第43卷 第4期 气象学报 Vol. 43, No.4
1985年11月 ACTA METEOROLOGICA SINICA Nov., 1985

经验性三维云模式中冰雹生长的数值试验研究*

徐家骝

(兰州大学气象专业)

提　　要

本文根据前人观测分析的右移风暴和高原强风暴的主要特征，提出了一个经验性三维云场模式，该模式比过去的给定模式进了一步。利用这个模式，对雹胚半径、引入的初始高度和云阶段在冰雹生长中的作用进行了数值试验。结果表明：其初始高度有很明显的影响；雹胚半径的选用要和云阶段密切匹配。这些对今后进行更多试验以确定人工防雹的最佳引粒条件有一定的参考价值。另外还研究了冰雹在这个云场中的经历和轨迹，其初步结果和观测事实比较吻合，并和文献[1]的某些结论一致。文中还发展了一种拉格朗日三维内插法，这个方法对涉及到粒子在三维场中运行的各种大气物理问题的计算(如烟云租粒子的输运等)具有一定的通用性。

一、引　　言

多年来，人们曾利用给定的一维、二维、常定、时变的不同云模式，或者在观测的实际场中进行过很多计算。近年来多卜勒雷达用于观测流场的成功，使人们有可能在三维流场中计算冰雹的生长[2,3]。在当前，利用动力学-微物理学相互作用方程组计算降水粒子生长的工作虽然有很大的进展，但因为做了太多的简化假设，总不能获得理想的云模式；三维的这类工作更因为受到计算机容量的限制而不能把强风暴的主要特征描述成功，对冰雹来讲目前还处于尝试阶段[4]。用给定的云模式(或叫经验性云场)计算降水粒子生长的运动学方法虽然不如有宏微观相互作用的动力学方法严密，但因为它是在分析观测资料的基础上给出的云模式，可以较好地反映风暴的主要特征，所以得到的结果在某些情况下比动力学得到的结果更接近实际情况，可以对人工降水和防雹有很好的指导意义。比较著名的如：Сулаквелидзе 等人[5]在60年代根据苏联高加索山区积云的观测资料，总结出雹云的一维流场模式，并对其中雹粒的生长做了计算；English[6]在70年代根据加拿大阿尔勃特地区雹暴的观测结果，提出了一个雹云的二维数学模式，对其中雹粒的生长进行了计算。他们通过这两个工作，分别提出了各该地区防雹的指导性意见，至今仍不失

* 本文于1983年6月21日收到，1984年11月20日收到修改稿。

其理论上和实用上的价值。

本文根据前人观测分析的右移风暴的流场特征和高原强风暴的热力场特征，如云的厚度大，温度低，冰相占优势等，提出了一个三维云模式（详见附录1）。为了对这一类雹云提出人工防雹的最佳引粒条件，对各种初值进行对比试验是常用的方法。本文主要对雹胚半径、引入的初始高度和云阶段在冰雹生长中的作用做了数值试验。另外，还初步研究了雹粒在这个云场中的经历和轨迹。

二、数值计算

对冰雹生长各有关参量如半径、质量、冰雹密度、捕获系数、末速度、雹面温度、质点位置等随时间的变化采用龙格-库塔法。经过不同时间步长的试验，选定每步为4秒。对含水量和风场每1分钟计算一次，以节省机时。各参量的空间变化，用一个三维内插法，这是在拉格朗日一维内插法的基础上发展起来的。一维内插只需三个网格点的数据，三维内插要用27个网格点的数据（见附录2）。空间步长在x和y的方向上各取1公里；在z的方向上取0.5公里。计算区包括了x方向40公里，y方向30公里和z方向22公里；而云区则落在$x=8—32$公里，$y=8—22$公里和$z=1.5—14$公里的座标范围内。

雹胚半径R_0取0.04，0.06，0.08，0.12，0.20和0.25厘米，起始时间t_0取单体发展的初期（0分）和旺盛时期（20分）两种情形；起始高度z_0取最大上升速度附近（9.25公里），其上（11.25公里）和其下（7.25公里）；起始的水平位置（x_0，y_0）选择了风暴的左前侧（$x_0=24.5$公里，$y_0=20.5$公里）。当计算时间超过了规定的单体生命时间60分钟就停止计算。另外，还计算了云不随时间而变化的条件下冰雹的生长。

云的含水量场和云内外的风场和温、压、湿场的计算按附录1的有关公式编制程序，冰雹生长方程组采用文献[1]的有关公式。

三、某些结果

1. 初值对冰雹生长影响的试验

表1（A组）是起始高度在最大上升气流高度附近（$Z_0=9.25$公里）时，分别不同雹胚半径（R_0）和云阶段（t_0），计算了出云半径（R），生长时间（t），平均生长率（dR/dt）和平均相对生长率$\left(\frac{1}{R_0}\frac{dR}{dt}\right)$。表2的B组和C组分别为起始高度在最大上升气流高度以下（$Z_0=7.25$公里）和以上（$Z_0=11.25$公里）时，只对$R_0=0.08$厘米的条件计算了上述各有关参量。这三组试验的起始水平位置都是取$x_0=24.5$公里，$y_0=20.5$公里。

根据A组的试验结果，使我们得到以下的印象：（1）$t_0=0$分时，各R_0中以0.06和0.08厘米为最有利；（2）$t_0=20$分时，各R_0中以0.12和0.08厘米为最有利。所以在单体发展愈是早些阶段引入雹胚愈小些，晚些阶段引入的雹胚愈大些，将对冰雹生长愈为有利（这和云中的上升速度随时间增大有关）。这个结果和观测事实比较吻合。近年来对雹云的观测指出[2]，从“子云”产生的具相当大小的雹胚被水平气流引入到处于成熟阶段的

表 1　时变云模式的 A 组试验

R_0 (厘米)	t_0 (分)	R(厘米)	t (分)	$\frac{dR}{dt}$ (毫米·分$^{-1}$)	$\frac{1}{R_0}\frac{dR}{dt}$ (分$^{-1}$)
0.04	0	0.59	58.1	0.10	0.24
	20	—	>40	—	—
0.06	0	0.79	31.8	0.23	0.38
	20	0.78	33.9	0.21	0.35
0.08	0	0.69	23.7	0.26	0.32
	20	1.15	36.1	0.30	0.37
0.12	0	0.54	20.4	0.21	0.17
	20	1.32	32.7	0.37	0.31
0.20	0	0.45	16.8	0.15	0.07
	20	0.96	20.5	0.37	0.19
0.25	20	0.86	17.7	0.34	0.14

表 2　时变云模式的 B 组和 C 组试验(R_0=0.08 厘米)

Z_0(公里)	t_0 (分)	R(厘米)	t (分)	$\frac{dR}{dt}$(毫米·分$^{-1}$)	$\frac{1}{R_0}\frac{dR}{dt}$ (分$^{-1}$)
7.25(B 组)	0	0.37	16.9	0.17	0.22
	20	1.15	19.4	0.55	0.69
11.25(C 组)	0	0.42	29.5	0.12	0.14
	20	0.48	32.9	0.12	0.15

母云中可以使冰雹迅速长大。对人工防雹可以反其道而行之，在早期阶段引入大量大粒子，这些粒子不易长大，但起到了分散云中水分的作用。另外，拿 t_0= 0 分和 20 分相比较，后者对冰雹生长更有利(R 和 t 都较大)，这是因为从 t_0= 0 分开始粒子经历的上升气流速度 w 比较小，粒子的末速度或者一开始就超过 w，或者很快就达到和超过 w 而掉下来，所以增长的时间 t 比较短；而从 t_0=20 分开始增长的粒子所经历的 w 比较大，粒子可以经过较长时间才能达到和超过 w。

统观 A 组试验的整个情况，则以 R_0=0.12 厘米，t_0=20 分时对冰雹生长最为有利，这种条件下，$\frac{dR}{dt}$和$\frac{1}{R_0}\frac{dR}{dt}$比大多数的其它条件的结果高，并且出云半径也最大(1.32 厘米)，生长时间也不算长。就雹胚半径单项条件来看，R_0=0.08 厘米时每项指标都不太坏，因而在表 2 的 B，C 两组试验中都选用了这个半径。

比较表 1 和 2 的 3 组试验结果，B 组的条件，也即 $Z_0<Z_M$ 的情形对冰雹生长最有利，

C 组条件，也即 $Z_0>Z_m$ 的情形最不利，Z_M 是最大上升气流的高度。

除了时变云模式外，还计算了在常定云场中的雹粒生长。计算中让垂直气流和含水量都保持它们的值为最大时的情形，只随空间而变，不随时间而变，但其中含水量最大值取 3 克/米^3，而不是时变模式中的 5 克/米^3。除此以外，所有公式都一样。表 3 是计算的结果；D 组中的起始高度取 12.25 公里，E 组的起始高度和 A 组一样，从表 3 看出，$Z_0>Z_M$ 的各项指标都比 $Z_0\sim Z_M$ 的情形差得多，这个结论和时变模式一致。所以，最大上升气流层的高度对确定人工防雹的引粒高度是很重要的观测数据。

表 3 常定云模式的试验

Z_0(公里)	R_0(厘米)	R(厘米)	t (分)	$\frac{dR}{dt}$ (毫米·分$^{-1}$)	$\frac{1}{R_0}\frac{dR}{dt}$ (分$^{-1}$)
12.25 (D组)	0.06	—	>60	—	—
	0.07	0.50	46.9	0.09	0.13
	0.08	0.44	44.2	0.08	0.10
	0.10	0.36	39.7	0.07	0.07
	0.15	0.33	32.6	0.06	0.04
9.25 (E组)	0.04	—	>60	—	—
	0.06	0.68	46.3	0.13	0.22
	0.07	1.70	54.6	0.30	0.43
	0.08	1.38	48.2	0.27	0.34
	0.09	1.23	45.3	0.25	0.28
	0.12	1.28	45.5	0.26	0.21

该常定模式中的 E 组雹胚对冰雹生长的最佳半径是 0.07 厘米，其生长率和出云半径都是该组最高的。

2. 冰雹生长的经历和轨迹

计算结果表明，这些雹粒的生长开始时总是比较慢的，一直到 10—20 分钟以后才变得快起来。例如在 A 组试验中，对 $R_0=0.12$厘米，$t_0=20$ 分，开始 15 分的 dR/dt 只有 0.16 毫米/分，而后边 18 分钟的 dR/dt 达到 0.53 毫米/分；对 $R_0=0.08$ 厘米，$t_0=0$ 分，开始 10 分的 dR/dt 只有 0.10 毫米/分，而后边 14 分的 dR/dt 为 0.20 毫米/分。考察冰雹半径随高度而变化的一些计算结果，不论起始高度在 Z_M 附近，其上或者其下，冰雹半径的增长都主要发生在 Z_M 以下。这个结果和 Сулаквелидзе[6]的结果很不一样，其原因是在我们的模式中 Z_M处的温度很低，已达 −40°C以下，那里的云水基本上是冰态（这些都和高原雹暴的观测事实相符[7]），因而冰雹在最大上升气流层以上不可能有多大的增长，而主要是在液态水占较大成分的云的中下部。表 4 是有关冰雹生长段的两个例子，表中 $\Delta R_s=R-R_0$（总增长），ΔR_a—Z_M 以上的增长，ΔR_b—Z_M 以下的增长，ΔR_c——在高度 6-8 公里（$Z_0=7.25$ 公里）或 5-6 公里（$Z_0=11.25$ 公里）。一些算例表明（包括未列入表 4 的其他例子），在遇到以下两种条件时往往使雹粒的生长变得十分有利：(1) 冰雹末

表 4　时变模式中有关冰雹生长段的两个例子

(x_0=24.5公里，y_0=20.5公里)

Z_0(公里)	t_0(分)	R_0(厘米)	ΔR_s(厘米)	ΔR_a(厘米)	$\frac{\Delta R_a}{\Delta R_s}$(%)	ΔR_b(厘米)	$\frac{\Delta R_b}{\Delta R_s}$(%)	ΔR_c(厘米)	$\frac{\Delta R_c}{\Delta R_s}$(%)
7.25	20	0.08	1.07	0.0	0	1.07	100	0.45	42.0
11.25	20	0.08	0.40	0.07	17.5	0.33	82.5	0.23	56.3

速度和云内上升气流几乎同步增长；(2) 在液态含水量比较丰富的层次内，例如在 Z=6—7 公里的地方逗留时间较长。一个明显的例子是 R_0=0.08 厘米，t_0=20 分，Z_0=7.25 公里的情形，雹粒在 7.25—5.0 公里高度的层次内持续了 15 分钟，占总生长时间的四分之三，所以只花了不到 20 分钟时间就达到 1.15 厘米的出云半径，其平均生长率是 A，B，C 三组试验中最高的(0.55 毫米/分)。

计算过程中还发现，无论是时变的还是常定的云模式中，以干生长为主，冰雹生长的轨迹绝大多数是简单的一上一下形式，很少有再循环的现象，在时变模式中尤其如此。我们从 A，B 组中选出那些平均生长率大于 0.25 毫米/分的 6 个轨迹个例，基本上都不是再循环的，这和文献[1]的结果也是一致的。所以，对那些长得较快、较大的冰雹来讲，再循环不都是必要的条件，这一点也和高原冰雹的观测事实相符[2]。

再循环现象比较明显的多半是那些生长率低、出云半径不大的冰雹。如常定模式的两个例子：一个是 R_0=0.04 厘米(E组)，其出云半径只有 0.65 厘米，却花了 112.5 分；另外一个是 R_0=0.06 厘米(D组)，出云半径 0.82 厘米，生长时间长达 92.4 分(因为超过了 60 分钟，表 3 中没有列出它们的结果)。显然，这样长的时间在自然中也很难实现。另外，还发现这些再循环冰雹的初始半径(雹胚)都是比较小的(小于 0.1 厘米)，理由很清楚，再循环通常都要求更长的运行轨迹，因而开始引入的雹胚太大的话，就很难在上升气流中支持太久。看来生长效率高的冰雹不能经历太长时间，它们必须消费尽可能短的时间，走尽可能短的轨迹，而仍能长成较大的雹。由于计算例子不多，这些结果是很初步的。

四、小　　结

(1) 根据前人观测的事实提出了一个经验性三维云模式，这个模式基本上反映了右移风暴和高原强风暴的主要特征，比过去的一维和二维的经验性模式都进了一步。

(2) 利用这个模式，对雹胚半径、引入的初始高度和云阶段在冰雹生长中的作用做了数值试验，发现其初始高度有明显的影响，雹胚半径的选用要和云阶段密切匹配。这些对今后进行更多的试验，以确定人工防雹的最佳引粒(引入粒子)条件具有一定的参考价值。

(3) 通过对上述有关初值条件的试验以及冰雹生长经历和轨迹的研究，其初步结果和观测事实比较吻合，并和文献[1]的某些结论一致。

由于计算例子不够多，结果是初步的。还应强调指出，经验性云场不能反映微物理过程对宏观场的反馈作用，有一定的局限性。另外，本模式还存在很多问题，如流场随时间的线性变化的假定，实际上应是某种非线性形式；没有考虑流场和含水量场之间的关系；

温度递减率偏高等。

附 录 1

1. 云区

云区假定东西向(长)24 公里、南北向(宽)14 公里,厚 12.5 公里,地面海拔 1.5 公里,云高 1.5 公里。这些数值都和我国黄土高原和美国中部高原的风暴的一般数据接近,在这些地区,发展旺盛的雹暴的云厚都在 10 公里以上[7,8]。

2. 气压、温度及湿度场

云内和云外的气压采用 ICAN 标准大气压公式[9]。根据观测[7],高原风暴的云水以冰相占优势,是温度很低的对流云,故我们所取的云内温度也比较低,温度随高度的递减率云内按 0.7°C/100 米,云外按 0.985°C/100 米,地面温度取 20°C,故云底温度约 5°C,相对湿度假定云外 75%,云内过饱和度 0.5%。比湿和混合比可根据气压、温度和相对湿度求得。

3. 流场

一些观测表明,上升气流速度在云中随高度增加到超过中间高度后便达到最大,而后随高度而减小到云顶为零[5]。Fujita 等[10]认为最大上升速度在大约云上 60% 的部位,他们用了两个正弦函数的组合形式表示上升气流随高度的分布。以上述考虑为基础,我们把 Fujita 等人的正弦函数组合形式推广到三维情形,并作适当改动而用于下沉气流中。我们把垂直气流在 x 方向区分为上升区(占 2/3,在云的前部)和下沉区(占 1/3,在云的后部)两部分,在各该区域里,假定它们在 x 方向和 y 方向都是对称的,都各取单一的正弦函数形式。按照上述假定,云中垂直气流的上升速度和下沉速度可写成为下列式子:

$$w(x,y,z,t)=\begin{cases}-0.91\,w_M(x,y,t)\left[\sin\pi\left(\dfrac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)+\dfrac{1}{4}\sin 2\pi\left(\dfrac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)\right] & \\ \qquad\qquad x_a\leqslant x<x_c(\text{下沉区}) & \\ 0.91\,w_M(x,y,t)\left[\sin\pi\left(\dfrac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)-\dfrac{1}{4}\sin 2\pi\left(\dfrac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)\right] & \\ \qquad\qquad x_c\leqslant x\leqslant x_b(\text{上升区}) & \end{cases} \tag{1}$$

式中 z_t 是云顶高度,z_i 是云下垂直速度为零的高度,取云底以下500米处。x_b 和 x_a 各为云体在 x 方向的前边界和后边界,$x_c=\dfrac{1}{3}(x_b-x_a)+x_a$ 是上升区和下沉区的交界面,0.91 是修正系数。从(1)式可以导出最大上升速度和最大下沉速度的高度各位于垂直气流初始高度以上 61% 和 39% 处。最大垂直速度 w_M 在两个区里都是 x,y 和 t 的函数,并可写成如下形式:

$$w_M(x,y,t)=\begin{cases}w_{M_1}(t)\sin\pi\left(\dfrac{x-x_a}{x_c-x_a}\right)\sin\pi\left(\dfrac{y-y_a}{y_b-y_a}\right) & \\ \qquad\qquad x_a\leqslant x<x_c(\text{下沉区}) & \\ w_{M_2}(t)\sin\pi\left(\dfrac{x-x_c}{x_b-x_c}\right)\sin\pi\left(\dfrac{y-y_a}{y_b-y_a}\right) & \\ \qquad\qquad x_c\leqslant x\leqslant x_b(\text{上升区}) & \end{cases} \tag{2}$$

式中 y_b 和 y_a 各为云体在 y 方向的前边界和后边界，$w_{M_1}(t)$ 和 $w_{M_2}(t)$ 各为下沉速度和上升速度的振幅，它们是时间的函数，根据超级单体的一般情形，可作如下假设。将其粗分为两个阶段(1) 发展阶段——40 分钟，上升气流随时间而线性增大，最大值为 25 米/秒；下沉气流弱且不变，最大值 −2 米/秒。(2) 稳定阶段——20 分钟，上升气流不变，最大值保持 25 米/秒；下沉气流则随时间而增强，最大值达 −12 米/秒。

x 方向的风分量 u 假定云内外一样并按如下简单的切变形式分布：

$$u(x,y,z,t)=u(z)=V_e(z)\cos\varphi \tag{3}$$

式中 $V_e(z)$ 是环境风速，φ 是 x 轴与环境风矢的交角并取 45°（使地面东南风，高空西北风），$V_e(z)$ 随高度线性增大，即 $V_e(z)=r(z-z_c)$，r 是风速切变率，取 2.5×10^{-3} 米$^{-1}$秒$^{-1}$，z_c 是风向转变层高度，取 8.37 公里。

考虑三维风场要遵从连续方程 $\nabla\cdot\rho V=0$，ρ 是空气密度，可采用 ICAN 标准大气公式[9]；V 是风矢量。假定 $\frac{\partial\rho}{\partial x}=0$，$\frac{\partial\rho}{\partial y}=0$，$\frac{\partial u}{\partial x}=0$，乃有

$$\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\alpha\beta w}{[1-\alpha(z+z_g)]} \tag{4}$$

式中 $\alpha=2.2572\times10^{-7}$ 厘米$^{-1}$，$\beta=4.256$，z_g 是地面海拔高度（1.5 公里）。根据(4)式不难从 w 求得风速的 y 分量 $v(x,y,z,t)$：

$$v(x,y,z,t)=\begin{cases} v_c-ABw_{M_1}(t)\sin\pi\left(\dfrac{x-x_a}{x_c-x_a}\right)\left(\dfrac{y_b-y_a}{z_t-z_i}\right)\left[1-\cos\pi\left(\dfrac{y-y_a}{y_b-y_a}\right)\right]-EF \\ \qquad\qquad x_a\leqslant x<x_c\text{（下沉区）} \\ v_c+CDw_{M_2}(t)\sin\pi\left(\dfrac{x-x_c}{x_b-x_c}\right)\left(\dfrac{y_b-y_a}{z_t-z_i}\right)\left[1+\cos\pi\left(\dfrac{y-y_a}{y_b-y_a}\right)\right]-GH \\ \qquad\qquad x_c\leqslant x\leqslant x_b\text{（上升区）} \end{cases} \tag{5}$$

式中 $v_c=-V_e(z)\sin\varphi$ 是环境风矢的 y 分量，而

$$AB=0.91\left[\cos\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)+\frac{1}{2}\cos 2\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)\right]$$

$$CD=0.91\left[\cos\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)-\frac{1}{2}\cos 2\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)\right]$$

$$EF=0.91\,w_{M_1}(t)RP\left[\sin\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)+\frac{1}{4}\sin 2\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)\right]\sin\pi\left(\frac{x-x_a}{x_c-x_a}\right)\cdot\frac{y_b-y_a}{\pi}\left[\cos\pi\left(\frac{y-y_a}{y_b-y_a}\right)-1\right]$$

$$GH=0.91\,w_{M_2}(t)RP\left[\sin\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)-\frac{1}{4}\sin 2\pi\left(\frac{z-z_i}{z_t-z_i}\right)\right]\sin\pi\left(\frac{x-x_c}{x_b-x_c}\right)\cdot\frac{y_b-y_a}{\pi}\left[\cos\pi\left(\frac{y-y_a}{y_b-y_a}\right)+1\right]$$

其中 $RP=9.6066\times10^{-7}[1-2.2572\times10^{-7}(z+z_g)]^{-1}$

按以上考虑的三维流场，包括了入流、出流、上升区、下沉区、风切变等，基本上反映了右移风暴的主要特征。

4. 云中含水量场

云含水量考虑由两部分组成：(1) 小水滴和小冰粒 (Qws1)；(2) 大水滴和大冰粒 (Qws2)。小水滴和大水滴的平均体积半径各定为 10 和 40 微米，利用冻结机率公式[11]可得到各种温度下大小冰粒的水含量。Qws1 和 Qws2 的分布类似于上升速度的分布，但在各该式中((1)、(2)的第二式)应以 x_a 代替 x_c，另外振幅的时间函数 $Qws1_M(t)$ 和 $Qws2_M(t)$ 改用正弦函数如下：

$$\begin{cases} Qws1_M(t)=\left(2.0+1.5\times\left|\sin\frac{\pi t}{60}\right|\right)\times10^{-6}(\text{克/厘米}^3) \\ Qws2_M(t)=\left(0.5+1.0\times\left|\sin\frac{\pi t}{60}\right|\right)\times10^{-6}(\text{克/厘米}^3) \end{cases} \tag{6}$$

可以看出，它们的最大值各可达到 3.5 和 1.5 克/米^3 (当 $t=30$ 分)。由于温度比较低，所以冰相在云中占较大优势，在高度 6.25 公里以上就表现得非常明显，这个情况是比较符合我国西北高原[8,12]和美国中部高原[7]的对流云情况的。

附 录 2

拉格朗日三维内插法

设 $F(x,y,z)$ 为位于 (x,y,z) 某点的有关参量，i,j,k 对应于 x,y,z 的网格点编号，则

$$F(x,y,z)=A_{11}F_1(x_{i-1},y,z)+A_{12}F_2(x_i,y,z)+A_{13}F_3(x_{i+1},y,z) \tag{A-1}$$

式中

$$F_1(x_{i-1},y,z)=A_{21}F_4(x_{i-1},y_{j-1},z)+A_{22}F_5(x_{i-1},y_j,z)+A_{23}F_6(x_{i-1},y_{j+1},z) \tag{A-2}$$

$$F_2(x_i,y,z)=A_{21}F_7(x_i,y_{j-1},z)+A_{22}F_8(x_i,y_j,z)+A_{23}F_9(x_i,y_{j+1},z) \tag{A-3}$$

$$F_3(x_{i+1},y,z)=A_{21}F_{10}(x_{i+1},y_{j-1},z)+A_{22}F_{11}(x_{i+1},y_j,z)+A_{23}F_{12}(x_{i+1},y_{j+1},z) \tag{A-4}$$

其中

$$F_4(x_{i-1},y_{j-1},z)=A_{31}F(x_{i-1},y_{j-1},z_{k-1})+A_{32}F(x_{i-1},y_{j-1},z_k)+A_{33}F(x_{i-1},y_{j-1},z_{k+1}) \tag{A-5}$$

$$F_5(x_{i-1},y_j,z)=A_{31}F(x_{i-1},y_j,z_{k-1})+A_{32}F(x_{i-1},y_j,z_k)+A_{33}F(x_{i-1},y_j,z_{k+1}) \tag{A-6}$$

$$F_6(x_{i-1},y_{j+1},z)=A_{31}F(x_{i-1},y_{j+1},z_{k-1})+A_{32}F(x_{i-1},y_{j+1},z_k)+A_{33}F(x_{i-1},y_{j+1},z_{k+1}) \tag{A-7}$$

$$F_7(x_i,y_{j-1},z)=A_{31}F(x_i,y_{j-1},z_{k-1})+A_{32}F(x_i,y_{j-1},z_k)+A_{33}F(x_i,y_{j-1},z_{k+1}) \tag{A-8}$$

$$F_8(x_i,y_j,z)=A_{31}F(x_i,y_j,z_{k-1})+A_{32}F(x_i,y_j,z_k)+A_{33}F(x_i,y_j,z_{k+1}) \tag{A-9}$$

$$F_9(x_i,y_{j+1},z)=A_{31}F(x_i,y_{j+1},z_{k-1})+A_{32}F(x_i,y_{j+1},z_k)+A_{33}F(x_i,y_{j+1},z_{k+1}) \tag{A-10}$$

$$F_{10}(x_{i+1},y_{j-1},z)=A_{31}F(x_{i+1},y_{j-1},z_{k-1})+A_{32}F(x_{i+1},y_{j-1},z_k)+A_{33}F(x_{i+1},y_{j-1},z_{k+1}) \tag{A-11}$$

$$F_{11}(x_{i+1},y_j,z)=A_{31}F(x_{i+1},y_j,z_{k-1})+A_{32}F(x_{i+1},y_j,z_k)+A_{33}F(x_{i+1},y_j,z_{k+1}) \tag{A-12}$$

$$F_{12}(x_{i+1},y_{j+1},z)=A_{31}F(x_{i+1},y_{j+1},z_{k-1})+A_{32}F(x_{i+1},y_{j+1},z_k)+A_{33}F(x_{i+1},y_{j+1},z_{k+1}) \tag{A-13}$$

以及

$$A_{mn}=\begin{cases}\dfrac{(u-u_l)(u-u_{l+1})}{(u_{l-1}-u)(u_{l-1}-u_{l+1})} & m=1,2,3;n=1\\ \dfrac{(u-u_{l-1})(u-u_{l+1})}{(u_l-u_{l-1})(u_l-u_{l+1})} & m=1,2,3;n=2\\ \dfrac{(u-u_{l-1})(u-u_l)}{(u_{l+1}-u_{l-1})(u_{l+1}-u_l)} & m=1,2,3;n=3\end{cases} \tag{A-14}$$

$$u,l=\begin{cases}x,i & m=1;n=1,2,3\\ y,j & m=2;n=1,2,3\\ z,k & m=3;n=1,2,3\end{cases} \tag{A-15}$$

式中 $x_i=(i-3/2)\Delta x, y_j=(j-3/2)\Delta y, z_k=(k-3/2)\Delta z$，而 $\Delta x,\Delta y,\Delta z$ 各对应于 x,y,z 轴上的空间步长。

参 考 文 献

[1] Xu, J. L., Hail growth in a three-dimensional cloud model, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 185—203, 1983.
[2] Heymsfield, A. J., et al, Hail growth mechanisms in a Colorado storm, Part II, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1779—1807, 1980.
[3] Nelson, S. P., NOAA Technical Memorandum ERL NSSL-89, 1980.
[4] Orville, H. D., et al, Final Report 79-3, Institute of Atmospheric Sciences, South Dakota School of Mines and Technology, 96 pp. 1979.
[5] Сулаквелидзе, Г. К., Ливневые Осадки и Град, 1967.
[6] English, M., Growth of large hail in the storm, *Meteor. Monogr.*, No. 36, 1973.
[7] Knight, C. A. and P. Squires, Hailstorms of the Central High Plains, Colorado Associated University Press, 526 pp. 1982.
[8] 杨颂禧、刘棠福、龚乃虎、徐家骝，一次雹暴回波和雹块微结构分析，大气科学，5，2，1981。
[9] List, R. J., Smithsonian Meteorological Tables, Smithsonian Institution, 527 pp. 1971.
[10] Fujita, T., et al, Split of a thunderstorm into anticyclonic and cyclonic storms and their motion from numerical model experiment, *J. Atmos. Sci.*, **25**, 416—439, 1968.
[11] Takahashi, T., Hail in an axisymmetric cloud model, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1579—1601, 1976.
[12] 徐家骝，冰雹微物理与成雹机制，232 页，农业出版社．1979。

A NUMERICAL EXPERIMENT ON THE HAIL GROWTH IN A GIVEN THREE-DIMENSIONAL CLOUD MODEL

Xu Jialiu

(*Meteorological Section, Lanzhou University*)

Abstract

Based on the characteristics of SR storms and plateau storms obtained by early studies, a given three-dimensional cloud model is presented. Several runs were made with various embryo radii, initial levels and initial times. The preliminary results show that hail growth is sensitive to the initial level and to the embryo size combined with time, which would be useful to study the optimum conditions for hailstorm seeding. Some trajectories of hailstones are also investigated. In addition, a three-dimensional interpolation formula developed from one-dimensional Lagrangian interpolation is pressented in this paper.