

水平网格对 Rossby 波的影响*

刘宇迪

(中国科学院大气物理研究所,北京,100029; 中国人民解放军理工大学气象学院,南京,211101)

季仲贞

朱红伟 李昕东 侯志明

(中国科学院大气物理研究所,LASG,北京,100029) (中国人民解放军理工大学气象学院,南京,211101)

摘 要

文中从描述准地转、 β 平面近似下的 Rossby 波方程组出发,在 Arakawa A-E 网格和 Z 网格上,分可分辨和不可分辨两种情况,从频率和群速方面讨论了这 6 种网格的计算频散性。结果表明:在可分辨的情况下,Z,D,C 网格比其它网格对 Rossby 波产生的歪曲都要小;而在不可分辨的情况下,这 6 种网格的描述能力都比较差。

关键词: 网格,频散特征,Rossby 波,群速。

1 引 言

Winninghoff^[1] 和 Arakawa, Lamb^[2] 等在 Arakawa A-E 网格上仅对模拟惯性重力波的情况进行过讨论,迄今为止,还未有人在 Arakawa A-E 网格上对 Rossby 波的情况进行过讨论。也许一般人把注意力集中在对 Rossby 波的动力学分析上了,而忽略了这一点。而大气中的 Rossby 波波长尽管较长(几千公里),一般大气模式的网格均可分辨,但在这些网格上描述 Rossby 波是否会产生歪曲以及产生歪曲的程度如何? 这些都不知道。但大家知道在可分辨的情况下,Z,C 网格对重力惯性波产生的误差最小,这些网格是否也对 Rossby 波产生的误差最小呢? 这些都有待于研究。另外,对海洋模式而言,由于第一斜压模态约为 50~100 km,一般的海洋模式难以分辨出来,这样在分析不可分辨的情况下,网格对 Rossby 波的描述能力上也显得非常重要。

文中为了讨论大气模式和海洋模式的网格对 Rossby 波的模拟情况,分别取 $\lambda/d = 2$ 和 $\lambda/d = 0.5$ 。

2 微分情况

这里首先分析 Rossby 波微分形式的频散特征,以便和下部分各种水平网格上得到的频散特征进行对比。

准地转、 β 平面近似下的 Rossby 波由以下方程组给出:

$$fv_g - g \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$fu_g + g \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} - fv_a - \beta v_g y = 0$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial t} + fu_a + \beta u_g y = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} \right] = 0$$

这里 u_g 和 v_g 是地转风速度分量, u_a 和 v_a 是非地转风速度分量, h 是位移, y 是径向距离, $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$, f 和 β 假定为常数。

假设 Rossby 波为平面波,并设波解 $F =$

* 初稿时间:2000 年 3 月 10 日;修改稿时间:2000 年 8 月 16 日。

资助课题:国家重点基础研究(G1999032801)、国家杰出青年科学基金(49825109)和国家自然科学基金(49975020)。

$\bar{F}e^{i(kx + ly - \omega t)}$, 其中 F 代表任一物理量, \bar{F} 代表相应物理量的振幅。将波解代入出发方程组, 则可得到精确频散关系:

$$\omega = - \frac{\beta \lambda^2 k}{1 + \lambda^2(k^2 + l^2)}$$

将与以下 6 种网格上得到的数值频散关系相比较, 将上式写成:

$$\left(\frac{\omega}{\beta l} \right)_{\text{diff}} = - \frac{(\lambda/d)^2 kd}{1 + (\lambda/d)^2 [(kd)^2 + (ld)^2]}$$

这里 k, l 分别为纬向和径向的水平波数, $\lambda = \frac{\sqrt{gH}}{f}$ 是 Rossby 变形半径, d 为格距。

从上式可以看出, 解析频率不论对任何波段的波动, 始终是负的。

由于 Rossby 波是各向异性的, 需对 x 和 y 方向的群速分别进行讨论。则由频散方程可得到 x 和 y 方向的群速为:

$$C_{g_x}^{\text{diff}} = \frac{2k^2 \beta \lambda^4}{1 + (\lambda/d)^2 [(kd)^2 + (ld)^2]} - \frac{\beta \lambda^2}{1 + (\lambda/d)^2 [(kd)^2 + (ld)^2]}$$

$$C_{g_y}^{\text{diff}} = \frac{2kl \beta \lambda^4}{1 + (\lambda/d)^2 [(kd)^2 + (ld)^2]}$$

其中 C 的下标 g_x 表示 x 方向的群速, g_y 表示 y 方向的群速, 上标 diff 表示微分情况。

从 y 方向的群速公式可以看出, 不论对哪个波段的波动 y 方向的群速都是随波数的增大而减小的。由于 x 方向的群速公式较复杂, 它随波数变化的特征, 难以从公式中直接看出, 详细的讨论见下文。

3 水平网格的计算频散性

这一部分在 6 种网格上对出发方程组进行离散, 这 6 种网格的变量分布如图 1 所示。其中前 5 种网格求解频散方程的思路大致相同, 都是先设波解 $F = \bar{F}e^{i(kj\Delta x + lk\Delta y - \omega t)}$, 其中 j, k 分别表示 x, y 方向的格点序号, 然后将波解代入差分方程组后, 则得其频散方程(见表 1)。但是 Z 网格首先要从出发方程组根据涡度和散度导出下列方程组:

$$f\zeta_g = g \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + f\delta + \frac{\beta g}{f} \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} + H\delta = 0$$

再根据变量配置方法, 写出其离散方程组为:

$$f\zeta_g = g(h_{xx} + h_{yy}) = 0$$

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + f\delta + \frac{\beta g}{f} \bar{h}_x = 0$$

$$\frac{\partial h_g}{\partial t} + H\delta = 0$$

然后设波解可得其频散方程(表 1)。

从表 1 中各网格的频散方程可以看出, 这 6 种网格的频率不像解析频率一样对任何波段的波动都是负的, 它们在某些波段范围内可能出现正的情况。由于频散方程较复杂, 不便于直接比较, 为此, 将在第 4 部分用三维图示的方法进行对比。

由于群速也是一个反映网格数值特性的重要的量, 所以对这 6 种网格的 x 方向和 y 方向群速分别

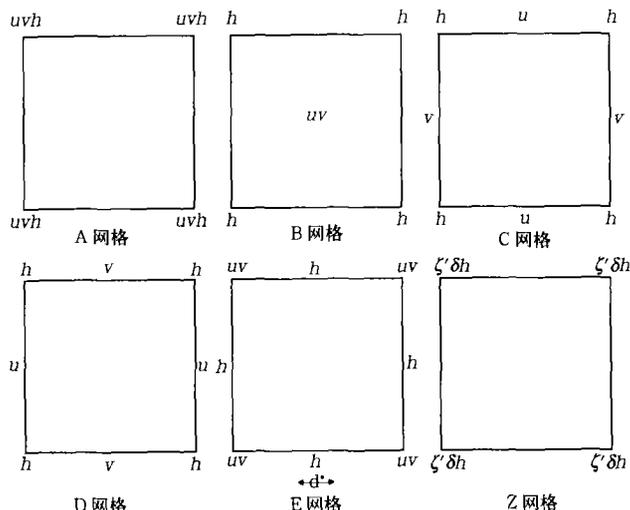


图 1 Arakawa A - E 和 Z 网格的定义

(网格取正方形网格, u, v 为水平速度分量, h 为位势高度, d 为网格间距, $d^* = \sqrt{2}d, \xi_g, \delta$ 分别为地转涡度和散度)

表 1 6种网格的频散方程

网 格	频散方程
A 网格	$\left(\frac{\omega}{\beta d}\right)_A = -\frac{(\lambda/d)^2 \sin kd \cos ld}{1 + (\lambda/d)^2 [\sin^2 kd + \sin^2 ld]}$
B 网格	$\left(\frac{\omega}{\beta d}\right)_B = -\frac{(\lambda/d)^2 \sin kd}{1 + 2(\lambda/d)^2 (1 - \cos kd \cos ld)}$
C 网格	$\left(\frac{\omega}{\beta d}\right)_C = -\frac{(\lambda/d)^2 \sin kd \cos^2(ld/2)}{\cos^2(kd/2) \cos^2(ld/2) + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$
D 网格	$\left(\frac{\omega}{\beta d}\right)_D = -\frac{(\lambda/d)^2 \sin kd \cos^2(ld/2)}{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$
E 网格	$\left(\frac{\omega}{\beta d}\right)_E = -\frac{\sqrt{2}(\lambda/d)^2 \sin(kd/\sqrt{2}) \cos(ld/\sqrt{2})}{1 + 2(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/\sqrt{2}) + \sin^2(ld/\sqrt{2})]}$
Z 网格	$\left(\frac{\omega}{\beta d}\right)_Z = -\frac{(\lambda/d)^2 \sin kd}{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$

进行了计算(分别见表 2 和表 3)。从表 2 和表 3 中速有何异同,关于它们之间的比较也将在第 4 部分的群速表达式中也无法直接看出这些群速与解析群用图示的方法进行。

表 2 6种网格的 x 方向群速

网 格	x 方向群速
A 网格	$C_{k_x}^A = \frac{2\beta\lambda^4 \cos kd \cos ld \sin^2 kd}{d^2 \{1 + (\lambda/d)^2 [\sin^2 kd + \sin^2 ld]\}^2} - \frac{\beta\lambda^2 \cos kd \cos ld}{1 + (\lambda/d)^2 [\sin^2 kd + \sin^2 ld]}$
B 网格	$C_{k_x}^B = -\frac{\beta\lambda^2 \cos kd}{1 + 2(\lambda/d)^2 [1 - \cos kd \cos ld]} - \frac{2\beta\lambda^4 \cos ld \sin^2 kd}{d^2 (1 + 2(\lambda/d)^2 [1 - \cos kd \cos ld])^2}$
C 网格	$C_{k_x}^C = \frac{\beta\lambda^2 \sin kd \cos^2(ld/2) \left[\frac{2\lambda^2 \sin kd}{d} - \frac{d}{2} \sin kd \cos^2(ld/2) \right]}{d \{ \cos^2(kd/2) \cos^2(ld/2) + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)] \}^2} - \frac{\beta\lambda^2 \cos kd \cos^2(ld/2)}{\cos^2(kd/2) \cos^2(ld/2) + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$
D 网格	$C_{k_x}^D = \frac{2\beta\lambda^4 (\sin kd)^2 \cos^2(ld/2)}{d^2 \{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]\}^2} - \frac{\beta\lambda^2 \cos kd \cos^2(ld/2)}{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$
E 网格	$C_{k_x}^E = \frac{4\beta\lambda^4 \cos(kd/\sqrt{2}) \cos(ld/\sqrt{2}) \sin^2(kd/\sqrt{2})}{d^2 \{1 + 2(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/\sqrt{2}) + \sin^2(ld/\sqrt{2})]\}^2} - \frac{\beta\lambda^2 \cos(kd/\sqrt{2}) \cos(ld/\sqrt{2})}{1 + 2(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/\sqrt{2}) + \sin^2(ld/\sqrt{2})]}$
Z 网格	$C_{k_x}^Z = \frac{2\beta\lambda^4 (\sin kd)^2}{d^2 \{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]\}^2} - \frac{\beta\lambda^2 \cos kd}{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$

表 3 6种网格的 y 方向群速

网 格	y 方向群速
A 网格	$C_{k_y}^A = \frac{2\beta\lambda^4 \sin kd \sin ld \cos^2 ld}{d^2 [1 + (\lambda/d)^2 (\sin^2 kd + \sin^2 ld)]^2} + \frac{\beta\lambda^2 \sin kd \sin ld}{1 + (\lambda/d)^2 (\sin^2 kd + \sin^2 ld)}$
B 网格	$C_{k_y}^B = \frac{\beta\lambda^4 \sin^2 kd \sin ld}{d^2 [1 + 2(\lambda/d)^2 (1 - \cos kd \cos ld)]^2}$
C 网格	$C_{k_y}^C = \frac{\beta\lambda^2 \sin kd \cos^2 ld/2 \left[\frac{2\lambda^2 \sin ld}{d} - \frac{d}{2} \sin ld \cos^2 kd/2 \right]}{d \{ \cos^2(kd/2) \cos^2(ld/2) + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)] \}^2} + \frac{\frac{1}{2} \beta\lambda^2 \sin ld \sin kd}{\cos^2(kd/2) \cos^2(ld/2) + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$
D 网格	$C_{k_y}^D = \frac{4\beta\lambda^4 \sin kd \sin ld/2 \cos^3(ld/2)}{d^2 \{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]\}^2} + \frac{\frac{1}{2} \beta\lambda^2 \sin kd \sin ld}{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]}$
E 网格	$C_{k_y}^E = \frac{4\beta\lambda^4 \sin(kd/\sqrt{2}) \sin(ld/\sqrt{2}) \cos^3(ld/\sqrt{2})}{d^2 \{1 + 2(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/\sqrt{2}) + \sin^2(ld/\sqrt{2})]\}^2} + \frac{\beta\lambda^2 \sin(kd/\sqrt{2}) \sin(ld/\sqrt{2})}{1 + 2(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/\sqrt{2}) + \sin^2(ld/\sqrt{2})]}$
Z 网格	$C_{k_y}^Z = \frac{2\beta\lambda^4 \sin ld \sin kd}{d^2 \{1 + 4(\lambda/d)^2 [\sin^2(kd/2) + \sin^2(ld/2)]\}^2}$

4 讨 论

根据第 3 部分给出的频率和群速表达式,用图示的方法比较这 6 种网格和解析情况的频率和群速,从 3 个不同的角度(频率、 x 方向的群速和 y 方向的群速)看哪种网格与解析情况最接近。从而找出模拟 Rossby 波产生误差最小的网格。

以下的讨论分 $\lambda/d=2$ 和 $\lambda/d=0.5$ 两种情况进行。一般而言,前一种情况反映可分辨的,后一种情况反映不可分辨的。

图 2 给出了 $\lambda/d=2$ (图 2a)和 $\lambda/d=0.5$ (图 2b)情况下 6 种数值频散关系和解析频散关系图。对于 $\lambda/d=2$ 的情况,为描述大于 $2d$ 的波动, $\frac{kd}{\pi}$ 和 $\frac{ld}{\pi}$ 的取值范围为 $[0, 1]$; 对于 $\lambda/d=0.5$ 的情况,为描述小于 $2d$ 的波动, $\frac{kd}{\pi}$ 和 $\frac{ld}{\pi}$ 的取值范围为 $[1, 2]$ 。

由频率图可以看出:在可分辨的情况下,Z,D,C 网格的三维频率图与解析解的比较接近,其中 Z 网格最接近,而 A,B,E 网格产生的误差较大。在不可分辨的情况下,每种网格产生的误差都比较大。

图 3 给出了 $\lambda/d=2$ (图 3a)和 $\lambda/d=0.5$ (图 3b)情况下 6 种网格数值群速和解析群速的 x 方向群速图。对于 $\lambda/d=2$ 的情况,为描述大于 $2d$ 的波动, kd 和 ld 的取值范围为 $[0, \pi]$; 对于 $\lambda/d=0.5$ 的情况,为描述小于 $2d$ 的波动, kd 和 ld 的取值范围为 $[\pi, 2\pi]$ 。

由 x 方向群速图可以看出:在可分辨的情况下,D,C,Z 网格基本上与解析情况一致。同样,A,B,E 网格产生的误差较大。在不可分辨的情况下,6 种网格产生的误差都比较大。

图 4 给出了 $\lambda/d=2$ (图 4a)和 $\lambda/d=0.5$ (图 4b)情况下 6 种网格数值群速和解析群速的 y 方向群速图。对于 $\lambda/d=2$ 的情况,为描述大于 $2d$ 的波动, kd 和 ld 的取值范围为 $[0, \pi]$; 对于 $\lambda/d=0.5$ 的情况,为描述小于 $2d$ 的波动, kd 和 ld 的取值范围为 $[\pi, 2\pi]$ 。

由 y 方向群速图可以看出:在可分辨的情况下($\lambda/d=2$)模拟地转演变 Z,D,C 网格在 6 种网格中最好,其中 Z 网格最好。而在不可分辨的情况下,6 种网格的效果都比较差。

为进一步说明每种网格的群速特征,本文又给出了和图 3、图 4 相对应的 xy 面投影图(图 5 和图 6),其中颜色的灰度表示数值的大小。从图 5 和图 6

得出的结论和从图 3 和图 4 中得出的结论一致。

因此,从频率和 x, y 方向的群速综合起来看,在可分辨的情况下,Z,D,C 网格都能较好地模拟 Rossby 波,而在不可分辨的情况下,6 种网格的效果都比较差。文献[3]中指出 Z,C 在可分辨的情况下,能较好地模拟重力惯性波。由此可见,在可分辨的情况下,Z,C 网格对惯性重力波和 Rossby 波都能较好的模拟。

下面分析一下各种网格出现偏差的原因:

(1) Arakawa A 网格:它是非跳点的,因此讨论起来也比较简单。由于 u 和 v 定义在同一个格点,故动量方程的科氏项计算精度较高。但那些空间导数项必然要涉及到平均。类似地,定义在 h 点的质量辐合和辐散也需要平均。由于平均必然会在表示的最小尺度上‘隐藏’着噪音,因此必须平滑。A 网格正因为噪音大,现在几乎不被采用了。也就是说,在有限差分方案的设计中尽量避免平均。

(2) B 网格:像在 A 网格上一样,科氏项容易计算,因为 u, v 定义在同一个格点上不要平均。而气压梯度力又像在 A 网格上一样必须平均,但有一点不同:在 A 网格上,用来近似气压梯度力 x 分量 $\frac{\partial h}{\partial x}$ 的平均只在 x 方向进行;在 B 网格上,相应的平均在 y 方向上。B 网格在表示的最小尺度上, x 方向的振荡在 $\frac{\partial h}{\partial x}$ 计算中不是平均得出的,因此它能参与模式的动力学,适合于地转演变,连续方程的辐合和辐散项也同样适合。因此,B 网格能很好地模拟地转演变,但有小尺度噪音。

(3) C 网格:因为定义的 h 点东西为 u 点,南北为 v 点,所以气压梯度力不需要平均。类似地,连续方程的质量辐合和辐散项,不需要平均风场也能算出。但由于 u, v 定义在不同点上,求科氏项则需要平均。对于小尺度惯性重力波,科氏项可以忽略,这意味着如果模式的水平分辨率足够高,以至于能在网格上表示出的最小波动对科氏力不敏感,C 网格用起来就比较好。更确切的说,当网格距比变形半径小时,C 网格较好。

(4) D 网格:它可进行地转风的简单计算,从大尺度运动的地转平衡重要性来看,似乎是一个引人注意的特征。但很明显的是,在气压梯度力、质量辐合/辐散,甚至在科氏项也需要平均。因此频散关系较差。

(5) E 网格:它本质上是一个旋转的 B 网格, E

网格距为 $d^* = \sqrt{2}d$ 。初看起来, E 网格好像是完美的, 科氏项、气压梯度力项和质量辐合辐散项都不需要平均, 但是如果考虑在网格一个方向(比如 y 方向)的时候, 问题就变得明显了, 在这种情况下, 相当于一维问题, E 网格‘退化为’A 网格, 并且格距 $d = d^* / \sqrt{2}$ 减小了, 对于这样一个一维运动, E 网格存在 A 网格的所有问题。

(6) Z 网格: 此网格风的辐散部分分量像在 C 网格一样, 趋于跳点, 而风的旋转部分分量像在 D 网格一样趋于跳点, 这意味着 Z 网格不与 Arakawa A-E 网格中任一种对应, 用 Z 网格也不需要平均。方程组中出现的唯一空间差分算子为 ∇^2 , 它出现在散度方程中并作用于 h , 用通常的中央有限差分法, ∇^2 的有限差分近似被定义在 h 格点上。因此不需要平

均。

5 结 论

从以上的分析可以得到以下结论:

(1) 这 6 种网格中, 在可分辨的情况下, 从频率和群速等方面来考虑, Z, D, C 网格对 Rossby 波的模拟效果较好, 其中 Z 网格的效果最好。

(2) 在不可分辨的情况下, 这 6 种网格对 Rossby 波的描述能力都比较差, 因此要描述某一种 Rossby 波, 网格距不能太大。

(3) 在可分辨的情况下, Z, C 网格不仅在描述重力惯性波时产生的歪曲小, 而且在描述 Rossby 波产生的歪曲也小。可见, Z, C 网格为两种最好的网格。

参考文献

- 1 Winninghoff F J. On the adjustment toward a geostrophic balance in a simple primitive equation model with application to the problems of initialization and objective analysis; [dissertation]. Los Angeles: University of California, 1968
- 2 Arakawa A, Lamb V R. Computational dynamical processes of the UTLA general circulation model. In: Chang J (ed). Methods in Computational Physics. New York: Academic Press, 1977. 173~265
- 3 刘宇迪等. 水平网格计算频散性的研究. 应用气象学报, 2001, 12(2): 140~149

IMPACT OF HORIZONTAL GRID ON ROSSBY WAVE

Liu Yudi

(LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029
Meteorological College, PLA Science & Engineering University, Nanjing 211101)

Ji Zhongzhen

(LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Zhu Hongwei Li Xindong Hou Zhiming

(Meteorological College, PLA Science & Engineering University, Nanjing 211101)

Abstract

In the paper, the computational dispersion properties of six different Arakawa A-E and Z grids for approximation of the quasi-geostrophic, beta plane approximative equations, are analyzed in terms of frequency and group velocity characteristics, respectively for unresolvable and resolvable models. Results of the test for the Rossby Wave shown that for resolvable model Z, D and C grids have the best dispersion characteristics among all grids considered; but for the unresolvable model all grids have worse ones.

Key words: Grid, Rossby wave, Dispersion characteristics, Group velocity.

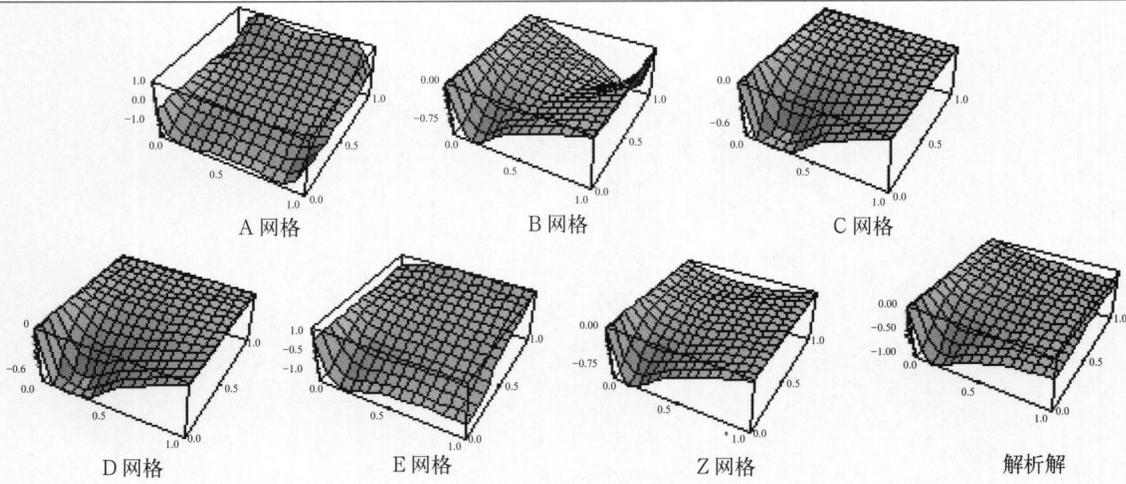


图 2a $\frac{\lambda}{d} = 2$ 的 6 种网格和解析的频散图
(x 方向的坐标为 $\frac{kd}{\pi}$, y 方向的坐标为 $\frac{ld}{\pi}$, z 方向的坐标为 $\frac{\omega}{\beta d}$, $\frac{kd}{\pi}$ 和 $\frac{ld}{\pi}$ 的取值范围均为 [0,1])

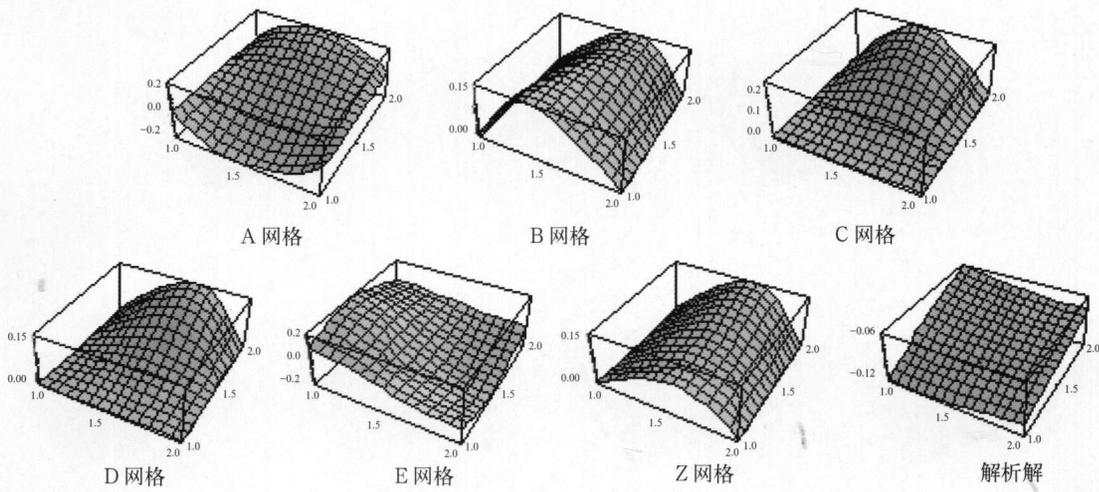


图 2b $\frac{\lambda}{d} = 0.5$ 的 6 种网格和解析解的频散图(坐标与图 2a 的相同,但取值范围为 [1,2])

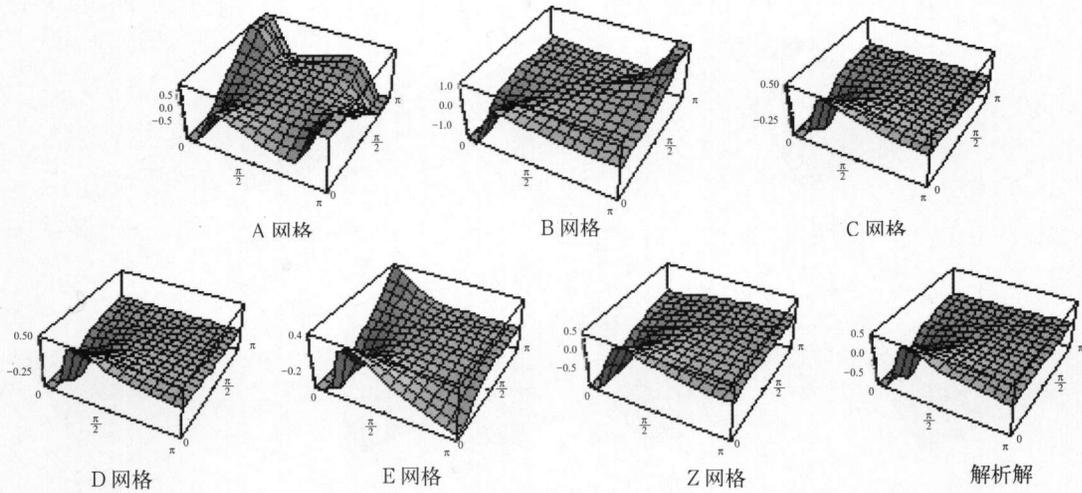


图 3a $\frac{\lambda}{d} = 2$ 的 6 种网格和解析解的 x 方向群速图
(x 方向的坐标为 kd , y 方向的坐标为 ld , z 方向的坐标为 $\frac{C_g}{\beta d}$, kd 和 ld 的取值范围均为 $[0, \pi]$)

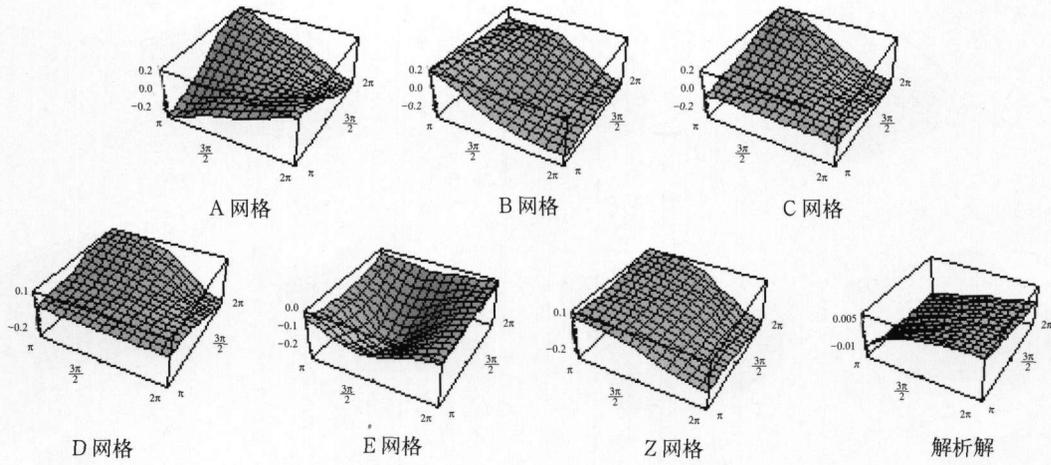


图 3b $\frac{\lambda}{d} = 0.5$ 的 6 种网格和解析解的 x 方向群速图
(坐标与图 3a 的相同, kd 和 ld 的取值范围均为 $[\pi, 2\pi]$)

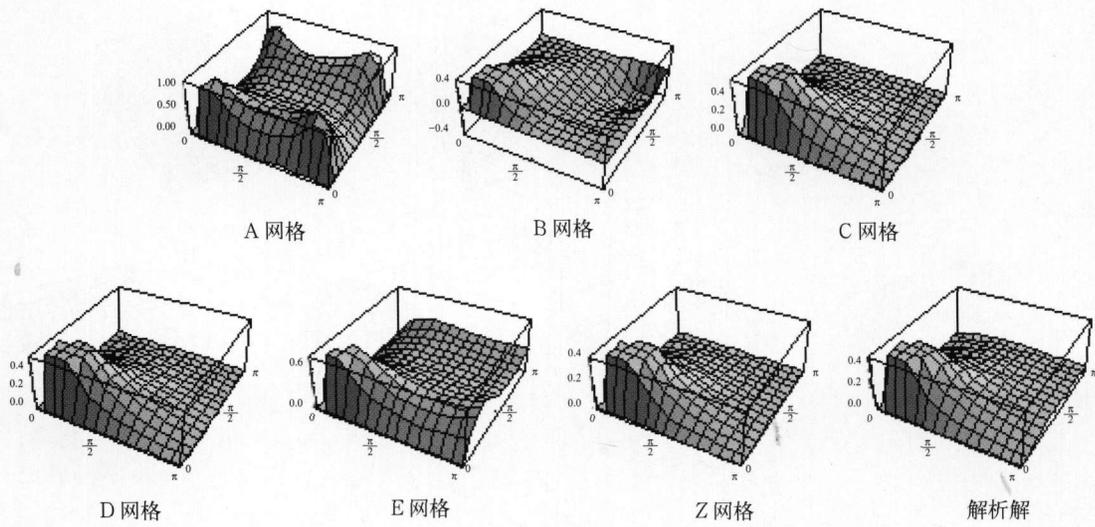


图 4a $\frac{\lambda}{d} = 2$ 的 6 种网格和解析解的 y 方向群速图
(x 方向的坐标为 kd , y 方向的坐标为 ld , z 方向的坐标为 $\frac{C_g}{\beta d}$, kd 和 ld 的取值范围均为 $[0, \pi]$)

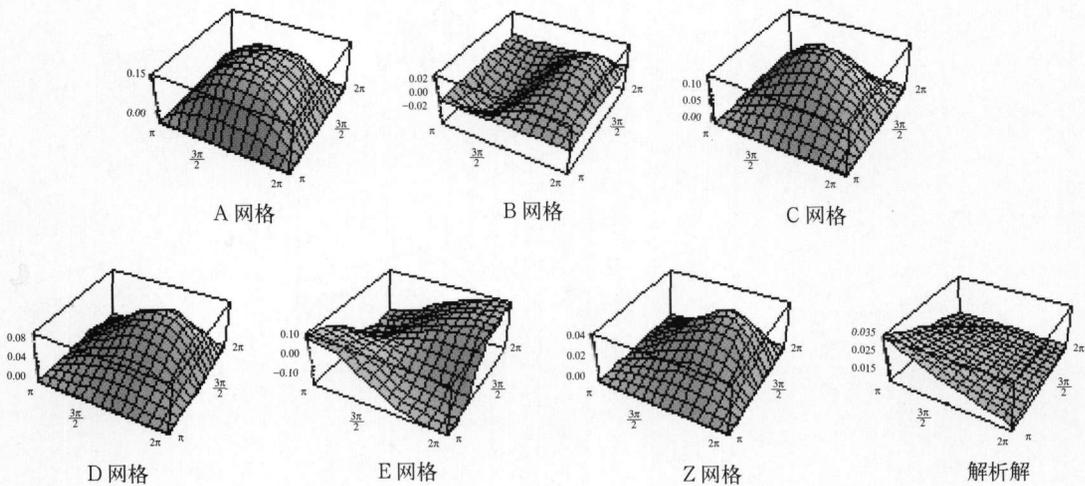


图 4b $\frac{\lambda}{d} = 0.5$ 的 6 种网格和解析解的 y 方向群速图
(坐标与图 4a 的相同, kd 和 ld 的取值范围均为 $[\pi, 2\pi]$)

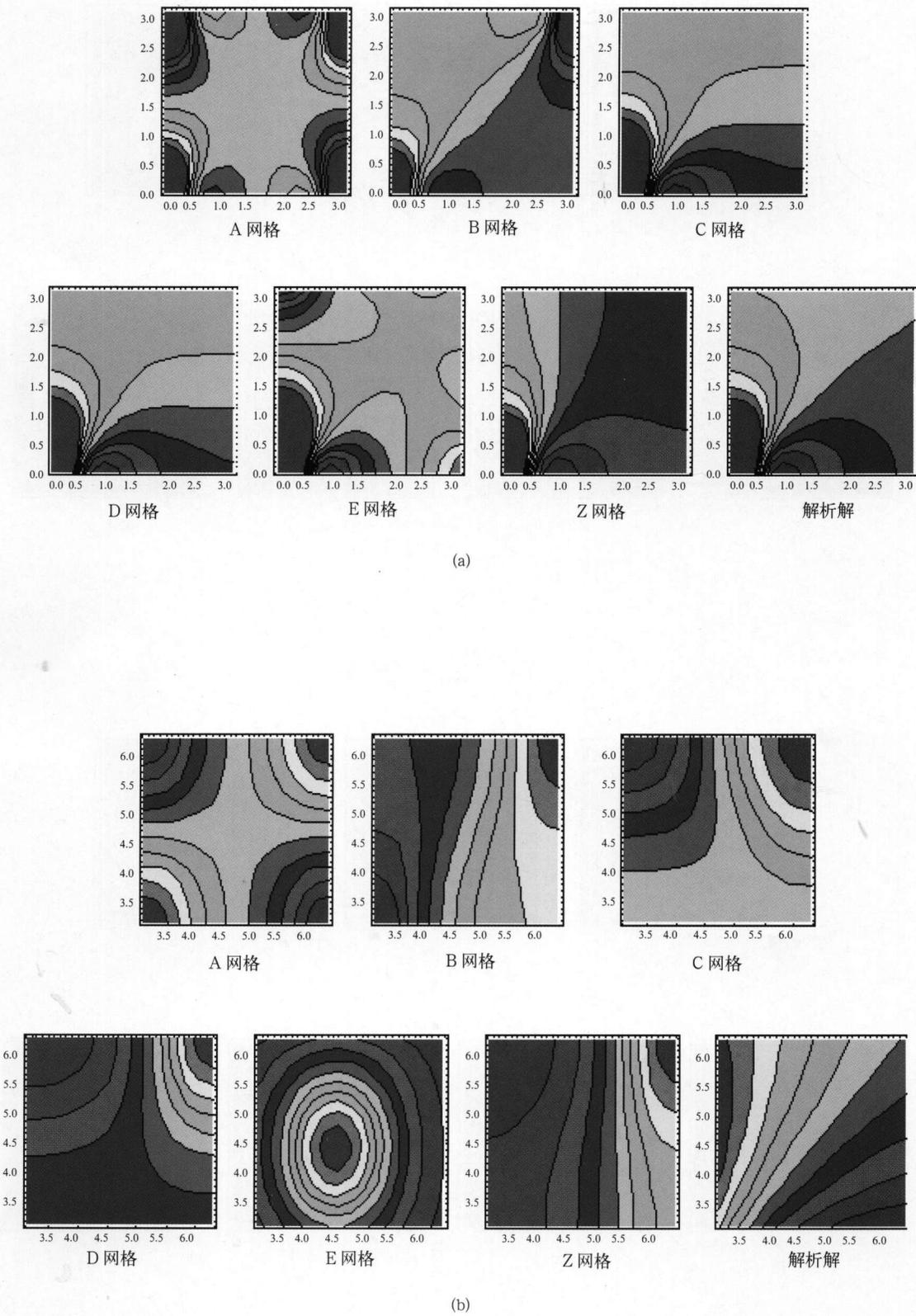
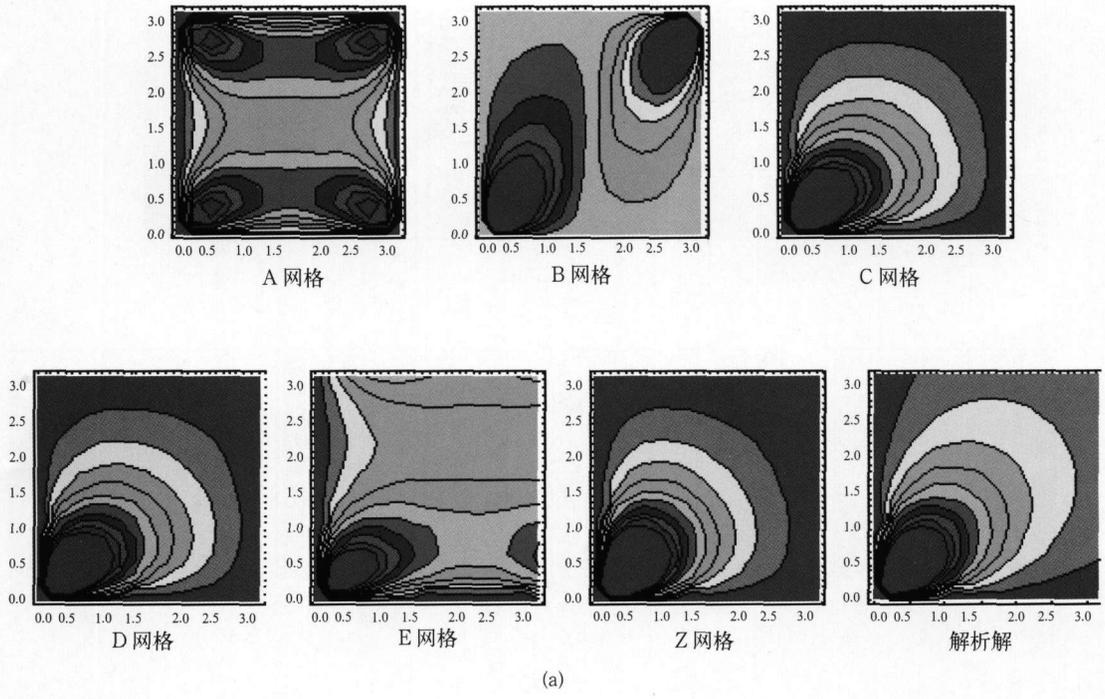
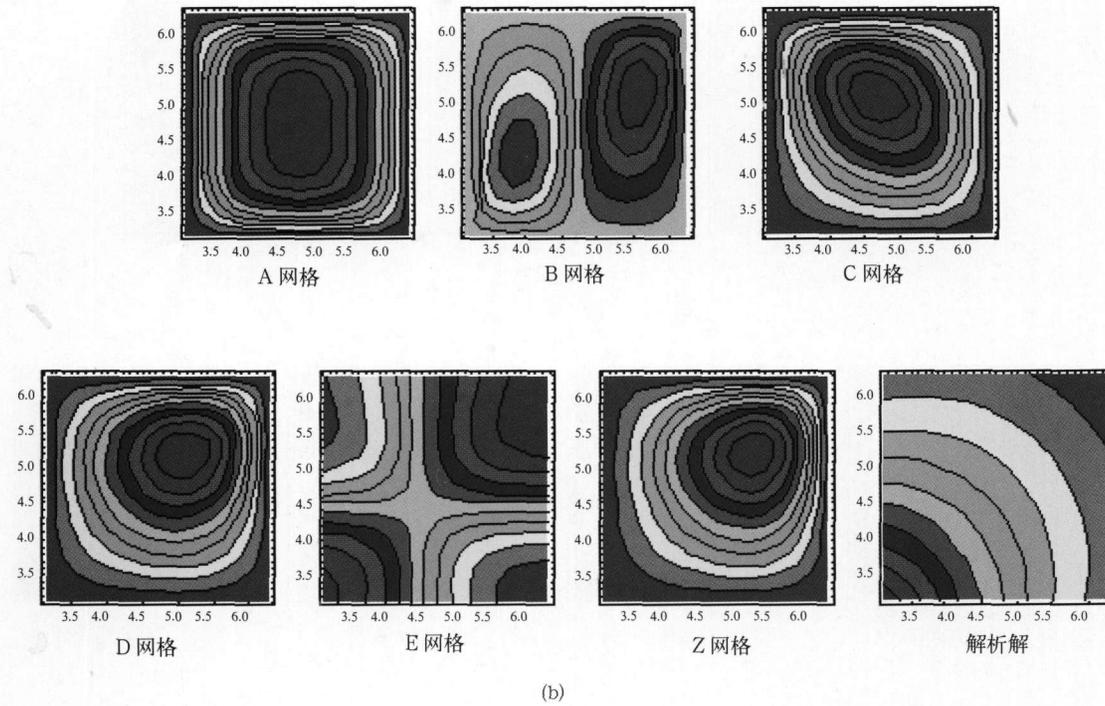


图5 图3中各图在xy面的相应投影



(a)



(b)

图6 图4中各图在xy面的相应投影