第44卷 第1期　　气 象 学 报　　Vol. 44, No. 1
1986年2月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Feb., 1986

评"湿斜压大气的天气动力学问题"的研究*

朱 抱 真

(中国科学院大气物理研究所)

谢义炳教授在1978年大连"暴雨会议"上，发表了"湿斜压大气的天气动力学问题"一文(以下简称H_t)[1]。这篇论文提出了开展湿斜压大气动力学研究的一些具体意见。以后在国内的气象界有着不同的意见和争论。《气象学报》1983年第2期发表了对读者来信的"编者按"[2]；第3期又发表了谢义炳教授的长信[3]。信中说，湿斜压大气的研究，"虽然在实际工作人员间受到欢迎，却在理论工作者间引起了不少误会…。这些误会似牵涉到一些根本问题"。我阅读后，认为有必要对H_t加以评论。

1. 关于模式大气

动力学问题的研究，首先要明确给出模式大气的特征及其控制方程组。H_t给出下列的单位质量湿空气的运动方程和绝热方程：

$$\frac{du}{dt}-fv=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{1.1}$$

$$\frac{dv}{dt}+fu=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{1.2}$$

$$\frac{dw}{dt}+g=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}, \tag{1.3}$$

$$c_p\frac{dT}{dt}-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}=-L\frac{dq_s}{dt}。 \tag{1.4}$$

以上是H_t所给出的湿空气模式的基本方程组。其中q_s为饱和比湿。

还需要补写上连续方程和状态方程

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{1.5}$$

$$p=\rho RT \tag{1.6}$$

才能构成初步的动力方程组。

由于热力学方程写成(1.4)的形式，又未给出水汽变化方程和凝结方程。我认为H_t的湿斜压大气模式必然具有下列特征：

1) 这个湿大气整个是饱和湿大气，凝结过程是饱和湿绝热的；

2) 饱和水汽随时凝结释热于大气，同时又有水汽补充维持着大气的饱和；

*本文于1984年3月7日收到，1984年8月29日收到修改稿。

3）凝结过程的发生没有其它动力条件的约束；而实际上凝结只发生于上升运动区。我们必须从模式的这些物理特征出发，考虑它的性能和功用。

2. 关于“湿热成风”

关于湿热成风的问题，是在“编者按”和“复信”中谈论最多的问题之一。问题源自对华南降水天气的分析。王两铭等[4,5]发现经典的热成风关系，不足以说明观测事实。因此从理论上作了探讨，提出利用相当干燥大气模式来近似饱和湿空气，对上述问题进行了研究。

我认为，在王两铭等的研究中，一个关键的问题是在提出模式大气动力方程组时，没有必要地引进了“广义位势”概念。造成一些问题不清，引起了争论。我建议取消广义位势的定义，则得到下列的“相当干燥”的饱和湿空气方程组（p 坐标）[6]

$$\frac{du}{dt}=fv-\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_p, \tag{2.1}$$

$$\frac{dv}{dt}=-fu-\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_p, \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial p}=-\frac{RT^*}{p}, \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial\omega}{\partial p}=0, \tag{2.4}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)T^*+\sigma^*\omega=0 \tag{2.5}$$

其中

$$\sigma^*\equiv\left(\frac{RT^*}{c_p p}-\frac{\partial T^*}{\partial p}\right)\doteq-\frac{T}{\theta_{se}}\frac{\partial\theta_{se}}{\partial p} \tag{2.6}$$

为饱和湿空气静力稳定度；

$$T^*=T+\frac{Lq_s}{c_p} \tag{2.7}$$

为饱和湿空气的相当温度或相当干燥大气温度；

$$\theta_{se}=Tp_0^{\kappa}p^{-\kappa}e^{\frac{Lq_s}{c_pT}} \tag{2.8}$$

为相当位温。

上列相当干燥大气的湿斜压模式和 H_4 的模式特征，基本上相同，但只凝结过程是等压、绝热的。由(2.1)、(2.2)和(2.3)，可以求出这种相当干燥的饱和湿斜压大气的热成风关系如下：

$$f\frac{\partial v}{\partial p}=-\frac{R}{p}\left(\frac{\partial T^*}{\partial x}\right)_p,\qquad f\frac{\partial u}{\partial p}=\frac{R}{p}\left(\frac{\partial T^*}{\partial y}\right)_p, \tag{2.9}$$

根据(2.7)可得

$$f\frac{\partial v}{\partial p}=-\frac{R}{p}\frac{\partial}{\partial x}\left\{T\left(1+\frac{Lq_s}{c_pT}\right)\right\},\qquad f\frac{\partial u}{\partial p}=\frac{R}{p}\frac{\partial}{\partial y}\left\{T\left(1+\frac{Lq_s}{c_pT}\right)\right\} \tag{2.10}$$

如果我们利用(2.8)式的相当位温关系式，并将 exp 函数展开为

$$e^{\frac{Lq_s}{c_pT}} \doteq \left(1+\frac{Lq_s}{c_pT}\right) \tag{2.11}$$

则可求得

$$\frac{\partial v}{\partial p} \doteq -\frac{Rp^{\kappa-1}}{p_0^{\kappa}}\frac{\partial \theta_{se}}{\partial x}, \qquad f\frac{\partial u}{\partial p} \doteq \frac{Rp^{\kappa-1}}{p_0^{\kappa}}\frac{\partial \theta_{se}}{\partial y} \tag{2.12}$$

由上式可知，饱和湿热成风可以和相当温度 T^* 或相当位温 θ_{se} 的梯度成正比。但这种饱和湿大气模式假定大气总是饱和的，而饱和水汽又随时凝结。因此，按照(2.10)或(2.12)式计算的湿热成风，可能夸大了水汽的作用。因为实际上，饱和湿空气的水汽凝结并不如此。

(2.12)式与 H_4 的简化湿热成风关系相同。但必须指出(2.12)式不是人为的"放大"，而是在(2.11)式的展开中取了足够的精度。H_4 的推导是有问题的，论证如下：

H_4 把热成风关系写作

$$\frac{\partial v}{\partial p} = -\frac{R}{p}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_p, \qquad f\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{R}{p}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_p \tag{2.13}$$

然后引用相当位温关系(2.8)式，代入上式，得到所谓"湿热成风方程"

$$f\frac{\partial v}{\partial p} = -\frac{Rp^{\kappa-1}}{p_{0}^{\kappa}}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_p \theta_{se} e^{-\frac{Lq_s}{c_pT}}$$

$$f\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{Rp^{\kappa-1}}{p_0^{\kappa}}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_p \theta_{se}\, e^{-\frac{Lq_s}{c_pT}} \qquad H_4(13)$$

上式虽然在形式上包含了 θ_{se} 和 q_s，但实际上 θ_{se} 是根据(2.8)式算出的，再乘以 $e^{-\frac{Lq_s}{c_pT}}$ 和 $\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa}$，正是回到(2.13)式的温度梯度。由于(2.13)式是古典的热成风关系，在这里意味着干空气或未饱和的湿空气，不可能由于(2.8)式的简单替换，改变为湿热成风。因此 H_4(13)式，并没有包含任何湿绝热过程。实质上仍是传统的热成风关系。

接着在展开 exp 函数：

$$e^{-\frac{Lq_s}{c_pT}} \doteq \left(1-\frac{Lq_s}{c_pT}\right)$$

时，H_4 在右端略去 $\frac{Lq_s}{c_pT}$，然后由上列 H_4(13)得到所谓"简化的湿热成风方程"H_4(14)式，与本文(2.12)式一致。但这只是一个"凑"巧。在展开 exp 函数时，若只取头一项则由(2.8)式可知：

$$\theta_{se} = T\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa} e^{\frac{Lq_s}{c_pT}} = T\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\kappa} = \theta_d$$

则相当位温等于干空气位温了，这当然是不对的。同样 H_4 讨论湿斜压大气的重力波时，采用

$$\alpha \simeq R\theta_{se}p^{\kappa-1}/p_{0}^{\kappa} \qquad H_4(51)$$

也是不妥的。

3. 关于"干、湿空气的能量守恒律"

单位干空气柱的内能 I 与位能 P 的和，在传统上称为总位能。即

$$I+P=\int_0^\infty(c_VT+gz)\rho dz=\frac{c_p}{g}\int_0^{p_0}Tdp \tag{3.1}$$

在绝热无摩擦作用的条件下，对整个大气积分得到干空气的总能量守恒律，即

$$c_VT+gz+\frac{V^2}{2}=\text{const} \tag{3.2}$$

其中 $V^2=u^2+v^2+w^2$。这些本是有其物理意义，并经过严格论证的。但 H_4认为(3.1)与(3.2)式“似是不正确的”；认为单位干空气柱的总位能应当是

$$\int_0^\infty(c_pT+gz)\rho dz=\frac{c_p+R}{g}\int_0^{p_0}Tdp \tag{H$_4$(6)}$$

其总能量守恒律应当是

$$c_VT+RT+gz+\frac{V^2}{2}=\text{const} \tag{H$_4$(7)}$$

H_4的理由有两条：

1) “从运动方程和绝热方程的统一考虑”，总能量守恒律应该是H_4(7)式。

2) 把(4.2)式和水力学的能量守恒律

$$\frac{p}{\rho}+gz+\frac{V^2}{2}=\text{const} \tag{H$_4$(8)}$$

相比较，省略了$\frac{p}{\rho}(=RT)$项“似是不正确的”。因此需要作出“改正”。

我认为这种“改正”不妥，论证如下：

按 z 坐标的大气动力学方程组，在绝热无摩擦情况下，我们有前述的(1.1)—(1.6)式。众所周知，由(1.1)—(1.5)，对干大气，$q_s=0$，可得

$$\frac{d}{dt}\left(c_pT+gz+\frac{V^2}{2}\right)=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{3.3}$$

将上式的全微分展开，然后对整个大气积分，则得

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int\left(c_pT+gz+\frac{V^2}{2}\right)\rho dxdydz=\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int pdxdydz \tag{3.4}$$

由于 $c_p=c_V+R$，我们有

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int\left(c_VT+gz+\frac{V^2}{2}\right)\rho dxdydz=0 \tag{3.5}$$

因此，按照(3.5)式，在绝热无摩擦的情况下，整个大气的总能量守恒律(3.2)式，正是没有任何近似，严格“从运动方程和绝热方程统一考虑”的结果。假如用(3.4)式，以$c_pT+gz(=I+2P)$作为总位能，则总能量守恒律是在$\frac{\partial p}{\partial t}=0$近似假定下的结果。在这里，没有任何理由用一个近似方程去“改正”一个严格的没有近似的方程。

另外，由(3.3)式可知，若$\frac{\partial p}{\partial t}=0$，再对时间积分，则得

$$c_pT+\frac{p}{\rho}+gz+\frac{V^2}{2}=\text{const} \tag{3.6}$$

因此，上列普遍的 Bernoulli 定理，是在气流为定常运动，并指个别的流体质点而言的。显然和对整个大气而言的能量守恒律不同。

同理，H_4所求的湿大气能量守恒律

$$c_pT+gz+Lq_s+\frac{V^2}{2}=\text{const} \qquad H_4(1)$$

也应当是在气流为定常运动，并指个别的流体质点而言的。

因此，我认为H_4对传统著作的这种"改正"的两条理由是缺乏科学根据的，混淆了两个基本概念。H_4又说由其所求的湿有效位能，可以看到，在这种"改正"下，才能一致。实际上，这一点也是不妥的。详见下节。

4. 关于"湿有效位能"

众所周知，平均动能比平均总位能要小3个量级，即

$$\frac{\bar{K}}{\bar{I}+\bar{P}}\approx\frac{1}{2000}$$

因此，无论是对整个大气总能量守恒律(3.2)，还是对个别流体质点，定常运动的能量守恒律(3.6)式，都难以用于研究总位能向动能的转换。

因此 Lorenz 引进干空气的有效位能

$$A_d=\frac{c_p}{(1+\kappa)gp_0^{\kappa}}\int_0^{\infty}(\overline{p^{1+\kappa}}-\bar{p}^{1+\kappa})d\theta \tag{4.1}$$

但 H_4 根据上节所说的"改正"，认为干大气的有效位能应当是

$$A_d=\frac{c_p}{gp_0^{\kappa}}\int_0^{\infty}(\overline{p^{1+\kappa}}-\bar{p}^{1+\kappa})d\theta \qquad H_4(23)$$

同时 H_4 对个别流体质点的湿能量守恒律，即前节给出的 H_4(1)式，再对本文(2.11)式右端略去第二项 Lq_s/c_pT，得到湿大气的有效位能

$$A_m\approx\frac{c_p}{gp_0^{\kappa}}\int_0^{\infty}(\overline{p^{1+\kappa}}-\bar{p}^{1+\kappa})d\theta_{se} \qquad H_4(24)$$

我认为，一如前述，这样的"改正"也是不合理的。等同了整个湿大气的能量守恒律和湿空气个别质点的能量守恒律。实际上上式对于整个大气是湿饱和情况，可以用前述的相当干燥大气模式处理。

由(2.7)、(2.8)和(2.11)，可得

$$T^*\doteq\theta_{se}p^{\kappa}p_0^{-\kappa} \tag{4.2}$$

因此相当干燥的饱和湿大气总位能可以用下式表示：

$$(I+P)_m=\frac{c_p}{g}\int_0^{p_s}T^*dp\doteq\frac{c_p}{gp_0^{\kappa}(1+\kappa)}\int_0^{\infty}p^{1+\kappa}d\theta_{se} \tag{4.3}$$

相应地，可得有效位能是

$$A_m\doteq\frac{c_p}{gp_0^{\kappa}(1+\kappa)}\int_0^{\infty}(\overline{p^{1+\kappa}}-\bar{p}^{1+\kappa})d\theta_{se} \tag{4.4}$$

应该指出，在上式的推导中，利用了(2.11)式。但并没有象 H_4 (24)那样，在 exp 展开时，略去了(2.11)式右端的第二项，而是保留了 Lq_s/c_pT 项，具有足够的精度。

必须指出，由于相当干燥大气模式的局限性，(4.4)式只能表示一种极端理想的湿大气情况。因为即使在有限区域中，凝结现象也不是在整个气柱中发生的，必须计算凝结温度等。实际上，要象干大气有效位能(4.1)式那样，求出湿有效位能的简洁的数学表达式是极为困难的。(4.4) 式也许只能对某些理想情况，作理论上的探讨。而不可能"在一般天气分析预报中应用"。因此 Lorenz[7-9] 所提出的湿大气有效位能，是利用图解法和数值积分法计算的。

5. 关于"湿急流"

众所周知，大气一般都是包括一定的水汽的，但是一当水汽发生凝结，就反过来对大气运动形成动力反馈，因此凝结会对大气系统的发生和发展起重要的作用。

人们注意到暴雨和低空急流形成的关系。我们在 1978 年大连会议上，曾利用数值模拟研究[10]指出，大尺度凝结释热和大尺度环流之间在局部地区形成了正的反馈作用。在这种"凝结反馈不稳定"的发展过程中，导致地面气压下降，气旋生成，同时雨量加大，低空急流加强。

H_4 从能量守恒律提出一种观点说：湿空气质点在湿不稳定大气中按湿绝热上升，总湿位能减小，将得到加速，增加了动能；在较晚时刻到达某地后，将在该地带形成低空急流，而不是低空急流输送了水汽。并利用上节所列的个别流体质点总能量守恒律 H_4 (1)式，给出下列关系式

$$c_pT_1+gz_1+Lq_{s1}+\frac{V_1^2}{2}=c_pT_2+gz_2+Lq_{s2}+\frac{V_2^2}{2} \qquad H_4\,(25)$$

其中角码 1 表示起始时刻的特征，2 表示后一时刻的特征。根据上式论证上述观点。

我认为这种论证值得讨论。因为在上节已经指出，干空气平均动能 $\bar{K}$ 比平均总位能($\bar{I}+\bar{P}$)要小 3 个量级。而饱和湿空气个别质点的平均总静力位能为 $\tilde{I}+2\tilde{P}+\tilde{Q}_s$，其中 $\tilde{Q}_s$ 为平均潜热能，而低空急流的平均动能 $\tilde{K}$ 将会更小，所以利用 H_4 (25) 式计算动能的增加，是许多的大量小差，必然偏大，很难得到合理的结果。

H_4 说，这种观点是根据 Green[11] 对高空急流的解释。但 Green 的根据是"广义的气块理论"，分析等熵面上的相对流动。根据个别质点能量守恒律 H_4 (1)，将普通的气块理论扩展为 3 维理论，得到

$$V_2^2-V_1^2=2g(\Delta z'-\Delta z)$$

其中 V_2 为绝热上升高度 Δz 的风速，而 $\Delta z'$ 为相应的近绝热环境大气的高度变化。这显然和 H_4 的理论根据不同。

6. 关于"干、湿斜压大气中的行星波"

H_4 利用 2 层斜压模式，讨论了干、湿斜压大气中的行星波。其特点是对扰动解的振幅，写成 y 的函数，即

$$\begin{aligned}\psi_1&=A_1(y)e^{ik_1(x-ct)}\\ \psi_3&=B_1(y)e^{ik_1(x-ct)}\end{aligned} \qquad H_4\,(54)$$

然后得到扰动振幅的常微分方程组

$$\begin{aligned}&\frac{d^2A_1}{dy^2}+(m_1^2-k_1^2)A_1=-\lambda^2B_1\\ &\frac{d^2B_1}{dy^2}+(s_1^2-k_1^2)B_1=-\lambda^2A_1\end{aligned} \qquad H_4\,(57)$$

其中

$$m_1^2=\frac{\beta}{U_1-c}-\frac{U_2-c}{U_1-c}\lambda^2,\quad s_1^2=\frac{\beta}{U_3-c}-\frac{U_1-c}{U_3-c}\lambda^2.$$

最后 H_4 认为上列方程组是标准的两个自由度振动方程，可以得到各种转子的流场，包括闭合气旋和反气旋流场。

H_4 没有给出具体的计算。谢义炳教授后来按照这一途径发表了具体的研究[12]。由于 H_4 (57)中的 m_1^2 和 s_1^2 都包括未知的复数 c，并不能得到各种转子的流场。因此存在很多的问题。我已另文评论[13]。

7. 结 语

以上给出了谢义炳教授的"湿斜压大气的天气动力学问题"一篇论文的主要问题。是否确切，请谢教授和读者批评指正。

我认为搞清这些问题以后，对于《气象学报》1983 年第 2 期的《编者按》和第 3 期谢义炳教授给李德成同志的长篇复信中所涉及的问题，可能会有助于问题讨论的深入。

参 考 文 献

[1] 谢义炳，湿斜压大气的天气动力学问题，暴雨文集，吉林人民出版社，1—15，1978。
[2] 编者按，气象学报，41，249，1983。
[3] 谢义炳，读者来信，气象学报，41，382—384，1983。
[4] 王两铭等，暴雨天气动力学一些问题的探讨，中山大学学报，1978，第一期。
[5] 王两铭等，饱和湿空气动力学的基本方程和主要特征．气象学报，38，44—50，1980。
[6] 朱抱真，关于"饱和湿空气动力学基本方程"的问题．(气象学报待发表)
[7] Lorenz, E. N., Available potential energy in a moist atmosphere, *Dynamics of large-scale atmosphere processes, Moscow*, 190—191, 1965.
[8] Lorenz, E. N., Available energy and the maintenance of a moist circulation, *Tellus*, 30, 15—31, 1978.
[9] Lorenz, E. N., Numerical evaluation of moist available energy, *Tellus*, 31, 230—235, 1979.
[10] 陈加宾、季仲贞、朱抱真，一次降水气旋生成的数值模拟，《暴雨文集》，94—102，吉林人民出版社，1978。
[11] Green, J. S. A. et al, Isentropic relative flow analysis and the parcel theory, *Q. J. R. M. S.*, 92, 210—219, 1966.
[12] 谢义炳，稳定的和不稳定的斜压行星波，气象学报，39，44—57，1981。
[13] 朱抱真，评"稳定的和不稳定的斜压行星波"的研究，气象学报，43，No. 4，495—499，1985。