

旋转正压大气中的 Rossby 孤立波和 偶极子阻塞*

罗 德 海

(成都气象学院气象科学研究所)

大气中的阻塞动力学一直是大气动力学中所要解决的重要问题之一, 随着数学的发展, 阻塞动力学的研究也取得了较大的进展。大气中的阻塞可以分为两类: 一类是单个非偶极子阻塞(只存在高压或低压), 另一类是偶极子阻塞(高压的南侧存在闭合的低压)。关于偶极子阻塞的动力学研究是在 80 年代以后才进行的。为了解释大气中所出现的偶极子阻塞, McWilliams^[1](1980) 提出了 Equivalent Modon 理论, 在他的理论中, 他强调了辐散效应的作用。随后 Shutt^[2](1983) 指出通过湍流的强迫作用在大气中可以形成偶极子阻塞, 但这些理论均不能反映偶极子阻塞的形成过程, 这以后 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli^[3-4](1984, 1985) 提出了用 Rossby 孤立波来解释大气中偶极子阻塞的形成过程。但上面所提出的理论不能解释偶极子阻塞的崩溃过程。作者^[5](1989) 提出了用包络 Rossby 孤立波理论来描述大气中偶极子阻塞的形成、维持和崩溃过程, 由于偶极子阻塞随纬度具有不同的分布, 这个问题远没解决, 本文的目的在于使用旋转正压大气中的 Rossby 孤立波来探讨偶极子阻塞的纬度分布。

1. KdV 方程

采用平面极坐标系 (r, θ) , r 指向低纬为正, θ 逆时针方向为正, 于是正压涡度守恒方程为

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right] + \frac{\beta}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

其中 $\beta = -\frac{df}{dr} = \frac{2\omega}{a} \cos \phi_0$, a 为地球的半径, ω 为地球的自转角速度, ϕ_0 为纬度。

令 $\psi = \frac{1}{2} \Omega r^2 + \psi'$, 则方程(1)式可变为

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \Omega \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \right] \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi'}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial \theta^2} \right] + \frac{\beta}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta} = 0 \quad (2)$$

其中 Ω 为基本气流的角速度。

引入 Gardner-Morikawa 变换

$$\xi = \varepsilon^{\frac{1}{2}} (\theta - c_0 t), \quad \tau = \varepsilon^{\frac{3}{2}} t \quad (3)$$

其中 τ, ξ 为缓变坐标

于是我们有坐标变换

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = -c_0 \varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{\frac{3}{2}} \frac{\partial}{\partial \tau} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \end{cases} \quad (4)$$

将 ψ' 按 WKB 方法渐近展开即

$$\psi' = \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \dots \quad (5)$$

* 本文于1989年1月27日收到原稿, 1989年9月26日收到最后修改稿。

再将(4)和(5)式代入方程(2)式有

$$O(\varepsilon^{\frac{3}{2}}): L(\psi_1) = (\Omega - c_0) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right) \right] + \frac{\beta}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0 \quad (6)$$

$$\text{其中 } L(\quad) = (\Omega - c_0) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial (\quad)}{\partial r} \right) \right] + \frac{\beta}{r} \frac{\partial (\quad)}{\partial \xi}$$

$$O(\varepsilon^{\frac{5}{2}}): L(\psi_2) = - \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right) \right] + (\Omega - c_0) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{r} J \left(\psi_1, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right) \right) \right\} \quad (7)$$

其边界条件为:

$$r = r_1, r_2 \text{ 时, } \psi_1 = \psi_2 = \dots = 0 \quad (8)$$

设方程(6)式的解为

$$\psi_1 = \phi_1(r) A(\tau, \xi) \quad (9)$$

于是方程(6)式变为

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi_1}{dr} \right) + \frac{\beta}{r(\Omega - c_0)} \phi_1 = 0 \\ \phi_1(r_1) = \phi_1(r_2) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

把(9)式代入方程(7)式有

$$L(\psi_2) = - \left\{ \frac{\partial A}{\partial \tau} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi_1}{dr} \right) + \frac{(\Omega - c_0)}{r^2} \phi_1 \frac{\partial^3 A}{\partial \xi^3} + A \frac{\partial A}{\partial \xi} \left(\frac{1}{r} \frac{d\phi_1}{dr} - \frac{\phi_1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi_1}{dr} \right) \right] \right\} \quad (11)$$

其边界条件为

$$r = r_1, r_2 \text{ 时, } \psi_2 = 0 \quad (12)$$

在方程(11)式中, 利用(10)式有

$$L(\psi_2) - \frac{\beta}{r(\Omega - c_0)} \phi_1 \frac{\partial A}{\partial \tau} - \frac{\beta \phi_1^2}{r^3(\Omega - c_0)} A \frac{\partial A}{\partial \xi} + \frac{(\Omega - c_0)}{r^2} \phi_1 \frac{\partial^3 A}{\partial \xi^3} = 0 \quad (13)$$

在方程(13)式中两边同乘 $\frac{r}{\Omega - c_0} \phi_1$, 然后在区域 $[r_1, r_2]$ 内积分得

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + RA \frac{\partial A}{\partial \xi} + S \frac{\partial^3 A}{\partial \xi^3} = 0 \quad (14)$$

$$\text{其中 } R = \frac{I_1}{I}, \quad S = \frac{I_2}{I}, \quad I = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{\beta}{(\Omega - c_0)^2} \phi_1^2 dy$$

$$I_1 = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{\beta \phi_1^3}{r^2 (\Omega - c_0)^2} dr \quad I_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\phi_1^2}{r^2} dr$$

方程(14)式就是旋转正压大气中的非线性 Rossby 波所满足的 KdV 方程, 巢纪平等人^[6]曾对旋转正压大气中的 Rossby 孤立波进行了研究, 得到了类似于切断低压的孤立波结构, 但他们没有得到偶极子阻塞结构。在北半球中高纬度地区经常观测到一种维持很久的偶极子阻塞结构, 为了解释这种偶极子结构, 有必要对旋转正压大气中的 Rossby 孤立波重新进行研究, 以使用它来解释旋转正压大气中所出现的这种偶极子阻塞。本文使用约化摄动法得到的 KdV 方程与巢纪平等人得到的方程相同。

2. 本征值问题

在大气中, 旋转 Rossby 波的传播速度一般小于基本西风气流的速度, 对于阻塞系统便是如此, 即有 $\Omega - c_0 > 0$, 于是我们可对下面的方程的本征值进行求解。

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi_1}{dr} \right) + \frac{\beta}{r(\Omega - c_0)} \phi_1 = 0 \\ \phi_1(r_1) = \phi_1(r_2) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

作变换

$$\rho = \left(\frac{4\beta r}{\Omega - c_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

于是方程(15)式可以变为

$$\begin{cases} \frac{d^2\phi_1}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\phi_1}{d\rho} + \phi_1 = 0 \\ \phi_1(\rho_1) = \phi_1(\rho_2) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{其中 } \rho_1 = \left(\frac{4\beta r_1}{\Omega - c_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \rho_2 = \left(\frac{4\beta r_2}{\Omega - c_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

类似于巢纪平等人的工作, 于是我们可以得到方程(15)式的本征值和本征函数分别为

$$c_0 = \Omega - \frac{4\beta r_2}{(n\pi)^2} (1 - \sqrt{r_1/r_2})^2 \quad (18)$$

$$\phi_1(\rho) = \pm \sqrt{\rho^*/\rho} \sin(\rho_2 - \rho) \quad (19)$$

$$\text{其中 } \rho^* = \rho_2 - \frac{\pi}{2}, \quad \rho_2 = \rho_1 + n\pi = \frac{n\pi}{1 - \sqrt{r_1/r_2}} (n = \pm 1, +2, \dots)$$

将(19)式代入方程(14)式的系数中去便可近似地确定系数 R , S 分别为

$$R = \frac{64\beta^2 \rho^* \frac{1}{2} (\rho_2^{\frac{9}{2}} - \rho_1^{\frac{9}{2}})}{3(\Omega - c_0)^2 (\rho_2 - \rho_1) (\rho_1 \rho)^{\frac{9}{2}}} + \frac{96\beta^2 \rho^* \frac{1}{2}}{(\Omega - c_0)^2 \left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \right)^{\frac{11}{2}}} \quad (20)$$

$$S = -4 \left[\frac{1}{\rho_1 \rho_2} - \frac{4}{(\rho_1 + \rho_2)^2} \right] (\Omega - c_0) \quad (21)$$

其中在(20)和(21)式中已取 $n=2$

为了得到(20)和(21)式, 我们对积分表达式采取了分部积分和中值定理的近似处理方法, 这是可行的, 见文献[6]。

3. 旋转正压大气中 Rossby 孤立波的偶极子结构

对于方程(14)式利用 $\xi = e^{\frac{1}{2}} (\theta - c_0 t) = e^{\frac{1}{2}} X$, $\tau = e^{\frac{3}{2}} t$, 并令 $M = eA$, 于是方程(14)式可变为

$$M_t + RM M_x + SM_{xxx} = 0 \quad (22)$$

其中 M 相当于扰动流函数的振幅

$$(22)$$

令 $\xi^* = X - ct$, 这时对方程(22)式积分一次, 再取常数为零, 于是有

$$M_{\xi^* \xi^*} + \frac{R}{2S} M^2 - \frac{C}{S} M = 0 \quad (23)$$

在本文中, 从 KdV 方程的系数可以看出 $R > 0$, $S < 0$, 在这种情况下, 方程(23)式的孤立波解为

$$M = -M_0 \operatorname{sech}^2 \xi \sqrt{-M_0 R / 12 S \xi^*} \quad (24)$$

其中 M_0 为 M 在 $\xi^* = 0$ 处的值, $M_0 > 0$ 且 $c = -\frac{M_0 R}{3}$ 并且我们可以得到旋转正压大气中 Rossby

孤立波的角相速为

$$c_A = c_0 + c = \Omega - \frac{\beta r_2}{\pi^2} (1 - \sqrt{r_1/r_2})^2 - \frac{M_0 R}{3} \quad (25)$$

在(25)式中, 由于 $R > 0$, 因此当 Rossby 孤立波的振幅满足

$$M_0 = \frac{3}{R} \left[\Omega - \frac{\beta r_2}{\pi^2} (1 - \sqrt{r_1/r_2})^2 \right] \quad (26)$$

时, 旋转正压大气中的 Rossby 孤立波变为定常 Rossby 孤立波, 从(26)式可以看出, 纬度越高(β 越小), 旋转正压大气中定常 Rossby 孤立波的振幅就越大, 旋转气流(相当于带状基流的线性切变)越强, 定常 Rossby 孤立波的振幅就越大。

另外旋转正压大气中定常 Rossby 孤立波的流函数解为

$$\psi = \frac{1}{2} \Omega r^2 - \sqrt{\rho^*/\rho} M_0 \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{M_0 R/12s} \theta \right) \sin(\rho_2 - \rho) \quad (27)$$

取 $r_1 = 1200 \text{ km}$, $r_2 = 4000 \text{ km}$, $\Omega = 3 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, $\phi_0 = 50^\circ \text{ N}$, 这时定常 Rossby 孤立波的流场如图 1 所示。

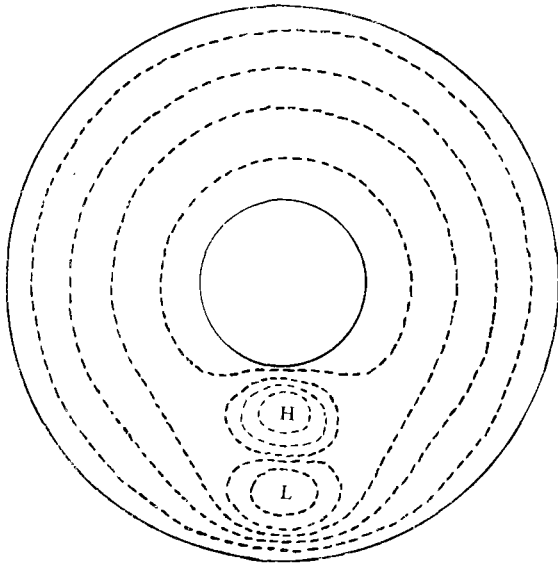


图 1 $\phi_0 = 50^\circ \text{ N}$ 处 Rossby 孤立波的流场
($\max \psi = 27$, $\min \psi = -4$, $\Delta \psi = 5$; 单位: $10^6 \text{ m}^2/\text{s}$)

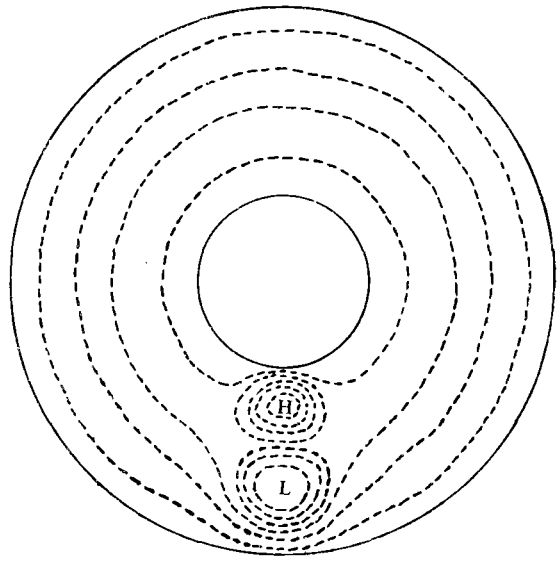


图 2 $\phi_0 = 60^\circ \text{ N}$ 处 Rossby 孤立波的流场
($\max \psi = 30$, $\min \psi = -7$, $\Delta \psi = 5$; 单位: $10^6 \text{ m}^2/\text{s}$)

很明显, 大气中通过非线性作用可以形成南低北高的偶极子结构, 这种偶极子只能在某一区域内形成, 它有明显的区域性, 在这种偶极子结构的下游, 大气基本上盛行的是西风气流, 随后在偶极子结构的下游, 西风气流又发生汇合, 这种偶极子结构称为偶极子阻塞, 在大气中经常观测到这种偶极子阻塞, 对它的动力学研究是80年代以后的事了, McWilliams(1980)首先用 Equivalent Modon 理论来解释这种偶极子阻塞现象, 随后很多学者, 如 Malguzzi 和 Malanotte-Rizzoli(1984, 1985)首先提出了用非线性定常 Rossby 孤立波理论来描述偶极子阻塞的形成过程, 最近作者^[5]曾提出了用包络 Rossby 孤立波来解释大气中所产生的偶极子阻塞的衰减过程, 但作者^[7]发现在大气中所产生的偶极子阻塞主要发生在 $60^\circ \text{ N} - 70^\circ \text{ N}$ 范围内, 在 70° N 以北偶极子阻塞减少, 这就启发我们用柱坐标系来研究大气中的偶极子阻塞, 这样既简单, 又反映了旋转气流(相当于基本气流的线性切变)的作用. 对于偶极子阻塞随纬度变化的情况, 前人的工作还没有涉及过. 取 $\phi_0 = 60^\circ \text{ N}$, 这时大气中的定常 Rossby 孤立波的流场如图 2 所示。

显然, 这里的偶极子结构比图 1 强一些, 而且更集中, 可见在旋转大气中偶极子结构是随纬度的增高而增强, 但在实际大气中, 偶极子阻塞主要产生在某一纬度带内, 因此本文的理论只能部分地解

释偶极子阻塞在较高纬度地区产生,而不能解释偶极子阻塞为什么集中在某一纬度带内,这可能是因本文采用了长波近似的方法,而且使用的是柱坐标系,这就造成了本文所得到的一些结论并不符合天气事实,因此本文的结果只局限一定的纬度带(60°N 以南),在 60°N 以北,可能只有使用球坐标系来研究才是合理的,这是我们需要作进一步研究的。

4. 结论和讨论

本文对旋转大气中的 Rossby 孤立波的偶极子结构进行了研究,结果发现:

1. 旋转气流(相当于西风气流的切变)越强,偶极子结构越强,并且这种偶极子结构具有局地性,它类似于旋转大气中所观测到的准定常的局地的偶极子阻塞。

2. 在仅考虑旋转气流和 β 效应的情况下,在中高纬度地区,纬度越高,偶极子结构越强,而且容易集中,这可解释大气中的偶极子阻塞为什么容易在较高纬度地区产生。

虽然通过考虑 Rossby 波的非线性作用了解到了旋转正压大气中可以出现偶极子阻塞结构,但并不能完全解释偶极子阻塞的观测事实,这是因为实际大气中的偶极子阻塞不仅与 Rossby 波的非线性作用有关,而且还与 β 效应,能量频散,地形和热力强迫等因素有关,而且本文所建立的偶极子阻塞的模型是理想化的,要想完全地解释偶极子阻塞的观测事实是有困难的,而且也是值得进一步研究的。

参 考 文 献

- [1] McWilliams, J. C., An application of equivalent modon to blocking, *Dyn. Atmos. Oceans*, **5**, 43—66, 1980.
- [2] Shutts, G. J., The propagation of eddies in diffluent jetstreams: Eddy vorticity forcing of "blocking" flow fields, *Quart. Meteor. Soc.*, **109**, 737—761, 1983.
- [3] Malguzzi, P., and P. Malanotte-Rizzoli, Nonlinear stationary Rossby waves on nonuniform zonal winds and atmospheric blocking, part I: The analytical theory, *J. Atmos. Sci.*, **41** 2620—2628, 1984.
- [4] Malguzzi, P., and P. Malanotte-Rizzoli, Coherent structures in a baroclinic atmosphere, part II: A truncated model approach, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 2463—2477, 1985.
- [5] 罗德海、纪立人, 大气中阻塞形成的一个理论, 中国科学, B 辑第一期, 103—112, 1989.
- [6] 巢纪平等, 旋转正压大气中的椭圆余弦波, 中国科学, 7, 696—705, 1980.
- [7] 罗德海、纪立人, 大气中偶极子阻塞的一个观测研究, 大气科学, **15**, 4, 51—57, 1991.

SOLITARY ROSSBY WAVES IN THE ROTATING ATMOSPHERE AND DIPOLE BLOCKING

Luo Dehai

(Cheng Du Institute of meteorology)

Abstract

In this paper, solitary Rossby waves in the rotating atmosphere are investigated. It is found that under the condition of one meridional wave, the stationary solitary Rossby wave has dipole structure with the anticyclone north of the cyclone, and the stronger the rotational basic flow, the stronger the stationary dipole structure, more over, in the high latitude region, the dipole structure is also stronger, this shows that the local dipole structures obtained here can explain why the persistent dipole blocking usually occurs in the high latitude regions.