

非线性 Ekman 层的动力特征*

伍 荣 生

(南京大学气象系)

提 要

本文研究了由于非线性平流作用所引起的对于 Ekman 层内风场及顶部垂直速度的影响。结果表明,非线性作用将减弱 Charney 与 Eliassen 所得出的垂直速度的强度,非线性的影响也是随着系统特征的改变而改变的。在本工作中,还将非线性解与地转动量假定下的解加以比较与分析。

一、引 言

大气边界层的动力性质对自由大气的运动具有非常密切的影响,近年来,已有不少工作研究了边界层内风场结构的特征,对经典的 Ekman 气流有了不少的改进,例如 Young^[1], Mahrt^[2], Mak^[3]等人曾先后利用过一些简单物理模式研究了大气边界层的特征。尽管在这些工作中,例如[2]和[3],由于所引用的物理条件不同,得出了不同的结论,但是,这些工作无疑地有助于研究边界层动力学特征及其对自由大气的影响,有助于作出合理的边界层参数化方案,作者等^[4]曾利用 Hoskins 等人^{[5]-[8]}广泛使用的地转动量的假定,研究了边界层的特征,指出在 Rossby 数不是很小的情况下,例如等于 0.2 到 0.3 时,地转动量的平流作用是较显著的。在本工作中,将把地转动量的条件推广为一般的弱的非线性条件,研究了这些非线性作用对于边界层内风速分布的影响。

在本工作中,类似于[4],采用常值的粘性系数的假定,这是有其局限性的,但是采用这一简单模式,可以简化数学处理,也可使我们易于了解其物理特征,便于同经典的 Ekman 气流加以比较。按照习惯,称在此条件下的边界层为 Ekman 层,这也是本文的一个条件。

在本文的第二节中,将给出基本方程及其求解,在第三节中,讨论风速随高度的变化,在第四节中,讨论边界层顶部的垂直速度特征。最后,对此作一小结。

* 本文于 1982 年 11 月 23 日收到, 1983 年 6 月 12 日收到修改稿。

二、基本方程及其求解

在本工作中, 使用下列无因次闭合方程组, 有关此方程的分析与讨论, 见文献[4]与[9]。

$$\begin{aligned}
 R_0 \frac{d^* u^*}{dt^*} - v^* + \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*} &= \frac{1}{2} E \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \\
 R_0 \frac{d^* v^*}{dt^*} + u^* + \frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} &= \frac{1}{2} E \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \\
 \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} &= 0 \\
 R_0 \frac{d^* \theta^*}{dt^*} + R_0 \sigma w^* &= \frac{1}{2} E_T \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial z^{*2}} \\
 \frac{g}{\theta_0} \theta^* &= \frac{\partial \phi^*}{\partial z^*}
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中

$$\frac{d^*}{dt^*} = \frac{\partial}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial}{\partial y^*} + R_0 w^* \frac{\partial}{\partial z^*} \tag{2)^{1)}$$

标有“*”号的量为无因次量, u, v, w 分别表示在 x, y, z 方向的运动速度, ϕ 为位势, θ 为扰动的位温。以后为了方便起见, 均将“*”号略去。无因次参数 E, E_T, σ, R_0 的定义如下:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{2 K_\gamma}{f H^2} = \text{Ekman 数} \\
 E_T &= \frac{2 K_T}{f H^2} = \text{热扩散参数} \\
 \sigma &= \frac{N^2 H^2}{f^2 L^2} = \text{层结参数} \\
 R_0 &= \frac{V}{f L} = \text{Rossby 数}
 \end{aligned} \tag{3}$$

其中 f 为柯氏参数, L 为水平尺度, H 为气层高度, N 为浮力频率, V 为水平速度尺度, K_γ, K_T 分别为粘性系数与热扩散系数。在此工作中, 将假定 $K_\gamma = K_T = K$, 因之, 有 $E_T = E$ 。

1) 令 $w = R_0 \frac{V}{L} H w^*$, 且考虑到天气尺度的散度量级为 $D \sim R_0 \frac{V}{L}$, 则可导得(1), (2)式, 它相同于文献[9]中的(3.4)–(3.7)式, 由于我们采用了 $D \sim R_0 \frac{V}{L}$ 概量, 所以连续方程与[9]中的(3.6)式略有差异。但最后结果是相同的。

(1) 式中, 含有 E, R_0 二个参数, 对 z 坐标言, 如略去小参数 E 的项, 则使方程的阶数减小, 因之, 就不能满足完全的边值条件, 为此, 在边界层内, 引入扩张变量 η , 为

$$\eta = E^{-\frac{1}{2}}z \quad (4)$$

引入此新变量之后, 使得动量方程中粘性项与其他各项具有相同量, 使最后方程能够满足完全的边界条件。

如令

$$\tilde{W} = E^{-\frac{1}{2}}w \quad (5)$$

则连续方程可写成:

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

按照[4], 可得

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \simeq 0 \quad (7)$$

这表示在本工作中所考虑的是正压的边界层。

动量方程可改写成:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + v = v_g + R_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + R_0 \tilde{W} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \\ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} - u = -u_g + R_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + R_0 \tilde{W} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式的边界条件可写成:

$$\begin{aligned} \eta = 0; \quad u, v = 0 \\ \eta \rightarrow \infty; \quad u, v \text{ 有限} \end{aligned} \quad (9)$$

为了使数学处理方便起见, 令:

$$F = u + iv, \quad F_g = u_g + iv_g \quad (10)$$

则(8)式可化为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - iF = -iF_g + R_0 \left[\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} (F + F^*) \frac{\partial F}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{1}{2i} (E - F^*) \frac{\partial F}{\partial y} + R_0 \tilde{W} \frac{\partial F}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $F^* = u - iv$ 。相应地, (9)式可写成:

$$\begin{aligned} \eta = 0; \quad F = 0 \\ \eta \rightarrow \infty; \quad F \text{ 有限} \end{aligned} \quad (12)$$

(11)式是一个非线性方程, 不易直接求得解析解, 现采用惯常的小参数展开法来求其近似解。在实际大气中, R_0 数一般是小参数, 即使取 R_0 等于 0.3, R_0^2 亦是很小数, 于是可将 F 按 R_0 数展开, 且取一级近似, 此时有:

$$F = F_0 + R_0 F_1 \quad (13)$$

将此代入(11)式,再按 R_0 数的幂次整理,则得:

$$R_0^0 \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_0}{\partial \eta^2} - i F_0 = -i F_g \quad (14 a)$$

$$\eta=0; F_0=0$$

$$\eta \rightarrow \infty; F_0 \text{ 有限} \quad (14 b)$$

$$R_0^1 \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_1}{\partial \eta^2} - i F_1 = \frac{\partial F_0}{\partial t} + \frac{1}{2} (F_0 + F_0^*) \frac{\partial F_0}{\partial x} \\ + \frac{1}{2i} (F_0 - F_0^*) \frac{\partial F_0}{\partial y} \quad (15 a)$$

$$\eta=0; F_1=0$$

$$\eta \rightarrow \infty; F_1 \text{ 有限} \quad (15 b)$$

从(14)式,可得解:

$$F_0 = F_g - F_g \exp[-(1+i)\eta] \quad (16)$$

分离实虚部,即得:

$$u_0 = u_g(1 - e^{-\eta} \cos \eta) - v_g e^{-\eta} \sin \eta \quad (17 a)$$

$$v_0 = v_g(1 - e^{-\eta} \cos \eta) + u_g e^{-\eta} \sin \eta \quad (17 b)$$

这就是众所周知的 Ekman 解。

将求得的 F_0 代入(15)式,可求得 F_1 为:

$$F_1 = Ai + \left[-Ai + \frac{1}{3} Ci + \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}i \right) D \right. \\ \left. + \frac{(A+C)(1-i)}{2} \eta \right] \exp[-(1+i)\eta] - \frac{1}{3} Ci \exp[-2(1+i)\eta] \\ + \frac{1}{2} Di \exp[-(1-i)\eta] - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i \right) D \exp(-2\eta) \quad (18)$$

式中

$$A = \frac{d_g u_g}{dt} + i \frac{d_g v_g}{dt} \\ C = -\frac{1}{2} v_g \zeta_g + \frac{1}{2} i u_g \zeta_g \\ D = -\frac{1}{2} \left\{ \left[u_g \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} - \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) + v_g \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \right] \right. \\ \left. + i \left[u_g \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) - v_g \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} - \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) \right] \right\} \\ \frac{d_g}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_g \frac{\partial}{\partial x} + v_g \frac{\partial}{\partial y} \quad (19) \\ \zeta_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y}$$

分离(18)式中的实虚部,即得:

$$\begin{aligned}
 u_1 = & -A_i + \left[\left(\text{I} + \text{II} \eta - \frac{1}{2} D_i \right) \cos \eta + \left(\text{III} + \text{IV} \eta - \frac{1}{2} D_r \right) \right. \\
 & \left. \sin \eta \right] \exp(-\eta) + \left[\frac{1}{3} (C_i \cos 2\eta - C_r \sin 2\eta) - \frac{2}{5} D_r \right. \\
 & \left. + \frac{1}{5} D_i \right] \exp(-2\eta)
 \end{aligned} \quad (20 \text{ a})$$

$$\begin{aligned}
 v_1 = & A_r + \left[- \left(\text{I} + \text{II} \eta + \frac{1}{2} D_i \right) \sin \eta + \left(\text{III} + \text{IV} \eta \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} D_r \right) \cos \eta \right] \exp(-\eta) - \left[\frac{1}{3} (C_i \sin 2\eta + C_r \cos 2\eta) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{5} D_r + \frac{2}{5} D_i \right] \exp(-2\eta)
 \end{aligned} \quad (20 \text{ b})$$

其中附标 r 表示实部, i 表示虚部, 例如:

$$A_i = \frac{d_g v_g}{dt}, \quad A_r = \frac{d_g u_g}{dt}.$$

此外, 还有:

$$\begin{aligned}
 \text{I} &= A_i - \frac{1}{3} C_i + \frac{2}{5} D_r + \frac{3}{10} D_i \\
 \text{II} &= \frac{1}{2} (A_r + A_i + C_r + C_i) \\
 \text{III} &= -A_r + \frac{1}{3} C_r + \frac{2}{5} D_i - \frac{3}{10} D_r \\
 \text{IV} &= \frac{1}{2} (A_i - A_r + C_i - C_r)
 \end{aligned} \quad (21)$$

将(20)式代入(13)式, 就得到了非线性方程的一级近似解。

三、水平风速的分布

如果, 令(18)式中由于地转风不均匀所引起的项等于零, 则有

$$A = \frac{\partial u_g}{\partial t} + i \frac{\partial v_g}{\partial t} = \frac{\partial F_g}{\partial t} \quad (22)$$

而其余各项即 C, D 等均为零, 这样就得到 Young^[1] 所曾得到的结果。由此可见, 由于考虑了地转风不均匀的影响之后, 解的形式就变为非常复杂了。

为了使我们对非线性作用有一较为清晰的图象, 现利用一个简单的圆形涡旋作为个例, 分析与讨论在这样的气压场中, 边界层内风速随高度变化的特征。

设气压场的分布为:

$$\phi = \pm \left(1 - \frac{\alpha}{2} r^2\right) \exp\left(-\frac{\alpha}{2} r^2\right) \quad (23)$$

在高压区, 上式取正号, 低压区中, 取负号, 不同的 α 值, 就有不同的气压分布特征。在个例的计算中, 取 Rossby 数为 0.3, α 取 0.5, 在 $x=r=1.0, y=0.0$ 处, 风速矢的端迹如图 1a, 1b 所示。

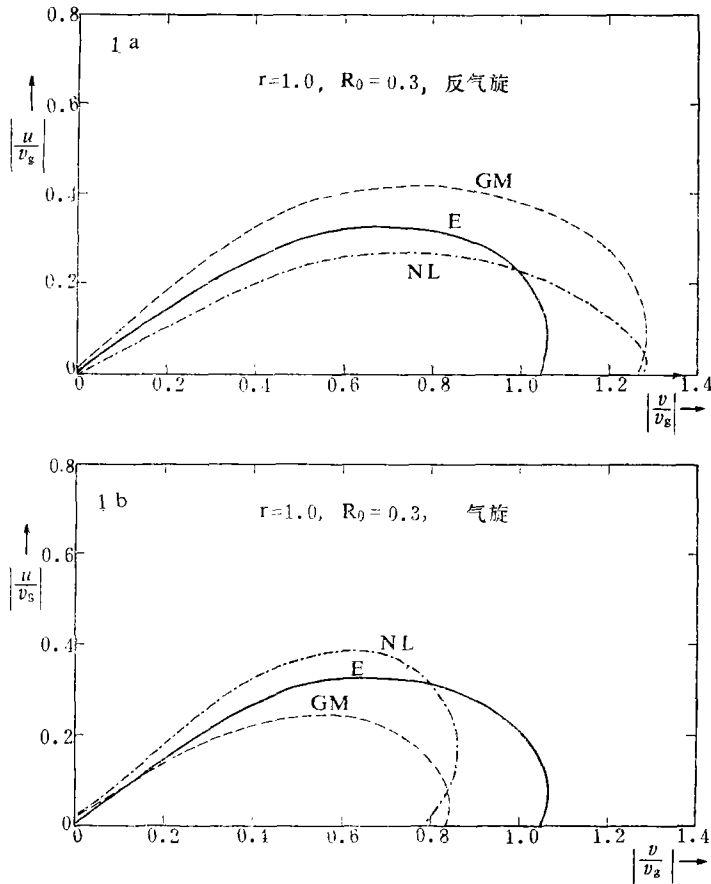


图 1 Ekman 层中, 风速矢随高度变化的矢量端迹图

(横坐标为 $\left|\frac{v}{v_g}\right|$, 纵坐标为 $\left|\frac{u}{v_g}\right|$ 。1a 为在 $r=1.0$ 处, 反气旋内的速矢端迹。E 表示 $R_0=0$ 时速矢端迹, 它就是 Ekman 螺线, GM 表示在地转动量假定下的速矢端迹; NL 表示用(20)式所求得速矢端迹, 即非线性解。1b 表示气旋内的情况, 其说明同 1a。)

在图 1 中, E 表示 $R_0=0$ 时的 Ekman 螺线, 其余各线表示 $R_0=0.3$ 时在不同条件下的解。GM 表示地转动量假定下所求得的解, 其基本公式见附录 1; NL 表示用(20)式所求得的非线性解。比较此三条曲线, 可以见到以下一些特点:

1. 在反气旋中, GM 线是位在 E 线外侧, 而在气旋内部, 它均落在 E 线内侧, 这表示在地转动量近似下, 反气旋区内的风速大小均较 Ekman 解为大, 而在气旋区内则相反。
2. 在反气旋中, NL 线在低层是位于 E 线内侧, 而高层则位于外侧, 这表示在低层边

界层内非线性解的风速大小要小于 Ekman 气流,而在高层则大于 Ekman 气流。

3. 气旋区内的 NL 线分布特点与反气旋区相反。

4. 相似于通常的做法,如令超越等压线分量等于零的高度作为 Ekman 层的高度,则从此图可见,在此高度上, GM 与 NL 二解的沿等压线方向的速度基本上是很接近的。但在反气旋区内,它们要大于 Ekman 解,而在气旋区内,则相反。

从此图可见,在不同的气压系统中,有不同的风速分布特点,这一特征在经典的 Ekman 解中是得不到反映的。

四、垂 直 速 度

(16)式和(18)式还可以写成:

$$\begin{aligned} F_0 &= F_0^I(x, y, t) + F_0^B(\eta; x, y, t) \\ F_1 &= F_1^I(x, y, t) + F_1^B(\eta; x, y, t) \end{aligned} \quad (24)$$

其中 F_0^I, F_1^I 是与 η 无关的量, F_0^B, F_1^B 是随 η 而变的。前者实际上是无粘性作用时的内部解,而后者为边界层内部解,故分别用上角标 I, B 表示内部解与边界层解。

在无摩擦作用时,大型流场的辐合辐散能够造成在边界层高度处的垂直运动,而在边界层内,由于摩擦作用而引起的辐合辐散亦将造成边界层顶部的垂直运动。这就表示,在边界层顶部的垂直运动,一部分是由 F^I 引起的,而另一部分是由 F^B 引起的。

将连续方程对 η 积分,有

$$-\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty u d\eta + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty v d\eta = -\tilde{W}_\infty \quad (25)$$

由于 u, v 中的无粘部分解 u^I, v^I 与 η 无关,所以该部分所引起的垂直速度 W^I 为:

$$W^I = -\left(\frac{\partial u^I}{\partial x} + \frac{\partial v^I}{\partial y} \right) \eta; \quad \eta \rightarrow \infty \quad (26)$$

利用(17)及(20)式,可得:

$$W^I = R_0 \frac{d_g \xi_g}{dt} \eta = \frac{R_0}{E^{\frac{1}{2}}} \frac{d_g \xi_g}{dt} Z \Big|_{z=h} \quad (27)$$

其中 h 为边界层的厚度,但在实际大气中, h 是如此之小,所以这一项的贡献是较小的¹⁾。

而另一部份由于 u^B, v^B 所引起的垂直速度为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty u^B d\eta + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty v^B d\eta = -\tilde{W}_\infty^B \quad (28)$$

利用(17),(26)式中的边界层部份的解代入上式,最后得到:

1)

结合由于边界层内垂直速度 W^B 中的 $-\frac{3}{4}R_0 \frac{d_g \xi_g}{dt}$,则可以写成: $\frac{d_g \xi_g}{dt} \left(\eta - \frac{3}{4}R_0 \right) + \dots$, 此为无粘的总的效应,在文献[1]中,对此有分析与讨论。

$$\begin{aligned} \tilde{W}_\infty^B = & \frac{1}{2} \xi_g + R_0 \left\{ \frac{3}{4} \left[-\frac{d_g \xi_g}{dt} + 2 \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial u_g}{\partial y} - \frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) \right] + \right. \\ & + \frac{1}{60} \left(u_g \frac{\partial \xi_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial \xi_g}{\partial y} \right) + \frac{7}{60} \left[\frac{\partial}{\partial x} (v_g \xi_g) - \frac{\partial}{\partial y} (u_g \xi_g) \right] - \\ & \left. - \frac{2}{5} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) k_g \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

其中 k_g 表示地转风动能, 即:

$$k_g = \frac{1}{2} (u_g^2 + v_g^2) \quad (30)$$

如果在(29)中略去含有 R_0 项, 就得到:

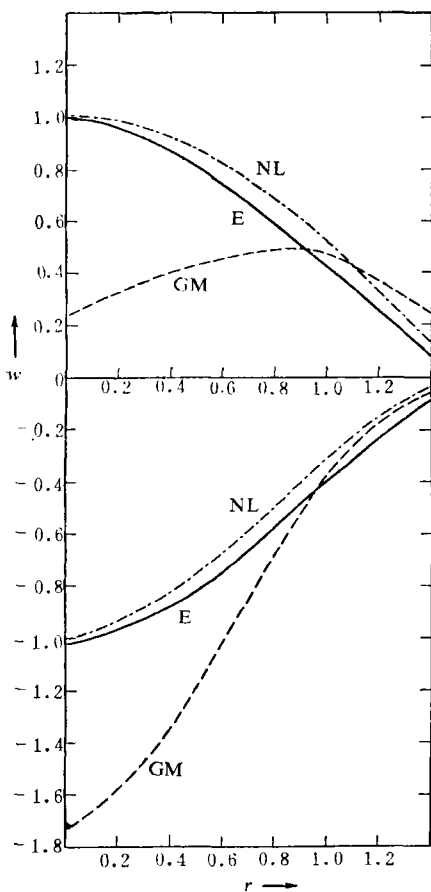


图 2 边界层顶部垂直速度分布图

(横坐标为 r , 表示距中心的距离, 纵坐标为 \tilde{W}_∞^B , 表示由于边界层解所引起的垂直运动; 上图表示气旋内、下图表示反气旋内的垂直速度分布; 其余同图 1 说明。)

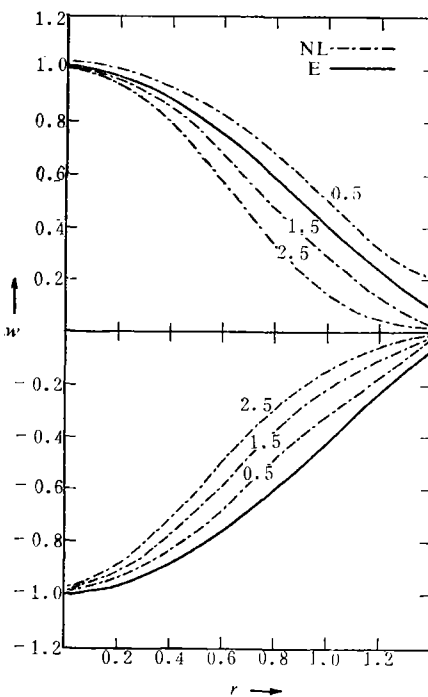


图 3 不同 α 值时, \hat{W}_∞^B 的分布曲线 (点线上的数值为 α 值。)

$$\tilde{W}_\infty^B = \frac{1}{2} \xi_g \quad (31)$$

这就是 Charney 与 Eliassen 所得到的结果^[10]。

利用理想高度场(23)式,最后可得边界层顶部的垂直速度为:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_\infty^B = & \frac{1}{2} \xi_g + \frac{7}{60} R_0 \left(\xi_g^2 + \phi_r \left(\phi_{rrr} + \frac{\phi_{rr}}{r} - \frac{\phi_r}{r^2} \right) \right) - \\ & - \frac{2}{5} R_0 (\phi_{rr}^2 + \phi_r \phi_{rrr}) \end{aligned} \quad (32)$$

其中 ξ_g 可表示为:

$$\xi_g = \phi_{rr} + \frac{\phi_r}{r} \quad (33)$$

附标 r 表示对 r 的微分。其结果见图 2。

在图 2 中, E 线是用(31)式算得, NL 线是用(32)式算得, GM 线是用(A3)式在 $\alpha = 0.5$ 时算得。从此图可见,在中心附近 GM 线与 E 线有较大的偏差,而 NL 线与 E 线基本上是很接近的。随着 r 的增大, NL 线与 E 线的偏差逐渐增大,而在 $r \sim 1.0$ 附近最大。但三条曲线随着 r 的增大而相互靠近。

非线性解与地转动量解所求的垂直速度在中心附近有较大的偏差,这表明地转动量的假定在气旋或反气旋中心附近是不十分合适的,这是由于在中心附近,风场接近于梯度风,与地转风的分布有较大的偏差。

NL 线与 E 线之间的偏差,反映了非线性作用的贡献。它与 α 的变化有密切的关系。

从图 3 可以发现,随着 α 的增大, NL 线与 E 线的偏差也增大。不论在高压或低压区内,当 α 值大于 1.0 时,用非线性解求得的垂直速度都较用 Charney-Eliassen 的结果为小。

五、结 束 语

考虑了非线性平流作用之后,在边界层中的速矢端迹与经典的 Ekman 螺线有较为明显的差别。在不同的气压场中,例如在高压或低压区内,速矢端迹的特征也有所不同。

边界层顶部的垂直速度也与 Charney 及 Eliassen 的结果有所差别,在圆形涡旋的个例中,垂直速度的绝对值在 α 大于 1.0 时,均较经典结果为小。随着 α 值的改变,垂直速度的大小也因之而有所不同,这表明垂直速度是与系统的结构有着非常密切的联系,这也是非线性问题的一些主要特点。

从个例来看,即使在一级近似下,非线性的订正也是很显著的。

附录 1

地转动量的假定是

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u_g}{\partial t} + u \frac{\partial u_g}{\partial x} + v \frac{\partial u_g}{\partial y} + w \frac{\partial u_g}{\partial z} \quad (A1)$$

即假定被平流的量是地转的,这就使非线性平流项变为线性的。详细的讨论见文献[5]—[8]。在此条件下,基本方程化为:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - iF = iF_g + R_0 \left[\frac{\partial F_g}{\partial t} + \frac{1}{2} (F + F^*) \frac{\partial F_g}{\partial x} + \frac{1}{2i} (F - F^*) \frac{\partial F_g}{\partial y} + R_0 \tilde{W} \frac{\partial F_g}{\partial \eta} \right] \quad (\text{A } 2)$$

利用此式, 可求得在边界层内 u^B , v^B 。详见[4]。

附录 2

地转动量条件下, 圆形涡旋中的垂直速度的表示式近似地写成:

$$\tilde{W}_\infty^B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_g) - \frac{3}{4} R_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv_g \left(\xi_g + \frac{v_g}{r} \right) \right) \right) \quad (\text{A } 3)$$

其中 v_g 为切向风速, 在 $x=1.0$, $y=0$ 处, v_g 即为南北方向地转分量。

参 考 文 献

- [1] Young, J. A., A theory for isallobaric air flow in the Planetary boundary layer. *J. A. S.*, **30**, 1584—1592, 1973.
- [2] Mahrt, L., The influence of momentum advection on a well-mixed layer, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **101**, 1—11, 1975.
- [3] Mak, M. K., Steady, neutral planetary boundary layer forced by a horizontally non-uniform flow. *J. A. S.*, **29**, 707—717, 1972.
- [4] Wu, R. and W. Blumen, An analysis of Ekman boundary layer dynamics incorporating the geostrophic momentum approximation, *J. A. S.* **39**, 1774—1782, 1982.
- [5] Hoskins, B. J., The geostrophic momentum approximation and the semi-geostrophic equations, *J. A. S.*, **32**, 233—242, 1975.
- [6] —, Baroclinic waves and frontogenesis. Part 1: Introduction and Eady waves, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **102**, 103—122, 1976.
- [7] Hoskins, B. J. and N. V. West, Baroclinic waves and frontogenesis. Part 2: Uniform potential vorticity jet flows—cold and warm fronts, *J. A. S.*, **36**, 1663—1680, 1979.
- [8] Duffy, D. G., The application of the semi-geostrophic equations to the frontal instability problem, *J. A. S.*, **33**, 2322—2337, 1976.
- [9] Kuo, H. L., Dynamics of Quasi-geostrophic flows and instability theory. *Advances in Applied Mechanics*, **13**, 247—330. Academic Press, Inc., 1973.
- [10] Charney, J. G. and A. Eliassen, A numerical method for predicating the perturbations of the middle-latitude westerlies, *Tellus*, **1**, 38—54, 1949.

DYNAMICS OF NON-LINEAR EKMAN BOUNDARY LAYER

Wu Rongsheng

(Department of Meteorology, Nanjing University)

Abstract

The effects of non-linear advection on the wind structure and vertical motion in Ekman layer are studied. The effect of non-linear will reduce the vertical motion derived by Charney and Eliassen in the simple circular, stationary vortex. The effect also depends upon the characteristic feature of the pressure pattern. These results are discussed by comparing with that obtained under the assumption of the geostrophic momentum in this paper.