全球大气多层原始方程距平谱模式的研制

杨修群 黄七松

(南京大学大气科学系,南京,210008)

摘要

距平滤波模式(AFM)是具有独特优点的长期天气预报模式,本文推广进而设计了一类 全球大气多层原始方程距平谱模式,并利用该模式对热带海温距平产生的大气响应进行了试 验性模拟,结果表明多层原始方程距平模式不同于 AFM,更有别于 GCM,在短期气候异常的 动力学过程研究或预报方面显示出广泛的应用价值。

关键词: 多层, 原始方程, 距平模式。

1 引 言

由 Smagorinsky 等(1963)^[1]和 Mintz(1965)^[2]等开创后经发展至今的大气环流模式 (GCM)在气候研究中确实具有相当的应用价值。一方面,由于它不仅能够较成功地模拟 出气候平均态,而且能较真实地再现大气年际变化、季节变化和低频振荡等现象,甚至还 能描述个别天气系统的逐日演变,另一方面,由于它能较容易地突出一些引起长期天气或 短期气候异常的主要因子(如海表温度、极冰、雪盖和植被等)的作用过程,因而被广泛地 应用于各类数值模拟、敏感性数值试验和短期气候预报等研究之中^[3]。但是,GCM 也存在 一些问题,如:(1)应用于海气耦合模式时还难以正确模拟气候态,存在"气候漂移"现象, (2)在不准确的气候平均态基础上研究气候动力学过程或进行短期气候预报,其结果是值 得怀疑的,(3)在作敏感性数值试验时,需作平行的控制试验,浪费计算时间。

事实上,就短期气候异常而言,人们关心的常常是气候的距平(Anomaly),即和气候 平均态的偏差量,如果认为气候平均态是平均的气候强迫所形成,并且满足大气方程组, 则易于推得大气距平方程组,从而构成所谓大气距平模式。巢纪平等(1977,1982)^[4,5]提出 了距平模式并加以发展,其基本思想之一就是距平量为模式预报量,而气候平均态作为已 知量可由观测资料给定。在进行短期气候异常研究或预报时距平模式有其独特的长处: (1)便于利用已经获得的历史资料信息;(2)易于对引起短期气候异常的因子和过程进行 专门研究;(3)直接预报距平量,节省计算时间。至今我国发展的这类模式一般为距平滤波 模式(即 AFM),即在距平方程中滤去了瞬变 Rossby 波等所谓大气高频""嗓音",这种 AFM 在国内外进行的多个月季环流预报个例中确实取得了相当的成功^[6]。

但是,AFM中过于粗糙的短期波的过滤存在一些缺陷^[7],现代气候动力学理论的一

^{* 1992} 年 7 月 4 日收到原稿, 1993 年 4 月 28 日收到修改稿。

些结果表明高频瞬变强迫作为大气内动力学也是短期气候异常产生的触发机制^[8]。基于 上述思想,本文研制了一多层全球大气原始方程距平谱模式,用于短期气候异常的机制研 究和进行短期气候试验性预报。

2 模式大气距平方程组的建立

年变程是大气环流中明显的周期性变化过程,正常的年变可根据多年观测资料获得, 并且作为已知可假设其为大气方程的特解,于是任一变量*S*(*t*)可分解为正常的年变*S*(*t*) 和叠加其上的距平*S*'(*t*),即

$$S(t) = \overline{S}(t) + S'(t) \tag{1}$$

这里 $\overline{S}(t)$ 是关于时间t的缓变函数,周期为1a,表现为平均的季节循环。根据这一思想描写大气环流的原始方程组^[9]可变成距平形式,即球面大气在 $\sigma(=\frac{P}{P_s})$ 坐标中的原始方程距平形式为

$$\frac{\partial \xi'}{\partial t} = -\frac{1}{a\cos^2\varphi} \left[\frac{\partial A'}{\partial \lambda} + \cos\varphi \frac{\partial B'}{\partial \varphi} \right] - 2\Omega \left(\sin\varphi D' + \frac{V'_{\epsilon}}{a} \right) + \vec{k} \cdot \nabla \wedge \left({}_{k}\vec{F}' + {}_{v}\vec{F}' \right)$$
(2)
$$\frac{\partial D'}{\partial t} = \frac{1}{a\cos^2\varphi} \left[\frac{\partial B'}{\partial \lambda} - \cos\varphi \frac{\partial A'}{\partial \varphi} \right] + 2\Omega \left(\sin\varphi \zeta' - \frac{U'_{\epsilon}}{a} \right) - \nabla^2 [E' + \Phi'_{\epsilon} + R(\overline{T}_{0} + T'_{0})g'] + \nabla \cdot \left({}_{k}\vec{F}' + {}_{v}\vec{F}' \right)$$
(3)

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = -\frac{1}{a\cos^2\varphi} \left[\frac{\partial G'}{\partial \lambda} + \cos\varphi \frac{\partial Q'}{\partial \varphi} \right] + H' + (\bar{\nu}_0 + \nu'_0)(\hat{D}' - \hat{D}'') + \sigma \left(\frac{\partial \overline{T}_0}{\partial \sigma} + \frac{\partial T'_0}{\partial \sigma} \right) \hat{D}' + {}_{h}F'_{T} + {}_{V}F'_{T}$$
(4)

$$\frac{\partial q'}{\partial t} = Z' + \hat{D}' \tag{5}$$

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial \sigma} = -\frac{RT'}{\sigma} \tag{6}$$

这里 ζ' , D', T', Φ' 分别为涡度、水平散度、温度、位势高度距平, $q = \ln P_r$, P_r 为表面气压, $U_c = u\cos\varphi$, $V_c = v\cos\varphi$, a 为地球半径, 并且有

$$A' = A(\bar{\zeta} + \zeta', \overline{D} + D', \overline{T} + T', \bar{q} + q') - A(\bar{\zeta}, \overline{D}, \overline{T}, \bar{q})$$
(7)
$$B' = B(\bar{\zeta} + \zeta', \overline{D} + D', \overline{T} + T', \bar{q} + q') - B(\bar{\zeta}, \overline{D}, \overline{T}, \bar{q})$$
(8)

$$E' = \frac{1}{2\cos^2\varphi} \left(2\overline{U_c}U_c' + 2\overline{V_c}V_c' + {U'_c}^2 + {V'_c}^2 \right) + RT_0'\bar{q}$$
(9)

$$G' = \overline{U}_c T'_* + U'_c \overline{T}_* + U'_c T'_*$$
(10)

$$Q' = \overline{V}_c T_{\star}' + V_c' \overline{T}_{\star} + V_c' T_{\star}'$$
(11)

$$H' = H(\overline{D} + D', \vec{V} + \vec{V}', \overline{T} + T', \bar{q} + q') - H(\overline{D}, \vec{V}, \overline{T}, \bar{q}) + \nu_{0}'(\hat{\overline{D}} - \hat{\overline{D}}'') + \sigma \frac{\partial I_{0}'}{\partial \sigma} \hat{\overline{D}} + \frac{H_{c}'}{c_{p}}$$
(12)

$$Z' = \hat{\vec{V}} \cdot \nabla q' + \hat{\vec{V}}' \cdot \nabla \bar{q} + \hat{\vec{V}}' \cdot \nabla q'$$
(13)

其中

$$A = \zeta U_c + \sigma \frac{\partial V_c}{\partial \sigma} + \frac{RT_{\bullet}}{a} \cos\varphi \frac{\partial q}{\partial \varphi}$$
(14)

$$B = \zeta V_c - \dot{\sigma} \frac{\partial U_c}{\partial \sigma} - \frac{RT_{\bullet}}{a} \frac{\partial q}{\partial \lambda}$$
(15)

$$H = T_{\bullet}D + \sigma \frac{\partial I_{\bullet}}{\partial \sigma} \hat{D} + u_{\bullet} (\hat{D} - \hat{D}^{\sigma}) + v \{ (1 - \sigma) \vec{V} - \vec{V}^{\sigma} \} \cdot \nabla q$$
$$+ \frac{RT}{c_{\bullet}} \{ (\vec{V} + \hat{\vec{V}} \} \cdot \nabla q \}$$
(16)

这里 $\nu = \frac{RT}{\sigma c_b} - \frac{\partial T}{\partial \sigma}$ 为静力稳定度, σ 为垂直速度, 可表示为

$$= \{ (1-\sigma)\hat{D} - \hat{D}^{\sigma} \} + \{ (1-\sigma)\vec{\vec{V}} - \vec{\vec{V}}^{\sigma} \} \cdot \nabla q$$
(17)

这里定义(`) = \int_{1}^{0} ()d\sigma, (`)' = \int_{1}^{0} ()d\sigma,本文下标"0" 表示全球平均,下标" * "表示对全 球平均的偏差。 $_{h}\vec{F}',_{v}\vec{F}'$ 分别为动量的水平和垂直扩散距平, $_{h}\vec{F}_{T}',_{v}\vec{F}_{T}'$ 为热量的水平和垂 直扩散距平,H' 为大气内部非绝热加热通量距平。

水平扩散距平可表示为:

$$\vec{k} \cdot \nabla \wedge_{h} \vec{F}' = K_{h} (\nabla^{2} \zeta' + \frac{2\zeta'}{a^{2}})$$
(18)

$$\nabla \cdot \vec{F}' = K_h (\nabla^2 D' + \frac{2D'}{a^2}) \tag{19}$$

$${}_{h}F_{T}^{'} = K_{h} \nabla^{2}T^{\prime} \tag{20}$$

K,为水平扩散系数。垂直扩散距平可表示为

v

$$\vec{F} = \left(\frac{g}{R}\right)^3 \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\sigma}{\overline{T} + T'}\right)^3 \mu_m^2 \left| \frac{\partial}{\partial \sigma} (\overline{V} + V') \left| \frac{\partial \vec{V'}}{\partial \sigma} \right] \right]$$
(21)

$${}_{V}F_{T} = \left(\frac{g}{R}\right)^{3} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\sigma}{\overline{T} + T'}\right)^{3} \mu_{m}^{2} \left| \frac{\partial}{\partial \sigma} (\overline{V} + V') \right| \frac{\partial T'}{\partial \sigma} \right]$$
(22)

这里 $\overline{V} = \left(\frac{\overline{U}_c^2 + \overline{V}_c^2}{\cos^2 \varphi}\right)^{\frac{1}{2}}, V' = \left(\frac{U'_c^2 + V'_c^2}{\cos^2 \varphi}\right)^{\frac{1}{2}}, \mu_m$ 为混合长。由下表面进入模式最低层的动 量通量距平为

$$\vec{F}_{1} = \vec{F}_{1} (\vec{T}_{1} + T_{1}', \vec{V}_{1} + \vec{V}_{1}') - \vec{F}_{1} (\vec{T}_{1}, \vec{V}_{1})$$
(23)

热量通量距平为

这

$$F'_{T_1} = F_{T_1}(\overline{T}_1 + T'_1, \vec{V}_1 + \vec{V}'_1, \overline{T}_s + T'_s) - F_{T_1}(\overline{T}_1, \vec{V}_1, \overline{T}_s)$$
(24)
里尼1, F_T 可分别表示为

$$\vec{F}_{1} = -\left(\frac{g}{R}\right) \frac{\sigma_{1}}{T_{1}} \frac{1}{\sigma_{1} - 1} C_{D} |\vec{V}_{1}| |\vec{V}_{1}$$
(25)

$$F_{T_1} = \left(\frac{g}{R}\right) \frac{\sigma_1}{T_1} \frac{1}{\sigma_1 - 1} C_D |\vec{V}_1| (T_s - T_1)$$
(26)

其中下标"1"表示模式最低层,"S"表示地表面,C_D为拖曳系数。

大气内部非绝热加热距平 H_e一般包括云和辐射相互作用造成的加热(冷却)、凝结 造成的潜热加热等,这些加热函数距平的参数化可根据研究的物理过程采用不同的形式。 为简单起见,本文不考虑云和辐射相互作用过程对加热距平的影响,而简单以牛顿冷却代之,凝结潜热仅考虑热带对流潜热距平,采用 Wave-CISK 理论参数化^[10],并引人平均辐合带的效应^[11],可得潜热释放距平 H[']_L 为

$$\frac{H'_{L}}{c_{p}} = -\alpha\eta(\sigma)rLq_{sat}(\overline{T}_{1}+T'_{1})\{M(\overline{D}_{1}+D'_{1})-M(\overline{D}_{1})\}\Delta\sigma/c_{p}$$
(27)

其中

$$M(x) = \begin{cases} x, & \stackrel{\text{tr}}{=} x < 0\\ 0, & \stackrel{\text{tr}}{=} x \ge 0 \end{cases}$$
(28)

上式表明:只有在气候平均辐合区可以形成潜热加热正距平或负距平,而在气候辐散区只 会形成正距平。其中 q_{set}为饱和比湿,r 为相对湿度,η(σ)为正规化的加热距平垂直廓线,α 为凝结可能性因子,即可能发生凝结的水汽总量和模式最低层水汽辐合总量的比值。由 此,H_c 的表达式为

$$\frac{H'_c}{c_p} = -\alpha_N T' + \frac{H'_L}{c_p}$$
(29)

这里 a_N 为牛顿冷却系数。

3 距平方程组的谱形式及其垂直差分

距平方程组(2)--(6)的求解采用水平方向对球谐函数展开、垂直方向进行差分的方法。将预报量对球谐函数展开,并取菱形截断,截断波数为J,可表示为

$$(\zeta', D', T', q', \Phi') = \sum_{m=-J}^{J} \sum_{l=|m|}^{|m|+J} (\zeta_l^m, D_l^m, T_l^m, q_l^m, a^2 \Phi_l^m) Y_l^m(\lambda, \mu) \quad (\mu = \sin\varphi) \quad (30)$$

与式(30)相应的U_c,V_c的谱展开形式为

$$(U_{c},V_{c}) = a \sum_{m=-J}^{J} \sum_{l=|m|}^{|m|+J} (U_{l}^{m},V_{l}^{m})Y_{l}^{m}(\lambda,\mu)$$
(31)

若把式(7)-(13)中的非线性项展开成付氏级数,即

$$(A', B', E', G', Q', H', Z') = \sum_{m=-J}^{J} (aA_m, aB_m, a^2E_m, aG_m, aQ_m, H_m, Z_m)e^{im\lambda}$$
(32)

并定义

$$L_{l}^{m}(x,y) = \int_{-1}^{1} \frac{1}{1-\mu^{2}} \left[im x_{m} P_{l}^{m}(\mu) - y_{m}(1-\mu^{2}) \frac{\partial P_{l}^{m}(\mu)}{\partial \mu} \right] d\mu$$
(33)

则方程组(2)-(6)可变成谱形式

$$\frac{\partial \xi_{l}^{m}}{\partial t} = -L_{l}^{m}(A,B) - 2\Omega(\varepsilon_{l}^{m}D_{l-1}^{m} + \varepsilon_{l+l}^{m}D_{l+1}^{m} + V_{l}^{m})
+ K_{h}^{'}[2 - l(l+1)]\zeta_{l}^{m} + \xi S_{l}^{m}$$
(34)
$$\frac{\partial D_{l}^{m}}{\partial t} = L_{l}^{m}(B, -A) + 2\Omega(\varepsilon_{l}^{m}\zeta_{l-1}^{m} + \varepsilon_{l+l}^{m}\zeta_{l+1}^{m} - U_{l}^{m}) + l(l+1)
[E_{l}^{m} + \Phi_{l}^{m} + R'(\overline{T}_{0} + T_{0}^{'})q_{l}^{m}] + K_{h}^{'}[2 - l(l+1)]D_{l}^{m} + D_{l}S_{l}^{m}$$
(35)
$$\frac{\partial T_{l}^{m}}{\partial t} = -L_{l}^{m}(G,Q) + H_{l}^{m} + (\bar{\nu}_{0} + \nu_{0}^{'})(\hat{D}_{l}^{m} - \hat{D}_{l}^{m})$$

$$+ \sigma \left(\frac{\partial \overline{T}_{0}}{\partial \sigma} + \frac{\partial T_{0}'}{\partial \sigma} \right) \hat{D}_{l}^{m} - \left[\alpha_{N} + K_{h}' l(l+1) \right] T_{l}^{m} + {}_{T} S_{l}^{m}$$
(36)

$$\frac{\partial q_l^m}{\partial t} = Z_l^m + \hat{D}_l^m \tag{37}$$

$$\frac{\partial \Phi_l^m}{\partial \sigma} = -R' \frac{T_l^m}{\sigma} \tag{38}$$

其中_tS_i^m,_DS_i^m,_TS_i^m 分别为涡度、散度、温度方程的垂直扩散项谱系数,若引入垂直扩散项算 子

$$\mathscr{L}_{\sigma} = \left(\frac{g}{R}\right)^{3} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\sigma}{\overline{T} + T'}\right)^{3} \mu_{m}^{2} \left| \frac{\partial (\overline{V} + V')}{\partial \sigma} \right| \frac{\partial}{\partial \sigma} \right]$$
(39)

则_kS= \vec{k} ・ $\nabla \wedge (\mathscr{L}, \vec{V}')$, $_{D}S = \nabla \cdot (\mathscr{L}, \vec{V}')$, $_{T}S = \mathscr{L}, T'$ 。另外, $\varepsilon_{l}^{m} = \left(\frac{l^{2}-m^{2}}{4l^{2}-1}\right)^{\frac{1}{2}}$, $K_{h} = \frac{K_{h}}{a^{2}}$, $R' = \frac{R}{a^{2}}$ 。注意式(36)牛顿冷却项已从 H_{l}^{m} 中提出归并于线性项之中。至此,式(34)—(38)构成 了原始方程距平谱模式的基本框架。

把大气在垂直方向按 σ 自下向上分成 N 层,并把式(34)—(38)应用到这 N 个 σ 层 上,其中将 ζ_{i}^{n} , D_{i}^{n} , T_{i}^{n} , ϕ_{i}^{n} 等写在 σ , 的整数层上,而把 σ 和对 σ 求导的项写在中间层 σ_{j}^{h} 上,整层上的垂直导数可由相邻两个中间层的平均求得。若定义任意垂直向量 $V = (V_{i}^{n}, V_{i}^{n}, \dots, V_{i}^{n}, \dots, V_{i}^{n})^{T}$,这里 N 为垂直方向总层数,j 为第 j 个 σ 层,则式(34)—(38) 在垂直方向离散化后一般地写成向量形式为

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = {}_{N}\boldsymbol{r} + {}_{L}\boldsymbol{r} + \alpha_{H}\boldsymbol{\xi} + {}_{F}\boldsymbol{r} + {}_{V}\boldsymbol{r}$$
(40)

$$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} = {}_{N}\boldsymbol{X} + {}_{L}\boldsymbol{X} + {}_{H}\boldsymbol{X} + {}_{F}\boldsymbol{X} + {}_{V}\boldsymbol{X} + l(l+1)[\boldsymbol{\Phi} + R'(\boldsymbol{\bar{T}}_{0} + \boldsymbol{T}_{0}')q]$$
(41)

$$\frac{\partial I}{\partial t} = {}_{N}Y + {}_{F}Y + \alpha'_{H}T + G'D + {}_{V}Y$$
(42)

$$\frac{\partial q}{\partial t} = Z + ID \tag{43}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = R' \boldsymbol{A} \boldsymbol{T} \tag{44}$$

其中左下标"*N*"表示非线性项,"*L*"表示线性项,"*F*"为表面通量项,"*V*"为内垂直扩散项, $a_H = K'_h [2 - l(l+1)], a'_H = - [a_N + K'_h l(l+1)], 且有当 \sigma = \sigma_1$ 时

$$F_{l,1}^{m} = (\vec{k} \cdot \nabla \wedge \vec{F}_{1})_{l}^{m}$$

$$F_{l,1}^{m} = (\nabla \cdot \vec{F}_{1})_{l}^{m}$$

$$F_{l,1}^{m} = (F_{T_{1}})_{l}^{m}$$

$$F_{l,1}^{m} = (F_{T_{1}})_{l}^{m}$$

$$(45)$$

而当 σ≠σ1时,表面通量项为零,以及有

$${}_{N}r_{l,j}^{m} = \{-L_{l}^{m}(A,B)\}_{\sigma=\sigma_{j}}$$

$${}_{L}r_{l,j}^{m} = -2\Omega\{\epsilon_{l}^{m}D_{l-1}^{m} + \epsilon_{l+1}^{m}D_{l+1}^{m} + V_{l}^{m}\}_{\sigma=\sigma_{j}}$$

$${}_{N}X_{l,j}^{m} = \{L_{l}^{m}(B, -A) + l(l+1)E_{l}^{m}\}_{\sigma=\sigma_{j}}$$

$${}_{L}X_{l,j}^{m} = 2\Omega\{\epsilon_{l}^{m}\zeta_{l-1}^{m} + \epsilon_{l+1}^{m}\zeta_{l+1}^{m} - U_{l}^{m}\}_{\sigma=\sigma_{j}}$$

$${}_{N}Y_{l,j}^{m} = \{-L_{l}^{m}(G,Q) + H_{l}^{m}\}_{\sigma=\sigma_{j}}$$

$$(46)$$

G'为 $N \times N$ 阶矩阵,由式(36)右端第3、4项垂直差分形式决定,若令 $b_i =$ $\sigma_{j}\left(\frac{\partial \overline{T}_{0}}{\partial \sigma}+\frac{\partial \overline{T}_{0}}{\partial \sigma}\right)_{\sigma=\sigma},\nu_{0j}=\{\bar{\nu}_{0}+\nu_{0}^{'}\}_{\sigma=\sigma_{j}}, \emptyset \neq G_{N\times N}^{'}=L_{N\times N}+U_{N\times N}, \downarrow \uparrow$ $\boldsymbol{L}_{N\times N} = \begin{bmatrix} b_{1}\Delta\sigma_{1} \\ b_{2}(\Delta\sigma_{1} + \frac{\Delta\sigma_{2}}{2}), & b_{2}\frac{\Delta\sigma_{2}}{2} \\ b_{3}(\Delta\sigma_{1} + \frac{\Delta\sigma_{2}}{2}), & b_{3}\frac{1}{2}(\Delta\sigma_{2} + \Delta\sigma_{3}), & b_{3}\frac{\Delta\sigma_{3}}{2} \\ & & \\ b_{j}(\Delta\sigma_{1} + \frac{\Delta\sigma_{2}}{2}), & \cdots , & b_{j}\frac{1}{2}(\Delta\sigma_{k} + \Delta\sigma_{k+1}), & \cdots , & b_{j}\frac{\Delta\sigma_{j}}{2} \\ & & \\ b_{N}(\Delta\sigma_{1} + \frac{\Delta\sigma_{2}}{2}), & \cdots , & b_{N}\frac{1}{2}(\Delta\sigma_{k} + \Delta\sigma_{k+1}), & \cdots , & b_{N}\frac{\Delta\sigma_{N}}{2} \end{bmatrix}_{N};$ $\left[(\nu_{01} + b_1) \frac{\Delta \sigma_2}{2}, (\nu_{01} + b_1) \frac{1}{2} (\Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3), \cdots, (\nu_{01} + b_1) (\frac{1}{2} \Delta \sigma_N + \Delta \sigma_{N+1}) \right]$ $(\nu_{02} + b_2) \frac{\Delta \sigma_3}{2}, \cdots, (\nu_{02} + b_2) (\frac{1}{2} \Delta \sigma_N + \Delta \sigma_{N+1})$ $U_{N\times N} =$ $(\nu_{0j} + b_j)(\frac{1}{2}\Delta\sigma_N + \Delta\sigma_{N+1})$ $(\nu_{0N} + b_N)\Delta\sigma_{N+1}$ 这里 $\Delta \sigma_{j} = \sigma_{j} - \sigma_{j-1}$ 。

式(43)中 $q=q_i^m$, $Z=Z_i^m$, I为一行向量,即 $I = ((\Delta\sigma_1 + \frac{\Delta\sigma_2}{2}), \frac{1}{2}(\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3), \cdots, \frac{1}{2}(\Delta\sigma_k + \Delta\sigma_{k+1}), \cdots, (\frac{\Delta\sigma_N}{2} + \Delta\sigma_{N+1}))_N$ 假设模式最低两层的 T和 ln σ 呈线性关系,并令 $\alpha_i = -\frac{\ln\sigma_i}{\ln\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}(\frac{1}{2}\ln\sigma_i - \ln\sigma_2), \beta_i = -\frac{\ln\sigma_i}{\ln\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}(\ln\sigma_i - \frac{1}{\ln\sigma_2}), \beta_i = -\frac{\ln\sigma_i}{\ln\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$

 $\frac{\ln\sigma_{i}}{\ln\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}}}(\ln\sigma_{1}-\frac{1}{2}\ln\sigma_{i}),(这里 i=1,2),\lambda_{j}=-\frac{1}{2}\ln\frac{\sigma_{j}}{\sigma_{j-1}},则式(44)中的系数矩阵可表示为$

$$\boldsymbol{A}_{N\times N} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{1}, \ \boldsymbol{\beta}_{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\alpha}_{2}, \ \boldsymbol{\beta}_{2} \\ \boldsymbol{\alpha}_{2}, \ (\boldsymbol{\beta}_{2} + \boldsymbol{\lambda}_{3}), \ \boldsymbol{\lambda}_{3} \\ \boldsymbol{\alpha}_{2}, \ (\boldsymbol{\beta}_{2} + \boldsymbol{\lambda}_{3}), \ (\boldsymbol{\lambda}_{3} + \boldsymbol{\lambda}_{4}), \ \boldsymbol{\lambda}_{4} \\ \dots \\ \boldsymbol{\alpha}_{2}, \ (\boldsymbol{\beta}_{2} + \boldsymbol{\lambda}_{3}), \ (\boldsymbol{\lambda}_{3} + \boldsymbol{\lambda}_{4}), \ \dots, \ (\boldsymbol{\lambda}_{k} + \boldsymbol{\lambda}_{k+1}), \ \dots, \ \boldsymbol{\lambda}_{N} \end{bmatrix}_{N\times N}$$

另外,式(40)--(42)中的垂直扩散项分别为

$$V \mathbf{r} = (\mathbf{\vec{k}} \cdot \nabla \wedge (\mathbf{G} \mathbf{\vec{V}}_g))_l^m$$

$$V \mathbf{X} = (\nabla \cdot (\mathbf{G} \mathbf{\vec{V}}_g))_l^m$$

$$V \mathbf{Y} = (\mathbf{G} \mathbf{T}_g)_l^m$$

$$(47)$$

这里向量 $\vec{V}_{g} = (\vec{V}_{1}(\lambda,\varphi), \vec{V}_{2}(\lambda,\varphi), \dots, \vec{V}_{j}(\lambda,\varphi), \dots, \vec{V}_{N}(\lambda,\varphi))^{T}, T_{g} = (T_{1}(\lambda,\varphi), T_{2}(\lambda,\varphi), \dots, T_{j}(\lambda,\varphi), \dots, T_{N}(\lambda,\varphi))^{T}, G 为 N \times N$ 阶矩阵,由垂直扩散算子式(39)% 的差分形式决定,且为三角矩阵,若令

$$A_{j}^{h} = \left\{ \left(\frac{g}{R} \right)^{3} \left(\frac{\sigma}{\overline{T} + T'} \right)^{3} \mu_{m}^{2} \left| \frac{\partial}{\partial \sigma} (\overline{V} + V') \right| \right\}_{\sigma = \sigma_{j}^{h}}$$
(48)

$$B_j = A_j^k / (\sigma_{j+1} - \sigma_j) \tag{49}$$

则矩阵 G 可表示为

$$\mathbf{G}_{N\times N} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma_{1}^{h} - \sigma_{0}^{h}} B_{1}, & 1 \\ \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} (B_{1} + B_{2}), & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{2} \\ & \dots \\ & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} (B_{1} + B_{2}), & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{2} \\ & \dots \\ & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} (B_{1} + B_{2}), & \frac{1}{\sigma_{1}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{2} \\ & \dots \\ & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, \\ & \dots \\ & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{1}^{h} - \sigma_{1}^{h}} B_{1}, \\ & \dots \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{1}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, & -\frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{1}, \\ & 0 & \frac{1}{\sigma_{2}^{h} - \sigma_{2}^{h}} B_{2}, \\ &$$

显然,矩阵G由气候平均态和距平场共同决定。

至此,式(40)-(44)构成了垂直差分形式的距平谱方程组。

4 全变换法和时间积分方案

本文距平谱模式在时间积分过程中采用 Eliassen 和 Machenhauer(1974)的全变换法, 即在积分的每一步均把谱系数变为格点值,然后在格点空间计算非线性项和物理过程(包 括垂直扩散),然后再将格点值变成谱系数,其中在变换法过程中采用快速付氏变换和高 斯数值积分方法。

距平谱模式的时间积分方案类似于 Bourke 等(1977)GCM 使用的方案,即采用 Marchuk(1974)的时间分离技术和 Robert 等(1972)的半隐式时间积分方案。其中时间分 离积分是对非线性垂直扩散项进行的,并且十分有利于对非线性内垂直扩散项进行隐式 处理,从而易于保证计算的稳定性。具体地说,时间积分方案分两步,第一步不考虑垂直扩 散,利用半隐式积分方案在谱空间对式(40)--(44)进行时间积分,即

$$\boldsymbol{\zeta}_{1}^{r+1} = \boldsymbol{\zeta}^{r-1} + 2\Delta t \ (_{N}\boldsymbol{r}^{r} + _{L}\boldsymbol{r}^{r} + \alpha_{H}\boldsymbol{\zeta}^{r-1} + _{F}\boldsymbol{r}^{r-1})$$
(50)
$$\boldsymbol{D}_{1}^{r+1} = \boldsymbol{D}^{r-1} + 2\Delta t \ (_{N}\boldsymbol{X}^{r} + _{L}\boldsymbol{X}^{r} + \alpha_{H}\boldsymbol{D}^{r-1} + _{F}\boldsymbol{X}^{r-1})$$

+
$$2\Delta t l(l+1) \left[\frac{1}{2} (\boldsymbol{\Phi}_{1}^{r+1} + \boldsymbol{\Phi}^{r-1}) + R'(\bar{\boldsymbol{T}}_{0} + \boldsymbol{T}_{0}') \frac{1}{2} (q_{1}^{r+1} + q^{r-1}) \right]$$
 (51)

$$T_{1}^{r+1} = T^{r-1} + 2\Delta t \ (_{N}Y^{r} +_{F}Y^{r-1} + \alpha_{H}^{'}T^{r-1}) + \Delta t \ G^{\prime}(D_{1}^{r+1} + D^{r-1})$$
(52)

$$q_{1}^{r+1} = q^{r-1} + 2\Delta t Z + \Delta t I (D_{1}^{r+1} + D^{r-1})$$
(53)

$$\boldsymbol{\Phi}_{1}^{\mathsf{r}+1} = R' \boldsymbol{A} [\boldsymbol{T}^{\mathsf{r}-1} + 2\Delta t \ (_{N}\boldsymbol{Y}^{\mathsf{r}} +_{F}\boldsymbol{Y}^{\mathsf{r}-1} + \boldsymbol{\alpha}_{H}'\boldsymbol{T}^{\mathsf{r}-1})] + \Delta t R' \boldsymbol{A} \boldsymbol{G}' (\boldsymbol{D}_{1}^{\mathsf{r}+1} + \boldsymbol{D}^{\mathsf{r}-1})$$
(54)

将式(53)、(54)代人式(51)得

$$\{\mathbf{1} - l(l+1)\Delta t^{2}R'[\mathbf{A}\mathbf{G}' + (\overline{\mathbf{T}}_{0} + \mathbf{T}_{0}')\mathbf{I}]\}\mathbf{D}_{1}^{r+1} = \{\mathbf{1} + l(l+1)\Delta t^{2}R' \\ [\mathbf{A}\mathbf{G}' + (\overline{\mathbf{T}}_{0} + \mathbf{T}_{0}')\mathbf{I}]\}\mathbf{D}^{r-1} + 2\Delta t \ (_{N}\mathbf{X}^{r} + _{L}\mathbf{X}^{r} + a_{H}\mathbf{D}^{r-1} + _{F}\mathbf{X}^{r-1})$$

+ $l(l+1)\Delta R'AT^{r-1} + 2l(l+1)\Delta R'(\bar{T}_0 + \bar{T}_0)(q^{r-1} + \Delta tZ)$ (55) 显然,利用式(55)求出 D_1^{r+1} 后代人式(52)、(53)、(54)可求出 T_1^{r+1}, q_1^{r+1} 和 Φ_1^{r+1} ,求解式 (50)可得 ζ_1^{r+1} ,下标"1"表示时间分离第一步积分结果。利用全变换法将中间结果的谱系 数变换为格点值,得到 \bar{V}_{g1} 和 T_{g1} ,这里 $\bar{V}_{g1} = (\bar{V}_{11}(\lambda, \varphi), \bar{V}_{21}(\lambda, \varphi), \dots, \bar{V}_{n}(\lambda, \varphi)$ ($\lambda, \varphi)^T, T_{g1} = (T_{11}(\lambda, \varphi), T_{21}(\lambda, \varphi), \dots, T_{n}(\lambda, \varphi), \dots, T_{n1}(\lambda, \varphi)^T, \pi)$ 第二步积分对垂直扩 散项在格点空间进行,并利用隐式积分方案,即

$$\vec{V}_{g}^{r+1} = \vec{V}_{g1} + 2\Delta t \, G \vec{V}_{g}^{r+1} \tag{56}$$

$$\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{g}}^{r+1} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{g}1} + 2\Delta \boldsymbol{t} \boldsymbol{G} \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{g}}^{r+1}$$
(57)

这里 G_{s1} 矩阵由 T_{s1} 和 \vec{V}_{s1} 场决定。由此可得

$$(1 - 2\Delta t \mathbf{G})\vec{\mathbf{V}}_{g}^{r+1} = \vec{\mathbf{V}}_{g1}$$

$$\tag{58}$$

$$(1 - 2\Delta t G)T_g^{t+1} = T_{g1}$$
(59)

这里1为单位矩阵,由于式(58)、(59)右端系数矩阵是三角的,故可用追赶法迅速求解。至此,将求得的 \vec{V}_{s}^{r+1} 和 T_{s}^{r+1} 变换到谱空间得到新的 ζ^{r+1} , D^{r+1} 和 T^{r+1} ,从而完成一个时步的最终积分。

综合上述,本文距平谱模式的计算流程可归纳如下:

(1)计算 Legendre 多项式 $P_l^m(\lambda,\mu)$;

(2)输入初始格点空间的距平场;

(3)输入气候场格点值;

(4)计算非线性项和物理过程(表面通量项和对流潜热释放)距平(格点空间);

(5)格点空间到谱空间变换;

(6)对谱方程(50)-(55)积分(谱空间);

(7) 谱空间到格点空间变换;

(8)对内垂直扩散项进行隐式积分(格点空间);

(9)重复上述(3)-(8),直至所需的积分时间。

5 对热带 SST 距平响应的试验模拟

本文利用上述全球大气多层原始方程距平谱模式对赤道中东太平洋海温异常进行了 试验性模拟。原则上说,本文距平模式的垂直层数 N 和菱形截断波数 J 是可以任意选取 的,这里取 J=15,N=9和3,即用菱形截断15波的9层和3层模式分别对 SST 距平响应进 行了模拟,结果表明9层和3层模式的模拟基本一致,因此,这里仅给出3层模式的一些模拟 结果。

9层和3层距平谱模式的 σ 分布分别为: $\sigma_9 = (0.991, 0.926, 0.811, 0.664, 0.5, 0.336, 0.188, 0.074, 0.009) 和 <math>\sigma_3 = (0.991, 0.811, 0.336)$,这样的 σ 分层使得在边界层内有较好的垂直分辨率。另外,与水平分辨率(J=15)相对应的是一个48×40的经纬网格系统,对应于纬向格距7.5°,经向格距约为4.4°,积分时步 $\Delta t = 30$ min。模式的其它主要参数取为: $K_k = 2.5 \times 10^5$ ms⁻¹,且仅用于 l > J 的情形;海洋上 $C_D = 0.001; \sigma \leq 0.5h, \mu_m = 30m;$ 式(27)中的 $\alpha, \eta(\sigma), r$ 取值同文献[10]; $\alpha_N = (10d)^{-1}$ 。SST 距平取于 Rasmusson和 Carpenter (1982)^[12]的合成图,对应于 El Nino 成熟期位相,为突出海洋过程对大气环流距平形成的作用,本文假设陆地表面通量距平为零。本文积分从1月1日开始,气候场从此开始。每积分 1d 变化1次,共积分30d。

附图给出了距平模式积分的21-30d 平均的势函数和位势高度距平响应分布。由附 图 a 可见,在低层850hPa 上赤道西太平洋为一明显的距平辐散中心,而东南太平洋为一 距平辐合中心;由附图 b 可见,在高层300hPa 上辐合辐散中心和低层响应正好反位相。上 述响应特征反映了印尼附近存在明显的距平下沉气流而东南太平洋为距平上升气流,和 气候平均场比较可知,赤道 Walker 环流减弱。同时,由于印尼附近为气压正距平响应,而 东南太平洋为负距平响应(图略),故南方涛动指数偏低。由附图 c 的300hPa 全球位势高 度场距平响应可见,较大振幅的距平主要位于冬半球即北半球,最显著的特点是在北太平 洋为一最大的负距平中心,北美为正距平,美国东南部为负距平,这一距平响应特征构成 了明显的 PNA 型遥相关。另外,在太平洋近赤道两侧分别为正距平响应中心,反映了赤 道大气 Rossby 波的响应特征。

由上可知,距平模式能再现热带 SSTA 对大气环流影响的主要特征,其结果和诸多 GCM 模拟甚为一致,但由于它无需模拟气候场,因此,在作敏感性数值试验时,原始方程 距平模式和 GCM 相比确实具有独特的优点。

6 结束语

距平模式由于其独特的优点,使得它在气候变化及其异常的研究领域内具有广泛的应用潜力。本文研制设计的全球大气多层原始方程距平谱模式可以用于多种因子的敏感性试验,也可以用于海气或陆气、冰气相互作用研究,甚至可以用于短期气候预报。当然,本文模式还存在一些不足,例如还没有对一些物理过程(如云-辐射相互作用)距平参数化进行细致的描述;另外,模式引入的气候态 *S*(*t*)作为大气方程组的特解,还存在一定的误差,这些问题仍需进一步完善。



附图 距平模式对赤道 SST 正异常的响应 (a. 850hPa 势函数距平, b. 300hPa 势函数距平, c. 300hPa 高度场距平(图中等值线 间隔:势函数为0.5×10⁶m²s⁻¹,高度场为40gpm,虚线为负值))

参考文献

- Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. 1. The basic experiment. Mon Wea Rev, 1963, 91: 98-164.
- [2] Mintz Y. Very long term global integration of the primitive equations of atmospheric motion. WMO Tech. Note 1965, 66: 141-167.
- [3] 杨修群.近年来国外气候动力学过程若干问题数值模拟研究进展.气象科技,1991,3:1—10.
- [4] 巢纪平等. 一种长期数值天气预报方法的物理基础. 中国科学,1977,20;162—172.
- [5] Chao Jiping et al. A theory and method of long-range numerical weather forecasts. J Meteor Soc Japan, 1982, 60: 282-291.
- [6] Chao Jiping et al. Monthly and seasonal forecasts and tropical ocean-atmosphere interactions, International Conference on East Asia and Western Pacific Meteorology and Climate. Hongkong, 6-8, July, 1989, Ed P Sham & C P Chang, 354-359.
- [7] 丑纪范. 长期数值天气预报. 北京:气象出版社,1986,329.
- [8] Wallace J M and Blackmon M L. Observations of low-frequency atmospheric variability. Large-scale Dynamical Processes in the Atmosphere. Ed Hoskins B J & Pearce R. Academic Press, 1983, 55-91.
- [9] Bourke W et al. Global modelling of atmospheric flow by spectral methods, Methods in Computational Physics. Academic Press, 1977, 311-320.
- [10] Lau K M, Peng L. Origin of low-frequency (intraseasonal) oscillation in the tropical atmosphere, Part I: Basic theory. J Atmos Sci. 1987, 44: 950-072.
- [11] Zebiak S E. Atmospheric convergence feedback in a simple model for El Nino. Mon Wea Rev, 1986, 114: 1263-1271.
- [12] Rasmusson E M, Carpenter T H. Variations in tropical sea surface temperature and surface wind fields associated with the Southern Oscillation/El Nino. Mon Wea Rev, 1982, 110: 354-384.

DESIGN OF A MULTI-LEVEL PRIMITIVE EQUATION ANOMALY SPECTRAL MODEL OF GLOBAL ATMOSPHERE

Yang Xiuqun Huang Shisong

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, 210008)

Abstract

Anomaly Filtering Model (AFM). developed originally by Chinese meteorologists. possessed its own unique advantage. as a long-range weather forecasting model. Based on the idea. a multi-level. primitive equation anomaly spectral model of global atmosphere has been designed. and by the model. atmospheric response to the tropical SST anomaly has also been experimentally simulated. It is shown that the model is different from both the AFM and the GCM. and also displays an extensive applied value in study or in prediction of short-term climatic anomaly.

Key words: Multi-level. Primitive equation. Anomaly model.