面向四维变分资料同化的 NSAS 积云深对流参数化方案的简化及线性化研究*

龚建东 刘永柱 张 林

GONG Jiandong LIU Yongzhu ZHANG Lin

国家气象中心/数值预报中心,北京,100081

National Meteorological Center/Numerical Weather Prediction Center, Beijing 100081, China 2018-04-04 收稿, 2019-03-08 改回.

龚建东,刘永柱,张林. 2019. 面向四维变分资料同化的 NSAS 积云深对流参数化方案的简化及线性化研究. 气象学报, 77 (4):595-616

Gong Jiandong, Liu Yongzhu, Zhang Lin. 2019. A study of simplification and linearization of the NSAS deep convection cumulus parameterization scheme for 4D-Var. Acta Meteorologica Sinica, 77(4); 595-616

Abstract The GRAPES global four-dimensional variational data assimilation system (4D-Var) requires tangent and adjoint schemes of deep convection cumulus parameterization scheme. It is not practical to directly linearize the original complicated deep convection cumulus parameterization scheme. Simplified smoothing scheme is needed to reduce the nonlinearity and discontinuity. The GRAPES global model adopts the New Simplified Arakawa-Schubert (NSAS) cumulus parameterization scheme developed in NCEP. Deep convection feedback to the environment is mainly achieved by compensating subsidence. In this paper, the contribution from compensating subsidence is addressed and the contributions of precipitation evaporation and momentum feedback are ignored to form a simplified scheme. By adding small amplitude perturbations to the input temperature and specific humidity profiles, the sensitivity of temperature and specific humidity tendencies calculated by the parameterization scheme to input perturbations is evaluated, and the non-linear and discontinuous characteristics of the scheme are tested. Based on the simplified scheme, a simplified smoothing scheme is proposed by using a method of avoiding or reducing discontinuous "switches". Compared with the original deep convection cumulus parameterization scheme, the simplified smoothing NSAS scheme is consistent in convection triggering, and the potential temperature and specific humidity tendencies are comparable with those from the original scheme, while the precipitation time series simulation is better. The simplified smoothing NSAS also has obvious advantages in reducing non-linearity and avoiding discontinuity. The tangent linear scheme based on the simplified smoothing scheme shows that when the perturbation amplitude is less than 2 times of the analysis increment, it can well simulate the difference of the nonlinear schemes. The above results clearly demonstrate the rationality and practicability of the simplified smoothing scheme developed in this paper.

Key words NSAS deep convection cumulus parameterization, Jacob matrix assessment, Simplification and linearization, GRAPES global 4D-Var

摘 要 GRAPES 全球四维变分资料同化系统需要积云深对流参数化方案的线性化与伴随方案,直接采用原始复杂参数化 方案进行线性化并不可行,需要发展简化光滑方案来减缓非线性与非连续性特征。GRAPES 全球模式采用 NSAS 积云对流 参数化方案,积云深对流对环境的反馈主要通过补偿下沉来实现,研究突出补偿下沉作用,忽略降水蒸发、动量反馈等贡献, 形成简化方案。采用输入温、湿度廓线加入不同幅度小扰动方法,评估参数化方案计算的温度、比湿时间倾向对输入扰动的

^{*} 资助课题:国家公益性行业专项(GYHY201506003)、国家重点研发计划课题(2018YFC1506705)。 作者简介:龚建东,主要从事数值预报资料同化、集合预报研究。E-mail: gongjd@cma.gov.cn

敏感性,检验非线性与非连续特征。提出避免或减缓非连续"开关"的方法,在简化方案的基础上发展了简化光滑方案。简化 光滑方案与原始积云深对流方案相比,在对流触发上一致,在对流的位温与比湿倾向、降水的时序模拟等方面相似,而在减缓 非线性、避免非连续性方面显著优于原始方案。基于简化光滑方案发展的线性化方案表明,对小于2倍分析增量幅度的扰动, 线性化方案可以较好地模拟非线性方案的扰动发展。发展的简化光滑方案具有合理性和实用性。

关键词 NSAS 积云深对流参数化, 雅可比矩阵评估, 简化与线性化, GRAPES 全球四维变分资料同化 中图法分类号 P426 P456.7

1 引 言

在资料同化方法中,增量变分资料同化技术主 要基于所使用的数值模型(预报模式、观测算子等) 基本满足线性或接近线性的假设(Courtier, et al, 1994)。四维变分资料同化(4D-Var)所使用的线性 模式是在非线性模式基态上采用一阶扰动方式获 得,线性模式可以看作是对非线性扰动轨迹的近似, 用来估计初始扰动随着时间发展的演变。此外尚需 在线性模式上发展其伴随模式。在四维变分资料同 化目标函数极小化迭代求解过程中,需要时间前向 积分线性模式和时间反向积分伴随模式,分别计算 目标函数值及目标函数对初值的梯度。

线性模式包括动力框架和物理过程的线性化模 块。在四维变分资料同化时间窗内,动力框架所描 述的大气大尺度扰动的演变特征主要是线性的,动 力框架的线性近似化比较精确。相反,大气中的湿 物理过程(对流、大尺度凝结降水、云微物理过程等) 由于蒸发、凝结、对流造成的水汽强烈垂直输送、复 杂云微物理变量转换等机制,物理过程扰动表现出 很强的非线性。此外,湿物理过程参数化还包括对 流触发函数、过饱和限制与负水汽消除等人为引入 的不连续,也增加了非线性。如果存在强非线性,线 性化可能无法准确地表示扰动轨迹,甚至会导致数 值计算不稳定。虽然湿物理过程有强非线性,但对 其进行适当简化后可以有效减缓非线性。现有的研 究工作(Janisková, et al, 1999a, 1999b; Mahfouf, et al,2000; Tompkins, et al,2004; Lopez, et al,2005; Lopez, 2007; Errico, et al, 2007; Amerault, et al, 2008; Stiller, et al, 2009; Stiller, 2009; Holdaway, et al,2014a)表明,对受云和降水等湿过程影响的观测 资料,在四维变分资料同化中合理引入线性化湿物 理过程后,对改善分析效果非常有益。

简化或平滑现有非线性湿物理过程参数化方案 来改善其线性或稳定性,从而使得线性化尽可能接

近非线性方案的扰动演变,达到数值计算稳定、计算 高效的目的,是目前国际上发展线性化方案的主要 途径(Holdaway, et al, 2014b)。在欧洲中期天气预 报中心与法国气象局的四维变分资料同化系统中, 采用的线性化物理过程是对原业务湿物理过程参数 化方案的简化与平滑(Mahfouf, 1999; Janisková, et al,1999a,1999b)。对于积云深对流的不连续问题 或"开关"问题,不同学者对不同物理过程等开展了 工作。Zou(1997)在讨论 MM5 模式使用的郭晓岚 大尺度水汽辐合积云对流方案(郭晓岚方案)时,指 出线性化模式中的"开关"要使用非线性基态提供, 而不能使用线性化模式自己的"开关",这样才能提 高线性化模式的精度。王栋梁等(2003)讨论了郭晓 岚方案中"开关"变量以及切线性和伴随问题,表明 保持"开关"变量与基态一致,用伴随码方法构造的 伴随模式计算的梯度值能够为最小化过程提供较好 的下降方向,王铁等(2008)在发展中国科学院大气 物理研究所 Regional-ETA-Coordinate-Model (REM)中尺度模式及其伴随模式时物理过程中的 "开关"问题采用了相同的处理方法, Mahfouf (2005)、Holdaway 等(2014b)也采用了类似的思 路。与此同时,中国四维变分资料同化研究中,在探 索四维变分资料同化技术方面开展了大量研究工作 (顾震潮,1958a,1958b;龚建东等,1999;Zhu,2001; 邱崇践等,2002),但积云深对流方案多使用国际上 发展好的简化积云深对流方案和线性化方案(程小 平等,2005)。

目前业务数值预报中心所发展的积云深对流参数化方案主要基于质量通量型方案。该类方案主要 描述积云群与环境的相互作用,也即环境层结不稳 定对积云产生的强迫作用,以及积云发生对大尺度 层结不稳定消除的反馈作用(Tiedtke,1989;张广 俊,2015)。积云对大尺度的反馈主要通过环境气团 的补偿下沉作用来实现,它的强度是云底质量通量 的函数。此外,还通过云模式将云中物质卷出到环 境中的作用也加以考虑。对质量通量型积云对流参数化方案的简化,也经历了从简单到复杂的过程。 以欧洲中期天气预报中心为例,早期的简化方案 (Mahfouf,1999)仅考虑积云深对流引起的补偿下 沉作用。Lopez等(2005)发展了简化质量通量方 案,考虑积云深对流的补偿下沉作用,以及云内守恒 物质(干静能、比湿)卷出对环境的贡献。在简化方 案的闭合条件、上升气流与下沉气流夹卷率、对流触 发条件等与原始对流参数化方案保持一致。2010 年后,进一步考虑了积云深对流、浅对流及中层对流 不同的闭合条件,物理守恒量考虑了干静能、比湿以 及雨水。简化方案逐步逼近原始方案,能更为细致 地模拟非线性扰动的发展。

GRAPES 四维变分资料同化目前使用的简化 积云深对流参数化方案未考虑夹卷过程的影响(刘 永柱等,2017),不同模式层次的质量通量保持不变, 都等于云底质量通量,方案也不能区分考虑上升气 流与下沉气流对水汽等物理量的分配,对流触发条 件也与 NSAS 方案相差较大,模拟结果比较粗糙, 因而需要发展更为复杂合理的方案。GRAPES_ GFS全球模式的积云参数化方案使用美国国家环 境预报中心(NCEP)的 New Simplified Arakawa-Schubert(NSAS)质量通量参数化方案(Pan, et al, 1995; Han, et al, 2011)。NSAS 积云参数化方案属 于 Arakawa-Schubert 方案(Arakawa, et al, 1974), 但是基于 Grell(1993)方案的改进,与 Arakawa-Schubert 方案假设不同尺度的云簇不同, Grell (1993)方案只使用一个云类尺度。在发展适合于 GRAPES 四维变分资料同化的积云深对流方案时, 基于 NSAS 方案进行简化,提高其线性化程度和连 续性是较好选择。中国还没有开展过非常复杂的积 云对流参数化方案的简化和线性化工作,在这方面 的发展经验尤为欠缺,开展这方面的研究工作有借 鉴意义。

2 NSAS 积云深对流参数化方案

2.1 公式表达

2.1.1 一维静态云模式中的热动力变量

归一化后的 NSAS 质量通量的垂直变化表示为

$$\frac{\partial \eta_{u}}{\partial z} = \left(\epsilon_{u} - \delta_{u} \right) \eta_{u} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \eta_{\rm d}}{\partial z} = (\epsilon_{\rm d} - \delta_{\rm d}) \eta_{\rm d} \tag{2}$$

式中, $\eta_u = m_u/m_b$, $\eta_d = m_d/m_0$, m_u 、 m_d 分别为上升和 下沉气流质量通量, m_b 为上升气流云底处质量通 量, m_0 为下沉气流起始处质量通量。 ϵ_u 、 δ_u 分别为 上升气流的卷入和卷出率, ϵ_d 、 δ_d 分别为下沉气流的 卷入和卷出率。

定义高度 z 上环境湿静能变量 $\tilde{h} = c_p \tilde{T} + gz + L\tilde{q}$,以及环境饱和湿静能变量 $\tilde{h}^* = c_p \tilde{T} + gz + L\tilde{q}^*$,其中, $\tilde{q}^* = \tilde{q}^* (\tilde{T}, p)$ 为环境饱和比湿,T为温度,p 为气压,L 为蒸发潜热率, c_p 是空气定压比热。 (•)表示环境变量。同样定义上升与下沉气流中的湿静能 h_u 与 h_d ,则 NSAS 上升或下沉气流湿静能表示为

$$\frac{\partial h_{\rm u}}{\partial z} = \epsilon_{\rm u} (\tilde{h} - h_{\rm u}) \tag{3}$$

$$\frac{\partial h_{\rm d}}{\partial z} = \epsilon_{\rm d} (\tilde{h} - h_{\rm d}) \tag{4}$$

对于上升气流中的湿物理变量,引入总水物质 量 $\alpha_u = q_u + q_i^u, q_u$ 为上升气流的饱和比湿, q_i^u 为上升 气流所携带的液态水量,于是云内总水物质的收支 可以表示为

$$\frac{\partial \alpha_{\rm u}}{\partial z} = \epsilon_{\rm u} (\tilde{q} - \alpha_{\rm u}) + S_{\rm u} \tag{5}$$

式中,S_u为云中液态水通过自动转化为雨水部分。 对于下沉气流中的湿物理变量表示为

$$\frac{\partial q_{\rm d}}{\partial z} = {}_{\ell_{\rm d}}(\tilde{q} - q_{\rm d}) + S_{\rm d} \tag{6}$$

在下沉气流中气团绝热增压升温,出现比湿未 饱和情况,假设通过蒸发消耗云中雨水来达到饱和, S_a为可用于消耗的雨水。当气流停止下沉时云中 不再有蒸发,下沉气流不再消耗雨水。

对式(2),进一步将下沉气流起始处的气流质量 通量表示为云底处质量通量(m_b)的函数形式: $m_0 = \epsilon m_b$ 。 ϵ 定义为

$$\epsilon = \frac{\beta I_1}{I_2} \tag{7}$$

式中, β 为雨水蒸发强度系数,表示为整层风垂直切 变强度的形式。 I_1 为归一化后的上升气流中水汽 凝结生成的柱积分雨水总量, I_2 为下沉气流中柱雨 水蒸发总量。要求 ϵ 小于最大阈值 $\epsilon^{max} = 0.3$,如果 没有下沉气流则没有蒸发,此时取 $\epsilon = 0$ 。

2.1.2 积云对环境的反馈

为简化起见,暂不考虑上升气流中雨水生成与 下沉气流中雨水蒸发,积云对大尺度的温、湿度反馈 可以表示为

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{\rho}} \left\{ \frac{\tilde{h}\partial(\eta_{u} - \epsilon\eta_{d})}{\partial z} - (\epsilon_{u}\eta_{u} + \epsilon\epsilon_{d}\eta_{d})\tilde{h} + (\delta_{u}\eta_{u}h_{u} + \epsilon\delta_{d}\eta_{d}h_{d}) \right\}$$

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{\rho}} \left\{ \frac{\tilde{q}\partial(\eta_{u} - \epsilon\eta_{d})}{\partial z} - (\epsilon_{u}\eta_{u} + \epsilon\epsilon_{d}\eta_{d})\tilde{q} + (\delta_{u}\eta_{u}q_{u} + \epsilon\delta_{d}\eta_{d}q_{d}) \right\}$$
(9)

式中,η_u - εη_d 为云中净质量通量。公式右边第1项 为对流造成的热动力变量的补偿下沉项,第2项为 环境热动力变量向云中卷入项,第3项分别是上升 气流卷出及下沉气流卷出的热动力变量对环境的贡 献。在云顶位置云中物理量全部卷出到环境中。由 式(8)、(9)及湿静能的定义,可以得到大尺度温度的 时间倾向

$$\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial t} = \frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial \widetilde{h}}{\partial t} - L \frac{\partial \widetilde{q}}{\partial t} \right)$$
(10)

2.1.3 云底质量通量

NSAS 积云深对流方案的闭合假设条件是大尺 度强迫产生的云功与积云对流调整后对云功的改变 之间保持准平衡关系,可以表示为

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathrm{LS}} + m_{\mathrm{b}}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathrm{CU}} \approx 0 \tag{11}$$

式中,A 为云功,下标 LS 表示大尺度强迫,CU 表示 积云对流对大尺度强迫的反馈。可见对积云的强迫 与云底质量通量(m_b)大小主要受动力机制控制。 考虑云中载水对云功计算的影响,总云功可分别表 示为上升气流云中液态水凝结加热产生的云功、云 中液态水拖曳对云功的减小,以及下沉气流中产生 的云功(公式略)。大尺度环境层结不稳定对积云的 强迫作用表示为

$$\left. \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} \right|_{\mathrm{LS}} = \frac{A_{\mathrm{tot}} - c_1 A_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{crit}}}{\tau_{\mathrm{cnv}}} = F \tag{12}$$

式中,A^{crit}是统计确定的气候阈值函数,当总云功数 值超过阈值时,强迫作用可以导致对流发生。*τ*_{crv}是 对流不稳定能量释放的时间,与格点尺度垂直速度 有关。*c*₁ 是与积云厚度有关的气候参量。通过积 云向大尺度环境反馈来消除或减缓层结不稳定作用 可以表示为

$$\left. \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} \right|_{\mathrm{CU}} = \frac{A_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{o}} - A_{\mathrm{tot}}}{\Delta \langle m_{\mathrm{b}} \tau \rangle} = K \tag{13}$$

式中, A_{tot}^{0} 是积云对流发生后具有的云功,可以通过 预报一步来预先估计。其计算步骤是在 A_{tot} 基础 上,任意给定 $\Delta\{m_b\tau\}$ 大小的云底质量通量扰动,计 算该扰动造成的积云对大尺度环境温、湿度的反馈, 获得调整后的 $\widetilde{T}', \widetilde{q}',$ 并重新计算云功。由于大尺 度强迫作用(F)与积云反馈作用(K)这两部分大小 近似相等、符号相反的准平衡特征,可以估计出云底 质量通量的大小

$$m_{\rm b} = -\frac{F}{K} \tag{14}$$

2.2 对流触发条件等参数确定

NSAS 对流触发条件分为3类。第一类为云底 质量通量是否满足触发对流条件。当云底上升气流 的垂直速度(w)未能克服阈值条件时对流受到抑 制,不触发对流。第二类是对流环境条件。在上升 气流抬升过程中,如果抬升气流的湿静能始终小于 环境湿静能,找不到自由对流高度(LFC),则不触发 对流。此外,如果气团抬升遇到云底存在冷干层,浮 力为负,对流受到抑制,则对流也不触发。第三类为 是否满足深对流的一些基本条件,如积云厚度满足 一定厚度要求,云功(A_{tot})大于0且超过气候阈值, 这时大尺度环境变量对积云的强迫作用才会产生, 强迫项(F)大于0。此外,对流发生前、后云功在数 值上要减少,表明积云向大尺度环境反馈后消耗了 云功,其反馈作用(K)在符号上要与强迫作用(F)相 反。只有3类条件都满足后才能触发对流。

在 NSAS 方案中,按照 Bechtold 等(2008)的定 义,将卷入分为湍流造成的卷入率和浮力造成的有 组织的卷入率(Han, et al, 2011)。湍流贡献部分 与环境饱和比湿有关,浮力贡献部分与环境饱和比 湿和环境相对湿度都有关。

上升气流的气团抬升位置(z)选取为环境湿静 能最大值处($h_u(z_*) = \max(\tilde{h}(Z))$)。当上升气流 达到抬升凝结高度(LCL)并可以到达自由对流高度 时作为云底(z_b),这时上升气流的湿静能也是抬升 位置的环境湿静能。云顶高度(z_t)取为浮力消失的 位置,也即云中湿静能与环境饱和湿静能相等的位 置。当气团达到云顶时由于上升气流动能存在气团 还将继续抬升,假设有一定比例的云功在继续抬升 中被消耗掉,可以将实际云顶定义为这部分云功消 耗为 0 的高度。对于下沉气流,其下沉起始位置 (z_0)取为环境湿静能最小的高度。 此外,完整的 NSAS 方案还包括积云深对流对 动量倾向反馈,以及对云冰、云水倾向反馈。考虑上 升气流雨水生成与下沉气流雨水蒸发后净雨水累积 量,并考虑该累积量在环境中的蒸发冷却,最后综合 估计出地面总降水。

考虑到 NSAS 方案非常复杂,存在对流是否触 发等非连续判断,以及强非线性特征,并不完全适合 对其直接进行线性化。需要评估 NSAS 方案的线 性化特征,并提出简化方案。

3 雅可比矩阵评估 NSAS 方案

3.1 雅可比矩阵评估

NSAS 积云对流参数化方案中,输入的主要大 气状态变量包括水汽、温度、气压、水平风场与垂直 速度等廓线。输出变量包括温度与水汽倾向廓线, 云水、云冰倾向廓线以及地面降水,此外还包括水平 动量的倾向。NSAS 简化方案中对水汽和温度倾向 的计算式(8)、(9)可以表示为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = H(T,q)$$
 (15)

$$\frac{\partial q}{\partial t} = Q(T,q) \tag{16}$$

式中, H 为加热率, Q 为加湿率。虽然 NSAS 方案 对 H 与 Q 的计算公式表达十分复杂, 实际上对 NSAS 方案进行一步时间积分后, H 与 Q 造成的温 度和水汽倾向 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial q}{\partial t}$ 是已知的, 可以扰动 T 或 q 来估计 H 与 Q 对温度或比湿输入扰动的敏感性, 检验 H 与 Q 的不连续特征与强非线性特征。定义 温度与比湿相对于参考廓线 T_{ref}与 q_{ref}的扰动 T'、q' 分别为

$$T' = T - T_{ref}, q' = q - q_{ref}$$
 (17)
由式(15)、(16),扰动温度与比湿后的倾向变化可以
表示为

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial T} \Big|_{\text{ref}} T' + \frac{\partial H}{\partial q} \Big|_{\text{ref}} q'$$
(18)

$$\frac{\partial q'}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial T} \bigg|_{\text{ref}} T' + \frac{\partial Q}{\partial q} \bigg|_{\text{ref}} q' \qquad (19)$$

式中, 0*H* 为加热率算子(*H*)相对于温度(*T*)的雅可 比算子, 表示加热率对温度的敏感性, 其他类似项的 意义相同。式(18)、(19)可以表示为雅可比矩阵形 式

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial T'}{\partial t} \\ \frac{\partial q'}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial T} \Big|_{r} & \frac{\partial H}{\partial q} \Big|_{r} \\ \frac{\partial Q}{\partial T} \Big|_{r} & \frac{\partial Q}{\partial q} \Big|_{r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T' \\ q' \end{pmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{pmatrix} T' \\ q' \end{pmatrix} (20)$$

式中, *M* 是雅可比矩阵, 并未显式给出, 需要进行估计。可以使用参考廓线 T_{ref} 与 q_{ref} 附近的两组 T, q廓线为输入, 每组 T, q 廓线为对某一模式层的扰动, 分别对 NSAS 方案进行一步时间积分后求得两组水汽和温度倾向廓线, 并计算出两组倾向之间的 差异来估计雅可比矩阵的元素。以 $\frac{\partial H}{\partial T}\Big|_{ref}$ 项为例, 对其的估计表示为相对于参考廓线 T_{ref} 的正、负对称扰动形式

$$\frac{\partial H}{\partial T}\Big|_{\rm ref} \approx \frac{H(T_{\rm ref} + T', q_{\rm ref}) - H(T_{\rm ref} - T', q_{\rm ref})}{(T_{\rm ref} + T') - (T_{\rm ref} - T')} \\ = \frac{H^+ - H^-}{T^+ - T^-}$$
(21)

上式表示分别以 $T^+ = T_{ref} + T' 和 T^- = T_{ref} - T' 为$ 输入量,通过 NSAS 方案一步积分获得的温度倾向 $H^+ = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^+ = H(T_{ref} + T', q_{ref})$ 与温度倾向 $H^- = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^- = H(T_{ref} - T', q_{ref})$ 的数值。采用正、负对称 扰动形式是为了更好地检测加热率与加湿率中的 "开关"选项,放大"开关"位置不连续的现象。对矩 阵 M 中的其他项采用类似的扰动处理方案,则可以 给出雅可比矩阵 M 的估计形式 J 矩阵(简称为雅可 比估计矩阵)

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \frac{H^{+} - H^{-}}{T^{+} - T^{-}} & \frac{H^{+} - H^{-}}{q^{+} - q^{-}} \\ \frac{Q^{+} - Q^{-}}{T^{+} - T^{-}} & \frac{Q^{+} - Q^{-}}{q^{+} - q^{-}} \end{bmatrix}$$
(22)

对雅可比估计矩阵的性质,以加热率对温度的 敏感性为例进行讨论。当温度扰动(T')的扰动幅 度足够小时,NSAS 积云对流参数化方案中两组温 度输入廓线计算的"开关"一致,两组输出温度倾向 廓线 H^+ 与 H^- 的差异也小,且差异主要出现在温 度扰动所在的模式层附近位置,没有对整条倾向廓 线造成影响,表明加热率算子(H)的线性化程度比 较高,这时式(21)所表示的雅可比算子的估计值 $\left(\frac{H^+ - H^-}{T^+ - T^-}\right)$,也即温度倾向差异的垂直分布特征对 扰动幅度不敏感,这时增大扰动 T'对应温度倾向的 差异也增大,反之亦然。而当温度扰动 T'幅度较大 时两组温度输入廓线计算会出现"开关"不一致情况,温度倾向廓线 H^+ 与 H^- 也因"开关"选择不同 或非线性特征增强而呈现出较大垂直分布差异,且 差异不再局限在温度扰动所在的位置,而会扩展到 整条温度倾向廓线,体现出较强的非线性特征。相 对于扰动幅度足够小的情况,雅可比算子估计值 $\left(\frac{H^+ - H^-}{T^+ - T^-}\right)$ 得到的温度倾向差异的垂直分布特征 也呈现出明显的不同。因而以扰动幅度足够小时 $\left(\frac{H^+ - H^-}{T^+ - T^-}\right)$ 倾向差异的垂直分布特征为参考,比较 不同扰动幅度造成的温度倾向差异,通过垂直分布 特征的相似程度来判断线性近似程度,从而确定最 大温度扰动幅度范围。同样,雅可比估计矩阵中加 热率对湿度、加湿率对温度或湿度的敏感性也采用 同样的方式来估计算子的线性近似程度。

在 GRAPES 模式中使用 NSAS 方案时,由于 模式预报变量是无量纲气压(π)和位温(θ),因此 NSAS 计算获得的温度倾向要转化为位温倾向,由 关系式 $\theta = T/\pi$,可以得到位温倾向与温度倾向的关 系式为



$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = \frac{1}{\pi} \frac{\partial T'}{\partial t} \tag{23}$

式中,无量纲气压定义为 $\pi = (p/p_0)^{\frac{\kappa_d}{c_p}}$ 。在后文中 使用位温倾向进行分析讨论。

3.2 分析增量模拟廓线

在利用雅可比矩阵对 NSAS 积云对流参数化 方案进行评估时,输入的 T,q 廓线幅度与结构应当 尽可能地接近实际资料同化的分析场,这样才能代 表真实大气情况下 NSAS 方案的表现。当取参考 值 T_{ref} 与 q_{ref} 为资料同化的背景场或四维变分非线 性轨迹的基态时,T',q'实际上代表的是四维变分同 化的分析增量。在 GRAPES 四维变分资料同化中, 气候背景误差矩阵(B)可以表示为 $B = B^{1/2}B^{T/2} \approx$ UU^{T} 。 $B^{1/2}$ 是 B 的根号矩阵,在具体实现时通过一 系列误差结构函数(或变量变换矩阵)U 来完成。从 极小化求解的控制变量(v)到大气状态变量(dX)的 变量变换可以表示为(王瑞春等,2012)

 $dX = Uv = U_{P}\epsilon_{b}U_{h}U_{v}v$ (24) 式中, U_{h} 是水平变量变换, U_{v} 为垂直变量变换, ϵ_{b} 为背景误差, U_{P} 包括平衡算子和物理变换算子。可见分析增量的垂直结构由背景误差的垂直结构确定。采用 GRAPES 四维变分资料同化的温度与湿度的背景误差(图1)及垂直相关结构特征(图2)来计算输入扰动,结合基态来构造输入 $T_{v}q$ 廓线。对

图 1 纬向平均的温度(a.单位:K)与比湿(b.单位:g/kg)背景误差

Fig. 1 $\,$ Zonal means of background error variances of temperature (a. unit: K) $\,$

and specific humidity (b. unit: g/kg)









b. relative humidity, c. temperature, d. vertical velocity)

误差垂直相关结构 U_v 进行经验正交函数分解,前6 个特征值(λ_k)占比超过70%,已经代表了主要误差 垂直结构,可以选取前6个特征值模态(v_k)来计算 温度与湿度扰动(图2b),于是输入湿度扰动廓线表 示为

$$q' = \delta \varepsilon_{\rm b} \sum_{k=1}^{6} \lambda_k^{\frac{1}{2}} v_k \tag{25}$$

式中,参数 δ 用来控制不同的输入扰动幅度。试验 发现当参数 δ = 10⁻⁴ 或更小时,由式(22)估计出来 的加热率(H)与加湿率(Q)呈现出线性特征。由于 实际的分析增量幅度 δ 在 10⁰ 量级,特别小的参数 δ 没有实际意义。因此,对参数 δ 分别取 10⁻⁴、10⁻²、 10⁻¹、0.5、1.0、2.0。其中, δ = 10⁻⁴ 归一化输出加热 率与加湿率作为比较基准,如果其他输入扰动幅度 的加热率与加湿率的特征与前者一致,则表示不同 扰动造成的加热率与加湿率结构接近,线性化程度 高,否则表示结构差异大,非线性特征较强。

试验任意选取 2016 年 6 月 25 日 12 时赤道洋 面单点温、湿度廓线背景进行分析(图 3),可见在模 式 850 hPa(模式第 12 层附近),相对湿度达到 80%,而在 500 hPa(模式第 25 层附近)大气偏干, 相对湿度只有 40%左右,在 350 hPa(模式第 31 层 附近),相对湿度又达到 80%,大气垂直结构呈现出 明显的"湿-干-湿"特征,而且在整个对流层有微弱 正垂直速度。不稳定湿度层结与垂直速度匹配,该 廓线背景触发了较强的深对流。

3.3 NSAS 方案的非线性表现

对 NSAS 积云深对流参数化方案采用雅可比 矩阵评估方法评估逐模式层扰动温度或湿度廓线, 计算输入扰动对输出温度与湿度倾向廓线的影响。 试验发现,当参数δ=10⁻4时,对每一模式层输入扰 动,其温、湿度倾向廓线的响应主要反映在所扰动模 式层的邻近层,而对其他层次温、湿度倾向的影响很 弱。当以水平轴表示逐层扰动温度或湿度所在的扰 动模式层次,纵轴为输入扰动所造成的温度或湿度 倾向廓线差异时,温度或湿度倾向廓线差异呈现出 沿对角线分布的特征(结果与图9一致,图略),这表 明温、湿度倾向呈现出局地变化特征,线性化程度较 高。模式第2、3层一般是上升气流气团开始抬升位 置,是湿静能最大位置,对这些模式层的扰动会改变 上升气团的湿静能和比湿,同时也相应改变了云底 湿静能和比湿,从而影响到整条温度或湿度倾向廓 线,这时温度或湿度倾向廓线差异在图中呈现出沿 垂直方向条状分布特征。图 9a、d 分别为位温倾向 对温度扰动的响应,以及比湿倾向对比湿扰动的响 应。图 9b、c 分别为位温倾向对比湿扰动的响应以

及比湿倾向对位温扰动的响应,可以发现扰动对倾 向的影响主要来自上升气流气团的湿静能与比湿改 变。然而随着输入扰动幅度增大,温、湿度倾向的响 应幅度异常增大,单模式层扰动其影响可以扩展到 整个积云对流所在模式层,结果如图4所示。模式 第10 层附近是气团到达自由对流高度作为云底的 位置,第10层以下的温度与湿度扰动会影响云底湿 静能和比湿的计算,而47层左右是气团到达云顶的 位置。图 9 与图 4 的比较说明,增大扰动幅度后这 些层次对扰动非常敏感,直接决定了是否触发对流, 由于对流触发后出现"开关"不一致情况,对整个倾 向廓线造成影响,在图中表现为多组垂直方向上的 条状分布。温、湿度倾向对输入温、湿度扰动幅度的 高度敏感,表明加热率算子(H)与加湿率算子(Q) 具有非常强的非连续和非线性特征。此外,在倾向 廓线中也出现一些异常的点,表明对某些模式层次, 其产生的局地倾向也是比较大的。因而,需要分析 现有 NSAS 深对流方案出现非连续和非线性特征 的原因。

4 NSAS 方案非连续特征分析与简化方案

4.1 NSAS 简化方案

用于四维变分资料同化内循环的积云深对流参 数化简化方案并不要求和时间窗内的模式轨迹计算 时所使用的原始方案完全一致或一样复杂。Mahfouf(1999,2005)、Fillion 等(2004)、Stiller(2009)在 发展线性化对流方案时所使用的积云方案与时间窗 内的模式轨迹计算所使用的不相同或做了简化。考 虑到线性化与伴随模式开发维护成本、计算效率,以 及减缓 NSAS 方案的强非线性,需要对 NSAS 深对 流方案进行适当的简化处理,主要保留上升与下沉 气流中热动力变量计算、环境补偿下沉作用等方案 核心部分。NSAS 原始方案中包括积云深对流向东 西风与南北风倾向反馈,这一部分并不是积云深对 流参数化方案的主要部分,在简化方案中不予考虑 (NoWIND)。此外,NSAS 考虑了雨水生成(蒸发) 净累积量在环境中下落时的蒸发冷却,由于蒸发过 程是指数形式的强非线性过程,不易线性化且精度 不高,因而简化方案中不予考虑(NoEVP)。这一简 化不影响下沉气流中的云内雨水蒸发后达到饱和的 过程。从 GRAPES 全球切线性模式的调用过程来 看(刘永柱等,2017),每时间步更新的模式轨迹计算



图 4 输入温度或比湿扰动对应的 NSAS 输出位温或比湿倾向廓线(δ=1)
(a,c. 扰动温度,b,d. 扰动湿度,a,b. 输出位温倾向,c,d. 输出比湿倾向;a,c,d 数值分别放大 10³、 10⁶、10³ 倍;正值(红色)与负值(蓝色)等值线为 0.1、0.3、0.5、1,3、5、10,黑色为 0)
Fig. 4 Output potential temperature or specific humidity tendency profiles of NSAS corresponding to input temperature or humidity perturbations when parameter δ=1 is used
(a, c. temperature perturbation; b, d. specific humidity perturbation; a, b. output potential temperature tendency; c, d. output specific humidity tendency; values in (a, c, d) are multiplied by 10³, 10⁶, 10³, respectively. The positive (red) and negative (blue) isolines are for values of 0.1, 0.3, 0.5, 1, 3, 5, 10, and the black line is the zero line)

采用原始非线性 NSAS 方案,简化方案中不考虑雨 水下落蒸发对非线性轨迹没有影响,仅与基于简化 方案发展的线性化方案的近似程度有关。NSAS 方 案中还包括卷出水物质诊断等产品,这一部分也不 考虑。

四维变分资料同化时间窗内模式轨迹变量(包括气压、温度、湿度、风场、云水物质等)计算时使用 NSAS复杂方案,温、湿度等模式轨迹变量用来计算 在观测空间的模拟观测和新息向量(观测与背景之差)。在轨迹计算的每一时间步,温、湿度等模式轨迹变量被存储下来,用于四维变分资料同化内循环的线性化模式基态计算。由于线性化深对流方案基于简化 NSAS 方案发展而来,克服了非连续和减缓非线性特征。基态计算时需要使用非线性简化 NSAS 方案来计算各种中间变量和温、湿度倾向,从而计算深对流倾向扰动量。

对简化方案的 6 h 时间积分表明,简化方案结 果与 NSAS 方案非常一致(图略),表明简化方案并 没有影响 NSAS 原始方案的主要特征。比较简化 方案与 NSAS 方案中输入扰动对输出温度与湿度 倾向廓线的影响,可以发现两者的输出倾向非常一 致,这表明简化方案并没有解决非连续与强非线性 问题。

4.2 非连续特征与光滑处理

当采用两组温、湿度廓线作为输入,得出两组水 汽和温度倾向廓线,并计算出两组倾向廓线之间差 异来估计雅可比矩阵的元素时,一个明显的问题是 两组廓线计算获得的抬升高度等参数是不一致的。 借鉴已有研究经验(Zou, 1997; 王栋梁等, 2003; Mahfouf, 2005; 王铁等, 2008; Holdaway, et al, 2014b),雅可比矩阵估计中的"开关"使用参考廓线 计算,而不使用两组输入廓线计算。使用非线性基 态提供的"开关",对雅可比矩阵的估计和线性化模 式要求是一致的。因此,在解决"开关"问题时所采 用的主要策略是,对 NSAS 质量通量型积云对流参 数化方案,根据其特点将云底质量通量这一积云闭 合条件作为最为核心的变量,而其他"开关"参数由 基态决定,来改善线性化模式精度。这时要考虑几 种情况,一是如果云底质量通量存在明显的"开关", 如云底质量通量数值是否大于 0,则需要发展连续 方案来解决"开关"这一不连续问题;二是有些参数 虽然存在"开关",但可以选择"开关"处于打开状态 时进行扰动,三是如果考虑"开关"后其影响是不可 控制的,则选择"开关"处于关闭状态,如前文所述的 环境雨水蒸发,在简化方案时不考虑。四是虽然有 "开关"但不重要,可以选择关闭。后文将逐一讨论 这些"开关"。

4.2.1 对流触发与抬升参数

积云深对流方案中,不触发对流则不会调整环 境 $\widetilde{T}, \widetilde{q}$ 廓线,触发对流后根据对流对大尺度环境的

反馈来调整 T, q 廓线,因而积云对流是否触发,决 定了是否需要调整 \tilde{T}, q 廓线,从而造成"开关"问 题。NSAS 对流触发第一类条件中,云底上升气流 的垂直速度克服了抑制对流位能的阈值条件是一个 必要条件。是否触发与上升气流的垂直速度密切相 关,因而在对雅可比矩阵的估计和线性化方案中,垂 直速度要由非线性基态提供,并不做扰动。决定 NSAS 对流触发的第二类与第三类条件,在方案计 算过程中的不同位置逐一进行判断,只有在3类条 件全部通过后才能触发对流。需要使用基态计算得 到的最终对流是否触发的总判断作为"开关"参数, 只有"开关"打开时才进行雅可比矩阵的估计和线性 化计算。考虑到第三类触发条件的特殊性,在后文 中专门进行分析。

积云中所有云底、云顶、上升气流起始位置、下 沉气流起始位置等高度参数的确定与 *T*、*q* 廓线有 关。不同廓线下积云高度参数不一致,而不同高度 参数用来计算热动力变量的累积量,造成的热动力 变量的差异非常大,存在明显不连续,从而造成"开 关"问题。雅可比矩阵的估计和线性化方案中使用 非线性基态计算得到的高度参数,来减小非线性差 异,改善线性化的精度。敏感性分析表明,固定高度 参数会略微改变其附近的结果,但影响非常小,好处 是保持了与非线性基态的一致,提高了线性化精度。 4.2.2 上升与下沉气流的处理

NSAS对上升气流处理中,实际云顶高度是在 浮力消失位置之上,并在云顶位置将云中湿物理量 全部卷出到环境中。由于气团在失去浮力后继续抬 升,使得云内与环境温度差异增大,云内温度相对于 环境温度明显低,云内气团卷出后造成环境温度明 显降低。同样对水汽,云内相对于环境明显偏湿,卷 出后造成环境湿度明显升高,在卷出高度温度与湿 度出现尖峰状分布。这样在云顶附近出现垂直方向 的明显突变,不利于线性化。一种解决办法是将云 顶卷入到环境中的温度与水汽人为减小来降低温度 与湿度倾向,但这种办法缺乏物理意义,也造成水汽 不守恒。合理的做法是对简化方案取云顶高度就是 上升气流浮力消失位置,不考虑气团失去浮力后的 继续抬升,这样可以明显改善云顶附近温度与湿度 的突变。

式(7)表明,下沉气流中气团增压绝热升温,出

现未饱和情况,需要通过雨水蒸发达到饱和。蒸发 需要有雨水源的支持,这样上升气流中是否有雨水 生成(I₁>0)、下沉气流中是否有足够雨水用于蒸发 $(I_2 > 0)$,成为判断是否有下沉气流的"开关"。此 外,雨水蒸发强度系数(β)是整层风垂直切变强度的 函数,切变强度小于阈值,β≤0时也没有下沉气流。 同垂直速度处理一样,整层风垂直切变也由非线性 基态决定。当以上条件都满足且有下沉气流时,则 强度由式(7)计算,且要求 $\epsilon \leq 0.3$ 。当 $\epsilon = 0$ 时对流 调整不发生。需要考察在已经认定发生对流的廓线 中,因扰动 $\widetilde{T}, \widetilde{a}$ 廓线是否会造成 $\epsilon = 0$ 的情况,从而 造成对流不发生。大样本廓线分析表明,在存在对 流的廓线中,90%的廓线 ε 值达到最大值 0.3, 而扰 动与不扰动 \widetilde{T}_{xq} 廓线所造成的 ε 变化,90%以上的 廓线样本廓线 ϵ 不受扰动影响,极个别廓线 ϵ 变化 超过 0.2,绝大部分在 0.05 以内。这表明将 ε 由基 态决定,用于雅可比矩阵的估计和线性化计算是合 理的假设。

4.2.3 对流夹卷率与归一化质量通量

NSAS方案中,湍流造成的卷入率、浮力造成的 有组织的卷入率,与环境饱和比湿、相对湿度有关, 是温度、湿度廓线的函数(Han, et al,2011)。若在 雅可比矩阵的估计和线性化计算中,考虑环境饱和 比湿、相对湿度变化对夹卷率计算的影响,将显著增 加线性化的难度。为简单起见,基于非线性基态上 升气流中夹卷率的计算,线性化模式也不对相对湿 度做线性化处理。

由式(1)、(2)可知,当采用非线性基态确定了夹 卷率、对流抬升位置等参数后,归一化后的质量通量 也相当于使用基态进行确定。这时 NSAS 方案所 决定的云底的质量通量成为唯一变量。云底质量通 量处理这一积云闭合条件成为雅可比矩阵的估计和 线性化计算最为核心问题。

4.2.4 云底质量通量的规则化处理

云底质量通量的计算由式(11)—(14)给出。云 功(A_{tot})要超过气候阈值,强迫项(F)大于 0。此外 对流发生前、后云功在数值上要减少,反馈作用(K) 要与强迫作用(F)性质相反,K<0。首先分析强迫 项,对于已经触发对流的情况,在雅可比估计矩阵 时,虽然采用对流触发的总判断作为"开关"参数,但 在基态上通过叠加正、负扰动获得的温、湿度输入廓 线,由云功函数定义(公式略)可知,当温度升高时云 功会减小,其计算得到的云功可能会小于阈值 (A^{crit}),出现不同输入造成倾向差异大的情况。而 对线性化模式,也要采用基态云功(A_{tot})是否超过气 候阈值作为"开关"判断。

对于反馈作用项(K),从理论上对流发生后云 功在数值上应减少,否则没有物理意义。然而,利用 实际资料的测试表明,当在模式第3层的气团抬升 高度上增加参数 δ =1的比湿扰动时,出现了 A_{tot}^0 – A_{tot} 数值为正的情况,也即积云对流调整后,云功数 值反而变大了,这是不合理的。诊断表明 A_{tot}^0 与 A_{tot} 与 A_{tot} 道过预报一步来预先估计时,因各项对流参数固定 造成。进一步检查发现,云功 A_{tot}^0 – A_{tot} 为正主要出 现在上升气流云中液态水凝结加热产生的云功与下 沉气流中产生的云功计算中,都与湿静能项(h_u – \tilde{h}^*)有关。真正从物理上解决 A_{tot}^0 – A_{tot} 为正的方法 仍然在探索中。

一种数学处理方法是采用当 m_b 为某个临界值 m_b^{crit} 时,使用光滑函数控制 m_b,使其无限接近于 0, 但不为负值。具体定义为

$$m_{\rm b} = \begin{cases} m_{\rm b} & m_{\rm b} > m_{\rm b}^{\rm crit} \\ e^{am_{\rm b}+b} & m_{\rm b} \leqslant m_{\rm b}^{\rm crit} \end{cases}$$
(26)

式中,系数 a 与b,要求当 $m_b = m_b^{crit}$ 时, $e^{am_b+b} = m_b^{crit}$, 且其一阶导数 $ae^{am_b+b} = 1$,于是可得 $a = 1/m_b^{crit}$, $b = \ln(m_b^{crit}) - 1$ 。上式函数为连续且一阶导数连续的函数,适合于线性化模式(图 5)。

采用上述光滑处理方法后,实现了简化光滑方 案,该方案的一个优点是由于简化方案中云功的计 算与非线性基态云功的计算有差异,可能会出现在 非线性基态中云功超过气候阈值而在简化方案中并 没有出现,或者在非线性基态计算 A⁰_{tot} - A_{tot}时小于 0 而在简化方案中大于 0。采用上述光滑处理后的 简化光滑方案,只要将非线性基态获得的最终对流 是否触发中判断这一"开关"参数,输入到线性化简 化方案中,则在线性化简化方案的"开关"与非线性 基态一致。

4.3 简化光滑方案预报误差分析

4.3.1 简化光滑方案与原方案的预报差异

暂不考虑由基态决定对流参数与触发"开关"等 处理,而是将简化方案、简化光滑方案视为独立的深 对流参数化方案,分析简化方案、简化光滑方案相对 上的 于 NSAS 原始深对流方案,在位温与比湿累积倾向 图 6

上的一致性,以及在降水模拟效果上的一致性。 图6给出了NSAS原始深对流方案及其不同简化方



(云底质量通量临界值为 0.1 kg/(m²・s))

Fig. 5 (a) Original (dashed line) and regularized (solid line) cloud base mass fluxes; (b) First derivative of regularized cloud base mass flux

(The critical value of cloud base mass flux is 0.1 kg/(m² \cdot s))



 图 6 NSAS 原始积云深对流方案、简化方案 24 h 累计降水预报(纬向平均,单位:mm) ("DEEP"为 NSAS 原始方案,"NoWIND"为不考虑动量贡献,"NoEVP"为 不考虑降水蒸发,"SMTH"为考虑了云功与云底质量通量光滑方案)
 Fig. 6 24 h accumulated precipitation forecasts by the NSAS original cumulus deep convection scheme and the simplified scheme(zonal mean, unit: mm) ("DEEP" for NSAS original scheme, "NoWIND" for no momentum contribution,

"NoEVP" for no precipitation evaporation, and "SMTH" for no cloud work-function and no cloud base mass flux smoothing scheme) 案 24 h 累计降水的纬向平均情况。可以看到, NSAS 原始深对流方案中,不考虑积云对动量的反 馈对降水没有明显影响,而不考虑降水蒸发则会略 微增加到达地面的降水量,特别是对赤道和北半球 (夏季)影响更为明显。采用简化光滑方案后,由于 对云功的计算进行了数学处理,确保调整后的云功 小于调整前,使得降水与 NSAS 原始方案非常接 近。试验表明,对云底质量通量采用指数函数光滑 来避免出现负值,对降水量基本没有影响。

同样分析原始与简化方案对位温与比湿纬向平 均的6h累积倾向的影响(图7)。对位温倾向,不考 虑积云对动量的反馈(NoWIND)对位温没有影响, 而不考虑蒸发(NoEVP),则会出现不能模拟云下层 次(825 hPa)降水蒸发造成位温降低的倾向。降水 蒸发造成的位温降低倾向主要出现在赤道地区模式 最下边几层,其对模式 825 hPa 以上的高层没有影 响。如前文所述,对 NSAS 原始深对流方案进行简 化,是在维持方案模拟精度和降低非线性特征之间 的平衡,不考虑降水蒸发在模拟精度上是可以接受 的。简化光滑方案对位温倾向略有减小,但变化幅 度可以接受。对比湿倾向,不考虑降水蒸发对 825 hPa以下的低层略有影响,但不如位温明显,同





(a—d. "DEEP"、"NoWIND"、"NoWIND+NoEVP"、"NoWIND+NoEVP+SMTH"位温倾向,

数值放大了10³;e-h.同 a-d,但为比湿倾向,数值放大了10⁶)

Fig. 7 6 h accumulated tendencies of potential temperature and specific humidity (zonal mean) by the NSAS original scheme and simplified scheme

(a-d. potential temperature of "DEEP", "NoWIND", "NoWIND+ NoEVP", "NoWIND+ NoEVP+ SMTH", the value are multiplied by 10³; e-h. the same as a-d, but for specific humidity, the values are multiplied by 10⁶)

样简化光滑方案对比湿的影响也不明显。

不同方案的差异还可以从每一模式积分步中进 行比较。分别选取大陆弱对流降水与赤道洋面强对 流降水的例子进行分析(图 8)。对大陆弱降水,由 于降水量本来就很小,不考虑蒸发会增加降水,但绝 对值很小。简化光滑方案的降水更接近原始方案。 对洋面强降水,蒸发造成的降水变化并不明显。简 化光滑方案较好地模拟了原始深对流方案的主要特 征。一个值得注意的方面是,对云功计算的处理和 对云底质量通量的光滑处理,会偶尔改变对流触发 的时间位置。



Fig. 8 6 h precipitation simulations by the NSAS original and simplified scheme

(a. weak convective precipitation over the mainland,

b. strong convective precipitation over the equatorial ocean)

4.3.2 雅可比估计矩阵的特征

采用 NSAS 积云深对流参数化方案的简化方 案,以及使用非线性基态提供的"开关"参数、对云底 质量通量采用光滑的规则化函数后,利用雅可比估 计矩阵评估非线性非连续特征(图 9)。对于参数 ∂ 分别取 10⁻⁴、0.01、0.1、0.5、1.0、2.0,雅可比估计 矩阵(J)的特征基本一致。湿静能是温度和湿度的 函数,当输入温度或湿度扰动时,由于云底抬升位置 (一般为模式第2—3层)的湿静能是湿静能廓线的 最大值,也是云底处的湿静能。云底湿静能扰动会 影响到云底到云顶整个输出倾向廓线,因而抬升位 置的温度或湿度扰动均会对整个廓线造成影响。而 其他模式层次,温度扰动对位温倾向仅影响邻近层 次,体现在其下一层倾向增加而其上一层倾向减小 的特点。比湿扰动对比湿倾向也有类似的特征。利 用雅可比估计矩阵结果表明,前文所述方法非常有 效地减缓了非线性特征和非连续特征。

5 线性化 NSAS 方案评估

5.1 NSAS 线性化方案

在使用非线性基态提供的对流参数与"开关"等 的简化光滑非线性 NSAS 方案的基础上,建立了线 性化 NSAS 简化方案。由于简化光滑方案已经有 比较好的连续和弱非线性特征,期望线性化 NSAS 简化方案能较好地模拟不同输入的非线性差异。为 此,发展基于不同输入的非线性差异与线性化模拟 的余差,定义为

$$R = \left[N(X_{\text{ref}} + \delta X') - N(X_{\text{ref}}) \right] - N' \mid_{X_{\text{ref}}} \delta X'$$
(27)

式中,R为非线性差异与线性化模拟的余差,N为

60 (b)



Fig. 9 Same as Fig. 4 but for the simplified smoothing scheme (The results of simplified smoothing scheme are consistent with the distribution characteristics of the original scheme where $\delta = 10^{-4}$)

简化光滑非线性 NSAS 方案, N'为对应的线性化模式, $X_{ref} = (T_{ref}, q_{ref})$ 为输入的温、湿度基态或背景廓线, X' = (T', q')为输入的温、湿度扰动廓线, δ 为扰动幅度。取不同的扰动幅度, 计算得到的余差 R 如

图 10、11 所示。可以发现,线性化模式模拟非线性 差异的精度比较高,当 δ 扰动幅度在[-1,1]时,余 差(R)比非线性一般要小 2 个量级或更高。而在扰 动幅度比较大的情况(δ =±2),余差(R)比非线性





(a,b. 非线性 NSAS 方案倾向差异,c,d. 式(27)计算的余差;a,c. 位温倾向,b,d. 比湿倾向) Fig. 10 Non-linear NSAS schemes difference and residual between tangent linear and non-linear difference

(a, b. non-linear NSAS schemes tendency differences, c, d. residuals calculated by equation (27);

a, c. potential temperature tendency, b, d. specific humidity tendency)



图 11 同图 10,但为比湿扰动 Fig. 11 Same as Fig. 10 but for specific humidity perturbation

有所减小,仍然能保持一个量级的精度。这表明对 叠加在简化光滑方案上的扰动,线性化能提供比较 高精度的模拟结果。

5.2 线性化方案的降水预报效果

分别选取大陆弱对流降水和海洋强对流降水来 考察非线性 NSAS 深对流方案、叠加扰动后的非线 性以及线性化方案在 0—6 h 同化时间窗内的模拟 情况。取 $\delta=1$ 的 T',q'扰动幅度,同时不考虑使用 非线性基态决定对流参数与"开关"。原始 NSAS 深对流方案中(图 12a),叠加扰动后的非线性其对 流触发出现的时间与原始方案在某些时段出现明显 不同,也即原始方案出现触发而叠加扰动的没有出 现,或相反情况。对非线性方案,初值差异会造成对 流触发的差异,而当计算非线性差异时,对流是否同 时触发使得非线性差异变化非常大,存在明显的突 变与跳跃情况。图 12b 中同时给出简化 NSAS 方 案(NoWIND+NoEVP)的线性化方案。可见,非线 性差异与线性化模拟的结果出入很大。对于简化非 线性方案,其表现与原始深对流方案非常一致(图 12a)。由于没有考虑降水蒸发消耗,地面降水要比 原始方案略大一些,同样非线性差异与线性化模拟 的结果差异大。对于简化光滑方案(图 12c),其表 现与原始深对流方案接近,同样非线性差异与线性 还是简化光滑方案,如果没有使用非线性基态决定的对流参数与对流触发"开关",线性化模式很难模拟非线性扰动的差异。而当使用非线性基态决定的对流参数与对流触发"开关"时(图 12d),对简化光滑方案可以看到叠加扰动后的非线性在对流触发上与未叠加扰动的表现非常一致,非线性差异可以被线性化模式很好地模拟。文中分析结论同样验证了Zou(1997)、王栋梁等(2003)、王铁等(2008)指出的线性化模式中的"开关"要使用非线性基态提供,而不能使用线性化模式自己的"开关"。

对于赤道洋面强对流降水,其结论与大陆弱对 流降水一致(图13)。当使用非线性基态决定的对



图 12 叠加初始扰动后非线性模式降水差异及线性化模式模拟降水 ("TRAJ"为非线性模式积分(基态)确定对流参数的降水预报,个例为陆地弱降水) Fig. 12 Precipitation difference of the non-linear model by adding initial perturbation, and precipitation simulated by the linearized model ("TRAJ" for precipitation forecast by the non-linear model with convection parameter decided

by trajectory. The case is a weak precipitation case over land)





流参数与对流触发"开关"时,非线性差异与线性化 模拟的结果更为接近。与弱对流降水略有不同的 是,由于强对流降水的降雨量大,非线性差异要明显 大于线性化模拟结果。这与图 13 所示的线性化模 拟精度与扰动幅度的关系是一致的。

5.3 线性化方案对原始 NSAS 预报误差的模拟

将 NSAS 简化光滑深对流参数化方案,取δ=1 的 T'、q'初始扰动方案,以及线性化方案,计算线性 化方案对非线性扰动差异的模拟。利用前文式(27) 所述的非线性差异与线性化模拟的余差(R)定义, 并计算余差的绝对误差纬向平均分布,通过比较在 线性化模式中引入 NSAS 线性化物理过程前后对 绝对误差的影响,来判断 NSAS 线性化物理过程是 否使得线性化的近似效果变好。GRAPES 全球非 线性模式包括完整物理过程,线性化模式包括的干 物理过程有次网格地形阻塞流拖曳和垂直扩散线性 化方案。在干物理过程中增加 NSAS 线性化方案, 图 14 给出春季一个个例的 6—12 h 比湿绝对误差 的结果。可以看到,在 825 hPa(模式 12 层左右)以 上层次,整体上线性化模式对非线性差异是减少趋 势,位温倾向最大可以达到 – 8%的幅度(图 14a), 比湿倾向最大可以达到 – 2.5%,其改善幅度与刘永 柱等(2019)夏季与冬季试验的改善幅度相当。在个 别位置 NSAS 线性化对误差的减小不明显。这一 结论与 ECMWF 技术报告给出的结论一致。在 825 hPa 以下层次,减小不明显。由前文的分析可 知,NSAS 积云深对流方案主要对 825 hPa 以上层 次的作用比较明显,825 hPa 以下主要是边界层的 作用。目前 GRAPES_GFS 所使用的边界层方案的 差分方式不合理,容易造成比湿与位温在垂直方向 上出现"之"字形噪音。由于 NSAS 深对流方案湿 气团抬升的起始位置在模式的 2—3 层,噪音会对线 性化模式造成极大干扰。在使用 NSAS 线性化方 案时,需要对位温与比湿的每一步时间倾向在垂直 方向上进行3点平滑,来抑制随积分时间而迅速发展的噪音。这一问题的本质与边界层的隐式积分方案有关,新发展的方案可以明显消除垂直方向的噪音,将使得825 hPa以下的误差减小更为明显。但这不是本研究探讨的内容。



图 14 NSAS 线性化方案对 6—12 h 位温(a)与比湿(b)误差减小的百分比(单位: 100%) Fig. 14 Percentage decreases in the 6-12 h potential temperature error (a) and specific humidity error (b) for the NSAS tangent linear scheme (unit: 100%)

6 结果与讨论

GRAPES 全球四维变分同化系统需要有与其 使用的 NSAS(New Simplified Arakawa-Schubert) 积云对流参数化方案相匹配的积云深对流简化方 案,来减小 NSAS 方案的非线性和非连续性特征, 使得在非线性基态上的扰动发展具有线性特征,线 性化可以模拟非线性扰动的发展,并在此基础上发 展线性化方案和线性化方案的伴随方案。这些方案 将用于四维变分资料同化目标函数计算及目标函数 对初值的梯度计算,并实现对目标函数的极小化迭 代求解过程。

考虑到 NSAS 积云对流参数化方案的复杂性, 以及对流过程中水汽凝结、降水的蒸发、对流造成的 水汽强烈垂直输送,上升及下沉气流与环境物质的 夹卷过程,还有湿物理参数化中包括的对流触发函

数、过饱和限制与负水汽消除等人为引入的不连续, 发展 NSAS 简化方案是一个较为困难的过程。为 了实现简化方案,本研究首先需要掌握 NSAS 方案 的科学原理,细致分析 NSAS 方案实现的过程和技 术细节。NSAS方案中积云对大尺度的反馈主要通 过环境气团的补偿下沉来实现,其强度是云底质量 通量的函数。此外,对流方案通过云模式将云中的 物质卷出到环境中的作用也加以考虑。按照这一主 要贡献重点,不考虑积云降水蒸发贡献、积云对流对 动量场的贡献等,形成简化方案。为了合理评估 NSAS 方案及其简化方案的非线性、非连续特征,采 用通过对输入温、湿度廓线加入不同幅度小扰动的 方法,来评估输出的温度与比湿倾向廓线相对于输 入扰动的敏感性,即所谓雅可比矩阵评估方法来检 验方案线性化程度。利用雅可比矩阵评估方法这一 评估工具,以及对 NSAS 非连续非线性"开关"的分 析,文中分别对 NSAS 方案中的"开关"洗项进行了 评估,并逐一提出避免或减缓"开关"的方案,在简化 方案的基础上发展了简化光滑方案。光滑处理是为 了方案对不同幅度小扰动的温、湿度倾向反馈具有 接近线性的响应特征。简化光滑方案与原始积云深 对流方案相比,在对流的触发上有良好的一致性,在 对流的位温与比湿倾向输出、降水的时序模拟等方 面相似,而在减缓非线性、避免非连续性方面显著优 于原始方案。而基于简化光滑方案发展的线性化方 案表明,对小于2倍分析增量幅度的扰动,线性化方 案可以较好地模拟非线性方案的扰动发展。这表明 文中所发展的简化光滑方案具有合理性和实用性。 在中国四维变分资料同化的长期发展过程中,多数 使用国际上发展好的简化积云深对流方案和线性化 方案,还没有开展过非常复杂的积云对流参数化方 案的简化和线性化工作,在这方面的发展经验尤为 欠缺,开展这项研究工作有借鉴意义。

值得注意的是,积云对流参数化的线性化工作 与湿物理过程相关的观测密切相关,比如降水资料 的同化。文中对 NSAS 方案雅可比矩阵的评估,主 要侧重于对位温与比湿倾向的评估,并没有对温、湿 度输入廓线的扰动对地面降水倾向的雅可比矩阵评 估。在 NSAS 方案中,上升气流中云中液态水自动 转化为雨水(式(5))、下沉气流中气团绝热增压升 温,出现比湿未饱和情况,通过蒸发消耗云中雨水来 达到饱和(式(6)),其蒸发与具体层次的饱和度有 关。这些过程都会影响到下落到地面的降水通量的 估计,因而需要分析输入温、湿度廓线扰动对降水的 敏感性,排除具体层次的特殊性影响,这是后续工 作。

GRAPES预报模式中使用的 NSAS 积云对流 参数化方案包括深对流和浅对流两部分,文中只讨 论了深对流方案的简化光滑工作,而对浅对流方案 未做讨论。与积云深对流相比,浅对流的水平尺度 较大,垂直发展不如深对流旺盛,云内的质量通量相 对较小,不产生降水或降水比较弱,浅对流对环境的 温、湿度反馈也不如深对流强。但是浅对流通过将 近地层混合空气带到自由大气中,实质影响到低层 大气的温、湿度与云以及风的垂直分布(陈德辉, 1997),其对热带、副热带地区的热动力场产生影响 (刘屹岷等,2007),并在全球辐射收支平衡中起到重 要作用(Berg, et al, 2011)。因而有必要在 GRAPES 全球四维变分同化系统中考虑浅对流参数化方案的线性化方案。相对于深对流参数化方案,浅对流参数化方案具有更强的非线性特征(Holdaway, et al,2014b),需要评估浅对流参数化方案的非线性特征并提出简化光滑方案,这是后续研究方向。

致 谢:感谢清华大学张广俊教授对本工作的指导,感谢数值预报中心陈起英、刘奇俊、马占山、刘琨博士对 NSAS 方案的讨论。

参考文献

- 陈德辉. 1997. 积云对流参数化技术. 应用气象学报, 8(S1): 69-77. Chen D H. 1997. A review on the cumulus convective parameterization. Quart J Appl Meteor, 8(S1): 69-77 (in Chinese)
- 程小平,王云峰,侯志明等. 2005. 梅雨锋暴雨研究中的四维变分 同化试验. 大气科学,29(3):491-495. Cheng X P, Wang Y F, Hou Z M, et al. 2005. Four-dimensional variational assimilation experiments of Meiyu front rainstorm. Chinese J Atmos Sci, 29(3):491-495 (in Chinese)
- 龚建东,邱崇践,王强等. 1999. 区域四维变分资料同化的数值试验. 气象学报,57(2):131-142. Gong J D, Qiu C J, Wang Q, et al. 1999. The Numerical experiment in area four-dimensional variational data assimilation. Acta Meteor Sinica, 57(2):131-142 (in Chinese)
- 顾震潮. 1958a. 作为初值问题的天气形势数值预报与由地面天气 历史演变作预报的等值性. 气象学报, 29(2): 93-98. Koo C C. 1958a. On the equivalency of formulations of weather forecasting as an initial value problem and as an "evolution" problem. Acta Meteor Sinica, 29(2): 93-98 (in Chinese)
- 顾震潮. 1958b. 天气数值预报中过去资料的使用问题. 气象学报, 29(3): 176-184. Koo C C. 1958b. On the utilization of past data in numerical weather forecasting. Acta Meteor Sinica, 29 (3): 176-184 (in Chinese)
- 刘屹岷,刘琨,吴国雄. 2007. 积云对流参数化方案对大气含水量 及降水的影响. 大气科学, 31(6): 1201-1211. Liu Y M, Liu K, Wu G X. 2007. The impacts of the cumulus convective parameterization on the atmospheric water-content and rainfall simulation in SAMIL. Chinese J Atmos Sci, 31(6): 1201-1211 (in Chinese)
- 刘永柱,张林,金之雁. 2017. GRAPES 全球切线性和伴随模式的 调优. 应用气象学报,28(1): 62-71. Liu Y Z, Zhang L, Jin Z Y. 2017. The optimization of GRAPES global tangent linear model and adjoint model. J Appl Meteor Sci, 28(1): 62-71 (in Chinese)
- 刘永柱, 龚建东,张林等. 2019. 线性化物理过程对 GRAPES 4DVAR 同化的影响. 气象学报, 77(2): 196-209. Liu Yongzhu, Gong Jiandong, Zhang Lin, et al. 2019. Influence of linearized physical processes as on the GRAPES 4DVAR. Acta Meteor Sinica, 77(2): 196-209 (in Chinese)

- 邱崇践,张述文. 2002. 由大尺度观测提取中尺度信息的可能性研 究. 气象学报,60(5):538-543. Qiu C J, Zhang S W. 2002. A study of possibility of extracting the mesoscale information from large-scale observations. Acta Meteor Sinica, 60(5):538-543 (in Chinese)
- 王栋梁,沈桐立. 2003. 包含"开关"变量的 MM5 四维变分资料同 化系统. 气象科学,23(4):426-434. Wang D L, Shen T L. 2003. The four dimensional variational data assimilation system of nonhydrostatic mesoscale model MM5 containing "on-off" switches. Scientia Meteor Sinica, 23(4):426-434 (in Chinese)
- 王瑞春,龚建东,张林. 2012. GRAPES 变分同化系统中动力平衡 约束的统计求解.应用气象学报,23(2):129-138. Wang R C, Gong J D, Zhang L. 2012. Statistical estimation of dynamic balance constraints in GRAPES variational data assimilation system. J Appl Meteor Sci, 23(2): 129-138 (in Chinese)
- 王铁,穆穆. 2008. REM 模式伴随系统的建立及其四维变分资料同 化初步试验. 气象学报,66(6):955-967. Wang T, Mu U. 2008. A REM adjoint system and its data assimilation experiments of 4D-Var. Acta Meteor Sinica, 66(6):955-967 (in Chinese)
- 张广俊. 2015. 天气和气候模式中的质量通量型大气对流参数化. 气象科技进展,5(3): 18-39. Zhang G J. 2015. Mass-fluxbased parameterization of atmospheric convection in weather and climate models. Adv Meteor Sci Technol, 5(3): 18-39 (in Chinese)
- Amerault C, Zou X L, Doyle J. 2008. Tests of an adjoint mesoscale model with explicit moist physics on the cloud scale. Mon Wea Rev, 136(6): 2120-2132
- Arakawa A, Schubert W H. 1974. Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment, Part [. J Atmos Sci, 31(3): 674-701
- Bechtold P, Kohler M, Jung T, et al. 2008. Advances in simulating atmospheric variability with the ECMWF model: From synoptic to decadal time-scales. Quart J Roy Meteor Soc, 134(634): 1337-1351
- Berg L K, Kassianov E I, Long C N, et al. 2011. Surface summertime radiative forcing by shallow cumuli at the atmospheric radiation measurement southern great plains site. J Geophys Res, 116(D1): D01202, doi: 10.1029/2010JD014593
- Courtier P, Thépaut J N, Hollingsworth A. 1994. A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. Quart J Roy Meteor Soc, 120(519): 1367-1387
- Errico R M, Bauer P, Mahfouf J F. 2007. Issues regarding the assimilation of cloud and precipitation data. J Atmos Sci, 64(11): 3785-3798
- Fillion L, Bélair S. 2004. Tangent linear aspects of the Kain-Fritsch moist convective parameterization scheme. Mon Wea Rev, 132 (10): 2477-2494
- Grell G A. 1993. Prognostic evaluation of assumptions used by cumulus parameterization. Mon Wea Rev, 121(3): 764-787
- Han J, Pan H L. 2011. Revision of convection and vertical diffusion

schemes in the NCEP global forecast System. Wea Forecast, 26 (4): 520-533

- Holdaway D, Errico R, Gelaro R, et al. 2014a. Inclusion of linearized moist physics in NASA's Goddard Earth Observing System data assimilation tools. Mon Wea Rev, 142(1): 414-433
- Holdaway D, Errico R. 2014b. Using Jacobian sensitivities to assess a linearization of the relaxed Arakawa-Schubert convection scheme. Quart J Roy Meteor Soc, 140(681): 1319-1332
- Janisková M, Thépaut J N, Geleyn J F. 1999a. Simplified and regular physical parameterizations for incremental four-dimensional variational assimilation. Mon Wea Rev, 127(1): 26-45
- Janisková M, Veersé F, Thépaut J N, et al. 1999b. Impact of a simplified physical package in 4D-var analyses of FASTEX situations. Quart J Roy Meteor Soc, 125(559): 2465-2485
- Lopez P, Moreau E. 2005. A convection scheme for data assimilation: Description and initial tests. Quart J Roy Meteor Soc, 131 (606): 409-436
- Lopez P. 2007. Cloud and precipitation parameterizations in modeling and variational data assimilation: A review. J Atmos Sci, 64 (11): 3766-3784
- Mahfouf J F. 1999. Influence of physical processes on the tangentlinear approximation. Tellus A: Dyn Meteor Oceanogr, 51(2): 147-166
- Mahfouf J F, Rabier F. 2000. The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. II : Experimental results with improved physics. Quart J Roy Meteor Soc, 126(564): 1171-1190
- Mahfouf J F. 2005. Linearization of a simple moist convection scheme for large-scale NWP models. Mon Wea Rev, 133(6): 1655-1670
- Pan H L, Wu W S. 1995. Implementing a mass flux convection parameterization package for the NMC medium-range forecast model. Washington DC: National Centers for Environmental Prediction
- Stiller O, Ballard S P. 2009. Efficient moist physics schemes for data assimilation. I : Large-scale clouds and condensation. Quart J Roy Meteor Soc, 135(640): 707-720
- Stiller O. 2009. Efficient moist physics schemes for data assimilation. []: Deep convection. Quart J Roy Meteor Soc, 135 (640): 721-738
- Tiedtke M. 1989. A comprehensive mass flux scheme for cumulus parameterization in large-scale models. Mon Wea Rev, 117(8): 1779-1800
- Tompkins A M, Janisková M. 2004. A cloud scheme for data assimilation: Description and initial tests. Quart J Roy Meteor Soc, 130(602): 2495-2517
- Zhu K Y. 2001. On the 4D variational data assimilation with constraint conditions. Adv Atmos Sci, 18(6): 1131-1145
- Zou X. 1997. Tangent linear and adjoint of "on-off" processes and their feasibility for use in 4-dimensional variational data assimilation. Tellus A: Dyn Meteor Oceanogr, 49(1): 3-31