第50卷 第1期　　气象学报　　Vol. 50, No. 1
1992年2月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Feb., 1992

云中绝热温度递减率同微结构的关系*

胡志晋

(中国气象科学研究院)

1. 湿绝热温度递减率的物理假定

云中绝热温度递减率(Γ_a)过去都用湿绝热递减率(Γ_w)来近似。它的基本假定认为云中水汽在垂直运动时的凝结(包括蒸发)过程是瞬时完成的，水汽在凝结时的过饱和度(包括欠饱和度)较小，可以略去不计，即水汽比湿(Q_v)和饱和比湿(Q_s)相等。在冰晶云中也和水滴云相似，只是Q_s值分别为冰晶饱和值和水面饱和值。根据上述假定在同环境没有热量、水分交换的条件下可以写出云中气块在上升或下沉（含有云粒的气块）的温度（T）比湿(Q_s)的方程组：

$$\frac{dT}{dz}=-\frac{g}{C_p}-\frac{L}{C_p}\frac{dQ_V}{dz} \tag{1}$$

$$\frac{dQ_s}{dz}=Q_s\left(\frac{g}{RT}+\frac{\in L}{RT^2}\frac{dT}{dz}\right) \tag{2}$$

$$Q_V=Q_S \tag{3}$$

式中 $\in=R/R_V=0.622$，其余均为气象学常用符号。解之得湿绝热温度递减率：

$$\Gamma_W=-\frac{dT}{dz}=\frac{g}{c_p}\left(1+\frac{LQ_s}{RT}\right)\Big/\left(1+\frac{\in L^2Q_s}{c_pRT^2}\right) \tag{4}$$

或

$$\Gamma_W=\frac{g}{c_p}-\frac{LQ_sA(1-G_2)}{c_p(1+G_1)} \tag{5}$$

式中

$$A\equiv\frac{\in Lg}{c_pRT^2},\quad G_1\equiv\frac{\in L^2Q_s}{c_pRT^2},\quad G_2\equiv\frac{c_pT}{\in L} \tag{6}$$

2. 云中水汽过(欠)饱和度的估计

实际云中水汽的凝结率同云的微结构和过饱和度有关。它由下式决定：

$$\frac{dQ_V}{dt}=-B(Q_V-Q_S) \tag{7}$$

式中

$$B\equiv2\pi K_D\cdot N\cdot D\Big/\left[1+\frac{LK_D\rho Q_S}{K_TT}\left(\frac{L}{RT}-1\right)\right] \tag{8}$$

K_D, K_T 为水汽扩散系数和空气导热系数。N, D 为云粒子在单位体积中的个数和平均直径（或平均相当直径）。凝结率同水汽过饱和度成正比，没有过饱和度就不发生凝结。本文所论的凝结、过饱和度和升速都包括负值，即蒸发、欠饱和度和下沉速度。凝结率还同云粒子的浓度和直径成正比。在水滴云中此值很大，水汽凝结很快；在冰晶云中此值较小，水汽凝结较慢；在降水中此值很小，水汽凝结很慢。

水滴云的云滴浓度(N)的典型值对于大陆云为 $4\times10^8\text{m}^{-3}$，对于海洋云为 $7\times10^7\text{m}^{-3}$，相应的平均直径(D)为 1.3×10^{-5}m 和 3×10^{-5}m[1]，相应的 $N\cdot D$ 值为 5×10^3 和 $2\times10^3\text{m}^{-2}$。冰晶云的微结构观测资料较少，各种云的差别也很大[2,3]。卷云的典型值为：$N=3\times10^4\text{m}^{-3}$, $D=5\times10^{-4}$m, $ND=20\ \text{m}^{-2}$。人工催化层状云造成的冰晶云，$N=4\times10^6\text{m}^{-3}$, $D=2\times10^{-5}\text{m}$[4], $ND=80\ \text{m}^{-2}$。一般冰晶云的典型值估计

* 本文于1990年5月16日收到，8月2日收到修改稿。

在两者之间。

根据(8)式 B 值在高温时较小,低温时较大,近似为

$$B \approx (0.5-1)\times 10^{-4} ND \tag{9}$$

对于水滴云 B 的典型值为 $0.2\,\mathrm{s}^{-1}$,冰晶云为 $0.5\times10^{-2}\mathrm{s}^{-1}$。

从(7)式可以估计云中过饱和度的数值为

$$S=\frac{Q_V-Q_S}{Q_S}=-\frac{1}{Q_S\cdot B}\frac{dQ_V}{dt} \tag{10}$$

我们可以用湿绝热过程作为$\frac{dQ_V}{dt}$的近似值,即

$$\frac{dQ_V}{dt}=\frac{dQ_S}{dz}\cdot w=Q_S\left(\frac{g}{RT}-\frac{\in L}{RT^2}\Gamma_w\right)\cdot w \tag{11}$$

式中 w 为云中气块垂直速度,向上为正。代入(10)得

$$S=\frac{w}{B}\left(\frac{\in L}{RT^2}\Gamma_w-\frac{g}{RT}\right) \tag{12}$$

温度高时 Γ_w 较小,S 也较小;温度低时 S 较大;S 近似为

$$S\approx(2.8-4.7)\cdot10^{-4}\frac{w}{B} \tag{13}$$

对于水滴云,S 的典型值为 $0.1\times10^{-2}\cdot w$。当 $w=\pm1$ m/s 时,$S=\pm0.1\%$,这同 Warner 根据云中实测结果推算的一致[8]。这一数值很小,所以在水滴云中 Q_V 和 Q_S 一般是比较接近的。在冰晶云中,S 的典型值为 $0.1\times w$。当 $w=\pm1$ m/s 时,$S=\pm10\%$,采用 $Q_V=Q_S$ 的近似就有显著误差了。

3. 云中湿绝热温度递减率及其同升速水汽过饱和度的相互适应

联立式(1)(2)(7),将(1)(2)代入$\frac{\partial}{\partial z}$(7) 得

$$\frac{d}{dt}\frac{dQ_V}{dz}+B(1+G_1)\frac{dQ_V}{dz}+A\cdot B(1-G_2)Q_S=0 \tag{14}$$

取初始条件

$$\left.\frac{dQ_V}{dz}\right|_0=\frac{1}{w}\left.\frac{dQ_V}{dt}\right|_0=-\frac{B}{w}(Q_V-Q_S)_0 \tag{15}$$

解得

$$\frac{dQ_V}{dz}=-\frac{A(1-G_2)}{(1+G_1)}Q_S\left[1-e^{-B(1+G_1)t}\right]-\frac{B}{w}(Q_V-Q_S)_0\cdot e^{-B(1+G_1)t} \tag{16}$$

代入式(1)得到云中绝热温度递减率的瞬时值为

$$\Gamma_a=\frac{g}{c_p}-\frac{LA(1-G_2)Q_S}{c_p(1+G_1)}+\left[\frac{LA(1-G_2)Q_S}{c_p(1+G_1)}-\frac{LB(Q_V-Q_S)_0}{c_pw}\right]e^{-B(1+G_1)t} \tag{17}$$

式(17)右边第一项为干绝热递减率,加上第二项为湿绝热递减率;第三项是干、湿绝热递减率之差同初始水汽过饱和度作用之和,乘以时间衰减项。如果取初始时刻云中的过饱和度为 0,则(17)式简化为

$$\Gamma_a=\Gamma_w+(\Gamma_d-\Gamma_w)e^{-B(1+G_1)t} \tag{18}$$

当 $t=0$ 时,$\Gamma_a=\Gamma_d$;当 $t\to\infty$ 时,$\Gamma_a=\Gamma_w$。在一块水汽平衡的云中,如果发生气块的垂直运动,开始时云中因为过饱和度为 0,没有凝结产生,潜热没有释放,$\Gamma_a=\Gamma_d$。垂直运动及伴随的温度变化使水汽过饱和度逐渐增大,凝结率也随之增大,潜热释放加快,Γ_a 逐渐趋向于 Γ_w。最后过饱和度达到式(12)的湿绝热平衡值,垂直运动、水汽过饱和度同温度递减率趋于平衡定常值。

如果将这种平衡的状态(w_0, Q_V-Q_S)作为初值代入式(17),不难证明

$$\frac{LA(1-G_2)Q_S}{c_p(1+G_1)}=\frac{LB(Q_V-Q_S)_0}{c_pw_0}$$

即时变项为 0,$\Gamma_a=\Gamma_w$。这正是物理上要求的定常状态。

如果初始水汽状态是对应于某一垂直速度 w_0 的平衡值(按照式(12))，实际云中的垂直速度 $w^* \neq w_0$，这时同 w^* 对应的平衡水汽过饱和度 $(Q_V-Q_S)^* \neq (Q_V-Q_S)_0$，凝结、降温过程不能定常，式(17)可以改写成下述形式：

$$\Gamma_a=\Gamma_w+\left[\frac{w^*-w_0}{w^*}\cdot(\Gamma_d-\Gamma_w)\right]e^{-B(1+G_1)t} \tag{19}$$

如果初始时刻 $(Q_V-Q_S)_0=0$，对应的 $w_0=0$，则式(19)自然转化为式(18)，即初始时刻 $\Gamma_a=\Gamma_d$。

如果初始时刻 $(Q_V-Q_S)_0$ 比平衡值 $(Q_V-Q_S)^*$ 小，$\dfrac{(Q_V-Q_S)_0}{(Q_V-Q_S)^*}=\dfrac{w_0}{w^*}<1$，则初始时刻的 $\Gamma_a>\Gamma_w$；如果 $\dfrac{w_0}{w^*}<0$，即垂直运动同初始过饱和度符号相反时，初始时刻 $\Gamma_a>\Gamma_d$；如果 $\dfrac{w_0}{w^*}>1$，初始时刻 $\Gamma_a<\Gamma_w$，这是由于初始过饱和度太大，凝结潜热释放太多。随着垂直运动的持续 Γ_a 都趋向于 Γ_w。

这样，云中垂直运动的变化将导致过饱和度和绝热温度递减率的变化。过饱和度的平衡值如式(12)所示，它不但是垂直速度的函数，也同云的微结构有密切关系。Γ_a 的平衡值是 Γ_w。w、Q_V-Q_S 和 Γ_a 有一个相互适应过程，在这个过程中 $\Gamma_a \neq \Gamma_w$。

4．各种云中不同时段绝热温度递减率及其同湿绝热温度递减率的差异

上述适应过程的弛豫时间是一个十分重要的参数，从(17)式可得

$$t^*=\frac{1}{B(1+G_1)} \tag{24}$$

在 -10—10℃温度下 $1+G_1$ 值为 1.4—2.5。对于水滴云 t^* 的典型值为 2 s；对于冰晶云为 200 s，其中卷云为 400 s，人工催化云为 100 s。

当垂直运动的持续时间 $t \gg t^*$ 时，$\Gamma_a \approx \Gamma_w$；$t \ll t^*$ 时；$\Gamma_a \approx \Gamma_w+\dfrac{w^*-w_0}{w^*}(\Gamma_d-\Gamma_w)$。如果取 $t_d=0.1\times t^*$，$t_w=2.4\times t^*$，则当 $t<t_d$ 时，Γ_a 取 $\Gamma_w+\dfrac{w^*-w_0}{w^*}(\Gamma_d-\Gamma_w)$ 值，$t>t_w$ 时，Γ_a 取 Γ_w 值，其误差不超过 10%。t_d 和 t_w 的典型值为：对于水滴云 $t_d=0.2$ s，$t_w=5$ s；对于冰晶云，$t_d=20$ s，$t_w=500$ s。

式(17)和(19)的 Γ_a 值是某一时刻(某一高度)的瞬时温度递减率。人们往往对一段时间(一段垂直距离)的平均温度递减率更感兴趣。我们在升速定常的假定下积分式(17)得：

$$\bar{\Gamma}_a=\frac{T(0)-T(z)}{z}=\frac{g}{c_p}-\frac{LA(1-G_2)Q_S}{c_p(1+G_1)}+\left[\frac{LA(1-G_2)Q_S}{c_p(1+G_1)}-\frac{LB(Q_V-Q_S)_0}{wc_p}\right]\cdot\frac{w}{B(1+G_1)z}\left[1-\mathrm{EXP}\left(\frac{B(1+G_1)z}{w}\right)\right] \tag{25}$$

如果取 w_0 为对应于初始过饱和度的平衡升速值，并考虑到 $z=wt$ 和式(24)，则从垂直升速为 w 值时开始到某一时刻 t 的平均温度递减率为

$$\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w+\frac{w^*-w_0}{w^*}(\Gamma_d-\Gamma_w)\cdot\frac{t^*}{t}[1-e^{-\frac{t}{t^*}}] \tag{26}$$

比较式(25)、(26)同式(17)、(19)可以看出，平均温度递减率同瞬时值的区别仅在于时间衰减项。前者为 $\dfrac{t^*}{t}(1-e^{-\frac{t}{t^*}})$，后者为 $e^{-\frac{t}{t^*}}$。两者在 $t\to 0$ 时，趋于 1；$t\to\infty$ 时，趋于 0。物理图象基本一致。如果也取 10% 的精度，同瞬时值的 t_d 和 t_w 相应的平均递减率的特征时间 t'_d 和 t'_w 相应为 $t'_d=0.2\,t^*$ 和 $t'_w=10\cdot t^*$，即比 t_d 和 t_w 大了 1 倍和 3 倍，说明时间衰减慢得多。t'_d 和 t'_w 的典型值为：对于水滴云 $t'_d=0.4$ s，$t'_w=20$ s；对于冰晶云，$t'_d=40$ s，$t'_w=2000$ s。这说明当上升速度变化时，$\bar{\Gamma}_a$ 将偏离 Γ_w 值。对于水滴云只有当升速稳定 20 s 后 $\bar{\Gamma}_a$ 才能采用 Γ_w 值作为近似；对于冰晶云则须经过 2000 s 后 $\bar{\Gamma}_a$ 才能用 Γ_w 来近似。

5．各种尺度大气垂直运动中各种云中的平均绝热温度递减率

云中绝热温度递减率 $\bar{\Gamma}_a$ 是表征云中自由对流、重力波和湍流发展的重要参数。中小尺度对流天气现象的时间尺度为 10^3 秒，对于水滴云 $\bar{\Gamma}_a$ 可用 Γ_w 来近似；对于冰晶云这种近似已有显著误差。如果初始过饱和度 $(Q_V-Q_S)_0=0$，则

$$\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w+(\Gamma_d-\Gamma_w)\frac{t^*}{t}(1-e^{-\frac{t}{t^*}}) \tag{27}$$

对于 $t^*=200$ s 的冰晶云而言，在 $t=1000$ s 时的平均绝热递减率 $\bar{\Gamma}_a\approx\Gamma_w+0.2(\Gamma_d-\Gamma_w)$。在 -10℃时 $\Gamma_w\approx0.72$℃/100 m，$\bar{\Gamma}_a=0.78$℃/100 m(在 1000 s 前 $\bar{\Gamma}_a$ 比此值更大)。如果云中（或饱和大气)的实际温度层结 $\Gamma=0.75$℃/100 m，则在水滴云中 $\Gamma>\bar{\Gamma}_a(\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w)$，自由对流发展；但在冰晶云中 $\Gamma<\bar{\Gamma}_a$，对流不能发展。如果 $\Gamma=0.84$℃/100 m，则在水滴云中静力不稳定度很大，为 $\Gamma-\Gamma_w=0.12$℃/100 m；而在冰晶云中 $\Gamma-\bar{\Gamma}_a=0.06$℃/100 m，对流发展强度弱得多。所以对于冰晶云的自由对流而言，用 Γ_w 来近似估计 $\bar{\Gamma}_a$，将会带来严重误差。

重力波的时间尺度为 10^2s（或更大)。对于水滴云可用 $\bar{\Gamma}_a\approx\Gamma_w$；对于冰晶云则不行。在 $t=100$ s 时，$t^*=200$ s 的冰晶云中，按式(27)得 $\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w+0.8(\Gamma_d-\Gamma_w)$。在 -10℃时，$\bar{\Gamma}_a=0.94$℃/100 m。重力波的频率为

$$N_g=\sqrt{\frac{g}{T_0}(\bar{\Gamma}_a-\Gamma)} \tag{28}$$

如果实际层结 $\Gamma=0.64$℃/100 m，则在水滴云中 $\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w=0.72$℃/100 m，$N_g=0.5\times10^{-2}\text{s}^{-1}$。在冰晶云中，$\bar{\Gamma}_a=0.94$℃/100 m，$N_g=1.0\times10^{-2}\text{s}^{-1}$；在无云大气中，$N_g=1.2\times10^{-2}\text{s}^{-1}$。

大气湍流的时间尺度更小，可用 10^1—10^0s 来讨论。按式(27)在水滴云中 $\bar{\Gamma}_a\approx\Gamma_w+\alpha(\Gamma_d-\Gamma_w)$，对于 $t=10$ s，$\alpha=0.2$；对于 $t=1$ s，$\alpha=0.8$。仍以 -10℃为例，$\Gamma_w=0.72$℃/100 m，水滴云中的 $\bar{\Gamma}_a$ 对于 $t=10$ s 和 1 s 相应为 0.78℃/100 m 和 0.94℃/100 m。在冰晶云中 $\bar{\Gamma}_a\approx\Gamma_d=1$℃/100 m。表征湍流发展特征的一个重要参数为理查逊数

$$R_i=\frac{g'}{T_0}(\bar{\Gamma}_a-\Gamma)\Big/\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \tag{29}$$

如果实际温度层结 $\Gamma=0.64$℃/100 m，$\frac{\partial v}{\partial z}=10^{-2}\text{s}^{-1}$，则以 $\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w=0.72$℃/100 m 计算，$R_i=0.3$；以水滴云湍流时间尺度为 10 s 计，$\bar{\Gamma}_a=0.78$℃/100 m，$R_i=0.5$；以水滴云湍流时间尺度为 1 s 计，$\bar{\Gamma}_a=0.94$℃/100 m，$R_i=1.1$；在冰晶云中同无云大气中相似，$\bar{\Gamma}_a=\Gamma_d=1$℃/100 m，$R_i=1.3$。根据湍流理论，在上述这些不同的 R_i 值之下，湍流的发展将有显著的差别。当我们采用一般以往的 $\bar{\Gamma}_a=\Gamma_w$ 的假定时，湍流强度将被显著高估。

6．对人工冰晶化云中湍流减弱的物理解释

苏联进行了大量人工消过冷云试验。他们在过冷层状云(S_t-S_c) 内播撒大量干冰，造成人工冰晶区域。在这些区域里云滴消失，冰晶浓度 N 高达 $4\times10^6\text{m}^{-3}$，$ND=80\ \text{m}^{-3}$，$t^*=90$ s。他们发现在这些冰晶区里垂直湍流明显减弱，平均湍流系数从云中的 18—24 m²/s 减弱为冰晶区的 15 m²/s；平均湍流有效垂直速度从 0.43—0.48 m/s 减为 0.31—0.40 m/s[5]。这一现象被大量试验所证实并多次报导，但未见物理解释。根据苏联观测结果[6]冬季 S_c-S_t 云的温度约为 -10℃，$\Gamma=0.66$℃/100 m，$\Gamma_w=0.72$℃/100 m。根据 (27) 式如设 $\frac{\partial v}{\partial z}=10^{-2}\text{s}^{-1}$ 可算出 $t=10$ s 的过冷水滴云中 $\bar{\Gamma}_a=0.74$℃/100 m，$R_i=0.2$；在人工冰晶区 $\bar{\Gamma}_a=1$℃/100 m，$R_i=1.2$。由于冰晶区 R_i 值远大于过冷云区值，湍流将会明显削弱。这同试验实测结果一致。

参 考 文 献

[1] B. J. 梅森，云物理学，P.111，科学出版社，1978。

[2] Волковицкий, О. А., Л. Н. Павлова и А. Г. Петрушин, Оптические свойства кристаллических облаков, *Гидрометеопздат, Ленинград*, 1984.

[3] Pruppacher, H. R., and J. D. Klett, Microphysics of Clouds and Precipitation, P. 44, P.10, D. Reidel Publishing Comp., 1978.

[4] Акимов, Н. М., Концентраия ледяных кристаллов В исскуственной кристаллизацин и её изменение во времени, *Труды Укр. НИГМИ*, 152, 1977.

[5] Кудрявцва, С. К., Взаимосвязь характерристик вертикального турбулентного обмена В слоистообразных облаках с эффектом воздействия и эволюцией зоны рассейвания, *Труды Укр. НИГМИ*, 187,1982.

[6] Хргиан, А. Х., Физика облаков, р. 214, *Гидрометеоиздат*, Ленинград, 1961.

ADIABATIC TEMPERATURE LAPSE RATE IN CLOUD AND ITS RELATIONSHIP WITH MICROSTRUCTURE

Hu Zhijin

(*Chinese Academy of Meteorological Sciences*)

Abstract

So far the wet-adiabatic lapse rate (Γw) was usually taken to be the value of the adiabatic temperature lapse rate (Γa) in cloud. It was based on the assumption that the super-(sub) saturation in condensation (evaporation) process in cloud can be ignored. The expression of Γa is deduced in this paper without such an assumption. It is found that Γa depends on the cloud microstructure and duration of the vertical current with the associated condensation (evaporation) process. In the water cloud $\Gamma a \approx \Gamma w$ can be used without significiant error 20s later after the establishment of the current. In ice cloud $\Gamma a \approx \Gamma w$ can be used only after 2000s. This result is important for evaluating the static instability in clouds and can be used to explain the fact that turbulence weakens siguificant ly in the artificially crystalized zone in the stratiform cloud.