

湍流的频散效应对行星边界层大气 平衡运动的影响*

刘式适 黄 伟 荣平平

(北京大学地球物理系, 100871)

本文应用包含湍流粘性和湍流频散效应的新的 Reynolds 平均运动方程求解了行星边界层中大气的平衡运动,着重分析了湍流频散效应对平衡运动的影响。分析指出:(1) 考虑了湍流频散效应后,在 $\gamma > 0$ 时, Ekman 层风速随高度的变化减缓,而 Ekman 层厚度增大,新的 Ekman 螺线更加附合于实际;(2) 考虑了湍流频散效应后,近地面层中性层结下的风速随高度变化仍呈对数定律,只是 Karman 常数

k 变为 $k_1 = k \sqrt{1 - \frac{k}{2}}$, 因而风速随高度变化也有所增加。

1 问题的提出

众所周知,人们在研究湍流运动时,一般采用对流体力学方程组取平均的方法,但这种平均化使方程组不封闭,经典的 Prandtl 混合长理论形式上将湍流运动与分子运动类比,成功地说明了湍流的粘性、热传导、扩散等现象,不过,它在解释大气中存在的脉动动能(扰动动能)转化为平均动能(基本气流动能)时遇到了困难。Starr^[1](1966) 用所谓“负粘性”去解释。刘式适、刘式达^[2](1991)重新考虑了 Prandtl 的混合长理论,导出了既包含湍流粘性效应又包含湍流频散效应的新的 Reynolds 平均运动方程,并指出了湍流的频散效应是导致上述能量转换(称为能量逆转)的根本原因。

过去,分析行星边界层大气中的平衡运动仅考虑了湍流的粘性效应,得到的结果有的偏离实际较大,一旦考虑了湍流的频散效应后,行星边界层中大气的平衡运动必将发生变化,本文的目的就是研究湍流的频散效应对行星边界层大气平衡运动的影响。

2 包含湍流粘性与频散效应的平均化的水平运动方程

对大气运动而言,若不考虑密度的变化且只考虑湍流在垂直方向上的动量输送,则平均化的水平运动的方程组可以写为

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}}{dt} - f\bar{v} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \\ \frac{d\bar{v}}{dt} + f\bar{u} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \end{cases} \quad (1)$$

其中 \bar{p} , $\bar{\rho}$ 分别为平均气压和平均密度, \bar{u} , \bar{v} 分别为平均纬向和经向风速, (u', v', w') 为三维脉动速度, f 为 Coriolis 参数。

问题的关键是如何处理出现在方程组(1)中的脉动速度乘积的平均(它称为 Reynolds 应力)? 以 $-\overline{u'w'}$ 为例,应用 Prandtl 混合长理论,认为存在一个混合长 l' ,在 l' 内空气微团保持自身的属性不变,它在移动 l' 后与其它空气进行湍流交换,设在 $z = z_1$ 和 $z = z_2$ 处的 \bar{u} 分别为 $\bar{u}(z_1)$ 和 $\bar{u}(z_2)$,原来处于 $z = z_1$

处的空气到达 $z = z$ 后与原来处于 $z = z$ 处的空气混合产生 u' (注意 $l' = z - z_1$), 传统的做法认为

$$u' = \bar{u}(z_1) - \bar{u}(z) \approx -\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}(z - z_1) = -l' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2)$$

这里只考虑了 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$, 未考虑 $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}$, 若考虑了后者, 式(2)应改写为

$$u' = -\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}(z - z_1) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}(z - z_1)^2 = -l' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{1}{2} l'^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad (3)$$

这样便有

$$-\overline{u'w'} = \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \gamma \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad (4)$$

$$-\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^3} \quad (5)$$

其中

$$\nu = \overline{l'w'}, \quad \gamma = -\frac{1}{2} \overline{l'^2 w'} \quad (6)$$

ν 即为传统的湍流粘性系数, γ 称为湍流频散系数。

类似我们有

$$-\overline{v'w'} = \nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \gamma \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \quad (7)$$

$$-\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial z^3} \quad (8)$$

这样, 方程组(1)便可改写为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \\ \frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} \end{cases} \quad (9)$$

其中平均符号已被省略。 $(\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2})$ 即是单位质量空气的湍流粘性力, $(-\gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3}, -\gamma \frac{\partial^3 v}{\partial z^3})$ 称为单位质量空气的湍流频散力。

因为与传统的湍流 Prandtl 混合长理论相比, 除原有的湍流粘性力外, 还增加了一个湍流频散力, 这个力的作用必将使运动发生较大的变化, 从动量输送机制分析, 在式(4)中 $-\overline{u'w'}$ 表示单位时间通过垂直于 z 轴的单位面积向下输送的西风动量的平均值, 因而在大气通常的情况下 ($\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} > 0, \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} < 0$), 当 $\nu > 0$ 时, 湍流粘性使动量由 \bar{u} 的高值向低值输送 ($\nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} > 0$), 并且由于耗散过程的不可逆, ν 恒为正, 这样, 在方程(9)中, $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 就表征了具有粘性特征的力; 但当 $\gamma > 0$ 时, 湍流频散也使动量由 \bar{u} 的高值向低值输送 ($-\gamma \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^3} > 0$), 这样, 在方程(9)中, $-\gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3}$ 项与 $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 有同样的作用。只是当 $\gamma < 0$ 时, 湍流频散将使动量由 \bar{u} 的低值向高值输送 ($-\gamma \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^3} < 0$), 这样, 在方程(9)中, $-\gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3}$ 项与 $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 有相反的作用。

类似地, 在考虑了湍流频散效应后, 垂直方向的热输送方程和扩散方程可分别写为

$$\frac{d\theta}{dt} = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \kappa \frac{\partial^3 \theta}{\partial z^3} \quad (10)$$

$$\frac{dq}{dt} = D \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} - \beta \frac{\partial^3 q}{\partial z^3} \quad (11)$$

其中 k, D 分别为湍流导温系数和扩散系数, 而 κ 和 β 可分别称为湍流热频散系数和湍流质量频散系数, θ 为平均位温, q 为某物理属性的浓度。

在方程(10)和(11)中, 若仅有湍流热传导和仅有湍流扩散, 方程分别化为

$$\frac{d\theta}{dt} = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (12)$$

$$\frac{dq}{dt} = D \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \quad (13)$$

这样, 在线性条件下求得的 θ 和 q 都是关于 z 对称的, 这与实际偏离较大, 但如果加进了湍流频散效应, 而求方程(10)和(11)的线性解, 结果关于 z 必然是不对称的, 对湍流的水平输送也有同样的结果。所以, 可以肯定, 考虑了湍流的频散效应后, 湍流运动的一些结果将会得到改善。关于这方面的想法, 我们将另文详细阐述。

本文重点在分析湍流频散效应对行星边界层大气平衡运动的影响。

3 湍流频散效应对 Ekman 层大气平衡运动的影响

我们先分析湍流频散效应对 Ekman 层大气平衡运动的影响, 在水平加速度不予考虑时, 方程组(9)可以化为

$$\begin{cases} -fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \\ fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} \end{cases} \quad (14)$$

利用地转风(u_g, v_g)的表达式

$$fu_g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad fv_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (15)$$

则方程组(14)化为

$$\begin{cases} \gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - f(v - v_g) = 0 \\ \gamma \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f(u - u_g) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

为了求解方便, 我们不考虑地转风随高度的变化, 且地转风的方向取为 x 轴的方向。这样就有 $v_g = 0, u = u_g > 0$, 且方程组(16)化为

$$\begin{cases} \gamma \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - fv = 0 \\ \gamma \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f(u - u_g) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

引入复速度 \tilde{v} :

$$\tilde{v} = u + iv, \quad (i \equiv \sqrt{-1}) \quad (18)$$

则方程组(17)化为

$$\gamma \frac{\partial^3 \tilde{v}}{\partial z^3} - \nu \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial z^2} + if(\tilde{v} - u_g) = 0 \quad (19)$$

这是 \tilde{v} 的非齐次方程, 为了求解方便, 再引入复地转偏差 \tilde{v}' :

$$\tilde{v}' = \tilde{v} - u_g = (u - u_g) + iv \quad (20)$$

这样, 方程(19)化为

$$\nu \frac{\partial^2 \tilde{V}'}{\partial z^2} - if \tilde{V}' = \gamma \frac{\partial^3 \tilde{V}'}{\partial z^3} \quad (21)$$

引入 Ekman 标高 h_E :

$$h_E = \sqrt{\frac{2\nu}{f}} \quad (22)$$

则方程(21)化为

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}'}{\partial z^2} - \left(\frac{1+i}{h_E}\right)^2 \tilde{V}' = \frac{\gamma}{\nu} \frac{\partial^3 \tilde{V}'}{\partial z^3} \quad (23)$$

若令

$$z = h_E z_1 \quad (24)$$

则方程(23)化为

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}'}{\partial z_1^2} - (1+i)^2 \tilde{V}' = \epsilon \frac{\partial^3 \tilde{V}'}{\partial z_1^3} \quad (25)$$

其中

$$\epsilon = \frac{\gamma}{\nu h_E} \quad (26)$$

为无量纲参数。从方程组(9)看到

$$|\epsilon| = \frac{|\gamma \partial^3 \tilde{V}' / \partial z^3|}{|\nu \partial^2 \tilde{V}' / \partial z^2|} = \frac{\text{湍流频散力大小}}{\text{湍流粘性力大小}} \quad (27)$$

因而 $|\epsilon|$ 表湍流频散力与湍流粘性力大小之比。若视 ϵ 为小参数, 取 $|\epsilon| < 1$ 就意味着认为湍流频散力的绝对值小于湍流粘性力的数值, 若取 $f = 10^{-4} \text{s}^{-1}$, $\nu = 10 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, 相应 $h_E \approx 440 \text{ m}$, 则 $|\epsilon| < 1$ 要求

$$|\gamma| < 4400 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad (28)$$

设在方程(25)中, ϵ 为小参数, 我们将 \tilde{V}' 展为 ϵ 的幂级数, 即

$$\tilde{V}' = \tilde{V}'_0 + \epsilon \tilde{V}'_1 + \epsilon^2 \tilde{V}'_2 + \dots \quad (29)$$

其中 $\tilde{V}'_0, \tilde{V}'_1, \tilde{V}'_2$ 分别表 \tilde{V}' 的零级、一级和二级近似。

式(29)代入方程(25), 求得它的零级近似和一级近似分别为

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}'_0}{\partial z_1^2} - (1+i)^2 \tilde{V}'_0 = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}'_1}{\partial z_1^2} - (1+i)^2 \tilde{V}'_1 = \frac{\partial^3 \tilde{V}'_0}{\partial z_1^3} \quad (31)$$

利用边条件

$$\tilde{V}'_0|_{z_1=0} = -u_g, \quad \tilde{V}'_0|_{z_1 \rightarrow \infty} = 0 \quad (32)$$

很易求得零级近似方程(30)的解为

$$\tilde{V}'_0 = -u_g e^{-(1+i)z_1} \quad (33)$$

以式(33)代入一级近似方程(31)得到

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}'_1}{\partial z_1^2} - (1+i)^2 \tilde{V}'_1 = (1+i)^3 u_g e^{-(1+i)z_1} \quad (34)$$

由此求得

$$\tilde{V}'_1 = -i u_g z_1 e^{-(1+i)z_1} \quad (35)$$

式(33)和式(35)代入式(29)得到

$$\tilde{V}' = -u_g e^{-(1+i)z_1} - i \epsilon u_g z_1 e^{-(1+i)z_1} + O(\epsilon^2) \quad (36)$$

注意式(20)和式(24), 则上式化为

$$\tilde{V} = u_E [1 - e^{-(1+i)z/h_E}] - i \frac{\gamma}{\nu h_E^2} u_E z e^{-(1+i)z/h_E} \quad (37)$$

其中 $O(\epsilon^2)$ 项已舍弃。

(37) 式分开实部和虚部得到

$$\begin{cases} u = u_E (1 - e^{-z/h_E} \cos z/h_E) - \frac{\gamma u_E z^2}{\nu h_E^2} e^{-z/h_E} \sin z/h_E \\ v = u_E e^{-z/h_E} \sin z/h_E - \frac{\gamma u_E z^2}{\nu h_E^2} e^{-z/h_E} \cos z/h_E \end{cases} \quad (38)$$

在式(37)和式(38)右端的第一项表征湍流粘性的作用,是传统的 Ekman 层平衡运动的解,也就是式(33);而式(37)和式(38)右端第二项表征湍流频散的作用,是对传统 Ekman 解的修正。图 1 给出了 $\gamma=0$ 和 $\gamma=1000 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ 时, u, v 随高度的变化,图 2 给出了 $\gamma=0$ 和 $\gamma=1000 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ 时,由风速矢量末端连成的 Ekman 螺线。

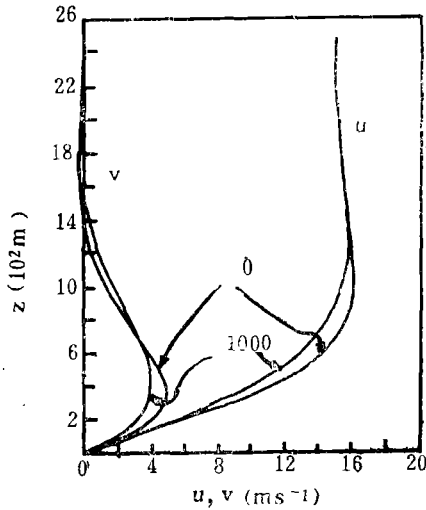


图 1 $\gamma=0$ 和 $\gamma=1000 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ 时, u, v 随高度的分布

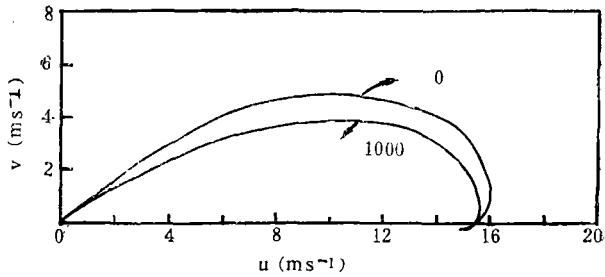


图 2 $\gamma=0$ 和 $\gamma=1000 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ 时的 Ekman 螺线

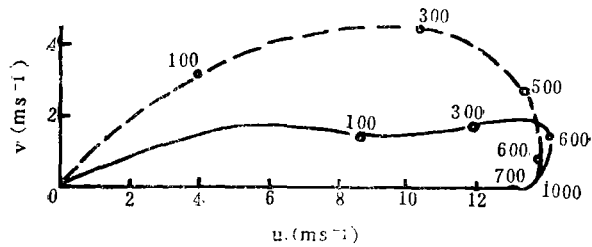


图 3 $\gamma=0$ 时的理论 Ekman 螺线(虚线)与实际风速矢量端曲线(实线)

从图 1 和图 2 看到,由于湍流频散力的作用,风速的数值减小,风速随高度的增加减慢,这更接近于实际。图 3 给出了 $\gamma=0$ 时的理论上的 Ekman 螺线和实际上的风速矢量端曲线,显然,实际风速值比 $\gamma=0$ 的理论值要小。这是因为 $\gamma=0$ 时,湍流粘性使动量由风速高值向低值输送,而在大气通常的情况下 $(\frac{\partial u}{\partial z} > 0, \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} < 0)$, $\gamma > 0$ 时的湍流频散加强了湍流粘性使风速由高值向低值的输送,因而导致在有湍流频散时的风速减小和风速变化减缓。从能量的观点来分析,湍流粘性使平均运动动能减少,而 $\gamma > 0$ 时的湍流频散不但使这种平均运动动能的减少有所加强,而且使动能在较大范围内散开。这意味着在行星边界层内大涡的能量逐级向小涡的能量传递,这就是行星边界层大气湍流的串级散裂过程。

下面讨论三个问题:

1) 边界层厚度

从图 1 看到,由于湍流频散的作用, Ekman 层的厚度增加,这是因为湍流频散使能量在更大范围内散开和加强湍流粘性使风变小和风变化减缓所致。

当 $\gamma=0$ 时,由式(38) $v=0$ 可定得边界层厚度 $h_E^{(0)}$ 满足

$$\sinh h_B^{(0)}/h_E = 0 \quad (39)$$

因而求得边界层厚度为

$$h_B^{(0)} = \pi h_E \quad (40)$$

而 $\gamma \neq 0$ 时的边界层厚度 h_B 则满足

$$\sin h_B/h_E = \frac{\gamma h_B}{\nu h_E^2} \cos h_B/h_E \quad (41)$$

在 $\gamma > 0$ 时, 上式要求 $\sin h_B/h_E$ 与 $\cos h_B/h_E$ 同号, 因而求得边界层厚度 h_B 满足

$$\pi h_E \leq h_B \leq \frac{3}{2} \pi h_E \quad (42)$$

即

$$h_B^{(0)} \leq h_B \leq \frac{3}{2} h_B^{(0)} \quad (43)$$

或

$$1 \leq \frac{h_B}{h_B^{(0)}} \leq 3/2 \quad (44)$$

在图 1 中, $h_B^{(0)} \approx 1400$ m, 而 $h_B \approx 1650$ m。

2) Ekman 抽吸

由于湍流粘性的作用, 在 Ekman 层顶形成垂直运动, 这就是 Ekman 抽吸。

当 $\gamma = 0$ 时, 利用连续性方程可求得

$$w_B^{(0)} = - \int_0^{h_B^{(0)}} \frac{\partial v}{\partial y} \delta z \approx \frac{1}{2} h_E \zeta_\varepsilon (1 + e^{-\pi}) \quad (45)$$

其中 $\zeta_\varepsilon = - \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial y}$ 表地转风的涡度。

对于 $\gamma \neq 0$, 即考虑湍流频散的情况, 则利用式(38)和连续性方程求得

$$\begin{aligned} w_B = & - \int_0^{h_B} \frac{\partial v}{\partial y} \delta z = \frac{1}{2} h_E \zeta_\varepsilon (1 - e^{-\omega} \sin \omega - e^{-\omega} \cos \omega) \\ & - \frac{1}{2} \varepsilon h_E \zeta_\varepsilon [(1 + \omega) e^{-\omega} \sin \omega - \omega e^{-\omega} \cos \omega] \end{aligned} \quad (46)$$

其中

$$\omega = h_B/h_E \quad (47)$$

取 $h_B \approx h_B^{(0)}$, 相应 $\omega \approx \pi$, 则式(47)近似化为

$$\begin{aligned} w_B = & \frac{1}{2} h_E \zeta_\varepsilon (1 + e^{-\pi}) - \frac{1}{2} \varepsilon h_E \zeta_\varepsilon \pi e^{-\pi} \\ = & w_B^{(0)} - \frac{1}{2} \varepsilon h_E \zeta_\varepsilon \pi e^{-\pi} \end{aligned} \quad (48)$$

由此可以判断, 湍流频散对 Ekman 抽吸的影响较小, 这是因为尽管边界层厚度加大, 但 v 的强度减小所致。

3) Reynolds 应力、湍流粘性力和湍流频散力

由式(37)不难求得

$$\frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} = \frac{u_\varepsilon}{h_E} [(1+i) - i\varepsilon + (-1+i)\varepsilon z/h_E] e^{-(1+i)z/h_E} \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} = \frac{u_\varepsilon}{h_E^2} [-2i + 2(-1+i)\varepsilon + 2\varepsilon z/h_E] e^{-(1+i)z/h_E} \quad (50)$$

$$\frac{\partial^3 \tilde{V}}{\partial z^3} = \frac{u_\varepsilon}{h_E^3} [2(-1+i) + 6\varepsilon - 2(1+i)\varepsilon z/h_E] e^{-(1+i)z/h_E} \quad (51)$$

因而求得 Reynolds 应力、湍流粘性力和湍流频散力, 其值分别为

$$\begin{aligned} \tilde{T}_z &\equiv \rho \left(\nu \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} - \gamma \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} \right) \\ &= \frac{\rho \nu u_g}{h_E} [(1+i) + i\epsilon + (-1+i)\epsilon z/h_E - 2(1+i)\epsilon^2 - 2\epsilon^2 z/h_E] e^{-(1+i)z/h_E} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\tilde{F}_\nu \equiv \nu \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} = \frac{\nu u_g}{h_E^2} [-2i + 2(-1+i)\epsilon + 2\epsilon z/h_E] e^{-(1+i)z/h_E} \quad (53)$$

$$\tilde{F}_\gamma \equiv -\gamma \frac{\partial^3 \tilde{V}}{\partial z^3} = \frac{\gamma u_g}{h_E^3} [2(-1+i) + 6\epsilon - 2(1+i)\epsilon z/h_E] e^{-(1+i)z/h_E} \quad (54)$$

取式(52)、式(53)、式(54)右端的第一项, 则分别化为

$$\tilde{T}_z^{(0)} = \frac{\rho \nu u_g}{h_E} (1+i) e^{-(1+i)z/h_E} = \frac{\sqrt{2} \rho \nu u_g}{h_E} e^{-z/h_E} e^{-i(z/h_E - \pi/4)} \quad (55)$$

$$\tilde{F}_\nu^{(0)} = -2i \frac{\nu u_g}{h_E^2} e^{-(1+i)z/h_E} = f u_g e^{-z/h_E} e^{-i(z/h_E + \pi/2)} \quad (56)$$

$$\tilde{F}_\gamma^{(1)} = 2(1-i) \frac{\gamma u_g}{h_E^3} e^{-(1+i)z/h_E} = \sqrt{2} \epsilon f u_g e^{-z/h_E} e^{-i(z/h_E + \pi/4)} \quad (57)$$

这些表达式的获得对我们分析行星边界层 Reynolds 应力、湍流粘性力和湍流频散力的大小、方向和垂直分布有很大的帮助。

4 湍流频散效应对近地面层大气平衡运动的影响

上一节我们分析了湍流频散效应对 Ekman 层大气平衡运动的影响。本节分析它对近地面层大气平衡运动的作用。

近地面层大气的平衡运动常采用动量通量密度(即 Reynolds 应力)是常数的方程。利用式(4)和式(7), 方程可以写为

$$\rho \left(\nu \frac{\partial V_h}{\partial z} - \gamma \frac{\partial^2 V_h}{\partial z^2} \right) = T_0 = \text{常数} \quad (58)$$

其中 V_h 表平均风速的大小。

对于湍流粘性系数 ν , 依湍流半经验理论假定

$$w' = l' \frac{\partial V_h}{\partial z} \quad (59)$$

这样, ν 可表为

$$\nu \equiv \overline{l' w'} = \overline{l'^2} \frac{\partial V_h}{\partial z} = l^2 \frac{\partial V_h}{\partial z} \quad (60)$$

其中 $l = \sqrt{\overline{l'^2}}$ 也称为混合长。

类似, 湍流频散系数 γ 也可表为

$$\gamma \equiv -\frac{1}{2} \frac{\overline{l'^2 w'}}{l'^2} = -\frac{1}{2} \frac{\overline{l'^3} \partial V_h}{\partial z} = -\frac{1}{2} l^3 \frac{\partial V_h}{\partial z} \quad (61)$$

这样, 方程(58)可以改写为

$$l^3 \left[\left(\frac{\partial V_h}{\partial z} \right)^2 + \frac{l}{2} \frac{\partial V_h}{\partial z} \frac{\partial^2 V_h}{\partial z^2} \right] = V_*^2 \quad (62)$$

其中

$$V_* = \sqrt{\frac{T_0}{\rho}} \quad (63)$$

称为摩擦速度, 令

$$s \equiv \frac{\partial V_h}{\partial z} \quad (64)$$

表风速的垂直切变, 并应用中性层结下的混合长假定:

$$l = kz \quad (65)$$

其中 $k=0.4$ 称为 Karman 常数, 则方程(62)化为

$$\frac{\partial s^2}{\partial z} + \frac{4}{kz} s^2 = \frac{4 V_*^2}{k^2 z^3} \quad (66)$$

这是 s^2 的一阶线性方程, 很易求得

$$s^2 \equiv \left(\frac{\partial V_h}{\partial z} \right)^2 = C z^{-4/k} + \frac{V_*^2}{k^2 \left(1 - \frac{k}{2} \right)} z^{-2} \quad (67)$$

考虑到在下界面 $z=0$ 处, $s \equiv \frac{\partial V_h}{\partial z} = O(z^{-1}) \rightarrow \infty$, 因而, 在式(67)中取 $C=0$, 则方程(67)可以化为

$$\frac{\partial V_h}{\partial z} = \frac{V_*}{k_1 z} \quad (68)$$

其中

$$k_1 = k \sqrt{1 - \frac{k}{2}} \quad (69)$$

因 $k=0.4$, $\sqrt{1 - \frac{k}{2}} = \sqrt{0.8} \approx 0.9$, 因而 $k_1 \approx 0.36$ 。

利用 $z=z_0$ (z_0 称为粗糙度), $V_h=0$ 的下边界条件, 积分方程(68)求得

$$V_h = \frac{V_*}{k_1} \ln \frac{z}{z_0} \quad (70)$$

这是考虑了湍流频散效应后, 风速随高度分布的对数定律。而仅考虑湍流粘性效应下的对数定律为

$$V_h^{(0)} = \frac{V_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \quad (71)$$

比较式(70)和式(71)可知, 在近地面层考虑了湍流频散效应后, 风速随高度仍呈对数分布, 只是风速随高度增加略为迅速, 这就加强了在中性层结下近地面层风速随高度呈对数定律的认识。由于式(61), 在 $\frac{\partial V_h}{\partial z} > 0$ 的通常条件下, $\gamma < 0$, 它使动量由风速的低值向高值输送, 这正与湍流粘性的作用相反, 因而, 风速随高度增加要迅速一些。

5 结 论

本文修改了经典的 Prandtl 混合长理论, 指出: 湍流不仅存在粘性效应而且存在频散效应; 本文还分析了湍流频散效应对行星边界层大气平衡运动的影响, 分析指出: 湍流频散效应不改变行星边界层大气平衡运动的整体性质, 即近地面层和 Ekman 层平衡运动仍分别满足对数定律和 Ekman 螺旋线定律, 但由于加进了湍流频散的作用, 近地面层风速随高度变化稍有增加, Ekman 层风速随高度增加减缓, Ekman 层厚度增加, 这更加符合于实际, 本文还给出了由 Ekman 层平衡运动方程求得的 Reynolds 应力、湍流粘性力和湍流频散力的表达式, 它为进一步分析湍流运动提供了一个简化的理论基础。

本文引进了湍流频散系数和湍流频散力, 给分析大气湍流运动提供了新的途径, 但与湍流粘性系数

一样, 湍流频散系数的性质及相应的有关问题有待进一步研究。

参考文献

- [1] Starr V P. Physics of Negative Viscosity Phenomena. McGraw-Hill, 1966. 255.
[2] 刘式适, 刘式达. 湍流的粘性和频散效应. 大气科学, 1992, 16(2): 205—215.

EFFECT OF TURBULENT DISPERSION ON BALANCE MOTION OF PBL ATMOSPHERE

Liu Shikuo Huang Wei Rong Pingping

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract

New Reynolds mean momentum equations including both turbulent viscosity and dispersion are used to analyze the balance motion of the planetary boundary layer. It is pointed out that the turbulent dispersion with $\nu > 0$ will increase the depth of Ekman layer and reduce the wind velocity in the Ekman layer and obtain a more satisfactory Ekman spiral fit to observed wind hodograph. The wind profile of surface layer including turbulent dispersion is still logarithmic, but the von Karman's constant k is replaced by $k_1 = k\sqrt{1-k/2}$, so the wind speed increase a little rapider with height.