{\infty}e^{\sqrt{n^2\pi^2-D^2}(x-\xi)}s(\xi)d\xi\Big], \tag{17b}$$

其中 n_0 滿足 $D^2-n^2\pi^2=0$。

回到三度空間的問題，令山集中于坐标原点的地方，即 $b=\lim\limits_{\substack{\xi\to0\\\eta\to0}}\iint\zeta(\xi,\eta)d\xi d\eta$，

則

若 $x<0$， $$W_n(x,y)=b\int_0^{\infty}\frac{\lambda^2}{2Q}\cos mye^{\lambda x}dm, \tag{18a}$$

若 $x>0$， $$W_n(x,y)=-b\Big[\int_0^{\infty}\frac{\lambda^2}{2Q}\cos mye^{-\lambda x}dm+\int_0^{\infty}\frac{\gamma^2}{Q}\cos\gamma x\cos mydm\Big]. \tag{18b}$$

由(17a)，(17b)和(14)式我們不难看出在兩度空間的問題中，是有背風波存在的。茲以山形

$$z=Ae^{-a|x|}\qquad(a>0)$$

为例，則(17a)和(17b)为：

当　$n\leqslant n_0$ 时，　$W_n(x)=-\pi A\int_0^{\infty}\cos\sqrt{D^2-n^2\pi^2}(x+\xi)e^{-a\xi}\,d\xi-$

$$-\pi A\int_0^{x}\cos\sqrt{D^2-n^2\pi^2}(x-\xi)e^{-a\xi}\,d\xi=\pi A\frac{a(e^{-ax}-2\cos\sqrt{D^2-n^2\pi^2}x)}{D^2-n^2\pi^2+a^2}\ (x>0);\quad(17a')$$

当　$n>n_0$ 时，　$W_n(x)=\pi A\dfrac{ae^{-\sqrt{n^2\pi^2-D^2}}x-2ae^{-ax}}{n^2\pi^2-D^2+a^2}\quad(x>0)。$　　(17b')

由(17b')我們可以看出 $W_n(x)$ 很快地随 n 的增加而减小，可以(14)式所給出的 W 值决定于前几項。因此 W 在水平方向的分布决定于(17a')，是一个波狀的分布。

在 Кибель 所討論的大气里，風速是均一的，層結也是均一的。按 Scorer 的理論，在这种大气里，不应該有背風波，Кибель 和 Scorer 的矛盾在下面再進行討論。

在 Кибель 以后苏联另一学者 Мусаелян[43]更在球体空間中討論了过山运动，在这里地表面曲率和地球自轉的影响自然就考慮在問題之中。地球曲率的作用在Мусаелян以前是沒有人考慮的，对地球自轉的作用則 Queney 有过討論。对于很小的地形，則这兩項作用都是可以略去的。

四．边界条件

背風波問題在微分方程里是一个边界值問題，地面和高空边界条件决定了解答的形式。对于地面条件大家都一致地采用了 $z=0$, $w=u\dfrac{\partial\zeta}{\partial x}$。对于高空条件資本主义國家的学者們采用了 $z\to\infty$, $w=0$。采用这种边界条件，就常常会遇到下面的困难，使(12)式的基本解答成为

$$w=Ae^{\mu z}+Be^{-\mu z},$$

其中 $\mu=+\sqrt{k^2+l^2}$。这里有兩种情况：1)μ 为实数，即 $k>l$，則 $A=0$，否則当 $z\to\infty$ 时，$\omega\to\infty$。2)$\mu=iv$ 为虛数，即 $k<l$，則$z\to\infty$ 时 $e^{\mu z}$ 和 $e^{-\mu z}$ 都是不定式，这就發生了高空条件無法应用的困难。解决这个困难 Queney(Lyra 也如此) 采用了Rayleigh的方法，在極限情况下引進了摩擦力，在 e^{ivz} 項中有 $e^{-\varepsilon z}$，在 $e^{i\mu z}$ 項中有 $e^{\varepsilon z}$，$\varepsilon>0$。因此我們必需使 $B=0$。Scorer 認为地形是擾动的源，所以解必需代表自下向上傳的波，而不能是自上向下進行的波，因此 Scorer 使 $A=0$ 而留下 $w=Be^{-ivz}$，B 則由地面条件决定。

由上面的討論我們看出，在过山运动中的理論解答不是唯一的。Palm[43]認为如果唯一的解答存在的話，它一定是对称的，如果山形是对称的，即向風面与背風面的运动是对称形式的。这由运动方程可以看出，在略去地球自轉后的运动方程为：

$$\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{g},\qquad(19)$$

設某解 $\vec{V}$ 就可以給出背風波，如令 ρ 和 p 不变，而將 $\vec{V}$ 变号，此新解仍適合(19)式，也就是在向風面也有波。如只要背風波，不要向風波，則必需有附加条件。Queney 及 Lyra 引入了摩擦項，Scorer 不取向下進行的波，这都是附加条件。然而如將过山运动当作起始和边界条件來解，則起始条件可以看作附加条件，在(23)式中取 A 或 B 的問題自然解决。Hoiland[44]*就是这样進行的，Palm 在 Hoiland 之后采用了同样的方法。

起始条件虽然解决了当 μ 为虛数时的困难，然而起始条件如何取，什么是合理的起始条件？是一个新的困难。顯然 Hoiland 和 Palm 所取的办法是可以怀疑的，他們假設在 $t=0$ 以前完全沒有运动，均匀运动突然于某时發生，这是最簡單的办法。然而背風波是否由于起始条件發生是个疑問。

苏联学者們如 Дородницын, Кибель 和 Мусаелян 則采取了另一办法，他們不將上界放在 $z\to 0$，而放在 $z=H$，在此高度上無擾动。这使当 μ 为虛数时所發生的困难得到解决。可以想像山的影响(尤其是小地形)不会到达整个大气層，因此必然存在一个高度 H，在此高度上擾动为零。然而 H 为多少高，是个难以回答的問題。如果擾动是指数向上减小时，則这个高度更是难以确定。苏联学者們傾向于將此高度放在对流層頂，对于某些問題，这顯然偏于过低，因为一般認为貝母云之形成屬于地形的作用，而貝母云的高度在 26 千米以上。对于背風波的問題这个高度可能过高。

一般認为地面的边界条件沒有問題，都是采取

$$w_0=u\frac{\partial\zeta}{\partial x},$$

其中 $z=\zeta(x,y)$ 为山形。这無形中等于假定了气流是爬山而过的，而在实际情况中，必定有一部分，还可能是一大部分气流是繞山而过的，这繞山而过的条件在上式中是沒有表示出。这个繞山而过的問題是無法用小擾动为理論來考慮的。

总之边界条件在过山运动中是一个有待解决的問題，由于不同作者采用了不同的边界条件，过山运动而有不同的理論解答。

五. 背風波的物理

前節已經指出 Queney 和 Scorer 結論的一些矛盾，Кибель 和 Scorer 結論的一些矛盾。由于他們之間的矛盾結論使我們可以進一步探討背風波生成的理論。

我們注意到 Queney 和 Scorer 的結果在許多地方是相似的，只是在某种情况下 Queney 在風速均一和層結均一的大气里將到了背風波的解；而根据 Scorer，則背風波

* 作者未讀到 Hoiland 原文，只看到 Palm 对于該文的总結。

在这种大气里（l^2=常数）是不能存在的。Queney 所用的条件是$a\approx\frac{1}{k_s}$，这指示我們 Queney 所得的背風波是共鳴的結果，因为在这时候山在大气中所引起的强迫振动（波長以$\frac{1}{k_s}=\frac{u}{s}$为度量）是相当的。因而背風波生成的一种物理現象就是共鳴。

在均一的風速和層結的大气中，Кибель 也同样得到背風波，但是在 Кибель 的問題中 a 不一定$\approx\frac{1}{k_s}$。出來的波長也不与 a 有关，可是我們注意到 Кибель 和 Scorer 所取的上界条件是不同的。前者的条件是当 $z=H$ 时 $w=0$（相当于上界为一个固定的盖）；而后者为当 $z=\infty$ 时 $w=0$。在有盖的大气中只有某几种波長的波可以存在（波長决定于 H），因此这几种波長的波在这种大气里就出現了。在無盖的大气中就無此种性質，于是背風波也就不会出現。

为了深入說明这一点，我們將 Scorer 的微分方程 (12) 式中的 w 換为流函数 ψ（这是可以的，因为 $w=-\frac{\partial\psi}{\partial x}$），令 l^2 为常数，边界条件为：

当　$z=0$，　　$\psi=\frac{ba}{\pi(x^2+a^2)}=\frac{b}{\pi}R\int_0^\infty e^{-ka+ikx}dk$，

当　$z=H$，　　$\psi=0$。

其中 R 表示取積分的实数部分。我們的解为

$$\psi(x,z)=\frac{b}{\pi}R\int_0^\infty\frac{f(k,z)}{f(k,0)}e^{-ka+ikx}dk, \tag{20}$$

其中

$$f(k,z)=e^{z\sqrt{k^2-l^2}}-e^{\sqrt{k^2-l^2}(2H-z)}. \tag{21}$$

(20) 式可以用周界積分的方法求出，積分路綫如圖 5。当 $X>0$ 时取路綫 C_1，当

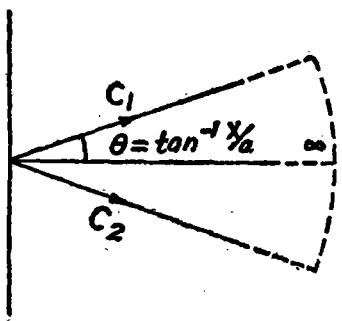

圖 5.

$X<0$ 时取 C_2。圖中 $\theta=\tan^{-1}\frac{x}{a}$。(20)式積分号中的奇异点除 $k=l$ 外都是極点。$k=l$ 既为極点又为分支点，但該点在正積分路上。因为$2H>z$，所以当 $k\to\infty$ 时，積分号內的被積函数不趋于無限，故 $k\to\infty$ 不是奇异点。極点可以由下式求出：

$$f(k,0)=1-e^{2H\sqrt{k^2-l^2}}=0,$$

得 $$k_j=\sqrt{l^2-\frac{n^2\pi^2}{H^2}}\quad\left(j=0,\ 1\cdots n_1;\ n=0,\ 1\cdots n_1,\ n_1\leq\frac{lH}{\pi}\right).$$

由殘数定理，(20)式的解为：

$$\psi(x,z)=R\left\{\frac{b}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{z\sqrt{r^2e^{2i\theta}-l^2}}-e^{(2H-z)\sqrt{r^2e^{2i\theta}-l^2}}}{1-e^{2H\sqrt{r^2e^{2i\theta}-l^2}}}e^{-r\sqrt{a^2+x^2}}e^{i\theta}dr+\right.$$

$$\left.+2ia\sum_{j=0}^{n_1}\frac{f(k_j,z)}{f'(k_j,0)}e^{-k_ja+jk_jx}\right\}\quad(x>0),\tag{22}$$

其中

$$f'(k_j,0)=\frac{\partial f}{\partial k}\Big|_{k=kj},\qquad x=0.$$

很容易看出上式的積分符号內的函数迅速地随 γ 的增加而減小，当 x 較大时，尤其如是。所以我們近似地將 $\gamma=0$ 代入被積函数的第一部分，于是

$$\psi(x,z)\cong\frac{b}{\pi}\frac{f(0,z)}{f'(0,0)}\frac{a}{a^2+x^2}+\sum_{j=0}^{n_1}\frac{(l^2-k_j^2)^{\frac{1}{2}}e^{-k_ja}}{2k\,k_j}\left\{\cos\left[(z-2h)\sqrt{l^2-k_j^2}-k_jx\right]-\right.$$

$$\left.-\cos\left[(z-2h)\sqrt{l^2-k_j^2}+k_jx\right]\right\}\tag{23}$$

在向風面($x<0$)可同样求出类似的公式。如令 $x\to-\infty$ 时，無擾动，則当 $x<0$ 时，只有 (23) 式中的第一項。

由 (23) 式我們可以看出在風速均一和層結均一的大气里，是可以有背風波的，只要上界 $z=H$ 不趋于無限。

Scorer[39,41] 还認为背風波生成的条件是 l^2 足够地向上減小，但这不是足够的条件。按 Queney[36] 設 $u=u_0+u'z$，$\beta=$常数，則 $l^2=g\beta/(u_0+u'z)^2$，向上迅速地減小。取山形 $z=\frac{a^2b}{a^2+x^2}$，則解答为

$$dz=ab\,e^{Sz}\sqrt{\frac{u_0}{u}}\frac{a\cos\left(m\ln\frac{u}{u_0}\right)-x\sin\left(m\ln\frac{u}{u_0}\right)}{a^2+x^2},$$

这里用了 Queney 的符号，dz 为垂直方向的擾动，$S=-\frac{1}{2\rho}\frac{\partial\rho}{\partial z}$，$m=\frac{1}{4}\sqrt{gs-\frac{u'^2}{4}}$，$s=2S-g/c^2$，$c$ 为声速。由上式看是沒有背風波的。

应当指出在我們这种大气里，$z\to\infty$ 时風速 u 亦$\to\infty$，这不一定是合理的。在这种情况下，通常所采用的上界的边界条件 $w=0$ 是頗有可討論之处的，因为可以想像在非常高的地方 w 是可以很大的。

由上面的討論我們可以看出，背風波的生成主要是由于兩种物理作用：第一是山所引起的振动与大气的自由振动共鳴；第二是大气上界的盖所起的，在这种大气里只有某

几种波長的波可以存在，它們就顯露出來了。Scorer 所以得到背風波，不是因为在他的大气模式里 l^2 是足够地向上減小，而是因为 l^2 的不連續。在某种意义上不連續面和固定的盖是相同的作用。因此我們可以說產生背風波的第二种物理作用是大气中的不連續面。这是符合观測事实的，Jenkins[19] 和 Kiittner 与 Jenkins[18] 都指出逆温層或至少穩定層（600 毫巴以下）几乎是背風波的必需条件。不难由实际計算的例子看出，背風波的振幅是随不連續面或大气上界的高度而減小的，当 $H\to\infty$，振幅亦为 0。

我們要問是不是有第三种產生背風波的作用呢？如在某种大气里 l^2 随高度分布曲綫呈某种性質时，而有不穩定的性質，因而產生背風波是可能的。

为更深入地了解背風波生成的条件，我們还应当提一下大气穩定度的重要性。过去許多作者都曾指出在中性大气中，在过山运动中是沒有不同的波系的。这个結論僅僅在風速均一的或風速直綫上升的大气中才正确。Scorer 已將 l^2 代替大气穩定度來討論过山运动了，按 Scorer 在 $l^2=0$ 时才沒有不同波系產生的說法，在中性大气中，只有 $u=$常数或 $u=u_0+u'z$ (u' 为常数)时，l^2 才能等于零。在这种風速分布下 $l^2=g\beta/u^2$，这时大气穩定度的作用就充分地表現出來。

最后应当指出当 $l^2=0$ 时，在任何情况下(大气有盖或無盖)都是沒有背風波的。因为当 $l^2=0$ 时，(22) 式中的 $n_1=0$，所以 $k_0=0$，將 $k_0=0$ 代入 (22) 式右边第二項，波狀的解就不存在了。所以 $l^2=0$ 在 Кибель 的情况中相当于 $\gamma=\gamma_a$ (因为 $u=$常数)，于是 $D=0$，$n_0=0$ (17b′)不能存在，Кибель 的波解也就沒有了。

六．总　　結

地形对于过山气流影响之大可以完全由上面的討論看出，它影响所达的高度往往可以到达对流層頂以上。而它的影响所能达到的水平距离不过它垂直距离的数倍（以背風波所能存在的范圍为度量），如以水平風速为 10 米/秒，則它的垂直風速可达每秒数米的量級，所以在过山运动中，人們常常过到强大的上升或下降气流。

过山运动是非常复雜的，在复雜的运动中有兩种有規則的現象，一个是渦旋运动，另一个是背風波。渦旋的產生可以用 Prandtl[26] 的边界層理論解釋之。背風波的生成主要是由下列兩种作用而生。当山所引起的强迫振动与大气中某种特性的自由振动的波長相当时，則發生背風波。在大气中有以下几种特性的自由振动，1) 是与大气穩定度有关的自由振动，其波長为 $u\Big/\sqrt{\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}}$，$\theta$ 为位温，u 为風速。2)是与風速切变有关的自由振动，其波長为 $1\Big/\sqrt{\frac{1}{u}\frac{\partial^2u}{\partial z^2}}$，Scorer 以 $l^2=\left(\frac{g}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\Big/u^2-\frac{1}{u}\frac{\partial^2u}{\partial z^2}\right)$ 將这兩种特性

振动联系了起來。3)是与地轉自轉參变数(f)有关的自由振动,其波長为u/f。4)是与f随緯度变化有关的自由振动,其波長为$\sqrt{u/\beta}$, $\beta=\frac{df}{dy}$。在小地形的討論中,地球自轉可以略去不計,所以在背風波的理論中只有前二种是重要的。

第二种背風波的產生則是上界边界条件的作用,在$z\to\infty$, $w=0$不產生波动的大气中,加上固定的盖(即$z=h$, $w=0$),則有背風波發生。在有不連續面存在的大气中也有背風波發生,在某种意义下,固定盖与不連續面的作用是相同的。在大气里是沒有固定盖的,因此第二种背風波主要是不連續面產生。

由上面的討論我們可以看出在背風波理論中,上界的边界条件的选擇是重要的,不像 Corby[10] 所說不同上界边界条件的选擇不会產生原則性不同的結果。上界边界条件如何选擇不但在背風波理論中是重要問題,在其他动力气象問題中也同样是重要的。

参 考 文 献

[1] De Ver Colson, Results of double-theodolite observation at Bishop, Cal., in connection with "Bishop-wave" phenomena, *Bull. Am. Met. Soc.*, **33** (1952), 107-116.

[2] Petterssen, S., On the influence of mountain ranges on cyclogenesis, *Bull. Am. Met. Soc.*, **22** (1941), 269-270.

[3] Yao Chen-sheng (么枕生), The stationary cold fronts of central China and the wave-disturbances developed over the Lake-basin, *Memoir Nat. Res. Inst. Met.*, Academia Sinica, 13, No. 1, 1939.

[4] Bolin, B., On the influence of the earth's orography on the general character of the westerlies, *Tellus*, **2** (1950), 184-195.

[5] Полосян, Х. П., Сезонные колебания общей цикуляции атмосферы, *Тр, ЦИП*, **1**: 28 (1947).

[6] Sutcliffe, R. C., Mean upper contour patterns of northern hemisphere—the thermal-synoptic view-point, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **77** (1951), 435-444.

[7] 顧震潮, 論环流年变与环流基本性質, 气象学报, **24** (1953), 69-99.

[8] 叶篤正, 西藏高原对大气环流影响的季節变化, 气象学报, **22** (1952), 33-47.

[9] 顧震潮, 西藏高原对东亞环流的动力影响和他的重要性, 中國科学, **2** (1951), 283-303.

[10] Corby, G. A., The airflow over mountains. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **80** (1954), 491-521.

[11] Ficker, H. von., Wirbelbildung bei Ballonfahrten im Gebirge. *Met. Zeit.*, **30** (1913), 243-245.

[12] Georgii, W., Über das stromfeld der Luft im Luv von Gebirge, *Beitr. f. phys. frei. Atm.*, **13** (1927), 280-287.

[13] Georgii, W., Über Wirbelbildung an Hindernissen der Erdoberflache, *Beitr. f. Phys. frei. Atm.*, **14** (1928), 191-197.

[14] Ficker, H. von, 見 Exner, F. M., *Dynaminsche Meteorologie*, 2te auflage S 74.

[15] M. Abe (阿部), The formation of cloud by the obstruction of Mount Fuji. *Geophys. Mag.*, Tokyo, **6** (1932), 1-10.

[16] Larsson, L., Observations of lee wave clouds in the Jämtland Mountains, Sweden. *Tellus*. **6** (1954), 124-138.

[17] Störmer, C., Mother-of-Pearl clouds. *Weather*, **3** (1948).

[18] Kuttner J. and Jenkins, C. F., Flight aspects of mountain wave, *U.S. Air Force, Cambridge Res. Center, Air Force Surcey in Geophs., No. 35*, 1953 (見 *Met. Abs.*, **5** (1954), 5H-100).

[19] Jenkins, C, F., Forecasting the mountain waves. *U.S. Air Force, Cambridge Res. Center, Air Force Surcey in Geophys.*, No. 15, 1952 (見 *Met. Abs.* **5** (1954), 5H-75).

[20] Förchtgott, J., Wave streaming in the lee of mountain ridges. *Bull. Met. Tchécosl*, Prague, **3** (1949), p. 49.

[21] Scorer, R. S., Airflow over mountains, *Sci. Progr.*, **40** (1952), 466-477.

[22] Malkus J. S. and Bunker, A. F., Observational studies of air flow over Naukucket Island during summer of 1950. *Technical Rep.* No. 15 1951, Woods Oceanographic Institution (見 *Met. Abs.*, **5**, (1954), 5H-77).

[23] Malkus J. S. and Stern, M. E., The flow of a stable atmosphere over a heated island. (Part I, *J. Met.*, **10** (1953), 30-41.
(Part II, *J. Met.*, **10** (1953), 105-120.

[24] Кибель, И. А., Приложение к метеорологии уравнений гидромеханики бароклинной жидкости. *Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз.* 1940, № 5.

[25] Charney, J., On the scale of atmospheric motions, *Geofy. Publikasjoner*, **17** (1948), No. 2.

[26] Prandtl, L., *The mechanics of viscous fluid, Aerodynamics Theory*, vol. 3, Edited by Durand, 1935.

[27] Кочин, Н. Е., О влиянии рельефа земли на волны на поверхности раздела двух жидкостей различной плотности., (Статья 1), *Собрание сочинений* I, 1937, 449-465.

[28] Кочин, Н. Е., О влиянии рельефа земли на волны на поверхности раздела двух масс жидкости различной плотности, (Статья 2), *Собрание Сочинений*, I, 1937, 466-477.

[29] Дородницын, А. А., Возмущения воздушного потока, вызванные неровностями на поверхности земли, *Тр. ГГО*, вып. 23. 1938.

[30] Дородницын, А. А., Некоторые задачи обтекания неровностей поверхности земли воздушным потоком. *Тр. ГГО*, вып. 31. (1940).

[31] Петренко, Н. В., О влиянии меридиональных горных хребтов на эволюцию циклонов. *Тр. ЦИП*, вып. **7**: 34 (1948).

[32] Дородницын, А. А., Влияние рельефа земной поверхности на воздушные течения, *Тр. ЦИП*, вып. **21**: 48 (1950).

[33] Lyra, G., Über den Einfluss von Bodenerhebungen auf die Strömung einer stabil geschicheten Atmosphäre. *Beitr. phys. frei. Atmos.*, **26** (1940), 197-206.

[34] Küttner, J., Moazagotl und Föhnwelle, *Beitr. phys. frei. Atm.*, **25** (1939), 79-114.

[35] Eliassen, A., On the motion of the air over a mountain ridge. *Meteorologishe Annaler*, Bd. 1, No. 5 (1942), 101-103.

[36] Queney, P., Theory of perturbations in stratified currents with application to airflow over mountain barriers. *Chicago Univ., Dept. of Met., Misc. Rep.* (1947), No. 23.

[37] Queney, P., The problem of air flow over mountains: A summary of theoretical studies, *Bull. Am. Met. Soc.*, **29** (1948), 16-26.

[38] Scorer, R. S., Theory of waves in the lee of mountains. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **75** (1949), 41-56,

[39] ————, Theory of airflow over mountains: II. The flow over a ridge, *Quart. J R. Met. Soc.*, **79** (1953), 70-83.

[40] ————, Theory of airflow over mountains: III-Airstream characteristics, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **80** (1954), 417-428.

[41] Scorer, R. S. , Forecasting the appearance of lee waves *Weather*, **6** (1951), 99-103.

[42] Кибель, И. А., Пространственная задача обтекания неровностей поверхности земли воздушным потоком, *Доклады АН СССР*, Т. 100, (1955), 247-250.

[43] Мусаелян, Ш. А. Пространственная задача обтекания неровностей земой поверхности с учётом сферичности земли, *Доклады АН СССР*, Т. 103, (1955), 815-818.

[44] Palm, E., On the formation of surface waves in a fluid flowing over a corrugated bed and on the development of mountain waves, *Astrophys. Norvegica*, **5** (1952), No. 3.

[45] Hoiland, E., *Fluid flow over a corrugated bed*, Dept. of Met., UCLA, Appendix A to Rep. on the work under contract AF, (1951), 19 (122)-263.

[46] Jahnke E. and Emde, F., *Tables of Functions*, 4th Edition Dover Publications, New York, (1945).

TOPOGRAPHICAL EFFECT ON THE AIRFLOW

YEH TU-CHENG

(Institute of Geophysics and Meteorology)

ABSTRACT

This paper reviews the observational facts and theories on the airflow over small mountains. Special emphasis is laid to point out and discuss the controversies in the theory of lee waves among different writers. According to present author controversiesare due to (1) the difference in scale of the mountain and (2) the choice of the upper boundary condition. When l is comparable to the critical value $L_s/2\pi,(L_s=u/\sqrt{(g/\theta)(\partial\theta/\partial z)})$, where l is the half-width of the mountain, lee waves occur. When there is an upper solid lid or a discontinuity in the atmosphere lee waves occur.

In the first case the forced vibration is in resonance with natural vibration. In the second case there can exist only vibrations of certain wave lengths, which appears as those of the lee wave. The physics of lee waves is thus clear.