

# 大尺度加热与东西风带中不 稳定扰动的激发\*

吕 克 利

(南京大学气象系)

## 提 要

文中通过一些简化假定,得到了包括非绝热加热的一参数模式。导得加热存在下的正压不稳定的必要条件是  $\beta - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} + q^2\bar{u} + \frac{S^2H}{K} = 0$ ,研究了大尺度加热对东西风带不稳定扰动及定常波型扰动的作用。结果指出,加热场对东西风带正压不稳定扰动的影响与加热和流场的相对配置有关。此外,大尺度加热可以在西风带激发出定常波型扰动,而在东风带只能产生衰减型扰动。激发西风带定常波型扰动的非绝热加热场的水平半径尺度,应大于  $L_c = (\bar{u}/\beta)^{\frac{1}{2}}$ 。最后还考虑了摩擦的作用。

## 一、方 程

考虑摩擦的涡度方程可写成

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla(\xi + f) + D\xi = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (1)$$

式中  $D$  是摩擦系数。

热流量方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \bar{v} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \sigma \omega = - \frac{\bar{\alpha}}{C_p} Q \quad (2)$$

式中  $\sigma = -\bar{\alpha} \frac{\partial \ln \bar{\theta}}{\partial p}$ , 是静力稳定度参数,假定只是  $p$  的函数,即  $\sigma = \sigma(p)$ ;  $Q$  是非绝热加热。

设

$$\bar{v} = A(p) \bar{v}(x, y, t) \quad (3)$$

$$\phi = A(p) \bar{\phi}(x, y, t) \quad (4)$$

$$\bar{\alpha} Q = B(p) \bar{Q}(x, y, t) \quad (5)$$

将(4),(5)两式加入(2)式,并应用地转近似,得

$$\frac{dA}{dp} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \sigma \omega = - \frac{B}{C_p} \bar{Q} \quad (6)$$

(6)式对  $p$  微分,微分时取  $\frac{dA}{dp} = \text{常数}$ ,再把(6)式代入所得方程,即得

\* 本文于1979年10月12日收到,1981年4月6日收到修改稿。

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = \frac{1}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dp} \left( \frac{dA}{dp} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \frac{B}{C_p} \bar{Q} \right) - \frac{1}{C_p \sigma} \frac{dB}{dp} \bar{Q} \quad (7)$$

将(3),(7)两式代入(1)式,得

$$\begin{aligned} A \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + A^2 \bar{v} \cdot \nabla \bar{\xi} + A \bar{v} \cdot \nabla f - \frac{f_0}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dp} \frac{dA}{dp} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + D A \bar{\xi} \\ = \left( \frac{f_0 B}{C_p \sigma^2} \frac{d\sigma}{dp} - \frac{f_0}{C_p \sigma} \frac{dB}{dp} \right) \bar{Q} \end{aligned} \quad (8)$$

将(8)式由 0 到  $p_0$  对  $p$  积分,积分时取  $\frac{d\sigma}{dp} = \text{常数}$ ,  $\frac{dB}{dp} = \text{常数}$ 。利用符号

$$(\bar{\quad}) = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} (\quad) dp$$

并令

$$\bar{v}^* = \bar{A}^2 \bar{v}, \quad \bar{\xi}^* = \bar{A}^2 \bar{\xi}, \quad \bar{Q}^* = \bar{A}^2 \bar{Q}$$

代入(8)式,得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial t} + \bar{v}^* \cdot \nabla (\bar{\xi}^* + f) + D \bar{\xi}^* - f_0 \frac{dA}{dp} \frac{d\sigma}{dp} \frac{\partial \bar{\phi}^*}{\partial t} \\ = \frac{f_0}{C_p} \left( \frac{d\sigma}{dp} \frac{dB}{dp} - \frac{dB}{dp} \frac{d\sigma}{dp} \right) \bar{Q}^* \end{aligned} \quad (9)$$

在实际大气中,通常  $\frac{d\sigma}{dp} < 0$ ,  $\frac{dB}{dp} > 0$ , 因此,可取  $-\frac{f_0}{C_p} \left( \frac{dB}{dp} \frac{d\sigma}{dp} - \frac{d\sigma}{dp} \frac{dB}{dp} \right) = S^2$ , 应用地转近似,并利用地转流函数  $\bar{\phi}^* = f_0 \psi^*$ , 代入(9)式,得

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - q^2) \psi^* + J(\psi^*, \nabla^2 \psi^* + f) + D \nabla^2 \psi^* = -S^2 Q^* \quad (10)$$

式中  $q^2 = f_0^2 \frac{dA}{dp} \frac{d\sigma}{dp} \frac{1}{\sigma^2}$ ,  $J(\alpha, \beta) = \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{\partial \alpha}{\partial y}$ 。

令  $u^* = \bar{u} + u$ ,  $v^* = v$ ,  $\psi^* = \bar{\psi} + \psi$ ,  $Q^* = \bar{Q} + Q$ ,

将(9)或(10)式线性化,得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - q^2 \psi) + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \psi + \left( \beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} + D \nabla^2 \psi \\ = -S^2 Q \end{aligned} \quad (11)$$

## 二、加热存在下的正压不稳定的必要条件

令  $D=0$ , 并设

$$\begin{cases} \psi = \bar{\Psi}(y) \sin k(x-ct) \\ Q = Q_1(y) \cos k(x-ct) \end{cases} \quad (12)$$

代入(11)式,得

$$\begin{aligned} (\bar{u} - c) \left[ \frac{d^2 \bar{\Psi}}{dy^2} - k^2 \bar{\Psi} - q^2 \bar{\Psi} \right] + \left( \beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} + q^2 \bar{u} \right) \bar{\Psi} \\ = -\frac{S^2}{k} Q_1 \end{aligned} \quad (13)$$

边界条件取为

$$\bar{\Psi}(y) = 0, \quad y = 0, l$$

为简单起见, 进一步设

$$Q_1(y) = H(y)\bar{\Psi}(y) \quad (14)$$

则不难得到正压不稳定的必要条件为

$$\left( \beta - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} + q^2\bar{u} + \frac{S^2H}{k} \right)_{y=y_m} = 0, \quad 0 < y_m < l \quad (15)$$

由(15)式不难看出加热场对正压不稳定的影响: 1) 当  $H(y) > 0$ , 即流场与加热场相对位置配置为槽前热源、槽后为冷源时, 对西风带, (15)式所要求的条件比之于不考虑加热时较难满足, 也就是说, 这种情况下非绝热加热将抑制西风带正压不稳定。相反, 对东风带则是加强正压不稳定。2) 当  $H(y) < 0$ , 即流场与加热场相对配置为槽前冷源、槽后热源时, 对西风带, (15)式这时较易满足。因此, 在这种情况下, 非绝热加热将有利于西风带正压不稳定扰动的发生, 但对东风带则是减弱正压不稳定。3) 整层辐合、辐散对东风带的正压不稳定具有重要影响, 即便东风基流没有切变, 只要存在辐合、辐散, 仍有可能激发出不稳定扰动。对西风带正压不稳定扰动的激发, 基流的切变则是最重要的。

### 三、大尺度加热对正压扰动的影响

取

$$\begin{cases} \bar{u}(y) = \bar{u}_0[1 - \cos(2\lambda y)] \\ H(y) = Q_0[1 - \cos(2\lambda y)] \\ \bar{\Psi}(y) = \sum_{n=1}^N \psi_n \sin(n\lambda y) \end{cases} \quad (16)$$

式中  $\lambda = \pi/l$ 。

代入(13)式, 即得

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \left[ (c - \bar{u}_0)(n^2\lambda^2 + k^2) + \left( \beta + q^2c + \frac{S^2Q_0}{K} \right) \right] \psi_n \sin n\lambda y \\ & + \sum_{n=1}^N \left[ \bar{u}_0(n^2\lambda^2 + k^2) - \left( 4\bar{u}_0\lambda^2 + \frac{S^2Q_0}{K} \right) \right] \psi_n \cos 2\lambda y \sin n\lambda y \\ & = 0 \end{aligned}$$

经过一些运算, 上式变为

$$\begin{aligned} & \left[ (c - \bar{u}_0)(n^2\lambda^2 + k^2) + \beta + q^2c + \frac{S^2Q_0}{K} \right] \psi_n + \frac{\bar{u}_0}{2} \left( n^2\lambda^2 - \right. \\ & \left. 4n\lambda^2 + k^2 - \frac{S^2Q_0}{K\bar{u}_0} \right) \psi_{n-2} + \frac{\bar{u}_0}{2} (n^2\lambda^2 + 4n\lambda^2 + k^2 \\ & \left. - \frac{S^2Q_0}{K\bar{u}_0} \right) \psi_{n+2} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

不难发现, 方程(17)分为奇  $n$  值和偶  $n$  值两组。仿照 Wiin-Nielsen<sup>[1]</sup>, 取  $n=1, 3$ , 如

此, (17)式分别化为

$$\begin{aligned} & \left[ (\lambda^2 + k^2 + q^2)c + \beta + \frac{S^2 Q_0}{K} - \bar{u}_0(\lambda^2 + k^2) - \right. \\ & \left. \frac{\bar{u}_0}{2} \left( k^2 - 3\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) \right] \psi_1 + \frac{\bar{u}_0}{2} \left( k^2 + 5\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) \psi_3 = 0 \quad (18) \\ & \frac{\bar{u}_0}{2} \left( k^2 - 3\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) \psi_1 + \left[ (9\lambda^2 + k^2 + q^2)c + \beta + \frac{S^2 Q_0}{k} - \right. \\ & \left. \bar{u}_0(9\lambda^2 + K^2) \right] \psi_3 = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

欲使方程(18), (19)有非零解, 其系数行列式必须为零, 由此即得

$$\begin{aligned} & (\lambda^2 + k^2 + q^2)(9\lambda^2 + k^2 + q^2)c^2 + \left\{ (\lambda^2 + k^2 + q^2) \left[ \beta + \frac{S^2 Q_0}{k} - \bar{u}_0(9\lambda^2 + k) \right] \right. \\ & \left. + (9\lambda^2 + k^2 + q^2) \left[ \beta + \frac{S^2 Q_0}{k} - \bar{u}_0(\lambda^2 + k^2) - \frac{\bar{u}_0}{2} \left( k^2 - 3\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) \right] \right\} c \\ & + \left[ \beta + \frac{S^2 Q_0}{k} - \bar{u}_0(\lambda^2 + k^2) - \frac{\bar{u}_0}{2} \left( k^2 - 3\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) \right] \left[ \beta + \frac{S^2 Q_0}{k} - \right. \\ & \left. \bar{u}_0(9\lambda^2 + k^2) \right] - \frac{\bar{u}_0}{4} \left( k^2 - 3\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) \left( k^2 + 5\lambda^2 - \frac{S^2 Q_0}{k\bar{u}_0} \right) = 0 \quad (20) \end{aligned}$$

给定  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $q^2$ ,  $\bar{u}_0$  和  $S^2 Q_0$ , 可以得到  $c_i$  与波长  $L (= 2\pi/k)$  的关系。由于主要考虑加热对稳定度的影响, 因此, 取  $\beta = 10^{-11}$  秒<sup>-1</sup>米<sup>-1</sup>,  $q^2 = 10^{-12}$  米<sup>-2</sup>,  $\lambda^2 = 10^{-12}$  米<sup>-2</sup> 为固定值, 而对不同加热考察正压不稳定扰动的激发。

对两种加热情况作了计算, 即 1) 取  $S^2 Q_0 = 0$ ,  $5 \times 10^{-18}$  (米<sup>2</sup>秒)<sup>-1</sup>, 2) 取  $S^2 Q_0 = -5 \times 10^{-18}$  (米<sup>2</sup>秒)<sup>-1</sup>。计算分东西风基流进行: 西风基流强度取  $\bar{u}_0 = 30$  米/秒, 东风基流  $\bar{u}_0 = -20$  米/秒。计算结果分别点绘在图 1 和图 2 中。图中纵坐标是相速  $c$  的虚部  $c_i$ , 横坐标是纬向波长  $L$ 。

由图 1 的曲线 1, 2 不难看出: 对西风切变基流, 当  $S^2 Q_0 > 0$  时, 加热使不稳定波的波

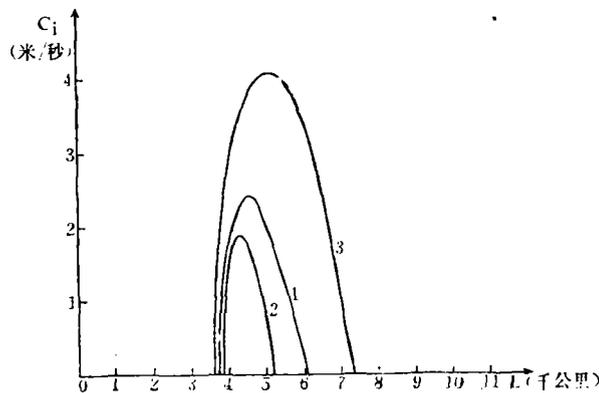


图 1 西风基流中加热激发的不稳定扰动

( $\bar{u}_0 = 30$  米/秒, 1 表示  $S^2 Q_0 = 0$ , 2 表示  $S^2 Q_0 = 5 \times 10^{-18}$  (米<sup>2</sup>秒)<sup>-1</sup>, 3 表示  $S^2 Q_0 = -5 \times 10^{-18}$  (米<sup>2</sup>秒)<sup>-1</sup>)

长范围缩小, 扰动的不稳定性减弱, 即西风带槽前为热源区、槽后为冷源区是不利于扰动发生发展的; 反之, 当  $S^2Q_0 < 0$  时, 图 1 的曲线 1、3 显示, 加热使西风切变基流中的不稳定波长范围迅速扩大, 扰动不稳定性增强, 即当槽前为冷源区、槽后为热源区时, 是有利于西风带扰动发生发展的。

对东风切变基流, 当  $S^2Q_0 < 0$  时, 则由图 2 的曲线 1、3 不难看出, 加热使东风带不稳定波的波长范围迅速缩小, 扰动不稳定性减弱, 即当东风带槽前为热源区、槽后为冷源区时, 是不利于东风带扰动发生发展的。反之, 当  $S^2Q_0 > 0$  时, 由图 2 的曲线 1、2 可以发现, 这是有利于东风带扰动发展的。可见, 加热对东西风带正压不稳定扰动的影响, 是与加热场和流场的相对配置有关的。

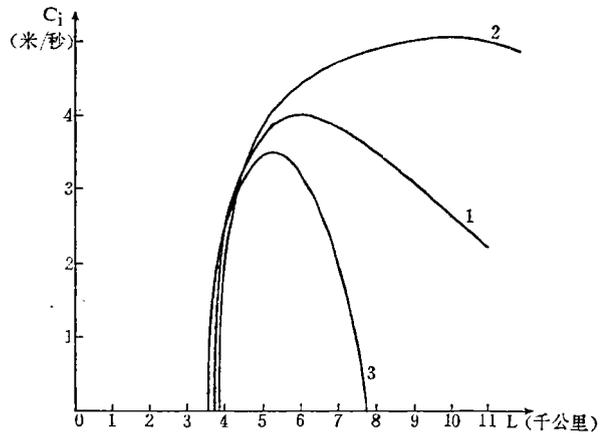


图 2 东风基流中加热激发的不稳定扰动  
( $\bar{u}_0 = -20$  米/秒; 1 表示  $S^2Q_0 = 0$ ; 2 表示  $S^2Q_0 = 5 \times 10^{-18}$  (米/秒) $^{-1}$ ; 3 表示  $S^2Q_0 = -5 \times 10^{-18}$  (米/秒) $^{-1}$ )

#### 四、大尺度加热场产生的定常流型

为简单起见, 取  $\bar{u} = \text{常数}$ , 对定常运动, 方程(11)变为

$$\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} + D \nabla^2 \psi = -S^2 Q \quad (21)$$

暂令  $D=0$ , 并利用地转近似, 得

$$\nabla^2 v + \frac{\beta}{\bar{u}} v = -\frac{S^2}{\bar{u}} Q \quad (22)$$

边界条件取为

$$v = 0, \quad x \rightarrow \pm \infty, \quad y \rightarrow \pm \infty \quad (23)$$

当  $\lambda^2 = \beta/\bar{u} > 0$  时, 方程(22)满足条件(23)的解为

$$v(x, y) = -\frac{iS^2}{4\bar{u}} \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(x', y') H_0^{(1)}(\lambda \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) dx' dy' \quad (24)$$

其中  $H_0^{(1)}(x)$  是 Hankel 函数。

如果以所需计算的  $v$  的点为原点, 则解(24)可以写成

$$v = -\frac{iS^2}{4\bar{u}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} Q H_0^{(1)}(\lambda r) r dr d\varphi \quad (25)$$

式中  $r, \varphi$  是以所需计算的  $v$  的点为原点的平面极坐标。

为简单起见, 设加热  $Q$  只在半径为  $R$ 、中心在坐标原点的有限区域内不等于零, 则对离加热中心距离为  $r$  的点  $M(x, y)$ , (24)式近似地可写成

$$v \simeq -\frac{i\pi S^2}{4\bar{u}} R^2 \bar{Q} H_0^{(1)}(\lambda r) \quad (26)$$

式中  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $\bar{Q}$  为加热  $Q$  在半径为  $R$  的圆内平均值。

当  $\lambda r$  足够大, 利用  $H_0^{(1)}(x)$  在  $x \rightarrow \infty$  时的渐近表达式:  $H_0^{(1)}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{i(x - \frac{\pi}{4})}$ ,

(实际上, 此渐近式对  $x=3$  这样小的值, 作为近似估计也是合适的), 则解(26)可写为

$$v \simeq -\frac{iS^2 R^2 \bar{Q}}{\bar{u}} \sqrt{\frac{\pi}{8\lambda r}} \exp\left[i\left(\lambda r - \frac{\pi}{4}\right)\right] \quad (27)$$

(27)式显示,  $v$  随  $r$  的增大而呈缓慢的阻尼波形运动, 其波长为  $L = 2\pi/\lambda = 2\pi/\sqrt{\beta/\bar{u}}$ , 当  $\bar{u} = 10$  米/秒时,  $L \simeq 6000$  公里, 显然这是行星尺度波动。可见, 对西风带(这时  $\bar{u} > 0$ ), 有(27)式所示的波型解, 即大尺度加热会在西风带激发出定常波型扰动。

当  $\lambda^2 = \beta/\bar{u} = -\sigma^2 < 0$  时, 方程(22)的解为

$$v(x, y) = \frac{S^2}{2\pi\bar{u}} \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(x', y') k_0(\sigma \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) dx' dy' \quad (28)$$

式中  $k_0(x)$  是虚宗量 Bessel 函数。

同上, 如以所需计算的  $v$  的点为原点, 则解(28)变为

$$v = \frac{S^2}{2\pi\bar{u}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} Q k_0(\sigma r) r dr d\varphi \quad (29)$$

式中  $r, \varphi$  是以所需计算的  $v$  的点为原点的平面极坐标。

同前, 如设加热中心位于坐标原点, 则对离加热中心距离为  $r$  的  $M(x, y)$  点, (28)式近似地可写成

$$v \simeq \frac{R^2 S^2}{2\bar{u}} \bar{Q} k_0(\sigma r) \quad (30)$$

式中  $r^2 = x^2 + y^2$ 。

当  $\sigma r$  足够大, 利用  $k_0(x)$  在  $x \rightarrow \infty$  时的渐近表达式:  $K_0(x) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}$  (实际上, 对  $x=0.5$  这样小的值, 此渐近公式作为近似估计仍是适用的), 则有

$$v \simeq \frac{R^2 S^2}{\bar{u}} \bar{Q} \sqrt{\frac{\pi}{8\sigma r}} e^{-\sigma r} \quad (31)$$

(31)式指出,  $v$  随  $r$  增大而呈指数递减, 即为衰减型解。可见, 大尺度加热对东风带的定常大气运动不会产生重大影响, 只能在加热区域附近产生衰减型扰动, 而且这种扰动的衰减是十分迅速的。

由上分析可知, 大尺度加热对东西风带定常扰动的作用有很大的不同: 对西风带, 大尺度加热可以激发大尺度波型扰动; 而在东风带, 大尺度加热只能产生热源附近的衰减型扰动, 这点与大地形的作用完全相似<sup>[2]</sup>。因此可以说, 行星尺度西风波动的形成和维持是与大尺度加热场的作用密切相关的。而在东风带, 大尺度加热的影响是有限的。

### 五、加热场尺度的影响

下面讨论加热场尺度对定常扰动的影响。先考虑东风带的情形。如果加热集中在以  $R$  为半径的有限区域中, 并取加热中心为坐标原点, 用中值定理, 则在加热中心处, (28) 式变为

$$\begin{aligned} v &= -\frac{S^2 \bar{Q}}{2 \pi \bar{u}} \int_0^{2\pi} \int_0^R k_0(\sigma r) r dr d\varphi \\ &= -\frac{S^2 \bar{Q}}{\bar{u} \sigma^2} [1 - \sigma R k_1(\sigma R)] \end{aligned} \quad (32)$$

式中  $\bar{Q}$  是加热  $Q$  在  $R$  圆内的平均值。

当  $R \ll L_B = 1/\sigma = (|\bar{u}|/\beta)^{\frac{1}{2}}$  时, 因  $\sigma R k_1(\sigma R) \simeq 1$ , 所以  $v \simeq 0$ , 即对东风带, 加热尺度  $R \ll L_B$  时, 热源对东风带定常扰动的激发没有什么影响。当  $R \geq L_B$  时, 因  $\sigma R k_1(\sigma R) \leq 0.4$ , 所以  $[1 - \sigma R k_1(\sigma R)] \geq 0.6$ , 因此, 东风带中, 当加热尺度  $R \geq L_B$  时, 非绝热加热能激发定常扰动, 但这种扰动只是出现在加热区附近, 随加热区距离的增大而迅速衰减。

对西风带, 由(24)式, 则有

$$\begin{aligned} v &= -\frac{i S^2 \bar{Q}}{4 \bar{u}} \int_0^{2\pi} \int_0^R H_0^{(1)}(\lambda r) r dr d\varphi \\ &= -\frac{i \pi S^2 \bar{Q}}{2 \lambda^2 \bar{u}} \left[ \lambda R H_1^{(1)}(\lambda R) + \frac{2i}{\pi} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

当  $R \ll L_c = \frac{1}{\lambda} = (\bar{u}/\beta)^{\frac{1}{2}}$  时, 因  $\lambda R H_1^{(1)}(\lambda R) \simeq -\frac{2i}{\pi}$ , 因此,  $v \simeq 0$ , 可见, 对西风带定常扰动的激发, 加热尺度  $R \ll L_c$  的热源强迫没有什么作用。反之, 加热尺度  $R$  大于  $L_c$  的非绝热加热场有可能在西风带激发出定常波型扰动。

综上所述, 对东风带, 加热场不论其尺度大小, 都不能产生定常波型扰动, 当加热尺度  $R \geq \sqrt{|\bar{u}|/\beta}$  时, 非绝热加热只能激发衰减型定常扰动。对西风带, 情况就不同了: 尺度  $R \geq \sqrt{\bar{u}/\beta}$  的加热场, 能激发行星尺度的定常波型扰动; 当加热场尺度  $R \ll \sqrt{\bar{u}/\beta}$  时, 非绝热加热不能激发定常扰动。通常基流  $\bar{u}$  可取 10 米/秒的量级, 因此, 能激发定常扰动的加热场, 其尺度范围在千公里以上。

### 六、摩擦的影响

考虑方程(21), 为简单起见, 设  $\psi$  与  $y$  无关, 则方程变为

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \frac{D}{\bar{u}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\beta}{\bar{u}} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{S^2}{\bar{u}} Q \quad (34)$$

$$\psi = 0, \quad x \rightarrow \pm \infty \quad (35)$$

方程(34)在边界条件(35)下的解可写成

$$\psi(x) = \frac{S^2}{\bar{u}} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x') G(x, x') dx' \quad (36)$$

式中  $G(x, x')$  是 Green 函数。

当摩擦  $D$  较小时,一般可取  $|r| - \left(\frac{F}{2}\right)^2 > 0$ , 当  $F > 0$  (西风带) 时, 令  $\left(r - \frac{F^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \nu$ , 得

$$G(x, x') = \left[ \frac{1}{2r} + \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\nu\left(\frac{iF}{2} - \nu\right)} e^{-i\nu(x-x')} - \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\nu\left(\frac{iF}{2} + \nu\right)} e^{i\nu(x-x')} \right] H(x-x') - \frac{1}{2r} H(x'-x) \quad (37)$$

式中  $F = \frac{D}{u}$ ,  $r = \frac{\beta}{u}$ ,  $H(\xi)$  是 Heaside 单位函数:

$$H(\xi) = \begin{cases} 1; & \xi > 0 \\ 0; & \xi < 0 \end{cases}$$

当  $F < 0$  (东风带) 时, 这时由于  $|r| > \left(\frac{F}{2}\right)^2$ , 因此  $r - \frac{F^2}{4} < 0$ , 令  $\left(r - \frac{F^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = i\lambda$  ( $\lambda > 0$ ), 得

$$G(x, x') = \frac{1}{2r} H(x-x') + \left[ -\frac{1}{2r} + \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\lambda\left(\frac{F}{2} - \lambda\right)} e^{\lambda(x-x')} - \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\lambda\left(\frac{F}{2} + \lambda\right)} e^{-\lambda(x-x')} \right] H(x'-x) \quad (38)$$

当摩擦较大而使  $|r| < \frac{F^2}{4}$  时, 对西风带 ( $F > 0$ ), 有  $r - \frac{F^2}{4} < 0$ , 令  $\left(r - \frac{F^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = i\sigma$  ( $\sigma > 0$ ), 得

$$G(x, x') = \left[ \frac{1}{2r} - \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\sigma\left(\frac{F}{2} - \sigma\right)} e^{\sigma(x-x')} + \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\sigma\left(\frac{F}{2} + \sigma\right)} e^{-\sigma(x-x')} \right] H(x-x') - \frac{1}{2r} H(x'-x) \quad (39)$$

对东风带 ( $F < 0$ ), 有  $\left(r - \frac{F^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = i\mu$  ( $\mu > 0$ ), 得

$$G(x, x') = \frac{1}{2r} H(x-x') + \left[ -\frac{1}{2r} - \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\mu\left(\frac{F}{2}-\mu\right)} e^{\mu(x-x')} - \frac{e^{-\frac{F}{2}(x-x')}}{2\mu\left(\frac{F}{2}+\mu\right)} e^{-\mu(x-x')} \right] H(x'-x) \quad (40)$$

可见, 摩擦使加热激发的扰动振幅减小。当摩擦较小, 即  $D < D_c = 2\sqrt{\beta\bar{u}}$  时, 加热仍可在西风带产生定常波型扰动; 但当摩擦较大时, ( $D > D_c$ ), 非绝热加热无论对东风带还是西风带均不能产生波型定常扰动。

### 参 考 文 献

- [1] Wiin-Nielsen, A., On short-and long-term variations in quasi-barotropic flow, *Mon. Wea. Rev.*, **11** (1961), 461-476.  
 [2] Kasahara, A., The dynamical influence of orography on the large-scale motion of the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **33** (1966), 259-271.

## LARGE-SCALE HEATING AND EXCITATION OF UNSTABLE DISTURBANCES IN THE WESTERLY AND EASTERLY CURRENT

Lu Ke-li

(Department of Meteorology, Nanjing University)

Abstract

It is the purpose of this paper to investigate the effect of large-scale heating on the excitation of unstable disturbances. It is found that influence of heating on the barotropic unstable disturbances depends on the disposition of the heating and the flow field; in the westerly current the stationary wave pattern disturbances may be excited by heating and in the easterly current decaying disturbances may be excited only; the horizontal scale of diabatic heating which excite wave pattern disturbances must be  $R \geq \left(\frac{\bar{u}}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}}$ .

At last, the effect of friction on disturbances is studied.