

論 著

关于大气中水分循环的規律*

傅抱璞

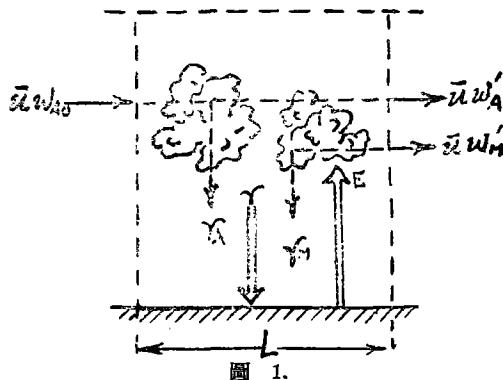
(南京大学气象系)

提 要

本文根据某些假设推出了决定水分循环各个项目的公式，从而得到关于大气中水分循环的一些规律。本文还根据苏联欧洲部分的资料计算了该地区各个月份及全年的水分循环各项目，结果水分循环系数及地方水汽所形成的降水比苏联学者布德科 (М. И. Бурдыко) 和德罗茨多夫 (О. А. Дроздов) 所得到的数值稍微小些，而外来水汽所形成的降水则比他们所得到的数值稍微大些。同时本文指出：由于地方蒸发所引起的总的降水量的增加比地方水汽本身所产生的降水要大得多。

苏联气象学家近年来为了社会主义改造大自然的需要，在水分循环方面研究很多，贡献很大，这在國內报纸和杂志上都曾有过的详细的介绍。我们祖国现在也正在开展大规模的社会主义建设，今后我们将逐渐在许多干燥地区进行种种人工措施，来增加它的降水，改变其不良的气候条件，使荒漠变为良田，以增加我国的农业生产。但是要解决这样一个问题，首先必须弄清大气中的水分循环，掌握它的规律，然后才能有效地对大自然进行人工的改造。本文的目的是在推求大气中水分循环的公式，从而找出某些关于水分循环的规律。

设 L 为被研究地区两端平均距离 (图 1)； w_{A_0} 、 w'_A 及 w_A 分别为该地区向风边缘 (即气流开始进入该地区的边缘)，背风边缘 (即气流开始流出该地区的边缘) 及某一点大气柱中的平均外来水汽含量； w_M 和 w'_M 分别为该地区某一点及背风边缘大气柱中由于地方蒸发所产生的水汽量 (以下



* 1955年5月收到。

简称地方水汽)； r_A 为外来水汽单位时间内所产生的降水量； r_M 为地方水汽单位时间内所产生的降水量； r 为总降水量(= r_A+r_M)； \bar{u} 为该地区上输送水汽的气流直线运动的平均速度； E 为单位时间内的蒸发量。并假设：

1) 该地区为一平坦地面。

2) 该地区的蒸发在水平方向上是线性的分布，如设 E_0 为向风边缘单位时间内的蒸发量，则在离开向风边缘 ω 距离处单位时间内的蒸发量(E)为 $E_0-\beta\omega$ ，其中 β 为一随地区和季节而变的常数。在潮湿地区，由于蒸发比较接近于均匀分布， β 的数值很小，甚至可以等于零。但在干燥地区，因为蒸发主要决定于降水，而这里的降水一般是随着离开向风边缘的距离变化很大，因此蒸发的分布也很不均匀， β 可以具有相当大的数值。当蒸发随着离开向风边缘的距离增大而减小时， β 为正数。反之，当蒸发随着离开向风边缘的距离增大而增加时，则 β 为负数。同样，在一定地区上，干季的 β 应当较大，湿季的 β 应当较小。

3) 在该地区上于一定时间内各点的降水量正比于各该点大气柱中的水汽含量 w (= w_A+w_M)。即任何一点在单位时间内的降水量可用方程式 $r = kw$ 表示之，其中 k 为比例常数，它表示大气柱中每单位水汽量平均在单位时间内所能产生的降水。显然，一般而论，大气降水的多少并不完全决定于大气中水汽含量的多少，而是与大气的铅直运动有密切关系。但在同一种大气情况下，降水强度应该是与整个大气柱中的水汽含量大致成正比，即其单位时间内的降水量大致可以用方程式 $r = kw$ 表示之。当然，比例常数 k 的数值在不同的大气情况下是大不相同的，也就是在不同的大气情况下，大气中每单位水汽量平均在单位时间内所能产生的降水是不相等的，因此一般说来， k 是随着地区和时间的改变而改变的。但在本文中我们初步地假定 k 为常值，这当然就使得我们的结论只能用于较小的范围和较短的时间中。

4) 由于地方水汽与外来水汽借大气中的扰动交换而完全混和，我们可以视二者形成降水的机会相等，因此根据假设 3) 即可得到：

$$r_A = k w_A,$$

及

$$r_M = k w_M.$$

当气流经过该地区时，由于降水的关系大气柱中的外来水汽含量 w_A 逐渐减小，其减小率应等于单位时间内由外来水汽所产生的降水量 r_A ，如以公式表示之，即

$$\frac{dw_A}{dt} = -r_A.$$

因根据假设 4), $r_A = k w_A$, 所以

$$\frac{dw_A}{dt} = -k w_A,$$

或

$$\frac{dw_A}{w_A} = -k dt.$$

空气质点从该地区向风边缘移行至背风边缘所经历的时间为 $t = \frac{L}{\bar{u}}$, 将上式从 $t=0$ 到 $t = \frac{L}{\bar{u}}$ 积分, 得

$$\int_{w_{A_0}}^{w'_A} \frac{dw_A}{w_A} = -k \int_0^{\frac{L}{\bar{u}}} dt,$$

$$\ln \frac{w'_A}{w_{A_0}} = -\frac{kL}{\bar{u}}, \quad (1)$$

或

$$w'_A = w_{A_0} e^{-\frac{kL}{\bar{u}}}. \quad (1')$$

在该地区上单位时间内由外来水汽所产生的总降水量应为向风边缘与背风边缘外来水汽流量之差, 即 $\bar{u} w_{A_0} - \bar{u} w'_A$, 故平均每单位面积上的降水量为:

$$\bar{r}_A = \frac{\bar{u} w_{A_0} - \bar{u} w'_A}{L},$$

即

$$\bar{r}_A = \frac{\bar{u} w_{A_0}}{L} (1 - e^{-\frac{kL}{\bar{u}}}). \quad (2)$$

当气流经过该地区时, 大气柱中的地方水汽含量一方面因为沿途的蒸发而增加, 另一方面又因为沿途形成降水而减小, 故其实际的变化应当是这二者的差额。现在我们来考虑一个移行于距离向风边缘 x 处的大气柱中的地方水汽含量的变化, 在这里单位时间内大气柱中由于当地蒸发而增加的地方水汽量根据假设 2) 为 $E_0 - \beta \bar{u} x$, 即 $E_0 - \beta \bar{u} t$ (t 为气流自向风边缘移行至 x 处所经历的时间), 由于降水而减小的地方水汽量为 r_M 。因此大气柱中地方水汽含量的实际变化率当为这二者的差额, 即

$$\frac{dw_M}{dt} = (E_0 - \beta \bar{u} t) - r_M.$$

因根据假设 4), $r_M = k w_M$, 所以

$$\frac{dw_M}{dt} = (E_0 - \beta \bar{u} t) - k w_M,$$

或

$$(\beta \bar{u} t + k w_M - E_0) dt + dw_M = 0, \quad (3)$$

令

$$\beta \bar{u} t + k w_M - E_0 = v, \quad (4)$$

得

$$t = \frac{1}{\beta \bar{u}} (v - k w_M + E_0),$$

及

$$dt = \frac{1}{\beta \bar{u}} (dv - k dw_M).$$

于是(3)式变为:

$$\frac{v}{\beta \bar{u}} (dv - k dw_M) + dw_M = 0,$$

或

$$\frac{v}{\beta \bar{u} - kv} dv + dw_M = 0. \quad (5)$$

当气流刚进入该地区向风边缘时,因还没有受到当地蒸发的影响,大气柱中的地方水汽含量等于零。当气流离开该地区背风边缘时,大气柱中由于当地蒸发所形成的地方水汽含量为 w'_M 。因此,根据(4)式我们可以决定当 $t=0$ 时, $v = -E_0$; 当 $t = \frac{L}{\bar{u}}$ 时, $v = \beta L + k w'_M - E_0$; 利用这些边界条件,将(5)式左边各项从 $t=0$ 到 $t = \frac{L}{\bar{u}}$ 积分,得

$$\int_{-E_0}^{\beta L + k w'_M - E_0} \frac{v dv}{\beta \bar{u} - kv} + \int_0^{w'_M} dw_M = 0,$$

$$\left[\frac{1}{k^2} (\beta \bar{u} - kv - \beta \bar{u} \ln (\beta \bar{u} - kv)) \right]_{-E_0}^{\beta L + k w'_M - E_0} + [w_M]_0^{w'_M} = 0,$$

$$\left[-\frac{\beta L}{k} - w'_M - \frac{\beta \bar{u}}{k^2} \ln \frac{\beta \bar{u} - k(\beta L + k w'_M - E_0)}{\beta \bar{u} + k E_0} \right] + w_M = 0,$$

$$\ln \frac{\beta \bar{u} - k(\beta L + k w'_M - E_0)}{\beta \bar{u} + k E_0} = -\frac{kL}{\bar{u}},$$

$$\frac{\beta \bar{u} - k(\beta L + k w'_M - E_0)}{\beta \bar{u} + k E_0} = e^{-\frac{kL}{\bar{u}}},$$

$$w'_M = \frac{1}{k^2} [(\beta \bar{u} + k E_0) (1 - e^{-\frac{kL}{\bar{u}}}) - \beta k L]. \quad (6)$$

单位时间内全地区的蒸发总量为:

$$\int_0^L (E_0 - \beta w) dx = LE_0 - \frac{1}{2} \beta L^2.$$

在該地区上單位時間內由地方水汽所形成的总降水量应为該地区上的总蒸發量 $LE_0 - \frac{1}{2} \beta L^2$ 減去在背風邊緣被气流从該地区所帶走的地方水汽量 $\bar{u} w'_M$ ，故平均每單位面積上由地方水汽所形成的降水量为：

$$\bar{r}_M = \frac{(LE_0 - \frac{1}{2} \beta L^2) - \bar{u} w'_M}{L},$$

即

$$\bar{r}_M = E_0 - \frac{1}{2} \beta L - \frac{\bar{u}}{k^2 L} [(\beta \bar{u} + k E_0) (1 - e^{-\frac{kL}{\bar{u}}}) - \beta k L]. \quad (7)$$

將 (2) 代入 (7)，得

$$\bar{r}_M = E_0 - \frac{1}{2} \beta L - \frac{\bar{u}}{k^2 L} \left[(\beta \bar{u} + k E_0) \frac{L \bar{r}_A}{\bar{u} w_{A_0}} - \beta k L \right],$$

即

$$\left(E_0 - \frac{1}{2} \beta L - \bar{r}_M \right) w_{A_0} k^2 - (\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0}) k - \beta \bar{u} \bar{r}_A = 0.$$

因为

$$\bar{r}_M = \bar{r} - \bar{r}_A,$$

其中 \bar{r} 为單位面積上單位時間內的平均总降水量（包括外來水汽与地方水汽所形成的降水）。

所以

$$\left(E_0 - \frac{1}{2} \beta L + \bar{r}_A - \bar{r} \right) w_{A_0} k^2 - (\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0}) k - \beta \bar{u} \bar{r}_A = 0.$$

解方程式，則得

$$k = \frac{\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0} + \sqrt{(\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0})^2 + 4 \beta \bar{u} w_{A_0} \bar{r}_A (E_0 - \frac{1}{2} \beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}}{2 w_{A_0} (E_0 - \frac{1}{2} \beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}.$$

將 k 之值代入 (2) 式中，得

$$\bar{r}_A = \frac{\bar{u} w_{A_0}}{L} \left\{ 1 - e^{-\frac{L [\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0} + \sqrt{(\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0})^2 + 4 \beta \bar{u} w_{A_0} \bar{r}_A (E_0 - \frac{1}{2} \beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}]}{2 \bar{u} w_{A_0} (E_0 - \frac{1}{2} \beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}} \right\}. \quad (8)$$

上式为一指数方程式，当 \bar{r} ， w_{A_0} ， E_0 ， \bar{u} ， β 及 L 均为已知时，就可用反复法求得 \bar{r}_A 的数值。或者我們可以將它進行如下的簡化：

$$1 - \frac{\bar{r}_A L}{\bar{u} w_{A_0}} = e^{-\frac{L[\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0} + \sqrt{(\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0})^2 + 4\beta \bar{u} w_{A_0} \bar{r}_A (E_0 - \frac{1}{2}\beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}]}{2\bar{u} w_{A_0} (E_0 - \frac{1}{2}\beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}}$$

或

$$\ln\left(1 - \frac{\bar{r}_A L}{\bar{u} w_{A_0}}\right) = \frac{-L\left[\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0} + \sqrt{(\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0})^2 + 4\beta \bar{u} w_{A_0} \bar{r}_A (E_0 - \frac{1}{2}\beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}\right]}{2\bar{u} w_{A_0} (E_0 - \frac{1}{2}\beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}$$

將上式左边用級数展开并略去高次項(因 $\bar{r}_A L \ll \bar{u} w_{A_0}$), 即得:

$$\begin{aligned} -\frac{L\bar{r}_A}{\bar{u} w_{A_0}} - \frac{(L\bar{r}_A)^2}{2(\bar{u} w_{A_0})^2} &= \\ = \frac{L\left[\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0} + \sqrt{(\bar{r}_A E_0 - \beta \bar{u} w_{A_0})^2 + 4\beta \bar{u} w_{A_0} \bar{r}_A (E_0 - \frac{1}{2}\beta L + \bar{r}_A - \bar{r})}\right]}{2\bar{u} w_{A_0} (E_0 - \frac{1}{2}\beta L + \bar{r}_A - \bar{r})} \end{aligned} \quad (9)$$

再將(9)式有理化, 則得

$$\begin{aligned} L^2 \bar{r}_A^4 + 2L(LE_0 - \frac{1}{2}\beta L^2 - L\bar{r} + 2\bar{u} w_{A_0}) \bar{r}_A^3 + [(LE_0 - \frac{1}{2}\beta L^2 - L\bar{r} + 2\bar{u} w_{A_0})^2 + \\ + 2\bar{u} w_{A_0} L(E_0 - \beta L - 2\bar{r})] \bar{r}_A^2 + 2\bar{u} w_{A_0} [(E_0 - \beta L - 2\bar{r})(LE_0 - \frac{1}{2}\beta L^2 - L\bar{r} + \\ + 2\bar{u} w_{A_0}) + \beta L \bar{u} w_{A_0}] \bar{r}_A + \bar{u}^2 w_{A_0}^2 (E_0 - \beta L - 2\bar{r})^2 + 2\beta \bar{u}^2 w_{A_0}^2 (LE_0 - \frac{1}{2}\beta L^2 - \\ - L\bar{r} + 2\bar{u} w_{A_0}) - \bar{u}^2 w_{A_0}^2 E_0^2 - 4\beta \bar{u}^3 w_{A_0}^3 = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

解方程式(10)可以求出 \bar{r}_A , 因而可以求得水分循环系数 $K\left(=\frac{\bar{r}}{\bar{r}_A}\right)$ 及 $\bar{r}_M (= \bar{r} - \bar{r}_A)$, 这就全部解决了水分循环的各个項目。

在范围不太大的潮湿地区, 因为蒸發接近于均匀的分布, 我們可以假定 $\beta=0$, 于是(9)式变为:

$$L\bar{r}_A^2 + (LE_0 - L\bar{r} + 2\bar{u} w_{A_0}) \bar{r}_A - 2\bar{u} w_{A_0} \bar{r} = 0.$$

解方程式, 即得:

$$\bar{r}_A = \frac{-(E_0 + 2\bar{u} w_{A_0} \frac{\bar{u}}{L} - \bar{r}) + \sqrt{(E_0 + 2\bar{u} w_{A_0} \frac{\bar{u}}{L} - \bar{r})^2 + 8\bar{u} w_{A_0} \bar{r} \frac{\bar{u}}{L}}}{2} \quad (11)$$

因

$$\bar{r}_M = \bar{r} - \bar{r}_A,$$

所以

$$\bar{r}_M = \frac{E_0 + 2\omega A_0 \frac{\bar{u}}{L} + \bar{r} - \sqrt{(E_0 + 2\omega A_0 \frac{\bar{u}}{L} - \bar{r})^2 + 8\omega A_0 \bar{r} \frac{\bar{u}}{L}}}{2}, \quad (12)$$

而水分循环系数为:

$$K = \frac{\bar{r}}{\bar{r}_A} = \frac{2\bar{r}}{-(E_0 + 2\omega A_0 \frac{\bar{u}}{L} - \bar{r}) + \sqrt{(E_0 + 2\omega A_0 \frac{\bar{u}}{L} - \bar{r})^2 + 8\omega A_0 \bar{r} \frac{\bar{u}}{L}}}. \quad (13)$$

从公式(11), (12)和(13)可以看出: 外來水汽和地方水汽所產生的降水以及水分循环系数与被研究地区的范围大小有一定的关系, 当 L 增大时, \bar{r}_M 和 K 增加, 而 \bar{r}_A 則减小, 故地区范围愈大, 由地方蒸發的水汽所形成的降水愈变为重要。这和苏联学者布德科(М. И. Будыко)及德罗茨多夫^[1](О. А. Дроздов)所得到的結論是完全一致的。同时由公式(2)和(7)可以看到: 当地方蒸發增加时, 由于空气相对湿度增加及其物理状态的改变, 形成对降水更为有利的条件, k 的数值必然增大(即大气中每單位水汽量平均在單位時間內所形成的降水量增加), 这就使得無論地方水汽或外來水汽所形成的降水都要增加, 也就是地方蒸發所引起的总的降水量的增加比地方水汽本身所產生的降水更要大得多。因此, 假如我們在廣大地区進行人工地改造地面环境(譬如改变植被和土壤的情况、减少徑流、修筑水庫、水池、开辟运河以及發展灌溉事業等等), 增加蒸發, 就可增加降水, 改变气候。

此外, 从公式(1')还可看出: 除非地区的范围無限大时, 背風一边的外來水汽通量决不会等于零(因 $\omega'_A \neq 0$), 因此在背風部分的降水中一定或多或少地包含有外來水汽所形成的成分。而布德科和德罗茨多夫計算当地区范围 L 大于某一有限值 L_1 ($= \frac{\bar{u} \omega A_0}{\bar{r} - \frac{1}{2}E}$) 时, 則在該地区背風一边的外來水汽通量即等零, 因而这时背風部分便完全沒有由外來水汽所形成的降水(所有降水將完全由地方水汽所形成)。这点是我們的結論和他們不同的地方。

因为实际資料的限制, 这里还暂时不能計算國內地区的水分循环, 我們只引用布德科和德罗茨多夫^[1]文中所列举的苏联欧洲部分的 E_0 , ωA_0 , \bar{u} , r 及 L 的数据。并假定該地区的蒸發是均匀的分布(因而 $\beta=0$), 根据公式(11), (12)及(13)計算該地区各个月分以及全年的水分循环的各个項目。下表就是我們所計算的結果。为了比較起見, 在表中也同时列举了按布德科和德罗茨多夫公式对該地区所計算的相应数据。

苏联欧洲部分水分循环项目的全年变化

项目	月份	年份												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	年	
根据本文公式 (11), (12) 及 (13) 计算的结果	E 厘米/月	0.5	0.5	1.0	3.6	5.0	5.4	5.0	3.9	2.2	1.1	0.7	0.5	29.4
	W_{A_0} 厘米	0.4	0.4	0.6	0.9	1.5	2.0	2.3	2.2	1.6	1.2	0.8	0.5	1.2
	\bar{u} 米/秒	7.7	7.8	7.8	7.2	6.6	6.2	5.8	6.3	6.9	7.5	7.7	7.6	7.1
	\bar{P} 厘米/月	2.7	2.3	2.4	2.8	3.8	5.5	6.3	5.9	5.1	4.9	3.8	3.2	48.7
	K	1.07	1.04	1.09	1.17	1.19	1.17	1.15	1.12	1.08	1.05	1.05	1.06	1.107
	r_A 厘米/月	2.5	2.2	2.2	2.4	3.2	4.7	5.5	5.3	4.7	4.7	3.6	3.0	44.0
	\bar{r}_M 厘米/月	0.2	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.8	0.6	0.4	0.2	0.2	0.2	4.7
按布德科公式 计算的结果	K	1.07	1.08	1.13	1.24	1.22	1.19	1.17	1.12	1.08	1.05	1.05	1.06	1.126
	\bar{r}_A 厘米/月	2.1	2.1	2.1	2.3	3.1	4.6	5.4	5.3	4.7	4.7	3.6	3.0	43.4
	\bar{r}_M 厘米/月	0.2	0.2	0.3	0.5	0.7	0.9	0.9	0.6	0.4	0.2	0.2	0.2	5.3

从上表可以看出：我們这里所算出的水分循环系数及地方水汽所形成的降水量比按布德科和德罗茨多夫公式所得的小(个别 K 及 r_M 小的月分没有差别, 可能是因为四舍五入的关系), 而外来水汽所形成的降水量则比他们所得的大。

最后应当指出：根据前面的假设，我們的公式只适合于计算盛行气团性质相同的各段时期内的水分循环，在应用时必须按实际情况分别于各段时期内进行计算。例如就中国而言，因为夏半年基本盛行热带海洋气团，而冬半年基本盛行极地大陆气团，所以应用以上公式计算各个月分或各个季节的水分循环，大致上都相当可以。但对于全年的水分循环，则必须根据各月或各季的水分循环项目求出，决不能直接利用年平均资料计算。

参 考 文 献

- [1] Булыко, М. И. и Дроздов, О. А., 論大气中水分循环的规律性。苏联科学院地理通报, №2, (1953). 譯文見气象学譯报, 1954, 第一期。

ЗАКОНОМЕРНОСТИ О ВЛАГООБОРОТЕ В АТМОСФЕРЕ

Фу БАО-пу

(Нанкинский университет)

РЕЗЮМЕ

В настоящей работе на основе известных предположений найдена формула, по которой можно определить величины—составляющие влагооборота—и следовательно получены некоторые закономерности о влагообороте в атмосфере. По данным на Европейской территории СССР автор рассчитал также величины составляющих влагооборота по месяцам и за год на данной территории. Результат расчета показал, что величины коэффициентов влагооборота и количество осадков, образованных местным водяным паром, несколько меньше, нежели величины, полученные советским ученым—М. И. Бudyком и О. А. Дроздовым. Осадки же, образованные водяным паром внешнего происхождения, несколько больше величины, полученные ими.

Причем следует еще отметить, что увеличение общей суммы осадков, обусловленных местным испарением, значительно больше количества осадков, выпадающих из самого водяного пара местного происхождения.