# 大气混合层的数值研究

吴辉碇 董彩云\*\*

(北京大学地球物理系)

#### 提 要

本文从干混合层模式数值试验所得各种平均要素, 厚度以及其它物理量的变化分析讨论 了混合层的一些基本物理特性。并利用Wangara资料进行一些比较和试验。本文目的试图建 立一个合理的混合层预报模式,并探索一种适合于数值天气预报模式的边界层参数化方案。

## 一、引 言

由于不断的新的观测和实验研究,例如 BOMEX, ATEX, GATE 和AMTE 等明显. 地揭示出不稳定地表层浮力驱动混合层发展。形成一充分混合常位温层。它的厚度和边界 层内湍流特性,边界层顶的垂直运动以及夹卷作用有关。地球表面通过混合层和 自由大 气进行动量、热量和水汽交换。混合层厚度的变化对这些物理量的输送,边界 层和自由 大气的相互作用起着重要作用。Ball(1960)<sup>[1]</sup> 很早就讨论了地面加热对逆温层高度的控 制作用。Deardorff(1974)<sup>[2]</sup>进行了混合层厚度和结构的三维数值研究。肖经纬(1982)<sup>[1]</sup> 的论文详细讨论浮力的驱动作用。Lilly(1968)、Lavoie(1972)、Tennekes(1973)、Smeda (1979)<sup>[3-6]</sup>分别建立了各种模式, Keyser 等(1977)<sup>[7]</sup>并将混合层模式应用于实际资料预 报。各种混合层模式的发展在中尺度数值预报、海气相互作用研究和 污染预报以及大尺 度数值预报中越来越受到重视。对于不稳定条件混合层发展和稳定条件夜间混合层特性 分别单独进行研究的工作很多。本文试图统一考虑这两种状态,进行连续数天积分混合 层模式的控制方程组,考虑混合层各种物理量随时间的变化,探寻一种适合于数值天气 预报模式的边界层参数化方案。

## 二、模式方程组和参数化

由wangara资料的分析和数值模式计算的位温的垂直廓线<sup>[8]</sup>清楚地看到,由于向上 湍流热量通量迅速增长,不稳定地表层之上形成一等位温的混合层。介于混合层和自由;

<sup>\*</sup> 本文于 1984 年 4 月 6 日收到, 1985 年 1 月 22 日收到修改稿。

<sup>\*\*</sup> 现在国家气象局气象科学研究院工作。

<sup>1)</sup> 大气边界层中浮力驱动的混合层发展过程, 1982 年研究生毕业论文。

大气之间逆温层理想化为气象要素(例如位温)的垂直切变面。其强度为Δθ。图1示意表 示这种干混合层结构。Garratt和 Wyngaard (1982)<sup>[9]</sup> 根据AMTEX 1975 资料的分析概 括出风速分布也正如图1所示。图中 h 表示混合层厚度。*z*。为地表层上界。



图 1 理想混合层结构及要素分布的示意图

由 z,到 h 积分边界层的运动方程和热力学方程。为了简单,假定边界层内密度为常数。考虑图 1 所示的理想模式得:

$$\frac{du_m}{dt} = -f\Delta v - \frac{\overline{(u'w')_{\lambda}}}{h-z_{\lambda}} - \frac{u_{\star}^2}{h-z_{\star}}\cos\alpha \tag{1}$$

$$\frac{dv_m}{dt} = f\Delta u - \frac{\overline{(v'w')_{\lambda}}}{h-z_s} - \frac{u_s^2}{h-z_s}\sin\alpha$$
(2)

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{1}{h - z_{\bullet}} \left[ \left( \overline{w'\theta'} \right)_{\bullet} - \overline{\left( \overline{w'\theta'} \right)_{\bullet}} \right]$$
(3)

式中f是科氏参数。下标m表示()<sub>m</sub>= $\frac{1}{h-z_s}\int_{z_s}^{h}$ ()dz。下标 0, h分 别表示地表层和 混合层上界的值。 $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_m \cdot \nabla$ ,摩擦速度 $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ ,其中 $\rho$ 为边界层内空气密度。  $\tau_0$ 为地表雷诺应力的大小,两个分量分别为 $\tau_s = -\rho u'w', \tau_s = -\rho v'w'$ 。a为地表层雷诺 应力和 x 轴的交角。假如地表应力的方向和 混合层内 平 均风 速方向一致,则 $a = tg^{-1}$  $\left(\frac{v_m}{u_m}\right)$ 。上述式中 $\Delta u = u_g - u_m, \Delta v = v_g - v_m$ 。

u<sub>e</sub>, v<sub>e</sub>表示垂直平均的气压梯度力,并假定等于 混合层顶的自由大气风速。方程(3) 没有考虑辐射等其它非绝热项。辐射加热只是间接通过地面湍流热量通量起作用。取混 合层顶一小薄层由h-δ到h+δ积分边界层运动方程和热力学方程,再令δ→0 得:

$$\overline{(u'w')}_{\mathbf{k}} = -\Delta u w_{\mathbf{e}} \tag{4}$$

$$(v'w')_{\mathbf{k}} = -\Delta v w_{e} \tag{5}$$

$$(\overline{w}'\theta')_{k} = -\Delta\theta w_{e} \tag{6}$$

式中 $\Delta \theta = \theta_{s} - \theta_{m}$ ,其中+表示接近混合层上界自由大气值。 $w_{e} = \frac{dh}{dt} - w_{s}$ 称为夹卷速

度。w,是混合层顶垂直运动。将(4)--(6)代人(1)--(3)得

$$\frac{du_m}{dt} = -f\Delta v + \frac{\Delta u}{h-z_s} w_e - \frac{u_*^2}{h-z_s} \cos \alpha \tag{7}$$

$$\frac{dv_m}{dt} = f\Delta u + \frac{\Delta v}{h - z_s} w_s - \frac{u_s^2}{h - z_s} \sin \alpha$$
(8)

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{1}{h - z_s} \left[ (\overline{w'\theta'})_0 + \Delta\theta w_s \right]$$
(9)

上述方程组明显地指出混合层平均特性依赖于地表层动量、热量的湍流输送,并也受自由 大气外参数影响。为了闭合方程组,Tennekes(1973)提出

$$(\overline{\theta'w'})_{\mathbf{k}} = -k(\overline{\theta'w'})_{\mathbf{0}}$$
(10)

其中 k 是夹卷率,最大为 1。他采用k=0.2。本文为了考虑边界层不同温度层结的作用, 在不稳定条件下采用Deardorff(1974)提出的对流边界层厚度增长方程。即

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1.8(\overline{w'\theta'})_0}{h\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^+ + \frac{qw_*^2}{gh/\theta_m}}$$
(11)

式中w,是对流速度,

$$w_{\star}^{3} = \frac{gh}{\theta_{m}} \overline{(w'\theta')}_{0}$$

而稳定条件下,假定混合层的维持基本上依赖于边界层内风场引起的机械扰动。我们采用 Smeda(1979)<sup>[10]</sup>的参数化表达式

$$\frac{dh}{dt} = c_1 \frac{u_*^2}{hf} \left[ 1 - \left(\frac{c_2 hf}{u_*}\right)^{\alpha} \right]$$
(12)

式中 $c_1 = 0.06$ ,  $c_2 = 3.3 \pi a = 3$ 。

解上述方程组,必须首先知道地表动量,热量的湍流通量。我们曾在[8]对地表层作专门处理,利用具有层结修正的风速、位温廓线,求出 $u_*$ 和( $w'\theta'$ )<sub>0</sub>。本文为了和混合层模式一致,采用 Deardorff (1972)<sup>[11]</sup>的参数化表达式。

$$u_{\bullet} = c_{\bullet} u_{m} \tag{13}$$

$$(w'\theta')_0 = c_T u_{\bullet}(\theta_0 - \theta_m) \tag{14}$$

式中经验输送系数  $c_x, c_x$  依赖于边界层温度层结。表示为 bulk Richardson 数  $R_i$ , 的函数。当不稳定层结 $R_i$ , <0,

$$c_{u} = [c_{ux}^{-1} - 25 \exp(0.26 x - 0.03 x^{2})]^{-1}$$
(15)

$$c_{T} = (c_{TN}^{-1} + c_{u}^{-1} - c_{uN}^{-1})^{-1}$$
(16)

式中*x*=log<sub>10</sub>(-*R<sub>i</sub>*)-3.5 当稳定层结 0≤*R<sub>i</sub>*s≤0.9*R<sub>i</sub>*c

$$c_u = c_{uN} (1 - R_{ib} / R_{ic}) \tag{17}$$

$$c_T = c_{TN} (1 - R_{ib}/R_{ic})$$
 (18)

式中

$$R_{ib} = \frac{-gh(\theta_0 - \theta_m)}{\theta_m(u_m^2 + v_m^2)} , R_{ic} = 3.05$$

其中Cun, CTN 为中性层结输送系数。

$$c_{uN} = \left[\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{0.025 h}{z_0}\right) + 8.4\right]^{-1}$$
(19)

$$c_{TN} = \left[\frac{0.74}{\kappa} \ln\left(\frac{0.025 h}{z_0}\right) + 7.3\right]^{-1}$$
(20)

其中 $z_0$ 为粗糙参数,  $\kappa \in \text{Karman}$ 常数,  $\mathfrak{p}\kappa = 0.4$ , 进行理想状态试验的外参数 $u_s$ ,  $v_s$ ,  $\left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)^+$ ,  $\theta_{\star}$ ·事先给定为常数。应用实际资料时,采用实测分析值;与数值天气预报模式 联接时,取预报值。

根据已知的地面温度变化,自由大气外参数和混 合层平 均特性 的初始状态,利用 (13)、(14)求出  $u_*$ 和 $(w'\theta')_0$ 。再由(11)、(12),求出混合层厚度的时间导数。本文试验为 了能采用实测资料,没有考虑水平平流项。方程(7)一(9)的时间积分采用隐式差分方案, 利用迭代法求出 $u_n$ , $v_n$ 和 $\theta_n$ ,(7)-(9)式可形式地表示为

$$\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial t} = F(\boldsymbol{X}) \tag{21}$$

其中

$$\boldsymbol{X} = \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{u}_m \\ \boldsymbol{v}_m \\ \boldsymbol{\theta}_m \end{array}\right)$$

迭代解令 X 5+1=X \*,

$$\boldsymbol{X}_{n+1}^{\tau+1} = \boldsymbol{X}^{\tau} \div [F(\boldsymbol{X}^{\tau}) + F(\boldsymbol{X}_{n}^{\tau+1})]\Delta t/2$$

要求 $|(x_{n+1}^{t+1}-x_n^{t+1})/x_n^{t+1}| < e$ 

其中*x 是X*任一分量,上角标<sub>7</sub>表示时间步数,下角标*n*表示迭代次数,e取 0.001。根据试验,迭代收敛很快。求出每一预报时刻*x*+1的各平均要素值后,再前差积分求出每预报时刻的 *h* 值。

### 三、试验和比较

为了检验上述模式的性能和计算稳定性,选取不同理想参数进行试验,并利用 Wa-ngara资料进行试验和比较。

1. 理想状态的试验

假如地表位温随时间成正弦变化,即

$$\theta_0 = A \cdot \sin(\pi n \Delta t / 43200) + B \tag{22}$$

式中 $\Delta t$ 是时间步长,取 600 s, *n*为时间步数。决定 $\theta_0$ 强度的参数 A和 B 分别取 5,279.7。  $z_0 = 0.13$  cm。混合层顶位温垂直梯度

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^{+} = \begin{cases} 7.8 \times 10^{-3} \text{ K/m} & h < 300 \text{ m} \\ 2.5 \times 10^{-3} \text{ K/m} & 300 \text{ m} \le h \le 800 \text{ m} \\ 7.5 \times 10^{-3} \text{ K/m} & h > 800 \text{ m} \end{cases}$$

表示日出后不稳定发展时,覆盖混合层顶之上的大气近于中性;混合层充分发展后,之上

44 卷



覆盖大气稳定性增强。混合层顶垂直速度采用 Smeda(1979)<sup>□□</sup>根据Clarke的资料提出的值,即

$$w_{k} = \begin{cases} 0.004 \text{ ms}^{-1} & h \leq 1000 \text{ m} \\ -0.001 \text{ ms}^{-1} & h > 1000 \text{ m} \end{cases}$$

 $u_{g} = 5.0 \text{m/s}, v_{g} = 0 \text{m/s},$ 都不随时间变化。初始时刻 $u_{m} = 4.66 \text{ m/s}, v_{m} = 0.67 \text{ m/s},$  $\theta_{m} = 279.7 \text{K}, h_{0} = 200 \text{ m}, \Delta \theta = 0.5 \text{ K}, 3 \text{ M}$ 用上述条件解(7)—(9)、(11)、(12)得到理想条 件下混合层平均要素随时间变化。其结果表明该模式的解是稳定和合理的。例如图 2 所 示混合层厚度,连续 64 小时随地表位温周期地稳定变化。

上面给出的混合层厚度初值 h<sub>0</sub> 是任意的,如再改变为 300 m或 400 m 分别进 行初值 敏感性试验,所得结果表明模式对于不同初始参数响应是稳定的。 预报数小 时后甚至能 调整得相当一致。如图 3 指出 h 的预报结果,看到不同初值 对其计算结果不产生强烈影 响,这和Smeda(1979)<sup>[6]</sup>结果一致。

如改变地表位温强度(改变参数 A, B), 对混合层厚度变化振幅有明显的影响。利用 上述所给的理想条件,采用不同方案计算不 1600-稳定时期混合层厚度的增长。由图 4 看到: (11)、(12)式所计算结果和其它方案基本一 致,以后利用 Wangara 资料进行试验比较, 1400-显得与实测资料分析更一致。由上述一些试 验和比较看到该模式计算结果是稳定而且合 1200-理。

### 2. Wangara资料的应用

为了进一步考查模式性能,利用(Clarke 等 (1971))<sup>[13]</sup>的 Wangara 观测资料进行试 验,计算混合层内各平均要素和物理量随时 间的变化,并进行比较。地转风利用 3 h测风 内插到每小时。地表温度利用土壤表面强迫 恢复方程<sup>[8]</sup>

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{2}{c_s} G(0,t) - \Omega(T_s - \langle T_s \rangle) \qquad (23)$$

式中 $\langle T_s \rangle$ 为 24 h平均地表温度,取平均百叶 箱温度。 $\Omega = 7.27 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ 。  $c_s = 2.5 \times 10^{5}$ J°C<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>。式中地表土壤向下热通量为

 $G(0,t) = S - R - H_T$  (24) 式中S是到达地面净的太阳短波辐射通量。 R是地面有效长波辐射通量。  $H_T$ 是地表感 热通量。没有考虑潜热通量。根据Wangara Day 32<sup>09</sup>—34<sup>24</sup>资料,模式计算的 $S, R, H_T$ 以 及T。表示在图 5 上。

1) 混合层厚度的日变化



图 4 不稳定条件下混合层厚度随时间变化 (图中叉线是(11)和(12)式 的、实线 是Ball(1960) 的、叉划线是 Tenneks(1973)的、点划线是 Smeda (1979)<sup>[73</sup>的、点线为 Deardorff(1973)<sup>[123</sup>的计算 结果。)



(图中圖点是根据 Wangara 资料所作的 位温廓线确定的混合层高度; 叉号是夜间第一次 明显出现逆温的高度; 实线为 Stull(1976)计算的 h 值)

图 6 表示模式计算的混合层厚度 h 随时间变化,根据Wangara Day 32<sup>09</sup>—34<sup>24</sup>资料, 地转风由实测资料内插得到,逐时改变。由图上看到除Day 32<sup>15</sup> 外,模式计算的 h 值和实际分析结果相近。虽然夜间混合 层定义不确切,但由模式计算的 h 值和粗略分析的逆温 层高度还是相当一致。由图上注意到 Day 34<sup>03</sup>—Day 34<sup>09</sup> 这段时间的 h 值偏高。为了验 证模式积分可靠性,将时间积分初始时刻移到Day 33<sup>03</sup>进行 40 小时预报,所得 Day 33<sup>03</sup>— 34<sup>24</sup>的 h 随时间变化曲线(图略)和图 6 近于重合。说明该结果并不是由于积分时间增长 所引起的,而是由于这天凌晨开始边界层风速迅速增长而致。虽然日落后维持湍流运动 的热力因子消失,但风速切变产生的机械扰动能量倒有明显增长。如在模式计算过程中 保持地转风 u<sub>e</sub>, v<sub>e</sub>的初值不变,不逐时更新,所计算h值(表示在图 5 中)的变化曲线和图 6 所示结果不同。在 34<sup>03</sup>—34<sup>09</sup>这段结果与前一天结果相似。说明风场产生的动力因子在夜 间起着重要作用。由图 5 看到混合层厚度随时间变化曲线和地表温度变化相似,仅位相 落后约 3 小时,和另一多层边界层模式[8]所得结果相似。图 6 中实线是stull(1976)<sup>[14]</sup>利 用能量夹卷率方程代替(6)、(10),计算夹卷速度从而得到Day 33,09 时到 18时h的变化, 与本文所预报的结果基本一致,只是后者稍偏高。说明夹卷速度或h倾向除依赖于浮力



和风速切变外,还受到重力内波耗散能量的作用。

2) 平均要素和逆温强度的日变化

由图 5 看到模式平均位温随时间变化基本上受到地表温度日变化所控制, 位相约落 后 3 小时。图 5 中"\*\*\*"线是Stull(1976)的计算结果, 他在(9) 式中考虑了红外辐射作

用。当混合层增长时本文结果与其非常一致, 说明该时刻辐射作用相对地不太显著。但局地 时间 09 时差别却很明显,说明该时刻及其以前 的长波辐射作用不可忽略,'是否能引'起那样大 的差别还待进一步试验确定。并且外参数地转 风变化强烈地影响混合层内平均风速的变化。 图 7 表示模式计算的混合层内平均风速随时间 变化。从第 34 天凌晨 开始;平均风速明显增 长,它明显受外参数地转风所控制。并且说明 第 34 天日出前后 h 偏大,明显地是与风场影响 有关。



我们近似用Δθ表示混合层顶逆温强度。 图 8 表示它的日变化。 由图上看到日出后 Δθ显著减弱,该时刻湍流剧烈发展,不断侵蚀逆温层,混合层迅速增长。 到局地中午之前 Δθ开始增长,到次日凌晨时达到最大。上述结果与Smeda(1979)<sup>[6]</sup>Δθ 初值取 2.5 K 所计 算结果相似(Smeda只有 09-17时的结果)。注意图 8 的初始Δθ是由实际资料估计的。

3) 湍流输送通量的变化

用 $(w'\theta')_0$ 表示的地表湍流热量通量,由图 5 (图中断线 $H_r$ )知它与地表温度变化一致,但明显受 $R_{ii}$ 影响。 $u_{\bullet}$ 所代表的地表湍流动量通量主要依赖于混合层平均风速的变化。当然也明显受层结稳定参数 $R_{ii}$ 影响,所有这些结果说明模式积分结果是合理的。

## 四、讨 论

上述试验表明该模式计算是稳定的,而且是合理的,能在较长时间内得到稳定预报结果。

1. 模式预报结果合理地表示了边界层内一些平均要素、混合层厚度和其它物理量随。
 时间变化明显地受地表温度变化所控制,而且也受外参数地转风等影响。

模式所预报的许多重要物理量 $h, v_m, u_m, \theta_m, \Delta \theta, \Delta u, \Delta v, u_* n \overline{(w' \theta')}_0$ 等及其变化,对 了解大气边界层的物理特性具有重要意义,而且对污染预报,大气边界层参数化等都是必 不可少的,具有实际使用价值。

2. 日出后由于太阳辐射强烈加热地球表面,边界层下部对流混合产生,混合层迅速 增长,至午后达到最高。但日落后湍流热量通量减小,湍流减弱,扰动动能减少,只能维持 近地面薄的湍流层。有时由于地面强烈的辐射冷却,致使近地面迅速形成一新的逆温层覆 盖在地面之上。在这逆温层之上虽然已是"平静"的,但一些要素分布仍保持白天的一些 特性,称其为剩余层。图2,5,6中所表示的混合层高度日变化特性,启示我们根据湍流 混合特性,将大气边界层分成混合层ML和剩余层RL。其上为自由大气层 FA,如图2所 示。图上明显地显示出混合层和剩余层随时间的演变过程。图2的示意,启示我们从另一 途径进行边界层参数化,考虑混合层,剩余层在自由大气和地球表面之间所起的作用。设 计参数化方案时要重视它们的特性和演变过程,以及混合层厚度的变化等。

 3. 试验表面混合层模式比[8]多层模式简单,节省内存和机时,且又能表示大气边界 层一些重要物理特性,具有很大现实意义。

4. 上述试验没有包含水汽这一重要要素。为了进一步利用混合层模式探索大气边 界层物理特性及其变化,以及实际应用目的,将进一步增加平均比湿预报方程,考虑水汽 输送与潜热作用和水平平流项的作用。将混合层发展和积云对流联系起来,并进一步与 自由大气模式耦合进行试验。

总之混合层模式建立和应用可以揭示大气边界层内部结构— 些重要 特性及其变化,因此从物理上来说比一般边界层处理的经验公式更合理一些。而且比一些多层边界层模式简单,具有实用价值。我们只不过作了一些初步的探索。

- [1] Ball, F. K., Control of inversion height by surface heating, Quart. J. Roy. Met. Soc., 86 483-494, 1960.
- [2] Deardorff, J. W., Three-dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer, Boundary-Layer Met., 7, 81-106, 1974.
- [3] Lilly, D. K., Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion, Quart. J. Roy. Met Soc., 94, 292-309, 1968.
- [4] Lavoie, R. L., A mesoscale numerical model of lake-effect storms, J. Atmos. Sci., 29, 1025-1040, 1972.
- [5] Tennekes, H., A model of the dynamics of the inversion above a convective boundary layer, J. Atmos. Sci., 30, 558-567, 1973.
- [6] Smeda, M. S., 1979: A bulk model for the atmospheric planetary boundary layer, Univ. of stockholm, Inst. of Met., Report DM-28.
- [7] Keyser, D., and R. H. Anthes, The Applicability of a mixed-layer model of the planetary boundary layer to real-data forecasting, Mon. Wea. Rev., 105, 1351-1371, 1977.
- [8] 吴辉碇、张兴旺、屠伟铭、朱宗申,大气边界层的数值模式,气象学报,42,288-300,1984.
- [9] Garratt, J. R., and J. C. Wyngaard, Winds in the Atmospheric boundary layer---prediction and observation, J. Atmos. Sci., 39, 1307-1316, 1982.
- [10] Smeda, M. S., Incorporation of PBL processes into NFM. Boundary-layer Met., 16, 115-129, 1979.
- [11] Deardorff, J. W., Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models, Mon. Wea. Rev., 100, 93-106, 1972.
- [12] —, An explanation of anomalously large Reynolds stresses within the convective planetary boundary layer, J. Atmos. Sci., 30, 1070-1076, 1973.
- [13] Clarke, R. H., A. J. Dyer, R. R. Brook, D. G. Reid and A. J. Troup, The Wangara Experiment: Boundary Layer Data, Division of Meteorological Physics Tech. Paper No. 19, CSIRO Australia, 1971.
- [14] Stull, R. B., Mixed-layer depth model based on turbulent energetics, J. Atmos. Sci., 33, 1268-1278, 1976.

# NUMERICAL STUDY OF THE ATMOS-PHERIC MIXED-LAYER

#### Wu Huiding Dong Caiyun

(Department of Geophysics, Peking University)

#### Abstract

In this paper, mixed layer depth and some mean elements are predicted using the dry mixed-layer model. Their variations with time and some basic properties are discussed. This model is tested with the data observed during the 1967 Australian Wangara experiment. Comparison of the calculated 'results with the observed data is conducted. The aim of this paper is to build a predictive model describing the basic properties of the mixed layer and attempts to formulate a boundary-layer parameterization scheme suitable for NWP model.