

# 不稳定热带海气相互作用中快波的过滤

张人禾

(中国科学院大气物理研究所, 北京, 100080)

巢纪平

(国家海洋环境研究预报中心, 北京, 100081)

Philander<sup>(1)</sup>明确指出在热带海气耦合系统中能够存在不稳定的海气相互作用。Philander 等<sup>(2)</sup>的数值计算表明, 由于海气相互作用, 不稳定扰动可以向东传播。Yamagata<sup>(3)</sup>和 Hirst<sup>(4)</sup>从理论上也证明了海气之间存在着正反馈过程。巢纪平和张人禾<sup>(5)</sup>运用一个流场和压力场的高阶平衡近似, 即在热带大气和海洋中只存在向西传播的赤道 Rossby 波时, 得出了两种介质中向西传播的赤道 Rossby 波通过海气相互作用过程, 可以产生向西传的不稳定波。并且在一定条件下, 还可出现一类不属于 Kelvin 波的向东传的不稳定波, 这些结果对解释 ENSO 事件的传播过程是值得参考的。

从巢纪平和张人禾的研究中得知, 在一个热带海气耦合系统中, 频率接近大气中赤道 Rossby 波的高频耦合波是稳定的, 只有对于频率基本上对应着海洋中赤道 Rossby 波的低频耦合波, 才出现向东传播以及不稳定性。这说明在热带海气耦合系统中, 海洋中的赤道 Rossby 波起着非常重要的作用。数值计算的结果<sup>(6)</sup>也表明, 的确存在着频率只有几天的快波, 海气相互作用对这类快波的周期及相速度影响不大。无疑这类快波对研究象 ENSO 这类现象时是没有多大意义的。可以预料, 这类快波是由于大气中的赤道 Rossby 波所引起。为了证实这一点, 在这里我们将滤去大气中的赤道 Rossby 波, 而在耦合模式中只保留海洋中的赤道 Rossby 波, 以便对热带地区的海气相互作用作进一步的研究, 从而为设计一个可以研究和预测 ENSO 事件、并大大减少计算量的模式提供物理基础。

## 1 模式及求解

### 1.1 海气耦合模式

根据文献[5], 在赤道  $\beta$  平面上, 滤去惯性重力波的无量纲海气耦合方程组为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{y^2}{4}\right) \frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{1}{2\epsilon^{1/2}} \frac{\partial h_a}{\partial x} = \frac{\epsilon AT}{4} y^2 h_s \quad (1)$$

$$\left[\epsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{\epsilon} \frac{y^2}{4}\right] \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\epsilon^{1/2}}{2} \frac{\partial h_s}{\partial x} = \frac{\gamma T}{D} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) h_a \quad (2)$$

在方程组(1)和(2)中, 所有的变量及参数的取值均同文献[5], 这里不再重复。

过滤掉大气中 Rossby 瞬变波的一种方法, 可以把大气运动取成定常的, 即方程(1)成为

$$\frac{1}{2\epsilon^{1/2}} \frac{\partial h_a}{\partial x} = \frac{\epsilon AT}{4} y^2 h_s \quad (3)$$

• 1991年6月3日收到原稿, 1992年5月27日收到修改稿。由中国科学院“八五”重大项目 KY85—10 资助。

注意到大气中的经向速度  $v_a \propto \frac{1}{y} \frac{\partial h_a}{\partial x} \propto y h_s$  (参见文献[5]), 因此方程(3) 表明了当大气低层有加热 ( $h_s > 0$ ) 时, 引起上升运动, 这个上升运动必然使低层产生辐合, 即绝对涡度增加。此时空气质点必须通过改变纬度来获得与这个背景场相同的涡度, 即产生向两极的运动。方程(3) 和(2) 即为本文所要研究的基本方程。

### 1.2 海气耦合方程的求解

设方程(3) 和(2) 具有如下形式的解

$$(h_a, h_s) = [h_a^{(0)}(y), h_s^{(0)}(y)] \cdot \exp[i(kx - \sigma t)], \tag{4}$$

将解(4) 代入方程(3) 和(2), 且消去  $h_a^{(0)}(y)$ , 则可以得到

$$\begin{aligned} & [\epsilon \frac{d^2}{dy^2} - (\epsilon k^2 + \frac{\epsilon^{3/2} k}{2 \cdot 2\sigma}) - \frac{1}{\epsilon} \frac{y^2}{4}] h_s^{(0)} \\ & = \frac{\epsilon^{3/2} A \gamma T^2}{2 D k \sigma} [2 h_s^{(0)} + 4 y \frac{d h_s^{(0)}}{dy} + y^2 (\frac{d^2 h_s^{(0)}}{dy^2} - k^2 h_s^{(0)})] \end{aligned} \tag{5}$$

将  $h_s^{(0)}(y)$  按抛物线柱函数  $D_n(y/\sqrt{\epsilon})$  展开, 即

$$h_s^{(0)}(y) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n^{(0)} D_n(y/\sqrt{\epsilon}) \tag{6}$$

将式(6) 代入方程(5), 考虑到抛物线柱函数的递推关系式及其正交性质, 并将序列在  $n = 2$  处截断, 则可得如下关于对称模的一个特征值问题

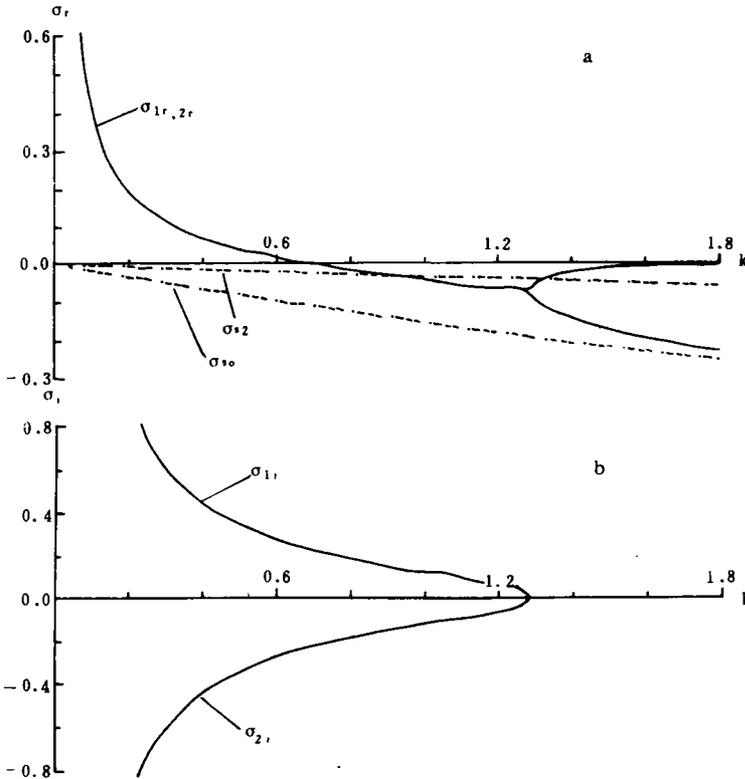


图 1  $\sigma_{1,2}$  的实部(a) 和虚部(b) 随波数  $k$  的变化(虚线为海洋中的赤道 Rossby 波的频率  $\sigma_{10}$  和  $\sigma_{20}$ )

$$(\sigma K_0 + A_0)h_{i_0}^{(0)} + B_0 h_{i_2}^{(0)} = 0 \tag{7}$$

$$B_2 h_{i_0}^{(0)} + (\sigma K_2 + A_2)h_{i_2}^{(0)} = 0 \tag{8}$$

其中

$$K_0 = \epsilon k^2 + \frac{1}{2}, \quad A_0 = \frac{\epsilon^{1/2}}{2}k + C\left(\frac{1}{4} - \epsilon k^2\right), \quad B_0 = 2C(1 - \epsilon k^2),$$

$$K_2 = \epsilon k^2 + \frac{5}{2}, \quad A_2 = \frac{\epsilon^{1/2}}{2}k - C\left(\frac{11}{4} + 5\epsilon k^2\right), \quad B_2 = -C\left(\frac{3}{2} + \epsilon k^2\right),$$

$$C = \epsilon^{3/2} A \gamma T^2 / (2Dk)$$

下一节中将对对称模的特征频率和特征函数进行分析。

## 2 结果及讨论

### 2.1 特征频率分析

由方程(7)和(8),可得频散关系

$$K_0 K_2 \sigma^2 + (K_0 A_2 + K_2 A_0) \sigma + (A_0 A_2 - B_0 B_2) = 0 \tag{9}$$

由此可得两个特征频率

$$\sigma_{1,2} = \frac{-(K_0 A_2 + K_2 A_0) \pm [(K_0 A_2 + K_2 A_0)^2 - 4K_0 K_2 (A_0 A_2 - B_0 B_2)]^{1/2}}{2K_0 K_2} \tag{10}$$

若不考虑海气相互作用,即取  $A = \gamma = 0$ ,则可得

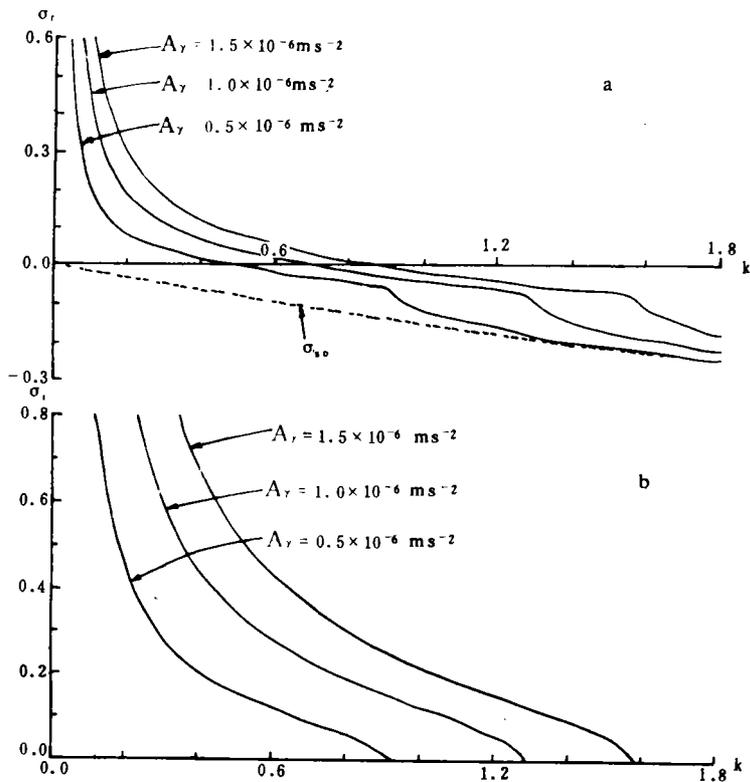


图2 海气相互作用强度对不稳定增长波  $\sigma_1$  的实部(a)和虚部(b)的影响

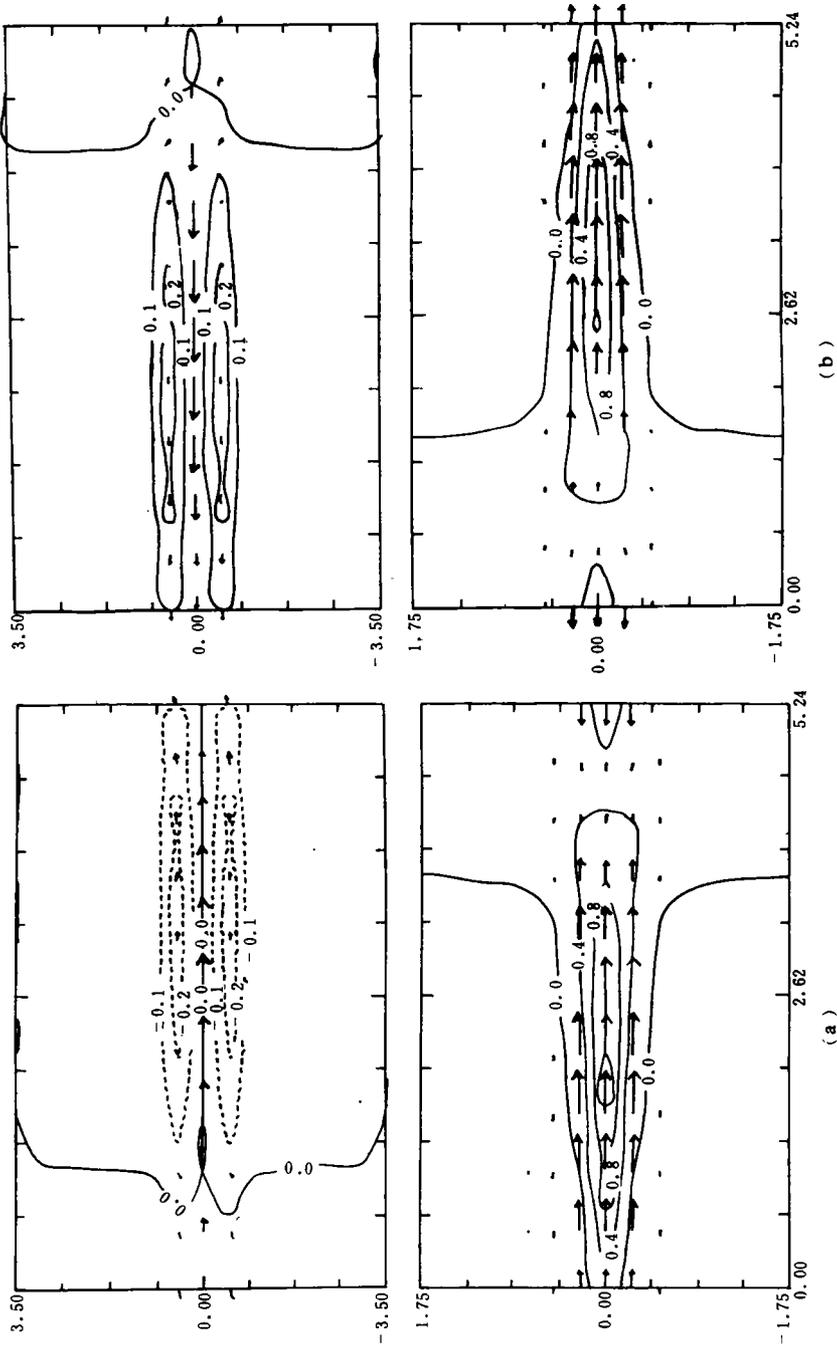


图3 取  $k = 0.6$  时, 对应于  $\sigma_1$ (a) 和  $\sigma_2$ (b) 的特征函数分布 (上半图为大气, 下半图为海洋, 实线和虚线分别代表正和负扰动高度, 箭头和箭杆分别表示风(流) 向和风(流) 速, 横轴和纵轴分别表示  $x$  和  $y$  方向)

$$\sigma_1' = -\frac{\epsilon^{1/2}}{2} \frac{k}{\epsilon k^2 + 1/2} = \sigma_{s0} \quad (11)$$

$$\sigma_2' = -\frac{\epsilon^{1/2}}{2} \frac{k}{\epsilon k^2 + 5/2} = \sigma_{s2} \quad (12)$$

方程(11)和(12)即为分别取  $n=0$  和  $2$  时,海洋中赤道 Rossby 波的频率(参见文献[5])。由此可看出,在我们的模式中滤去了大气中的赤道 Rossby 波,而只保留了海洋中的赤道 Rossby 波。

图 1a 给出了  $\sigma_{1,2}$  的实部随波数  $k$  的变化以及  $n=0$  和  $2$  时海洋中赤道 Rossby 波的频率  $\sigma_{s0}$  和  $\sigma_{s2}$ 。由图可看出,海气相互作用使得海洋中的赤道 Rossby 波在波长较长的波段范围内变成了向东传的波。而由图 1b 可看出,对于海气相互作用波中的长波部分,向东和向西传的波都具有不稳定性。由此可知,稳定的海洋赤道 Rossby 波,经过海气相互作用后,可以产生不稳定向西和向东传的热带海气相互作用波。

由图 1 可看出,当波数  $k \rightarrow 0$  时,特征频率趋于无穷大,也即不存在海气相互作用波。出现这种情况与我们取大气定常近似有关。事实上, $k \rightarrow 0$  意味着只存在纬向平直气流,经向气流不存在。而由方程(3)以及随后的讨论可知,当大气被加热时,必须存在向两极的运动来平衡由于加热所产生的涡度,因此要求  $k$  不能趋于零。

图 2 给出了海气相互作用强度对不稳定增长波  $\sigma_1$  实部和虚部的影响。可看出,当海气相互作用增强时,向东传的波所出现的波段范围变大,即向东传的临界波数向高波数方向移动,并且不稳定增长率也变强,不稳定波所出现的波段范围变大。

由此可知,当大气取定常近似时,除了在波数  $k$  很小处外,并不改变文献[5]中对于低频热带海气相互作用波所得到的结论。

## 2.2 特征函数分析

图 3 给出了分别对应  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  的特征函数分布。可看出,对于不稳定增长波  $\sigma_1$ (图 3a),大气风场和海洋流场具有明显的正相关性;而对于不稳定衰减波  $\sigma_2$ (图 3b),二者之间具有明显的反相关关系。由此可知热带海气耦合系统产生不稳定的一个必要条件是大气风场与海洋流场之间具有正相关性。其物理意义较容易理解:因为海洋唯一的不稳定因素是靠外力驱动,当洋流与风场正相关时,风与洋流同方向,即大气中的风场使得洋流加速,导致不稳定增长;反之,则使洋流减速,导致稳定。

## 3 结 论

从前面的分析可看出,在定常大气的情况下,海洋和大气的耦合同样可以产生一类向西和向东传的不稳定波。其中向东传的热带海气相互作用波与 Kelvin 波不同,完全是由于海洋赤道 Rossby 波经过海气耦合后所形成的,并且出现在波长较长的波段范围内。当海气相互作用越强时,不稳定波所出现的波段范围也越大,同时,向东传的波所出现的波段范围也越大,不稳定增长率也越强。

在此我们滤掉了大气赤道 Rossby 波,与文献[5]的结果比较,相当于在热带海气耦合系统中滤掉了高频耦合波,只保留了低频扰动。除了在波数  $k$  很小处外,文献[5]中低频波的性质与本文的结果没有什么差异。因此我们进一步证明了海洋赤道 Rossby 波在热带海气耦合系统的长期过程中具有非常重要的作用。本文的结果对于设计一个可以大大

减少计算量、用于研究和预测 ENSO 事件的模式具有一定的参考意义。

在本文的求解过程中,与文献[5]相同,我们用到了截断模式的方法,这无疑会对结果产生一定的影响。但是,文献[6]的数值计算结果表明,截断模式的方法对于我们所讨论的问题是适宜而正确的。另外,我们的海气耦合方程均为线性形式,即略去了平流项的作用。关于非线性项在海气耦合系统中的作用,我们已在另文<sup>(7)</sup>中进行了讨论。

## 参考文献

- [1] Philander S G H. El Nino southern oscillation phenomena. *Nature*, 1983, 302: 295—301.
- [2] Philander S G H, Yamagata T, Pacanowski R C. Unstable air-sea interaction in the tropics. *J Atmos Sci*, 1984, 41: 604—613.
- [3] Yamagata T. Stability of a simple air-sea coupled model in the tropics, in coupled ocean-atmosphere model, ed. J. C. J. Nihoul, Amsterdam, 1985, 767.
- [4] Hirst A C. Unstable and damped equatorial modes in simple ocean-atmosphere models. *J Atmos Sci*, 1986, 45: 606—630.
- [5] Chao Jiping(巢纪平), Zhang Renhe(张人禾). The air-sea interaction waves in the tropics and their instabilities. *Acta Meteorologica Sinica*, 1988, 3: 275—287.
- [6] Zhang Renhe(张人禾), Chao Jiping(巢纪平). Numerical experiments on the tropical air-sea interaction waves. *Acta Meteorologica Sinica*, 1992, 6: 148—158.
- [7] Zhang Renhe(张人禾), Chao Jiping(巢纪平). Mechanisms of interannual variations in a simple air-sea coupled model in the tropics. In *climate variability* (eds. ye Duzheng et al. ). China Meteorological Press, Beijing, 1993, 236—244.

## THE FILTERING OUT OF THE FAST WAVES IN THE TROPICAL UNSTABLE AIR-SEA INTERACTION MODEL

Zhang Renhe

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica, Beijing, 100080*)

Chao Jiping

(*National Research Center for Marine Environmental Forecasts, State Oceanic Administration, Beijing, 100081*)

### Abstract

In the tropical air-sea coupled system, the high frequency of fast coupled waves is meaningless for the studying of the ENSO events. It can be inferred that this kind of fast waves is caused by the high frequency equatorial Rossby waves in the atmosphere. In order to prove this, the high frequency disturbances in the atmosphere in the tropical air-sea coupled system are filtered out, and only the low frequency disturbances which are influential in the long period process are reserved. The results further show that the equatorial Rossby waves in the ocean play a decisive part in the long-term evolution of the tropical air-sea coupled system, which provides a physical foundation for the designing of a model to study and forecast the ENSO events with much less calculating amounts.