

简单的热带海气耦合波 ——Rossby 波的相互作用*

巢纪平 王彰贵

(国家海洋环境预报研究中心, 北京 100081)

提 要

在本文中分析了当大气和海洋中未经耦合前的自由波均为 Rossby 模时, 经相互作用后所激发出的耦合波的物理性质。结果表明, 由于大气和海洋的背景状态不同, 可以激发出两类不稳定耦合 Rossby 波。一类波要求大气的背景场是斜压的, 而海洋的混合层较深, 即热容量较大。这是一类弱相互作用的不稳定波。另一类要求大气的背景场趋于正压性, 而海洋的混合层较浅, 即热容量较小。这是一类强相互作用的不稳定波。色散关系的计算表明, 这两类不稳定波产生的物理机制也不相同。文中对解不同截断模的本征值问题提出了几种数学方法, 同时还进一步提出了一种使大气和海洋自由 Rossby 模的色散关系不受歪曲的处理方法。

关键词: 海气耦合波, Rossby 波, 不稳定耦合波。

1 引 言

Philander 等^[1]在热带不稳定海气相互作用的文章中指出, Kelvin 波和 Rossby 波都具有不稳定性。由于他们用的是原始运动方程, 在海气耦合系统中, Kelvin 模和 Rossby 模是并存的, 因此必然存在两种不同物理性质模态之间的相互作用。为此, 巢纪平、张人禾^[2]和季振刚、巢纪平^[3]用赤道 β 平面近似下的位势涡度方程来研究海气相互作用。在这种情况下, 大气和海洋中的自由模只为 Rossby 波。计算结果表明, 由大气和海洋中的 Rossby 模, 经相互作用后所激发出的耦合波, 在长波波段可以是向东传播的, 同时在一定的海气相互作用强度下, 波在此波段是不稳定的。然而, 仔细比较他们的结果, 可以看到耦合波产生的物理本质是不同的。前者的耦合波是由两个不同的经圈海洋 Rossby 波模经相互作用后激发出来的, 这接近 Philander 等人的结果。因为在 Philander 的海气耦合模式中, 大气取了定常近似, 大气中的瞬变波已自然地被过滤掉。在另一方面, 后者的耦合波则由一个低频大气自由 Rossby 波模和一个高频海洋自由 Rossby 波模经相互作用后产生。同时, 两者在经圈方向所取的特征尺度也不一样, 即分别取大气和海洋的赤道 Rossby 变形半径。为了使耦合系统中海洋和大气的运动能用同一的经圈尺度来量度, 他们采取了不同的处理方法。由于本征值问题的解在经圈方向是用抛物圆柱函数的级数和来表示的, 因此除了解截断到某一经圈模态会使强迫函数受到

* 1991 年 7 月 5 日收到原稿, 1991 年 10 月 31 日收到修改稿。

歪曲外,如用大气赤道 Rossby 变形半径作为经圈运动的特征尺度时,海洋的自由 Rossby 模的色散关系会受到一定的歪曲。反过来,大气的自由 Rossby 模的色散关系也会受到一定的歪曲。这两种误差都会对耦合波的物理性质产生影响,其影响程度是需要讨论的。

另外, Hirst^[4,5]用差分方法和高阶截断模方法,分析了海气耦合波的性质。他指出当海洋对大气的加热取热力局地平衡近似,即海表温度距平正比于温跃层的扰动高度时, Rossby 模是稳定的,且没有发现向东传播的波段,这和文献[2, 3]的结果是不一致的。

在本文中,我们试图对上面指出的这些矛盾作一些分析讨论,同时改进对截断模本征值问题的数学处理方法。在这基础上进一步分析由大气和海洋 Rossby 模经相互作用后耦合波的物理性质。

2 海气相互作用模式

当海洋以热力局地近似的方式加热大气,而大气给海洋以风应力,则在赤道 β 平面近似下,大气和海洋运动的位势涡度方程分别为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\beta^2}{C_a^2} y^2\right) \frac{\partial h_a}{\partial t} + \beta \frac{\partial h_a}{\partial x} = \frac{\beta^2}{C_a^2} \alpha y^2 h_s \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\beta^2}{C_s^2} y^2\right) \frac{\partial h_s}{\partial t} + \beta \frac{\partial h_s}{\partial x} = \gamma \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) h_a \quad (2)$$

式中 $C_a = (gH)^{1/2}$, H 可以看成是大气运动在垂直方向某一特征模的未扰动厚度; $C_s = (gD)^{1/2}$, D 是未扰动的海洋混合层的深度,或温跃层顶离海表的厚度; h_a 是大气某一等压面的扰动高度; h_s 是海洋温跃层的扰动高度。

取特征量

$$\begin{cases} t = (2\beta C_s)^{-1/2} t^* \equiv T t^*, x = (C_a/2\beta)^{1/2} x^* \\ h_a = \left(\frac{C_a^2}{2g}\right) h_a^*, h_s = \left(\frac{C_s^2}{2g}\right) h_s^* \end{cases} \quad (3)$$

以及如经圈方向的特征尺度取大气赤道 Rossby 变形半径,即

$$y = \left(\frac{C_a}{2\beta}\right)^{1/2} y^* \quad (4)$$

则方程(1)、(2)的无量纲形式为(已略去“*”号)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{y^2}{4}\right) \frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{\varepsilon^{-1/2}}{2} \frac{\partial h_a}{\partial x} = \frac{\varepsilon^2 \alpha T}{4} y^2 h_s \quad (5)$$

$$\left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) - \frac{y^2}{4\varepsilon}\right] \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\varepsilon^{1/2}}{2} \frac{\partial h_s}{\partial x} = \frac{\gamma T}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) h_a \quad (6)$$

这是文[2]的模式,其中 $\varepsilon = C_s/C_a$ 。

容易看出,如取解的形式为

$$h_a = \sum_n h_{an}^{(0)} D_n(y) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (7)$$

$$h_s = \sum_n h_{sn}^{(0)} D_n(y_s) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (8)$$

式中 $y_s = y/\sqrt{\varepsilon}$, 则 D_n 满足抛物圆柱函数所定义的方程

$$\frac{d^2}{dZ^2} D_n(Z) + \left(n + \frac{1}{2} - \frac{y^2}{4} \right) D_n(Z) = 0 \quad (9)$$

式中 $Z = y$ 或 y_s 。在这种情况下, 对每一个经圈模 n , 大气和海洋自由 Rossby 波の色散关系没有歪曲。但为了使这一耦合系统中的运动能用同一个经圈变量或同样的结构函数来表示, 他们把 $D_n(y_s)$ 进一步展开, 即

$$D_n(y_s) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{mn} D_m(y) \quad (10)$$

式中

$$a_{mn} = \frac{1}{m! \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} D_n(y_s) D_m(y) dy \quad (11)$$

在另一方面, 在方程(5)和(6)右端的强迫项中都会出现如 $D_n(y)y^2$ 的项。为此又应用了下面的递推公式

$$y^2 D_n(y) = D_{n+2}(y) + (2n+1)D_n(y) + n(n-1)D_{n-2}(y) \quad (12)$$

如果 n, m 都取无穷多个经圈模, 则这样的展开方法不会对问题的解带来误差。然而, 为了求得本征值问题的解析解, 只取 $n, m=2$, 由于这一截断, 使强迫函数和海洋的自由 Rossby 模都受到了歪曲。

另一种情况, 如取海洋赤道 Rossby 变形半径为运动的经圈尺度, 即

$$y = (C_s/2\beta)^{1/2} y_s^* \quad (13)$$

而其它的特征量同式(3), 则无量纲方程的形式为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial^2}{\partial y_s^2} - \frac{\epsilon}{4} y_s^2 \right) \frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{\epsilon^{-1/2}}{2} \frac{\partial h_a}{\partial x} = \frac{\epsilon^3 \alpha T}{4} y_s^2 h_s \quad (14)$$

$$\left(\epsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_s^2} - \frac{y_s^2}{4} \right) \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\epsilon^{1/2}}{2} \frac{\partial h_s}{\partial x} = \frac{\gamma T}{\epsilon^2} \left(\epsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_s^2} \right) h_a \quad (15)$$

这是文[3]的模式。为了使解的结构函数均用 $D_n(y_s)$ 展开, 可将式(14)改写成

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial y_s^2} - \frac{y_s^2}{4} \right) \right] \frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{\epsilon^{-1/2}}{2} \frac{\partial h_a}{\partial x} + \frac{1-\epsilon^2}{4\epsilon} y_s \frac{\partial h_a}{\partial t} = \frac{\epsilon^3 \alpha T}{4} y_s^2 h_s \quad (16)$$

当考虑了式(12)后, 也可以求得问题的截断解。容易看出, 在现在的情况下, 海洋的自由 Rossby 模对任一经圈模 n , 其色散关系是正确的, 但大气的自由 Rossby 模の色散关系, 将因解的截断而受到歪曲。

当取 $C_s = 1.64 \text{ m/s}$, $C_a = 62.63 \text{ m/s}$, 相当 $\epsilon = 0.026$, $\alpha\gamma = 5 \times 10^9 \text{ s}^{-2}$ 时, 巢纪平、张人禾模式的耦合波是不稳定的。如取 $C_s = 1.4 \text{ m/s}$, $C_a = 66 \text{ m/s}$, 相当 $\epsilon = 0.021$, $\alpha\gamma = 5 \times 10^9 \text{ s}^{-2}$ 时, 季振刚、巢纪平模式的耦合波也是不稳定的。但比较这两个模式的不同处理方法, 可以看到不稳定耦合波产生的物理机制是不同的。参考自由模的频率后, 容易判断出在前者的模式中, 耦合波是由两个不同经圈模的海洋自由 Rossby 波, 经相互作用后激发出来的, 而在后者的模式中, 耦合波是由一个“低频”的大气自由 Rossby 模和一个“高频”的海洋自由 Rossby 模, 经相互作用后激发出来的。

为了进一步了解耦合波的上述差异是由于物理原因造成的,还是由于数学上的处理方法不同所带来的误差而不一致而造成。为此,在下面我们我们将用同样的方法来求问题的解。另外,若不用展开式(10),则可以将方程(6)改写成类似于方程(16)的形式

$$\left[\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{y^2}{4} \right) \right] \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{2} \frac{\partial h_s}{\partial x} - \frac{1-\varepsilon^2}{4\varepsilon} y^2 \frac{\partial h_s}{\partial t} = \frac{\gamma T}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) h_a \quad (17)$$

3 两类耦合 Rossby 波

如用大气赤道 Rossby 变形半径为经圈运动的特征尺度,则耦合系统的控制方程为式(5)和(17)。取解的形式为

$$(h_a, h_s) = \sum (h_{an}^{(0)}, h_{sn}^{(0)}) D_n(y) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (18)$$

由此得到

$$\sum_n h_{an} \left[\left(k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \sigma + \frac{\varepsilon^{-\frac{1}{2}} k}{2} \right] D_n(y) = -\frac{i\varepsilon^2 \alpha T}{4} \sum h_{sn} y^2 D_n(y) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sum_n h_{sn} \left[\varepsilon \left(k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \sigma + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} k}{2} \right] D_n(y) + \frac{1-\varepsilon^2}{4\varepsilon} \sigma \sum h_{sn} y^2 D_n(y) \\ = -i \frac{\gamma T}{\varepsilon} \sum h_{an} \left[\frac{y^2}{4} - \left(k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \right] D_n(y) \end{aligned} \quad (20)$$

现称此为模式 I。

如用海洋赤道 Rossby 变形半径为经圈运动的特征尺度,则耦合系统的控制方程为式(16)和(15)。取解的形式为

$$(h_a, h_s) = \sum_n \left(h_{an}^{(0)}, h_{sn}^{(0)} \right) D_n(y_s) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (21)$$

由此得到

$$\begin{aligned} \sum_n h_{an}^{(0)} \left[\left(k^2 + \frac{1}{\varepsilon} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right) \sigma + \frac{\varepsilon^{-\frac{1}{2}} k}{2} \right] D_n(y_s) - \frac{1-\varepsilon^2}{4\varepsilon} \sigma \sum_n h_{sn}^{(0)} y_s^2 D_n(y_s) \\ = -i \frac{\varepsilon^3 \alpha T}{4} \sum_n h_{sn}^{(0)} y_s^2 D_n(y_s) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sum_n h_{sn}^{(0)} \left[\left(\varepsilon k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \sigma + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} k}{2} \right] D_n(y_s) \\ = -i \frac{\gamma T}{\varepsilon^2} \sum_n h_{an}^{(0)} \left[\frac{y_s^2}{4} - \left(\varepsilon k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \right] D_n(y_s) \end{aligned} \quad (23)$$

现称此为模式 II。

考虑到低阶模时 Weber 函数的表达式分别为

$$(D_0, D_1, D_2, D_3)(Z) = (1, Z, Z^2 - 1, Z^3 - 3Z) \exp\left(-\frac{Z^2}{4}\right) \quad (24)$$

因此, 只要应用积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-az^2} dz = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (25)$$

就不难算出形如

$$\int_{-\infty}^{\infty} Z^m e^{-az^2} dz \quad (m \text{ 为正整数}) \quad (26)$$

的积分值, 其中 $Z = (y, y_s)$ 。

当应用上面的积分, 并考虑到 Weber 函数的正交性

$$\int_{-\infty}^{\infty} D_n(Z) D_m(Z) dZ = n! \sqrt{2\pi} \delta_{mn} \quad (27)$$

$$\text{式中 } \delta_{mn} \begin{cases} = 0 & m \neq n \\ = 1 & m = n \end{cases}$$

在不用递推公式(12)的情况下, 当将解截断到 $n=2$ 时, 容易算得模式 I、II 对赤道对称运动的本征值和本征函数。

当 $k=0.5, 1.0$, 并本征值即频率 σ 出现虚部时, ε 和 $\alpha\gamma$ 的依赖关系见图 1。事实上, 这是耦合波的不稳定区。由图可见, 对模式 I, 解的不稳定性只有当 $\varepsilon > 0.20$ 且 $\alpha\gamma < 10^{-10} \text{s}^{-2}$ 的条件下才能出现。而对于模式 II, 在通常取的海气相互作用强度, 即 $10^{-10} \text{s}^{-2} < \alpha\gamma < 10^{-8} \text{s}^{-2}$ 的范围内, 只要 ε 值很小, 例如 $\varepsilon < 0.05$, 这时解就能出现不稳定性。当 ε 值较大时, 出现不稳定性要求 $\alpha\gamma$ 较小, 这时模式 II 和模式 I 的不稳定区基本上接近。

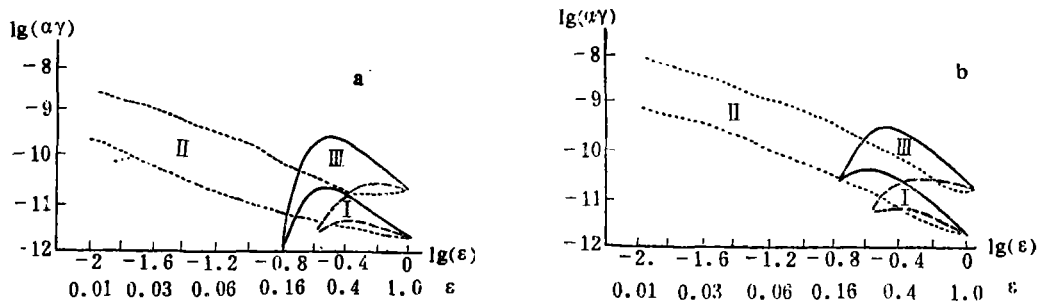


图 1 不稳定区对 ε 和 $\alpha\gamma$ 的依赖关系
(a $k=0.5$, b $k=1.0$)

不稳定区依赖于 ε 和 $\alpha\gamma$ 的值, 这在物理上是一个有意思的问题。考虑到

$$\varepsilon = \frac{C_s}{C_a} = \left(\frac{D}{H}\right)^{1/2} \quad (28)$$

在这里 D 可以看成是海洋混合层的厚度, 或温跃层顶离海表的深度。 H 可以看成是大气在垂直方向某一模态所对应的等值厚度, H 值小表示大气运动在垂直方向有多个模, 亦即层结性或斜压性强。因此, 在模式 I 中要求 ε 值大时才能出现不稳定区, 这意味着要求海洋的混合层很厚即热容量很大, 或大气的斜压性很强, 这在物理上是可以理解的。因为要

求耦合系统中的运动,在大气赤道 Rossby 变形半径这样大的经圈尺度使运动不稳定,而海洋的加热主要集中在比它小一个量级的海洋赤道 Rossby 变形半径上,因而必然要求海洋的热容量很大,即海洋的混合层很深,或者只能使等值高度较小的斜压大气不稳定地运动起来。由于海洋的热容量很大,大气又很薄,因此只要适度大小的海气相互作用强度就足够使耦合系统中的运动产生不稳定。

在另一方面,对于模式 II,不稳定运动出现时 ε 值的范围很宽,在 ε 大值的一端,其物理解释和模式 I 类似,事实上这时 $y_s \approx y$ 。有趣的是 ε 值很小的情况,这意味着不稳定出现的背景状态是海洋的混合层很薄,即相应的热容量很小,或者大气的等值厚度很大,即大气状态趋于正压性。因此在这样的背景状态下,要求耦合系统中的运动不稳定地发展起来,必然要求海气相互作用强度很大。不大的海洋热容量也可以使深厚的大气运动和海洋运动一起不稳定地增长,这在物理上也是容易理解的。这是因为耦合运动的经圈特征尺度主要集中在海洋赤道 Rossby 变形半径这样一个只有百公里量级的范围内。

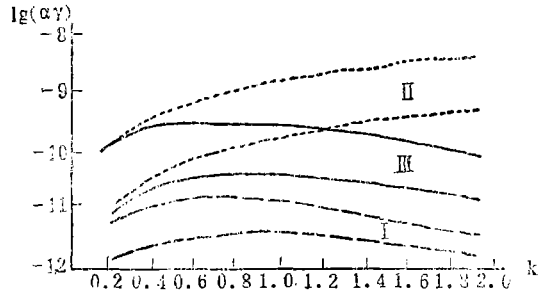


图 2 不稳定波数与 $\alpha\gamma$ 的关系
(图中标记 I、II、III 分别代表模式类型,同时对应的 ε 分别为 0.3, 0.03 和 0.25)

在图 2 中,对模式 I 取 $\varepsilon=0.3$,对模式 II 取 $\varepsilon=0.03$ 。由图可见,对于模式 I,当 $\alpha\gamma$ 在 10^{-11} — 10^{-12}s^{-2} 范围内,以及对于模式 II,当 $\alpha\gamma$ 在 10^{-9} — 10^{-10}s^{-2} 范围内,波数 k 从 0.2 的长波到 2.0 的短波很宽的波段内,耦合 Rossby 波都可以是不稳定的。

由以上的分析可以看到,当大气和海洋中的自由波均为 Rossby 波时,其经相互作用激发出的耦合 Rossby 波,可以在两种不同的大气和海洋背景状态下发生不稳定性。若以大气的背景场为参考,一类是斜压的,一类是正压的。若以海洋的背景场为参考,则一类海洋混合层是深厚的,一类混合层是浅薄的。对于前者,不稳定波发生在弱的海气相互作用下。对于后者,不稳定波发生在强的海气相互作用下。由于大气的斜压性和正压性,海洋混合层的深厚和浅薄有地理性和季节性,同时在一个 ENSO 事件发展的各个阶段(位相),混合层的深浅和大气的背景场均有变化。因此,通过海气相互作用能激发出那一类的不稳定耦合 Rossby 波,自然也因地、季节和 ENSO 事件处于那一阶段而不同。

4 不稳定耦合波的色散关系

对模式 I,当 $\varepsilon=0.4$, $\alpha\gamma=2 \times 10^{-11}\text{s}^{-2}$ 时,所算得的 4 个根的频率见图 3。在图中同时给出两个大气自由 Rossby 波频率(σ_{a0}, σ_{a2})和两个海洋自由 Rossby 模的频率(σ_{s0}, σ_{s2})。由图可见,耦合波 σ_1 的色散关系基本上接近 σ_{aR0} ,海气相互作用对这一高频自由 Rossby 模几乎没有影响。耦合波 σ_4 的色散关系接近 σ_{sR2} ,但由于海气相互作用,使频率比原来的自由模有所减小,且在长波波段转为向东传播。有意义的是频率接近 σ_{aR2} 和 σ_{sR0} 的两支耦合波 σ_3 和 σ_2 ,在波长约为 1800 km 到 5000 km 之间两者重合,即两者变成共轭复

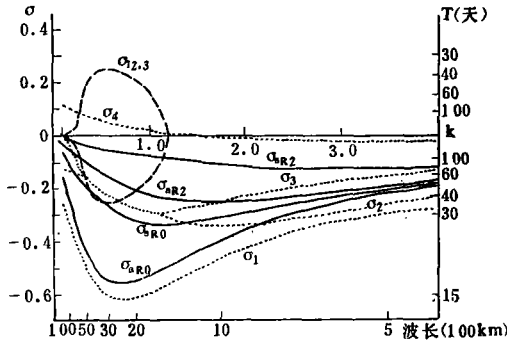


图 3 模式 I 当取 $\varepsilon=0.4, \alpha\gamma=2 \times 10^{-11} \text{s}^{-2}$ 时, 耦合波的色散关系和增长(阻尼)率

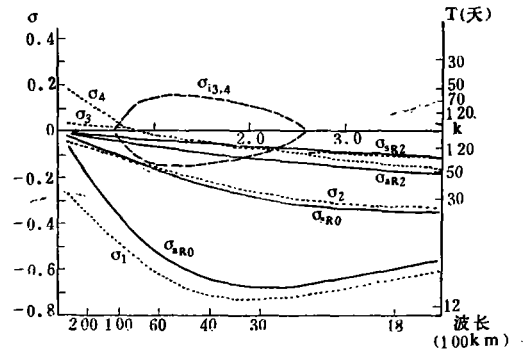


图 4 模式 II 当取 $\varepsilon=0.03, \alpha\gamma=10^{-9} \text{s}^{-2}$ 时, 耦合波的色散关系和增长(阻尼)率

根, 于是波变成不稳定, 其增长和阻尼率见图中的 $\sigma_{i,23}$ 。最不稳定的波长为 3100 km, 其增长到 2.72 倍(e-fold)所需的时间约 40 d, 这时向西传播的相速度约为 23 经度/月。

对于模式 II, 当取 $\varepsilon=0.03, \alpha\gamma=10^{-9} \text{s}^{-2}$ 时, 所算得的耦合波的色散关系和增长(阻尼)率见图 4。可见, 与模式 I 不同, 这时不稳定的耦合 Rossby 波, 是由频率接近大气和海洋两个慢的自由模 $\sigma_{a,R2}$ 和 $\sigma_{s,R2}$ 经相互作用后激发出来的。在不稳定波段, 波可以向西传播, 也可以在长波段向东传播。最不稳定的波长约为 5200 km, 其增长到 e 倍的时间约为 55 d, 向西的相速度约为 5 经度/月。

5 模式的改进

在以上的模式和处理方法中, 或者是海洋的自由 Rossby 模受到歪曲, 或者是大气的自由 Rossby 模受到歪曲。为了使自由 Rossby 模都不受到歪曲, 我们对方程(5)和(6)取下面形式的解

$$h_a(x, y, t) = \sum_n h_{an}^{(0)} D_n(y) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (29)$$

$$h_s(x, y, t) = \sum_m h_{sm}^{(0)} D_m(y_s) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (30)$$

由此得到

$$\sum_n h_{an}^{(0)} \left[\left(k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \sigma + \frac{\varepsilon^{-\frac{1}{2}} k^2}{2} \right] D_n(y) = -i \frac{\varepsilon^2 \alpha T}{4} \sum_m h_{sm}^{(0)} y^2 D_n(y_s) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \sum_m h_{sm}^{(0)} \left[\left(\varepsilon k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \sigma + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} k^2}{2} \right] D_m(y_s) \\ = -i \gamma T \sum_n h_{an}^{(0)} \left[\frac{y^2}{4} - \left(k^2 + n + \frac{1}{2} \right) \right] D_n(y) \end{aligned} \quad (32)$$

我们称之为模式 III。两个 Weber 函数的自变量虽然不同 (y 和 y_s), 但应用上面的积分方法, 容易得到截断模所构成的方程组。现在将 n, m 分别截断到 3, 这样使有两个对赤

道偶对称的模 $m, n=0, 2$ 和两个对赤道奇对称的模 $n, m=1, 3$ 。

计算所得, 当 $k=0.5$, 和 $k=1.0$ 时, 耦合 Rossby 波当对赤道对称时的不稳定区, 其与 $\epsilon, \alpha\gamma$ 的依赖关系见图 1 中的区域 III。而当 $\epsilon=0.25$ 时, 不稳定波长(波数)对 $\alpha\gamma$ 的依赖关系见图 2 中的 III 区。由图可见, 不稳定区出现时的 ϵ 值要小于模式 I, 即所要求的背景条件大气的斜压性或海洋的混合层深度, 要比模式 I 小, 而海气相互作用强度在 10^{-10} — 10^{-11}s^{-2} 之间是中等强度的相互作用, 不稳定波长对海气相互作用强度的依赖性不大。

当取 $\epsilon=0.3, \alpha\gamma=10^{-10}\text{s}^{-2}$ 时, 对赤道偶对称耦合波的色散关系和增长(阻尼)率分别见图 5。若与自由波的频率相比较, 现在的不稳定波由慢的一支大气 Rossby 模 σ_{aR2} 和快的一支海洋 Rossby 模 σ_{oR0} 耦合而成, 与模式 I 的情况相似。由图可见, 最不稳定的波长约为 3800 km, 增长到 e 倍的时间需 30 d, 向西传播的相速度约 26 经度/月。

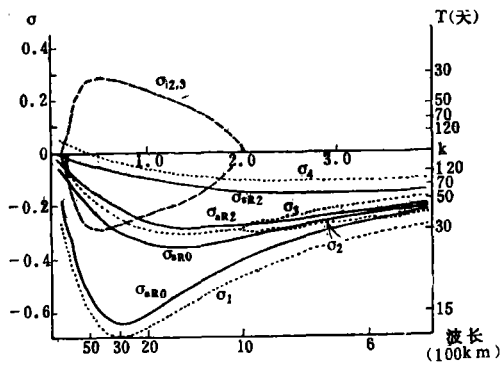


图 5 模式 III 中对赤道偶对称的耦合波色散关系

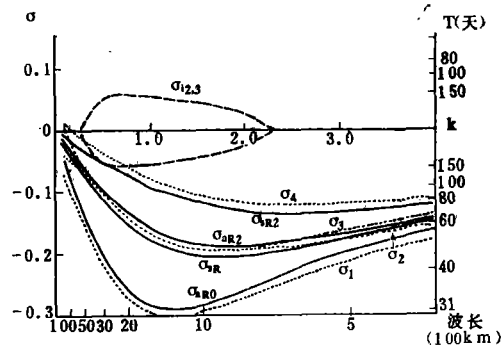


图 6 模式 III 中对赤道奇对称的耦合波色散关系

由于解截断到 $n=3$, 因此有两个对赤道奇对称的模, 当取 $\epsilon=0.5, \alpha\gamma=2 \times 10^{-12}\text{s}^{-2}$ 时, 对赤道奇对称的耦合波也出现了不稳定, 其色散关系和增长率见图 6。与赤道对称耦合波的色散关系(图 5)比较, 两者十分类似。但不同的地方在于, 图 6 中的最不稳定的波长变短(2300 km)、增长到 e 倍所需的时间变长(150 d), 以及向西的相速度变慢(9.6 经度/月)。

计算还表明, 在运动对赤道奇对称的情况下, 要激发出不稳定的耦合波, 其最小的 ϵ 值要大于偶对称情况, 也即要求大气有更强的斜压性, 或海洋有更深的混合层。

6 结 论

经过以上较为详细的分析可以认为, 大气和海洋的自由 Rossby 波, 在海洋对大气加热取热力局地平衡近似下, 通过相互作用是可以激发出不稳定的耦合 Rossby 波来的。但不稳定耦合波的出现, 依赖于海洋和大气赤道 Rossby 变形半径之比和海气相互作用强度。由此可以分成两类, 一类不稳定波出现的条件是背景状态具有较强的斜压性, 海洋的混合层较深, 或所含的热容量较大。另一类不稳定波出现的条件, 要求大气的基本

状态趋于正压的,而海洋的混合层较浅,或所含的热容量较小。对于前者,不稳定耦合波出现在弱的海气相互作用情况下。对于后者,则要求有强的海气相互作用。

在另一方面,这两类不稳定耦合波是由不同的大气和海洋自由 Rossby 波经相互作用后激发出来,亦即物理过程不同。

Hirst 认为,在热力局地加热平衡条件下,由 Rossby 模的耦合波是不稳定的,而由 Kelvin 模的耦合波才具有不稳定性。对此,比较 Hirst 所取的参数值后,其结果是不矛盾的。因为若取他所用的参数值。 γ (即 K_s) $=8 \times 10^{-8} \text{s}^{-1}$, α (即 $K_o K/g$) $=0.21 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$, 则有 $\alpha\gamma=1.68 \times 10^{-12} \text{s}^{-2}$ 。在这样弱的相互作用下,不论是模式 I、II、III, 耦合波均不可能出现不稳定性。

参考文献

- [1] Philander S G H, et al. Unstable air-sea interaction in the tropics. *J Atmos Sci*, 1984, 41:604—613.
- [2] Chao Jiping, Zhang Renhe. The air-sea interaction waves in the tropics and their instabilities. *Acta Meteor Sinica*, 1988, 2:275—287.
- [3] Ji Zhengang, Chao Jiping. An analytical coupled air-sea interaction model. *J Marine System*, 1991, 1:263—270.
- [4] Hirst A C. Free Equatorial Instabilities in Simple Coupled Atmosphere-Ocean Model, *Coupled Ocean-Atmosphere Models*, J. C. J. Nihoul, Ed. Elsevier Oceanography Series, 40, Elsevier, 1985. 153—165.
- [5] Hirst A C. Unstable and damped equatorial modes in simple coupled ocean-atmosphere model. *J Atmos Sci*, 1986, 43:606—630.

SIMPLE AIR-SEA COUPLED WAVES IN THE TROPICS

—The Interaction Between Rossby Waves

Chao Jiping Wang Zhanggui

(National Research Center for Marine Environment Forecasts, Beijing 100081)

Abstract

Analysis is focused on the physical properties of coupled waves which result from interaction of the free Rossby waves for atmosphere and ocean respectively. It is shown that in the shallow water models exist two kinds of unstable coupled waves, which depend on the atmospheric and oceanic background state. One is the weak interaction coupled wave with the background state of baroclinic atmosphere and deep mixed layer. Other is the strong one with that of barotropic atmosphere and shallow mixed layer. The dispersion relation also shows that unstable coupled waves are responsive for various physical processes. Three mathematical methods are offered to test the truncation errors from truncated models. At the same time, a reasonable method is taken so as to make the free Rossby waves of atmosphere and ocean be correct.

Key words: Air-sea coupled [waves, Rossby waves, Unstable coupled waves.